

Подп. и дата	Инв. дубл.	Взам. инв.	Подп. и дата										
				Студент гр. 8871 Преподаватель Санкт-Петербург 2019 Лоскутов Д.А. Прокшин А.Н.									
Инв. подл.	Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата				Лит.	Лист	Листов		
	Разраб.									1	24		
	Пров.												
	Н. контр.												
	Утв.												

## Содержание

1.	Цель и тема курсовой работы	3
2.	Задание на курсовую работу	4
3.	Введение	5
4.	Исследование функции	6
5.	Исследование кубического сплайна	13
6.	Задача оптимального распределения неоднородных ресурсов	19
7.	Выводы	23
8.	Список литературы	24

ссылка на сайт <https://github.com/DizZzelll>

Инв. подл.	Подп. и дата	Взам. инв.	Инв. дубл.	Подп. и дата						Лист
										2
Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата						

1. Цель и тема курсовой работы

Целью курсовой работы: является применение навыков использования ПЭВМ и математических пакетов прикладных программ в инженерной деятельности.

Тема курсовой работы: решение математических задач с использованием математического пакета «SciLab» и системы компьютерной алгебры «Reduce».

Инв. подл.	Подп. и дата	Взам. инв.	Инв. дубл.	Подп. и дата					
Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата					Лист
									3

## 2. Задания на курсовую работу

1. Даны функции  $f(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x)$ ,  $g(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$

а) Решить уравнение  $f(x)=g(x)$ .

б) Исследовать функцию  $h(x)=f(x)-g(x)$  на промежутке  $[0; \frac{5\pi}{6}]$

2. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$$V_x = [0, 0.75, 1.6, 2.375, 3.75] \quad V_y = [5, 4.8, 5.7, 5.5, 5.0]$$

Построить на графике функции  $f(x)$ , полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных различными методами с использованием встроенных функций  $\text{splin}(x,y, \text{"natural"})$ ,  $\text{splin}(x,y, \text{"clamped"})$ ,  $\text{splin}(x,y, \text{"not\_a\_knot"})$ ,  $\text{splin}(x,y, \text{"fast"})$ ,  $\text{splin}(x,y, \text{"monotone"})$ ,  $\text{interp}(xx,x,y,d)$

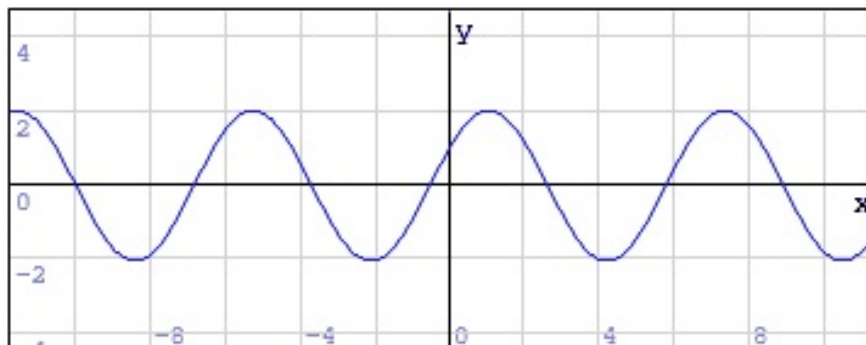
3. Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется  $m$  видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах  $a_i$ . Требуется произвести продукцию  $n$  видов. Дана технологическая норма  $c_{ij}$  требления отдельного  $i$ -го вида сырья для изготовления единицы продукции каждого  $j$ -го вида. Известна прибыль  $\pi_j$  получаема от выпуска единицы продукции  $j$ -го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Исходные ресурсы, $a_i$	Исходные изделия				Наличие ресурсов, $a_i$
	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	
Песок	2	4	1	6	14
Щебень	4	4	4	2	8
Цемент	8	6	3	8	32
Прибыль, $\pi_j$	45	55	35	20	

