**Прокопьев Константин Эдуардович, группа 19350**

**Отчет о выполнении третьего задания**

**по вычислительной аэрогидродинамике.**

1. **Задание**

Найти численное решение начально–краевой задачи для двумерного уравнения теплопроводности в единичном квадрате

Значение коэффициента теплопроводности *k*, конкретная неявная разностная схема, которую нужно реализовать, начальные и граничные условия зависят от номера варианта.

* Проверить устойчивость и сходимость схемы на последовательности измельчающихся сеток.
* Сравнить с точным решением.
* Подготовить отчет.

**Сдать задание до 25 марта.**

**Вариант 5**

Точное решение:

Реализовать схему *расщепления*:

Выполнить расчеты на последовательности сеток:

Для исследования сходимости изучить поведение величины

в моменты времени *t* = 0.1, 0.2, ..., 1.0.

1. **Реализация программы**

Программа была написана на языке программирования С++ в редакторе VSCode и скомпилирована компилятором g++ с использованием стандарта C++17. Для построения графиков использовалась программа gnuplot.

1. **Сходимость и устойчивость**

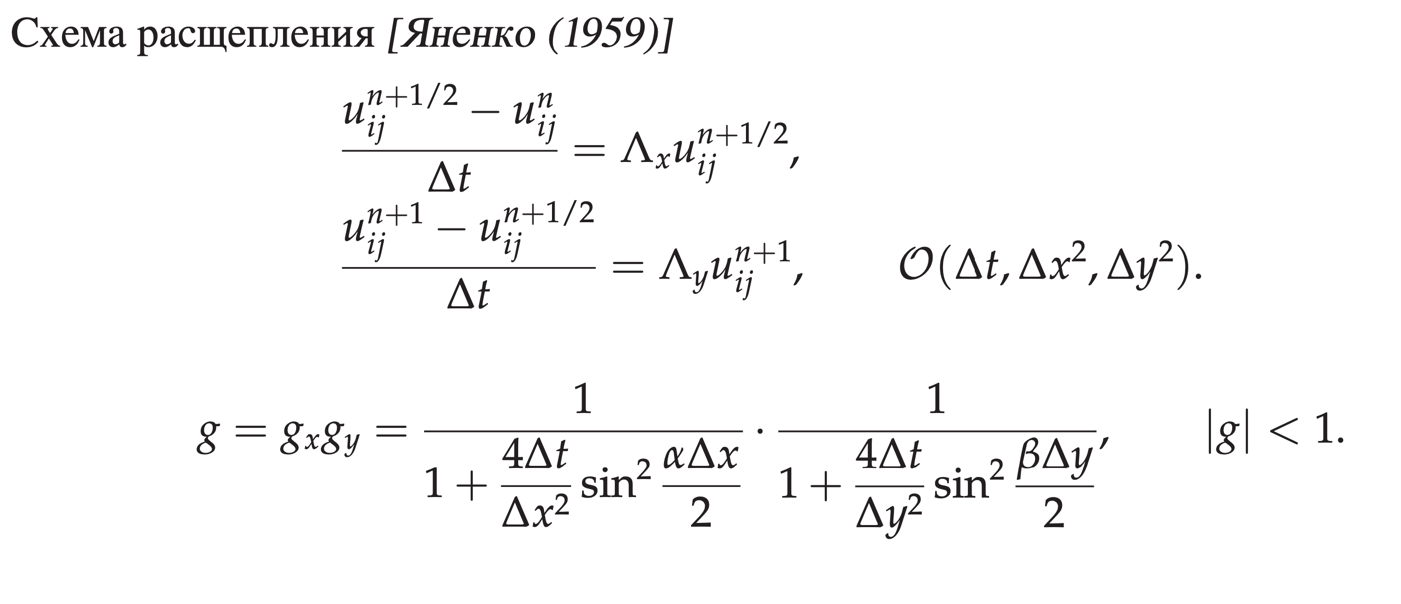


Схема устойчива для любых ∆t, ∆x, ∆y.

В данных расчетах:

В ходе численного решения уравнения были получены графики ошибок для различных чисел разбиения (рис. 1). На графике видно, что ошибка экспоненциально убывает на больших временах, когда как на малых может расти при малом числе разбиений. Вероятно, это связано с тем, что при малом числе разбиений ошибка копится быстрее, чем убывает значение функции. Экспоненциальный спад показывает, что ошибка пропорциональна значению функции.

При возрастании числа разбиений ошибка спадает примерно, как 1/N (рис. 2).

|  |
| --- |
|  |
| Рис. 1. График зависимости ошибки от времени для разных чисел разбиения. |

|  |
| --- |
|  |
| Рис. 2. График зависимости ошибки от числа разбиений при T = 1,0. |

|  |
| --- |
|  |
| Рис. 3. График зависимости относительной ошибки от времени для разных чисел разбиения. |

1. **Сравнение численного решения с точным**

На графиках (рис. 4-6) видно, что решение постепенно убывает со временем. Для сравнения численных решений с точным можно посмотреть на график ошибки (рис.1), из которого видно, что решение становится точнее при увеличении числа разбиений. Так же себя ведет и относительная ошибка (рис. 3).

Для наглядного сравнения точного и численных решений были построены графики сечения функции при T = 0.5, Y = 0.5 (рис.7). Из этих графиков хорошо видно на сколько решения для каждого числа разбиений близки к точному.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| Рис. 4. График решения для P = 10, N = M = 5. | |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| Рис. 5. График решения для P = 40, N = M = 10. | |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
| Рис. 6. График решения для P = 160, N = M = 20. | |

|  |
| --- |
|  |
|  |
| Рис. 7. Графики сечений решений для различных чисел разбиений. |

1. **Вывод**

Схема расщепления является абсолютно устойчивой схемой 2 (в теории) порядка точности по координате и 1 по времени. Численное решение полученное по этой схеме сходится к точному при увеличении числа разбиений, однако максимальная ошибка убывает как 1/N, что не соответствует теории.