Задание 3

Найти численное решение начально–краевой задачи для двумерного уравнения теплопроводности в единичном квадрате

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right), \qquad 0 \le x \le 1, \quad 0 \le y \le 1.$$

Значение коэффициента теплопроводности k, конкретная неявная разностная схема, которую нужно реализовать, начальные и граничные условия зависят от номера варианта.

- Проверить устойчивость и сходимость схемы на последовательности измельчающихся сеток.
- Сравнить с точным решением.
- Подготовить отчет.

Сдать задание до 25 марта.

Вариант 1

$$k = \frac{1}{2\pi}, \quad 0 \le t \le 1, \quad T(x,y,0) = \sin \pi x \cdot \sin \pi y,$$
$$T(0,y,t) = T(1,y,t) = T(x,0,t) = T(x,1,t) = 0.$$

Точное решение:

$$T_*(x,y,t) = e^{-\pi t} \cdot \sin \pi x \cdot \sin \pi y.$$

Реализовать схему *продольно–поперечной прогонки*

$$\frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^n}{\Delta t/2} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2} + k\Lambda_y T_{ij}^n, \qquad \Lambda_x T_{ij}^m = \frac{T_{i-1,j}^m - 2T_{ij}^m + T_{i+1,j}^m}{\Delta x^2},$$
$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t/2} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2} + k\Lambda_y T_{ij}^{n+1}, \qquad \Lambda_y T_{ij}^m = \frac{T_{i,j-1}^m - 2T_{ij}^m + T_{i,j+1}^m}{\Delta y^2},$$
$$\Delta x = 1/N_x, \qquad \Delta y = 1/N_y, \qquad \Delta t = 1/P.$$

Выполнить расчеты на последовательности сеток

$$P = 10, \qquad N_x = N_y = 5, \qquad (\Delta t = 0.1, \quad \Delta x = \Delta y = 0.2),$$
$$P = 40, \qquad N_x = N_y = 10, \qquad (\Delta t = 0.025, \quad \Delta x = \Delta y = 0.1),$$
$$P = 160, \qquad N_x = N_y = 20, \qquad (\Delta t = 0.00625, \quad \Delta x = \Delta y = 0.05).$$

Для исследования сходимости изучить поведение величины

$$\delta^n = \max_{i,j} |T_{ij}^n - T_*(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t)|.$$

в моменты времени $t = 0.1, 0.2, \ldots, 1.0$.

Вариант 2

$$k = \frac{1}{5\pi}, \quad 0 \le t \le 1, \quad T(x,y,0) = \sin 2\pi x \cdot \sin \pi y,$$
$$T(0,y,t) = T(1,y,t) = T(x,0,t) = T(x,1,t) = 0.$$

Точное решение:

$$T_*(x,y,t) = e^{-\pi t} \cdot \sin 2\pi x \cdot \sin \pi y.$$

Реализовать схему *продольно–поперечной прогонки*

$$\frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^n}{\Delta t/2} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2} + k\Lambda_y T_{ij}^n, \qquad \Lambda_x T_{ij}^m = \frac{T_{i-1,j}^m - 2T_{ij}^m + T_{i+1,j}^m}{\Delta x^2},$$
$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t/2} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2} + k\Lambda_y T_{ij}^{n+1}, \qquad \Lambda_y T_{ij}^m = \frac{T_{i,j-1}^m - 2T_{ij}^m + T_{i,j+1}^m}{\Delta y^2},$$
$$\Delta x = 1/N_x, \qquad \Delta y = 1/N_y, \qquad \Delta t = 1/P.$$

Выполнить расчеты на последовательности сеток

$$P = 10, \qquad N_x = N_y = 5, \qquad (\Delta t = 0.1, \quad \Delta x = \Delta y = 0.2),$$
$$P = 40, \qquad N_x = N_y = 10, \qquad (\Delta t = 0.025, \quad \Delta x = \Delta y = 0.1),$$
$$P = 160, \qquad N_x = N_y = 20, \qquad (\Delta t = 0.00625, \quad \Delta x = \Delta y = 0.05).$$

Для исследования сходимости изучить поведение величины

$$\delta^n = \max_{i,j} |T_{ij}^n - T_*(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t)|.$$

в моменты времени $t = 0.1, 0.2, \ldots, 1.0$.