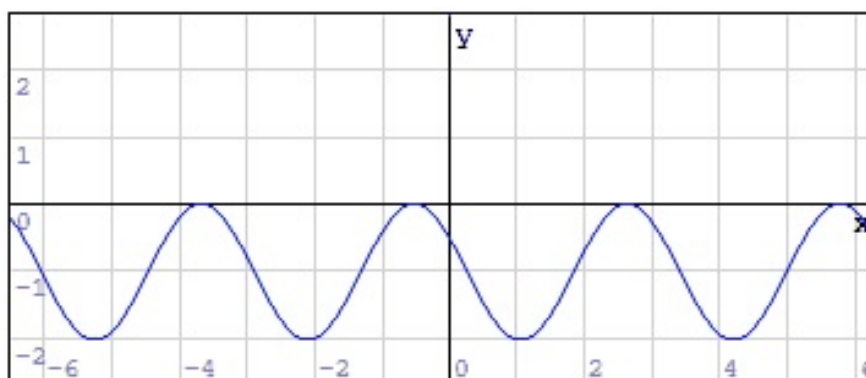
Инв. подл.	Подп. и дата	Взам. инв.	Инв. дубл.	Подп. и дата						Лист
										4
					Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата	

3. Введение: Использование пакетов прикладных программ на ПВЭМ позволяет решать различные математические задачи, имеющих ярко выраженный прикладной характер

Инв. подл.	Подп. и дата	Взам. инв.	Инв. дубл.	Подп. и дата					
Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата					
					Лист				
					5				

$$f(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x)$$


$$g(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$$



а) Решить уравнение  $f(x)=g(x)$ .

б) Исследовать функцию  $h(x)=f(x)-g(x)$  на промежутке  $[0; \frac{5\pi}{6}]$

Решение уравнения.

в) найти корни уравнения:

$$h(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x) - \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$$



$$x_3 = \frac{8}{6} * \pi + 2n\pi, n \in Z$$

$$x_4 = -\frac{4}{6} * \pi + 2n\pi, n \in Z$$

Периодические решения для  $x_3$  и  $x_4$  совпадают (возьмем любое), периодическое решение для  $x_2$  запишем в виде:

$$x_2 = \frac{11}{6} * \pi + 2n\pi, n \in Z$$

[illegible]



б) Исследуем функцию  $h(x) = f(x) - g(x)$  на промежутке  $[0; \frac{5\pi}{6}]$

При решении нелинейных уравнений в «SciLab» с помощью стандартных функций получаем только численные решения, для нахождения аналитического будем использовать систему компьютерной алгебры «Reduce».

## Отыскание численного решения.

Для нахождения численного решения воспользуемся стандартной функцией «SciLab» `fsolve`.

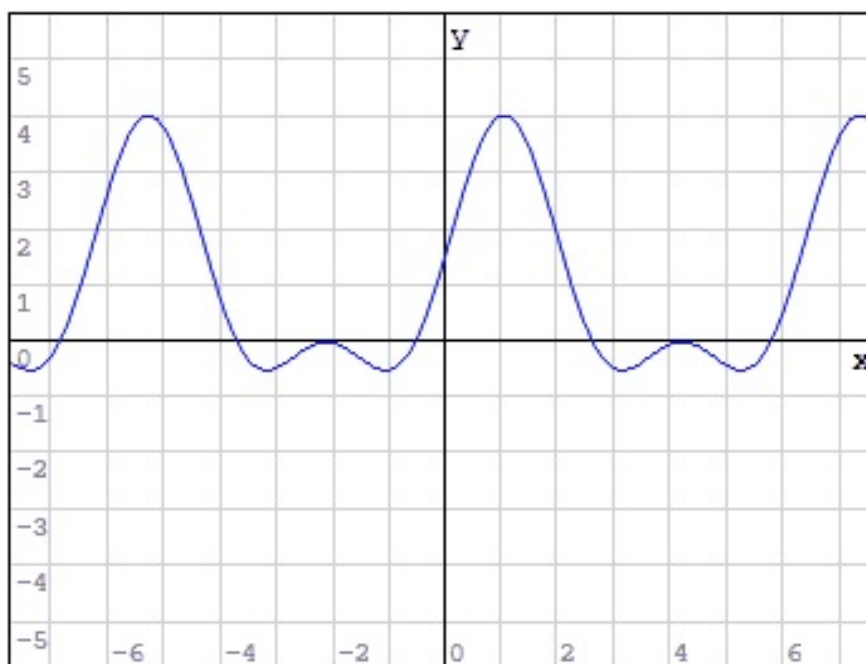
Для отыскания начальных точек построим график функции  $h(x)$ :

