

Lecture 4

Application of SVD

1. Matrix Approximation

economy SVD: 大型矩阵快速奇异值分解

```
X = svd(A, 'econ');
```

当分解后的某个 σ_m 的值很小，我们可以从某个特征值开始截断，也就是把后面项删掉，达到压缩图片的效果

(可以理解为去掉重要性较小的特征)

这种奇异值分解叫做**truncated SVD**。

Cauculation of $U \Sigma V$

$X^T X$ 是一个方阵，利用上节课中奇异值分解与对角分解的关系，可以求出三个矩阵（对角分解的结果）。

SVD And Pseudo-inverse

在现实问题中，系数矩阵 A 通常不是一个方阵（比如线性回归问题）。

over - determined system unlikely to have solution

under - determined system likely infinity solution

如果我们一定要求出 x ，那么可以一致求逆，得到估计值：

$x \approx V \Sigma^{-1} U^T b$ ，叫做伪逆（pseudo inverse）。

- 如果原方程无解，我们可以用伪逆得出一个解，这个结果和最小二乘法得出的结果 $\min ||Ax - b||_2$ 的结果相同
- 如果有无穷多个解，那么得到解 $x \approx A^\dagger b$

在matlab中使用最小二乘法（需要安装装插件Statistics and Machine Learning Toolbox）：

```
x = regress(b,a);
```

PCA(Principal Component Analysis) (主成分分析)

Dimensionality reduction