Вариант 3

$$k = \frac{1}{5\pi}, \quad 0 \le t \le 1, \quad T(x,y,0) = \sin \pi x \cdot \sin 2\pi y,$$
$$T(0,y,t) = T(1,y,t) = T(x,0,t) = T(x,1,t) = 0.$$

Точное решение:

$$T_*(x,y,t) = e^{-\pi t} \cdot \sin \pi x \cdot \sin 2\pi y.$$

Реализовать схему *продольно–поперечной прогонки*

$$\frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^n}{\Delta t/2} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2} + k\Lambda_y T_{ij}^n, \qquad \Lambda_x T_{ij}^m = \frac{T_{i-1,j}^m - 2T_{ij}^m + T_{i+1,j}^m}{\Delta x^2},$$
$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t/2} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2} + k\Lambda_y T_{ij}^{n+1}, \qquad \Lambda_y T_{ij}^m = \frac{T_{i,j-1}^m - 2T_{ij}^m + T_{i,j+1}^m}{\Delta y^2},$$
$$\Delta x = 1/N_x, \qquad \Delta y = 1/N_y, \qquad \Delta t = 1/P.$$

Выполнить расчеты на последовательности сеток

$$P = 10, \qquad N_x = N_y = 5, \qquad (\Delta t = 0.1, \quad \Delta x = \Delta y = 0.2),$$
$$P = 40, \qquad N_x = N_y = 10, \qquad (\Delta t = 0.025, \quad \Delta x = \Delta y = 0.1),$$
$$P = 160, \qquad N_x = N_y = 20, \qquad (\Delta t = 0.00625, \quad \Delta x = \Delta y = 0.05).$$

Для исследования сходимости изучить поведение величины

$$\delta^n = \max_{i,j} |T_{ij}^n - T_*(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t)|.$$

в моменты времени $t = 0.1, 0.2, \ldots, 1.0$.

Вариант 4

$$k = \frac{1}{8\pi}, \quad 0 \le t \le 1, \quad T(x,y,0) = \sin 2\pi x \cdot \sin 2\pi y,$$
$$T(0,y,t) = T(1,y,t) = T(x,0,t) = T(x,1,t) = 0.$$

Точное решение:

$$T_*(x,y,t) = e^{-\pi t} \cdot \sin 2\pi x \cdot \sin 2\pi y.$$

Реализовать схему *продольно–поперечной прогонки*

$$\frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^n}{\Delta t/2} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2} + k\Lambda_y T_{ij}^n, \qquad \Lambda_x T_{ij}^m = \frac{T_{i-1,j}^m - 2T_{ij}^m + T_{i+1,j}^m}{\Delta x^2},$$
$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t/2} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2} + k\Lambda_y T_{ij}^{n+1}, \qquad \Lambda_y T_{ij}^m = \frac{T_{i,j-1}^m - 2T_{ij}^m + T_{i,j+1}^m}{\Delta y^2},$$
$$\Delta x = 1/N_x, \qquad \Delta y = 1/N_y, \qquad \Delta t = 1/P.$$

Выполнить расчеты на последовательности сеток

$$P = 10, \qquad N_x = N_y = 5, \qquad (\Delta t = 0.1, \quad \Delta x = \Delta y = 0.2),$$
$$P = 40, \qquad N_x = N_y = 10, \qquad (\Delta t = 0.025, \quad \Delta x = \Delta y = 0.1),$$
$$P = 160, \qquad N_x = N_y = 20, \qquad (\Delta t = 0.00625, \quad \Delta x = \Delta y = 0.05).$$

Для исследования сходимости изучить поведение величины

$$\delta^n = \max_{i,j} |T_{ij}^n - T_*(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t)|.$$

в моменты времени $t = 0.1, 0.2, \ldots, 1.0$.

Вариант 5

$$k = \frac{1}{2\pi}, \quad 0 \le t \le 1, \quad T(x,y,0) = \sin \pi x \cdot \sin \pi y,$$
$$T(0,y,t) = T(1,y,t) = T(x,0,t) = T(x,1,t) = 0.$$

Точное решение:

$$T_*(x,y,t) = e^{-\pi t} \cdot \sin \pi x \cdot \sin \pi y$$

Реализовать схему *расщепления*

$$\frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^n}{\Delta t} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2}, \qquad \Lambda_x T_{ij}^m = \frac{T_{i-1,j}^m - 2T_{ij}^m + T_{i+1,j}^m}{\Delta x^2},$$
$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t} = k\Lambda_y T_{ij}^{n+1}, \qquad \Lambda_y T_{ij}^m = \frac{T_{i,j-1}^m - 2T_{ij}^m + T_{i,j+1}^m}{\Delta y^2},$$
$$\Delta x = 1/N_x, \qquad \Delta y = 1/N_y, \qquad \Delta t = 1/P.$$

Выполнить расчеты на последовательности сеток

$$P = 10, \qquad N_x = N_y = 5, \qquad (\Delta t = 0.1, \quad \Delta x = \Delta y = 0.2),$$
$$P = 40, \qquad N_x = N_y = 10, \qquad (\Delta t = 0.025, \quad \Delta x = \Delta y = 0.1),$$
$$P = 160, \qquad N_x = N_y = 20, \qquad (\Delta t = 0.00625, \quad \Delta x = \Delta y = 0.05).$$

Для исследования сходимости изучить поведение величины

$$\delta^n = \max_{i,j} |T_{ij}^n - T_*(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t)|.$$

в моменты времени $t = 0.1, 0.2, \ldots, 1.0$.