function  $y=h(x)$

$$y = \sqrt{3} \sin(x) + \cos(x) - \cos(2x + \pi/3) + 1$$

endfunction

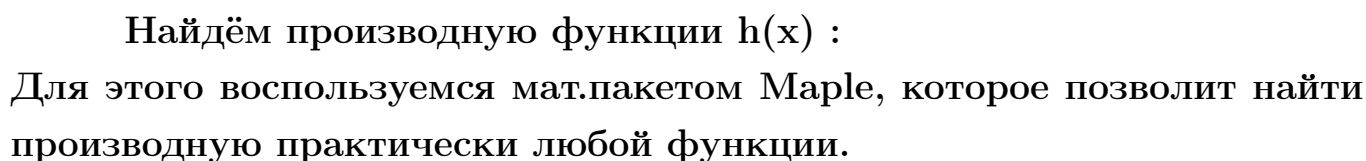
```
plot(0:0.01:2*pi,h)
```



Инв. подл.	Подп. и дата	Взам. инв.	Инв. дубл.	Подп. и дата

						Лист
						9
Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата		

Инв. подл.	Подп. и дата	Взам. инв.	Инв. дубл.	Подп. и дата



Найдем точки, которые лежат в диапазоне от  $[0; 5\pi/6]$

```

:= solve(2*cos(x+pi/6)*(1+sin(x+pi/6))+2*sin(x+pi/6)*cos(x+pi/6),x);

$$\left\{ x = \frac{\pi(6 \operatorname{arbit}(4) - 1)}{3}, x = \pi(2 \operatorname{arbit}(4) + 1), x = \frac{\pi(6 \operatorname{arbit}(3) + 1)}{3}, x = \frac{2\pi(3 \operatorname{arbit}(3) - 1)}{3} \right\}$$


```

подставим значение  $x$  в уравнение  $h(x)$  :

```

pi := 3,1415
x :=  $\frac{pi}{3}$ 
h(x) :=  $2 \cdot \sin\left(x + \frac{pi}{6}\right) \cdot \left(1 + \sin\left(x + \frac{pi}{6}\right)\right)$ 
h(x) = 4

```

Рассмотрим значения функции на концах отрезка  $[0; 5\pi/6]$ :

```
pi := 3,1415
h(x) := 2 * sin(x + pi/6) * (1 + sin(x + pi/6))

x := 0
h(x) = 1,4999
x := 5*pi/6
h(x) = 0,0002
```

Где  $x=3/2$  - точка глобального максимума, а  $x=0$  - точка глобального минимума.

найдем 2 производную  $h(x)$ :

$$\begin{aligned} & -2 * \sin(x + \pi/6) * (1 + \sin(x + \pi/6)) + 2 * \cos(x + \pi/6) * 2 * \cos(x + \pi/6) \\ & -2 * \cos^2(x + \pi/6) - 2 * \sin^2(x + \pi/6) - 2 * \sin(x + \pi/6) \\ & 2 - 2 * \sin^2(x + \pi/6) - 2 * \sin^2(x + \pi/6) - 2 * \sin(x + \pi/6) \\ & 2 - 4 * \sin^2(x + \pi/6) - 2 * \sin(x + \pi/6) = 0 \end{aligned}$$

решим квадратное уравнение:

$$2 - 4a^2 - 2a = 0$$

$$2a^2 + a - 1 = 0$$

$$a_1 = -1$$

$$a_2 = 1/2$$

а)

$$\sin(x + \pi/6) = -1$$

$$x + \pi/6 = -\pi/2 + 2\pi K$$

$$x = -2 * \pi/3 + 2\pi K$$

$$x = 4 * \pi/3 - \text{ не лежит на отрезке } [0; 5\pi/6]$$

б)  $\sin(x + \pi/6) = 1/2$   $x + \pi/6 = \pi/6 + \pi k$   $x = 2\pi K$  -получается значения  $x=2\pi/3$  и  $x=0$ , но  $x=0$ , это не внутренняя точка

