

Funcionamiento de los algoritmos de evaluación del factor de balance y rotaciones en árboles AVL

Los árboles AVL son estructuras de datos auto balanceadas cuyo objetivo principal es mantener la eficiencia en operaciones de búsqueda, inserción y eliminación. Para lograrlo, cada nodo almacena un factor de balance, el cual indica si el árbol se mantiene equilibrado. Cuando un desbalance ocurre, se aplican las rotaciones, que reorganizan los nodos manteniendo el orden de un árbol binario de búsqueda.

Factor de Balance(FB)

El factor de balance de un nodo se define como la diferencia entre la altura del subárbol izquierdo y la altura del subárbol derecho:

$$FB = \text{altura(izquierdo)} - \text{altura(derecho)}$$

Un árbol AVL cumple que para cualquier nodo:

$$FB \in \{-1, 0, 1\}$$

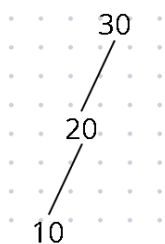
Cuando el valor se sale de ese rango, el árbol está desbalanceado.

Cómo se calcula el factor de balance

Para cada nodo:

1. Se obtiene la altura del subárbol izquierdo.
2. Se obtiene la altura del subárbol derecho.
3. Se resta una altura de la otra.
4. Se verifica si está dentro del rango permitido.

Ejemplo gráfico del cálculo del Factor de Balance



Alturas:

- 10 = Altura 1
- 20 = Altura 2
- 30 = Altura 3

Cálculo del Factor de Balance:

- $FB(10) = 0 \rightarrow$ No tiene hijos
- $FB(20) = 1 \rightarrow$ izq = 1, der = 0
- $FB(30) = 2 \rightarrow$ izq = 2, der = 0 \rightarrow Nodo desbalanceado

Esto genera un caso Izquierda-Izquierda, por lo que se hace una rotación simple a la derecha.

Rotaciones en Árboles AVL

Cuando el FB de un nodo es menor que -1 o mayor que +1, se hace una rotación.

Existen cuatro tipos de rotaciones:

1. Rotación simple a la derecha (LL)
2. Rotación simple a la izquierda (RR)
3. Rotación doble izquierda-derecha (LR)
4. Rotación doble derecha-izquierda (RL)

Rotación simple a la derecha (LL)

Se usa cuando:

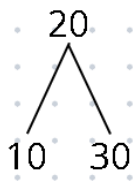
- El nodo está desbalanceado hacia la izquierda.
- El hijo izquierdo también está cargado hacia la izquierda.

Ejemplo gráfico

Antes: con LL



Rotación:



El árbol está balanceado.

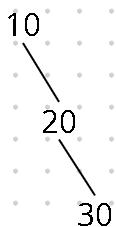
Rotación simple a la izquierda (RR)

Casos en los que se usa

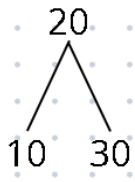
- El nodo está desbalanceado hacia la derecha.
- Su hijo derecho también está cargado hacia la derecha.

Ejemplo gráfico

Antes:



Después de la rotación:



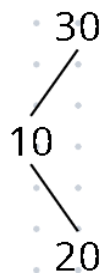
Rotación doble izquierda–derecha (LR)

Pasa cuando:

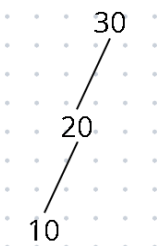
- El nodo está cargado hacia la izquierda.
- Su hijo izquierdo está cargado hacia la derecha.

Ejemplo gráfico

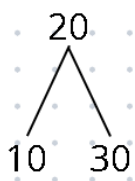
Antes:



Paso 1: Rotación simple a la izquierda en el hijo izquierdo (10):



Paso 2: Rotación simple a la derecha en el nodo desbalanceado (30):



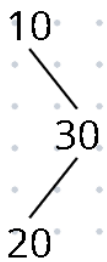
Rotación doble derecha-izquierda (RL)

Pasa cuando:

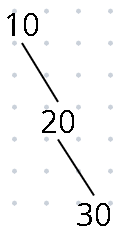
- El nodo está cargado hacia la derecha.
- Su hijo derecho está cargado hacia la izquierda.

Ejemplo gráfico

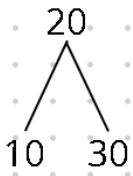
Antes:



Paso 1: Rotación simple a la derecha en el hijo derecho (30):



Paso 2: Rotación simple a la izquierda en el nodo desbalanceado (10):



Aplicaciones de los árboles AVL

Los árboles AVL se utilizan en contextos donde se requiere acceso y manipulación de datos rápidos y consistentes.

Se usan en:

- Índices de bases de datos: asegura búsquedas rápidas incluso en el peor caso.
- Sistemas de archivos: organización eficiente de carpetas.
- Motores de búsqueda internos: búsqueda de claves y palabras.
- Compiladores: manejo de la tabla de símbolos.
- Simulaciones y videojuegos: manejo dinámico de objetos en memoria.
- Sistemas operativos: administración de procesos y recursos.

Por qué son adecuados para estas aplicaciones?

- Mantienen un equilibrio estricto.
- Sus operaciones siempre son $O(\log n)$.
- No permiten que el árbol se degrade.
- Son predecibles y estables.