Вариант 6

$$k = \frac{1}{5\pi}, \quad 0 \le t \le 1, \quad T(x,y,0) = \sin 2\pi x \cdot \sin \pi y,$$
$$T(0,y,t) = T(1,y,t) = T(x,0,t) = T(x,1,t) = 0.$$

Точное решение:

$$T_*(x,y,t) = e^{-\pi t} \cdot \sin 2\pi x \cdot \sin \pi y$$

Реализовать схему *расщепления*

$$\frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^{n}}{\Delta t} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2}, \qquad \Lambda_x T_{ij}^{m} = \frac{T_{i-1,j}^{m} - 2T_{ij}^{m} + T_{i+1,j}^{m}}{\Delta x^2},$$
$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t} = k\Lambda_y T_{ij}^{n+1}, \qquad \Lambda_y T_{ij}^{m} = \frac{T_{i,j-1}^{m} - 2T_{ij}^{m} + T_{i,j+1}^{m}}{\Delta y^2},$$
$$\Delta x = 1/N_x, \qquad \Delta y = 1/N_y, \qquad \Delta t = 1/P.$$

Выполнить расчеты на последовательности сеток

$$P = 10, \qquad N_x = N_y = 5, \qquad (\Delta t = 0.1, \quad \Delta x = \Delta y = 0.2),$$
$$P = 40, \qquad N_x = N_y = 10, \qquad (\Delta t = 0.025, \quad \Delta x = \Delta y = 0.1),$$
$$P = 160, \qquad N_x = N_y = 20, \qquad (\Delta t = 0.00625, \quad \Delta x = \Delta y = 0.05).$$

Для исследования сходимости изучить поведение величины

$$\delta^n = \max_{i,j} |T_{ij}^n - T_*(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t)|.$$

в моменты времени $t = 0.1, 0.2, \ldots, 1.0$.

Вариант 7

$$k = \frac{1}{5\pi}, \quad 0 \le t \le 1, \quad T(x,y,0) = \sin \pi x \cdot \sin 2\pi y,$$
$$T(0,y,t) = T(1,y,t) = T(x,0,t) = T(x,1,t) = 0.$$

Точное решение:

$$T_*(x,y,t) = e^{-\pi t} \cdot \sin \pi x \cdot \sin 2\pi y$$

Реализовать схему *расщепления*

$$\frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^{n}}{\Delta t} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2}, \qquad \Lambda_x T_{ij}^{m} = \frac{T_{i-1,j}^{m} - 2T_{ij}^{m} + T_{i+1,j}^{m}}{\Delta x^2},$$
$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t} = k\Lambda_y T_{ij}^{n+1}, \qquad \Lambda_y T_{ij}^{m} = \frac{T_{i,j-1}^{m} - 2T_{ij}^{m} + T_{i,j+1}^{m}}{\Delta y^2},$$
$$\Delta x = 1/N_x, \qquad \Delta y = 1/N_y, \qquad \Delta t = 1/P.$$

Выполнить расчеты на последовательности сеток

$$P = 10, \qquad N_x = N_y = 5, \qquad (\Delta t = 0.1, \quad \Delta x = \Delta y = 0.2),$$
$$P = 40, \qquad N_x = N_y = 10, \qquad (\Delta t = 0.025, \quad \Delta x = \Delta y = 0.1),$$
$$P = 160, \qquad N_x = N_y = 20, \qquad (\Delta t = 0.00625, \quad \Delta x = \Delta y = 0.05).$$

Для исследования сходимости изучить поведение величины

$$\delta^n = \max_{i,j} |T_{ij}^n - T_*(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t)|.$$

в моменты времени $t = 0.1, 0.2, \ldots, 1.0$.