Следовательно точка перегиба функции  $x=2\pi/3$

1) Возрастает на  $(0, \frac{\pi}{3})$

2) Убывает на  $(\frac{\pi}{3}, 5\frac{\pi}{6})$

3) Имеет глобальный максимум в точке  $x = 0$

4) Имеет глобальный минимум в точке  $x = 5\frac{\pi}{6}$

5) Точки перегиба  $x=2\pi/3$

6) Выпукла вверх при  $0, \frac{2*\pi}{3})$

7) Выпукла вниз при  $\frac{2*\pi}{3}, (5 * \pi)/6)$

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата		
Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата	12	

Изм.	Лист	докум.	Подп.	Дата
------	------	--------	-------	------

5. Исследование кубического сплайна.

Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$V_x = [0, 0.75, 1.6, 2.375, 3.75]$   $V_y = [5, 4.8, 5.7, 5.5, 5]$

Построить на графике функции  $f(x)$ , полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Оценить погрешность интерполяции в точке  $x=2.4$  Вычислить значение функции в точке  $x=1.4$

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных.

Инв. подл.	Подп. и дата		Инв. дубл.		Взам. инв.		Подп. и дата	
		Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата		
								Лист
								13

## Нахождение коэффициентов кубического сплайна.

Найдем уравнение сплайна проходящего через пять точек  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), (x_5, y_5)$ . Для того чтобы потенциальная энергия изогнутой металлической линейки (сплайна) принимала минимальное значение, производная четвертого порядка должна быть равна нулю, представим сплайн полиномом третьей степени на каждом отрезке  $[x_i, x_{i+1}]$

$$F_i(x) = A_{i0} + A_{i1}x + A_{i2}x^2 + A_{i3}x^3, x \in [x_i, x_{i+1}]$$

Найдем коэффициенты  $A_{ij}$  исходя из того, что в точках склейки функция не имеет разрывов, изломов и изгиб ее слева и справа совпадает. На каждом из отрезков  $[x_i, x_{i+1}]$  график  $F_i(x)$  проходит через точки  $y_i, y_{i+1}$  или  $F_i(x_i) = y_i, F_i(x_{i+1}) = y_{i+1}$ . Записывая равенства через коэффициенты  $A_{ij}$  :  $y_i = A_{i0} + A_{i1}x_i + A_{i2}x_i^2 + A_{i3}x_i^3$

Составляем 8 уравнений, два на каждый участок кривой.

$$y_1 := A_{10} + A_{11} \cdot x_1 + A_{12} \cdot x_1^2 + A_{13} \cdot x_1^3$$

$$y_2 := A_{10} + A_{11} \cdot x_2 + A_{12} \cdot x_2^2 + A_{13} \cdot x_2^3$$

$$y_2 := A_{20} + A_{21} \cdot x_2 + A_{22} \cdot x_2^2 + A_{23} \cdot x_2^3$$

$$y_3 := A_{20} + A_{21} \cdot x_3 + A_{22} \cdot x_3^2 + A_{23} \cdot x_3^3$$

$$y_3 := A_{30} + A_{31} \cdot x_3 + A_{32} \cdot x_3^2 + A_{33} \cdot x_3^3$$

$$y_4 := A_{30} + A_{31} \cdot x_4 + A_{32} \cdot x_4^2 + A_{33} \cdot x_4^3$$

$$y_4 := A_{40} + A_{41} \cdot x_4 + A_{42} \cdot x_4^2 + A_{43} \cdot x_4^3$$

$$y_5 := A_{40} + A_{41} \cdot x_5 + A_{42} \cdot x_5^2 + A_{43} \cdot x_5^3$$

Инв. подл.	Подп. и дата			
	Инв. дубл.			
	Взам. инв.			
	Подп. и дата			
$y2 := A_{10} + A_{11} \cdot X2 + A_{12} \cdot X2^2 + A_{13} \cdot X2^3$				
$y2 := A_{20} + A_{21} \cdot X2 + A_{22} \cdot X2^2 + A_{23} \cdot X2^3$				
$y3 := A_{20} + A_{21} \cdot X3 + A_{22} \cdot X3^2 + A_{23} \cdot X3^3$				
$y3 := A_{30} + A_{31} \cdot X3 + A_{32} \cdot X3^2 + A_{33} \cdot X3^3$				
$y4 := A_{30} + A_{31} \cdot X4 + A_{32} \cdot X4^2 + A_{33} \cdot X4^3$				
$y4 := A_{40} + A_{41} \cdot X4 + A_{42} \cdot X4^2 + A_{43} \cdot X4^3$				
$y5 := A_{40} + A_{41} \cdot X5 + A_{42} \cdot X5^2 + A_{43} \cdot X5^3$				