Вариант 8

$$k = \frac{1}{8\pi}, \quad 0 \le t \le 1, \quad T(x,y,0) = \sin 2\pi x \cdot \sin 2\pi y,$$
$$T(0,y,t) = T(1,y,t) = T(x,0,t) = T(x,1,t) = 0.$$

Точное решение:

$$T_*(x,y,t) = e^{-\pi t} \cdot \sin 2\pi x \cdot \sin 2\pi y$$

Реализовать схему *расщепления*

$$\frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^{n}}{\Delta t} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2}, \qquad \Lambda_x T_{ij}^{m} = \frac{T_{i-1,j}^{m} - 2T_{ij}^{m} + T_{i+1,j}^{m}}{\Delta x^2},$$
$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t} = k\Lambda_y T_{ij}^{n+1}, \qquad \Lambda_y T_{ij}^{m} = \frac{T_{i,j-1}^{m} - 2T_{ij}^{m} + T_{i,j+1}^{m}}{\Delta y^2},$$
$$\Delta x = 1/N_x, \qquad \Delta y = 1/N_y, \qquad \Delta t = 1/P.$$

Выполнить расчеты на последовательности сеток

$$P = 10, \qquad N_x = N_y = 5, \qquad (\Delta t = 0.1, \quad \Delta x = \Delta y = 0.2),$$
$$P = 40, \qquad N_x = N_y = 10, \qquad (\Delta t = 0.025, \quad \Delta x = \Delta y = 0.1),$$
$$P = 160, \qquad N_x = N_y = 20, \qquad (\Delta t = 0.00625, \quad \Delta x = \Delta y = 0.05).$$

Для исследования сходимости изучить поведение величины

$$\delta^n = \max_{i,j} |T_{ij}^n - T_*(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t)|.$$

в моменты времени $t = 0.1, 0.2, \ldots, 1.0$.

Вариант 9

$$k = \frac{1}{2\pi}, \quad 0 \le t \le 1, \quad T(x,y,0) = \sin \pi x \cdot \sin \pi y,$$
$$T(0,y,t) = T(1,y,t) = T(x,0,t) = T(x,1,t) = 0.$$

Точное решение:

$$T_*(x,y,t) = e^{-\pi t} \cdot \sin \pi x \cdot \sin \pi y.$$

Реализовать схему *стабилизирующей прогонки*

$$\frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^{n}}{\Delta t/2} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2} + k\Lambda_y T_{ij}^{n}, \qquad \Lambda_x T_{ij}^{m} = \frac{T_{i-1,j}^{m} - 2T_{ij}^{m} + T_{i+1,j}^{m}}{\Delta x^2},$$
$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t/2} = k\Lambda_y \left(T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n}\right), \qquad \Lambda_y T_{ij}^{m} = \frac{T_{i,j-1}^{m} - 2T_{ij}^{m} + T_{i,j+1}^{m}}{\Delta y^2},$$
$$\Delta x = 1/N_x, \qquad \Delta y = 1/N_y, \qquad \Delta t = 1/P.$$

Выполнить расчеты на последовательности сеток

$$P = 10, \qquad N_x = N_y = 5, \qquad (\Delta t = 0.1, \quad \Delta x = \Delta y = 0.2),$$
$$P = 40, \qquad N_x = N_y = 10, \qquad (\Delta t = 0.025, \quad \Delta x = \Delta y = 0.1),$$
$$P = 160, \qquad N_x = N_y = 20, \qquad (\Delta t = 0.00625, \quad \Delta x = \Delta y = 0.05).$$

Для исследования сходимости изучить поведение величины

$$\delta^n = \max_{i,j} |T_{ij}^n - T_*(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t)|.$$

в моменты времени $t = 0.1, 0.2, \ldots, 1.0$.

Вариант 10

$$k = \frac{1}{5\pi}, \quad 0 \le t \le 1, \quad T(x,y,0) = \sin 2\pi x \cdot \sin \pi y,$$
$$T(0,y,t) = T(1,y,t) = T(x,0,t) = T(x,1,t) = 0.$$

Точное решение:

$$T_*(x,y,t) = e^{-\pi t} \cdot \sin 2\pi x \cdot \sin \pi y.$$

Реализовать схему *стабилизирующей прогонки*

$$\frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^{n}}{\Delta t} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2} + k\Lambda_y T_{ij}^{n}, \qquad \Lambda_x T_{ij}^{m} = \frac{T_{i-1,j}^{m} - 2T_{ij}^{m} + T_{i+1,j}^{m}}{\Delta x^2},$$
$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t} = k\Lambda_y \left(T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n}\right), \qquad \Lambda_y T_{ij}^{m} = \frac{T_{i,j-1}^{m} - 2T_{ij}^{m} + T_{i,j+1}^{m}}{\Delta y^2},$$
$$\Delta x = 1/N_x, \qquad \Delta y = 1/N_y, \qquad \Delta t = 1/P.$$