При избежании излома сплайна, добавляем три уравнения с производными первого порядка.

$$\begin{aligned} A_{11} + 2 \cdot A_{12} \cdot X_2 + 3 \cdot A_{13} \cdot X_2^2 &:= A_{21} + 2 \cdot A_{22} \cdot X_2 + 3 \cdot A_{23} \cdot X_2^2 \\ A_{21} + 2 \cdot A_{22} \cdot X_3 + 3 \cdot A_{23} \cdot X_3^2 &:= A_{31} + 2 \cdot A_{32} \cdot X_3 + 3 \cdot A_{33} \cdot X_3^2 \\ A_{31} + 2 \cdot A_{32} \cdot X_4 + 3 \cdot A_{33} \cdot X_3^2 &:= A_{41} + 2 \cdot A_{42} \cdot X_4 + 3 \cdot A_{43} \cdot X_4^2 \end{aligned}$$

Для получения изгиба с каждой стороны добавляем три уравнения с производными второго порядка.

$$\begin{aligned} 2 \cdot A_{12} + 6 \cdot A_{13} \cdot X_2 &:= 2 \cdot A_{22} + 6 \cdot A_{23} \cdot X_2 \\ 2 \cdot A_{22} + 6 \cdot A_{23} \cdot X_3 &:= 2 \cdot A_{32} + 6 \cdot A_{33} \cdot X_3 \\ 2 \cdot A_{32} + 6 \cdot A_{33} \cdot X_4 &:= 2 \cdot A_{42} + 6 \cdot A_{43} \cdot X_4 \end{aligned}$$

Уравнения отвечающие за положение концов сплайна представлены свободно.

$$\begin{aligned} 2 \cdot A_{12} + 6 \cdot A_{13} \cdot X_1 &:= 0 \\ 2 \cdot A_{42} + 6 \cdot A_{43} \cdot X_5 &:= -0 \end{aligned}$$

Инв. подл.	Подп. и дата				Инв. дубл.	Подп. и дата				Взам. инв.	Подп. и дата				Инв. подл.	Подп. и дата				$2 \cdot A_{12} + 6 \cdot A_{13} \cdot X_1 := 0$ $2 \cdot A_{42} + 6 \cdot A_{43} \cdot X_5 := -0$
																	Лист			
																	15			

Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата
-----	------	--------	-------	------

$$\begin{bmatrix} 1 & X1 & X1^2 & X1^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & X2 & X2^2 & X2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \cdot X2 & 3 \cdot X2^2 & 0 & -1 & -2 \cdot X2 & -3 \cdot X2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X2 & 0 & 0 & -2 & -6 \cdot X2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X2 & X2^2 & X2^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X3 & X3^2 & X3^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \cdot X3 & 3 \cdot X3^2 & 0 & -1 & -2 \cdot X3 & -3 \cdot X3^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X3 & 0 & 0 & -2 & -6 \cdot X3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X3 & X3^2 & X3^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X4 & X4^2 & X4^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \cdot X4 & 3 \cdot X4^2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & X5 & X5^2 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \cdot X5 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} Y1 \\ Y2 \\ 0 \\ 0 \\ Y2 \\ Y3 \\ 0 \\ 0 \\ Y3 \\ Y4 \\ 0 \\ 0 \\ Y4 \\ Y5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -0,6913 \\ 0 \\ 0,7549 \\ 5,8834 \\ -4,2247 \\ 4,7112 \\ -1,339 \\ -3,0394 \\ 12,5054 \\ -5,7451 \\ 0,8394 \\ 8,9709 \\ -2,6654 \\ 0,6426 \\ -0,0571 \end{bmatrix}$$
$$\begin{aligned} F1 &:= 0,7549 \cdot x^3 + 0 - 0,6913 \cdot x + 5 \\ F2 &:= -1,339 \cdot x^3 + 4,7112 \cdot x^2 - 4,2247 \cdot x + 5,8834 \\ F3 &:= 0,8394 \cdot x^3 - 5,7451 \cdot x^2 + 12,5054 \cdot x - 3,0394 \\ F4 &:= -0,0571 \cdot x^3 + 0,6426 \cdot x^2 - 2,6654 \cdot x + 8,9709 \end{aligned}$$

Инв. подл.	Подп. и дата	Взам. инв.	Инв. дубл.	Подп. и дата
$F1 := 0,7549 \cdot x^3 + 0 - 0,6913 \cdot x + 5$ $F2 := -1,339 \cdot x^3 + 4,7112 \cdot x^2 - 4,2247 \cdot x + 5,8834$ $F3 := 0,8394 \cdot x^3 - 5,7451 \cdot x^2 + 12,5054 \cdot x - 3,0394$ $F4 := -0,0571 \cdot x^3 + 0,6426 \cdot x^2 - 2,6654 \cdot x + 8,9709$				
Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата
				Лист
				16



## Оценка погрешности интерполяции эрмитовыми кубическими сплайнами

Для нахождения погрешности нам нужно получить четвертую производную функции и подставить ее в формулу:

$$V_x := \begin{bmatrix} 0 \\ 0,75 \\ 1,6 \\ 2,375 \\ 3,75 \end{bmatrix} \quad V_y := \begin{bmatrix} 5 \\ 4,8 \\ 5,7 \\ 5,5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$X1 := 0$	$Y1 := 5$
$X2 := 0,75$	$Y2 := 4,8$
$X3 := 1,6$	$Y3 := 5,7$
$X4 := 2,375$	$Y4 := 5,5$
$X5 := 3,75$	$Y5 := 5$