Выполнить расчеты на последовательности сеток

$$P = 10, \qquad N_x = N_y = 5, \qquad (\Delta t = 0.1, \quad \Delta x = \Delta y = 0.2),$$
$$P = 40, \qquad N_x = N_y = 10, \qquad (\Delta t = 0.025, \quad \Delta x = \Delta y = 0.1),$$
$$P = 160, \qquad N_x = N_y = 20, \qquad (\Delta t = 0.00625, \quad \Delta x = \Delta y = 0.05).$$

Для исследования сходимости изучить поведение величины

$$\delta^n = \max_{i,j} |T_{ij}^n - T_*(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t)|.$$

в моменты времени $t = 0.1, 0.2, \ldots, 1.0$.

Вариант 11

$$k = \frac{1}{5\pi}, \quad 0 \le t \le 1, \quad T(x,y,0) = \sin \pi x \cdot \sin 2\pi y,$$
$$T(0,y,t) = T(1,y,t) = T(x,0,t) = T(x,1,t) = 0.$$

Точное решение:

$$T_*(x,y,t) = e^{-\pi t} \cdot \sin \pi x \cdot \sin 2\pi y.$$

Реализовать схему *стабилизирующей прогонки*

$$\frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^{n}}{\Delta t} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2} + k\Lambda_y T_{ij}^{n}, \qquad \Lambda_x T_{ij}^{m} = \frac{T_{i-1,j}^{m} - 2T_{ij}^{m} + T_{i+1,j}^{m}}{\Delta x^2},$$
$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t} = k\Lambda_y \left(T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n}\right), \qquad \Lambda_y T_{ij}^{m} = \frac{T_{i,j-1}^{m} - 2T_{ij}^{m} + T_{i,j+1}^{m}}{\Delta y^2},$$
$$\Delta x = 1/N_x, \qquad \Delta y = 1/N_y, \qquad \Delta t = 1/P.$$

Выполнить расчеты на последовательности сеток

$$P = 10, \qquad N_x = N_y = 5, \qquad (\Delta t = 0.1, \quad \Delta x = \Delta y = 0.2),$$
$$P = 40, \qquad N_x = N_y = 10, \qquad (\Delta t = 0.025, \quad \Delta x = \Delta y = 0.1),$$
$$P = 160, \qquad N_x = N_y = 20, \qquad (\Delta t = 0.00625, \quad \Delta x = \Delta y = 0.05).$$

Для исследования сходимости изучить поведение величины

$$\delta^n = \max_{i,j} |T_{ij}^n - T_*(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t)|.$$

в моменты времени $t = 0.1, 0.2, \ldots, 1.0$.

Вариант 12

$$k = \frac{1}{8\pi}, \quad 0 \le t \le 1, \quad T(x,y,0) = \sin 2\pi x \cdot \sin 2\pi y,$$
$$T(0,y,t) = T(1,y,t) = T(x,0,t) = T(x,1,t) = 0.$$

Точное решение:

$$T_*(x,y,t) = e^{-\pi t} \cdot \sin 2\pi x \cdot \sin 2\pi y.$$

Реализовать схему *стабилизирующей прогонки*

$$\frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^{n}}{\Delta t} = k\Lambda_x T_{ij}^{n+1/2} + k\Lambda_y T_{ij}^{n}, \qquad \Lambda_x T_{ij}^{m} = \frac{T_{i-1,j}^{m} - 2T_{ij}^{m} + T_{i+1,j}^{m}}{\Delta x^2},$$
$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\Delta t} = k\Lambda_y \left(T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n}\right), \qquad \Lambda_y T_{ij}^{m} = \frac{T_{i,j-1}^{m} - 2T_{ij}^{m} + T_{i,j+1}^{m}}{\Delta y^2},$$
$$\Delta x = 1/N_x, \qquad \Delta y = 1/N_y, \qquad \Delta t = 1/P.$$

Выполнить расчеты на последовательности сеток

$$P = 10, \qquad N_x = N_y = 5, \qquad (\Delta t = 0.1, \quad \Delta x = \Delta y = 0.2),$$
$$P = 40, \qquad N_x = N_y = 10, \qquad (\Delta t = 0.025, \quad \Delta x = \Delta y = 0.1),$$
$$P = 160, \qquad N_x = N_y = 20, \qquad (\Delta t = 0.00625, \quad \Delta x = \Delta y = 0.05).$$

Для исследования сходимости изучить поведение величины

$$\delta^n = \max_{i,j} |T_{ij}^n - T_*(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t)|.$$

в моменты времени $t = 0.1, 0.2, \ldots, 1.0$.