производная первого порядка

$$f'1 := \frac{Y2 - Y1}{X2 - X1} = -0,2667$$

$$f'2 := \frac{Y3 - Y2}{X3 - X2} = 1,0588$$

$$f'3 := \frac{Y4 - Y3}{X4 - X3} = -0,2581$$

$$f'4 := \frac{Y5 - Y4}{X5 - X4} = -0,3636$$

производная второго порядка

$$f'''_1 := \frac{f'_2 - f'_1}{X_3 - X_1} = 0,8284$$

$$f''_2 := \frac{f'_3 - f'_2}{x_4 - x_2} = -0,8104$$

$$f'''_3 := \frac{f'_4 - f'_3}{x_5 - x_3} = -0,0491$$

производная третьего порядка

$$f''''1 := \frac{f'''2 - f'''1}{x4 - x1} = -0,69$$

$$f'''_2 := \frac{f'''_3 - f'''_2}{x_5 - x_2} = \frac{2466976}{9721569}$$

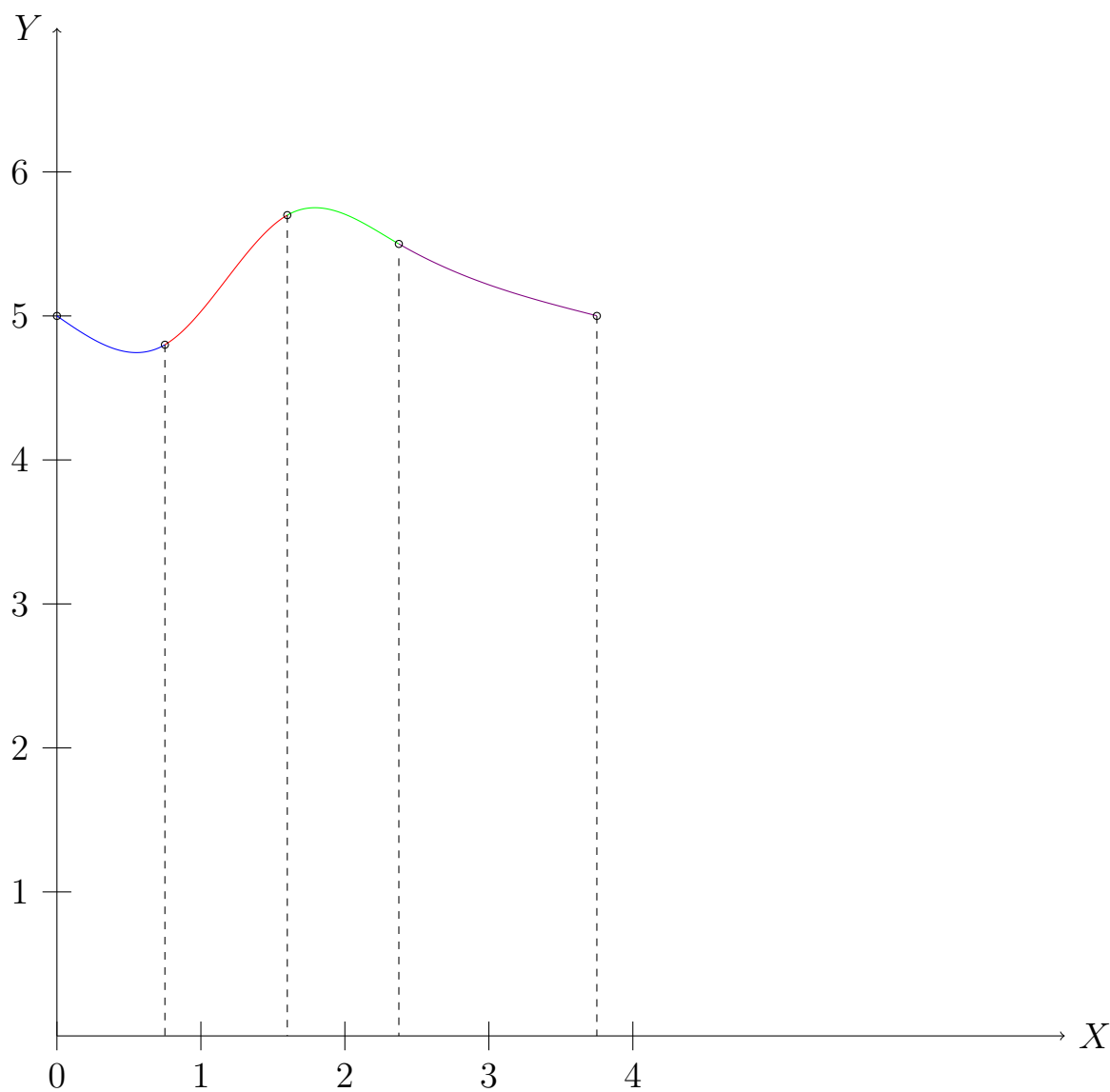
подстановка производной четвертого порядка в уравнение

$$P := \frac{1}{384} \cdot (2-1, 6)^4 \cdot |f''''1| = 1,6779 \cdot 10^{-5}$$

производная четвертого порядка

$$f''''1 := \frac{f''''2 - f''''1}{x5 - x1} = 0,2517$$

построение кубического сплайна.



$V_x = [0, 0.75, 1.6, 2.375, 3.75]$   $V_y = [5, 4.8, 5.7, 5.5, 5]$

Погрешность в точке  $X=2.4$  не превышает 0.0000016779

Значение в точке  $x=1.4$  : 5.525

Инов. подл.	Подп. и дата
Взам. инв.	Инов. дубл.
Подп. и дата	
Инов. подл.	

Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата		Лист
						18

Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется  $m$  видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах  $a_i$ . Требуется произвести продукцию  $n$  видов. Дана технологическая норма  $c_{ij}$  трения отдельного  $i$ -го вида сырья для изготовления единицы продукции каждого  $j$ -го вида. Известна прибыль  $\pi_j$  получаема от выпуска единицы продукции  $j$ -го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

**Исходные данные:**

Используемые ресурсы, $a_i$	Изготавливаемые изделия				Наличие ресурсов, $a_i$
	$И_1$	$И_2$	$И_3$	$И_4$	
Песок	2	4	1	6	14
Щебень	4	4	4	5	8
Цемент	8	6	8	8	35
Питбуль. П.	45	55	35	20	

Так как данная задача является целочисленной задачей линейного программирования (ILP), стандартная функция мат. пакета «SciLab» для решения задач линейного программирования `karmarkar` не даст верного решения, если оптимальное решение для соответствующей задачи без целочисленного ограничения не является целочисленным или «близким» к нему.

Для решения задачи воспользуемся средой программирования `pascalABC.net`

### Листинг кода:

```

program task3;
var i1, i2, i3, i4 : array[1..4] of integer;
k1, k2, k3, k4, max, i, j, t, m, f : integer;
begin

```

```

    max := 0;

```

```

    i1[1] := 2;

```

```

    i1[2] := 4;

```

```

    i1[3] := 8;

```

```

    i1[4] := 45;

```

```

    i2[1] := 4;

```

```

    i2[2] := 4;

```

```

    i2[3] := 6;

```

```

    i2[4] := 55;

```

```

    i3[1] := 1;

```

```

    i3[2] := 4;

```

```

    i3[3] := 8;

```

```

    i3[4] := 35;

```

```

    i4[1] := 6;

```

```

    i4[2] := 5;

```

Инов. подл.	Подп. и дата	Взам. инв.	Инв. дубл.	Подп. и дата						Лист						
										20						
Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата												

i4[3] := 8;

i4[4] := 20;

t := 14;

m := 8;

f := 35;

for i := 0 to 4 do

for j := 0 to 4 do

if (((t - i1[1]\*j - i2[1]\*j-i3[1]\*j-i4[1]\*j) >= 0) and ((m - i1[2]\*i - i2[2]\*j-i3[2]\*j-i4[2]\*j) >= 0) and ((f - i1[3]\*i - i2[3]\*j-i3[3]\*j-i4[3]\*j) >= 0)) then

if ((i1[4]\*i + i2[4]\*j+i3[4]\*j+i4[4]\*j) > max) then

begin

max := i1[4]\*i + i2[4]\*j+i3[4]\*j+i4[4]\*j;

k3 := k1;

k4 := k2;

k1 := i;

k2 := j;

end;

write(max, ' ', k1, ' ', k2, ' ', k3, ' ', k4);

Подп. и дата		<div>if ((i1[4]*i + i2[4]*j+i3[4]*j+i4[4]*j) &gt; max) then</div> <div>begin</div> <div>max := i1[4]*i + i2[4]*j+i3[4]*j+i4[4]*j;</div> <div>k3 := k1;</div> <div>k4 := k2;</div> <div>k1 := i;</div> <div>k2 := j;</div> <div>end;</div> <div>write(max, ' ', k1, ' ', k2, ' ', k3, ' ', k4);</div>					
Инв. дубл.							
Взам. инв.							
Подп. и дата							
Инв. подл.							
Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата			Лист
							21

end.

Ответ программы: 90 2 0 1 0

Таким образом для достижения максимальной прибыли в 90 условных единиц предприятию необходимо произвести две единицы изделия №1 и одну единицу изделия №3.

Инв. подл.						Подп. и дата	Взам. инв.	Инв. дубл.	Подп. и дата	
Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата						Лист
										22

7. Выводы

Ознакомился с математическими пакетами "scilab"и "reduce". Научился применять полученные навыки при работе с ними. Полученные знания были использованы для решения задач: нахождения нулей функции, её аналитического исследования, интерполяции кубическими сплайнами функции от одной переменной, целочисленного линейного программирования.

Инв. подл.	Подп. и дата	Взам. инв.	Инв. дубл.	Подп. и дата					
Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата					
					Лист				
					23				

## 8. Список литературы

1. Reduce. User's manual

2. Introduction in SciLab

3. Optimization in SciLab

4.Ю.С. Завьялов. Методы сплайн-функций. М.Наука, 1980.

5.Introduction in SciLab

6.<http://www.nsc.ru/win/docs/TeX/Tobias/lshort2e.html>7.<http://lpsolve.sourceforge.net/5.1/Scilab.htm>

8.smath studio user's manual

9.pascalABC.net user's manual

Инв. подл.	Подп. и дата	Взам. инв.	Инв. дубл.	Подп. и дата				
Изм	Лист	докум.	Подп.	Дата				
					Лист			
					24			