

Отчет по лабораторной работе №5

Модель хищник-жертва - вариант 46

Таубер Кирилл НПИбд-02-19

Содержание

Цель работы

Изучить модель хищник-жертва

Задание

1. Построить график зависимости x от y и графики функций $x(t)$, $y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

Выполнение лабораторной работы

Теоретические сведения

В данной лабораторной работе рассматривается математическая модель системы «Хищник-жертва».

Рассмотрим базисные компоненты системы. Пусть система имеет X хищников и Y жертв. И пусть для этой системы выполняются следующие предположения: (Модель Лотки-Вольтерра) 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -ax(t) + by(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = cy(t) - dx(t)x(t) \end{cases}$$

Параметр a определяет коэффициент смертности хищников, b – коэффициент естественного прироста хищников, c – коэффициент прироста жертв и d – коэффициент смертности жертв

В зависимости от этих параметров система и будет изменяться. Однако следует выделить одно важное состояние системы, при котором не происходит никаких изменений как со стороны хищников, так и со стороны жертв. Это, так называемое, стационарное состояние системы. При нем, как уже было отмечено, изменение численности популяции равно нулю. Следовательно, при отсутствии изменений в системе $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$

Пусть по условию есть хотя бы один хищник и хотя бы одна жертва: $x > 0, y > 0$ Тогда стационарное состояние системы определяется следующим образом:

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

Задача

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.25x(t) + 0.05y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.6y(t) - 0.061y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 13, y_0 = 27$ Найдите стационарное состояние системы

```
model lab5_46
  parameter Real a = 0.25;
  parameter Real b = 0.05;
  parameter Real c = 0.6;
  parameter Real d = 0.061;

  Real x(start = 13);
  Real y(start = 27);
  //стационарные значения
  //Real x(start = 0.5);
  //Real y(start = 9.8360656);

equation

  der(x) = -a*x + b*x*y;
  der(y) = c*y - d*x*y;

annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 500, Tolerance=1e-06), Interval
= 0.05);

end lab5_46;
```

График численности хищников от времени

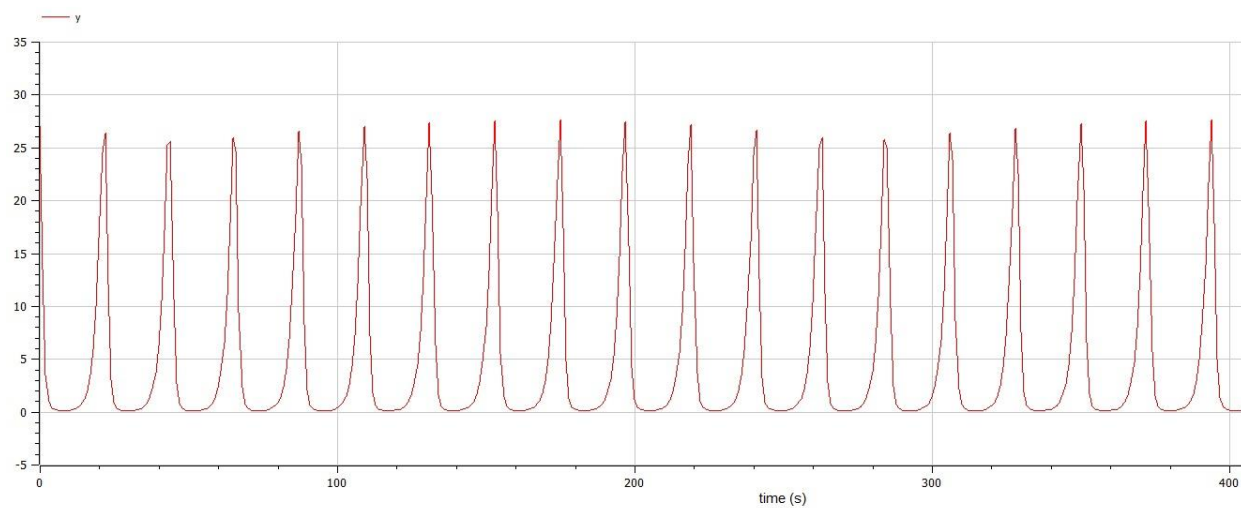


График численности жертв от времени

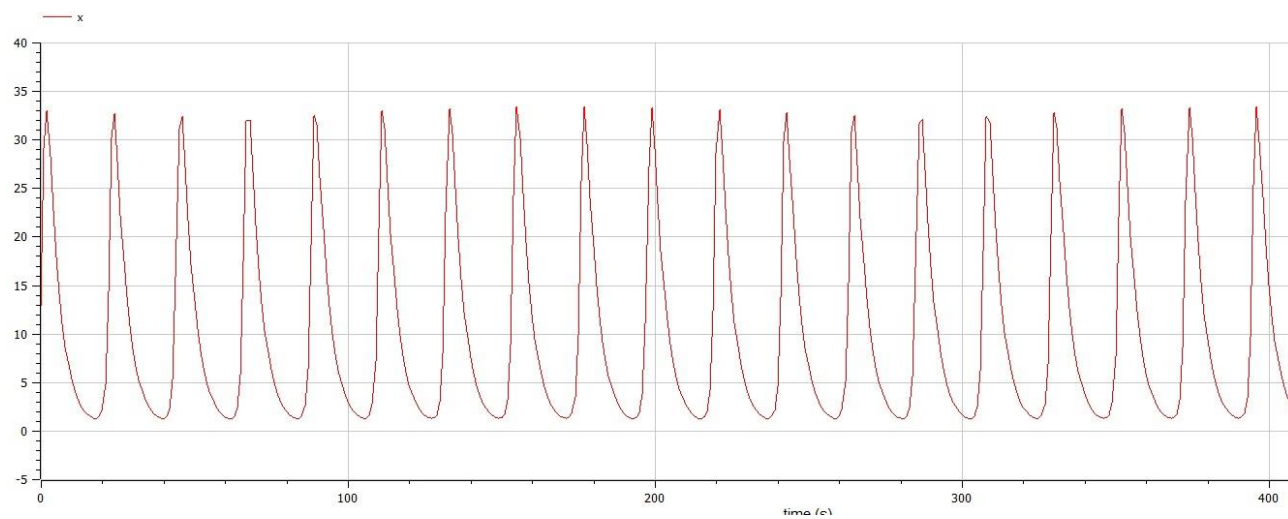


График численности жертв и хищников от времени

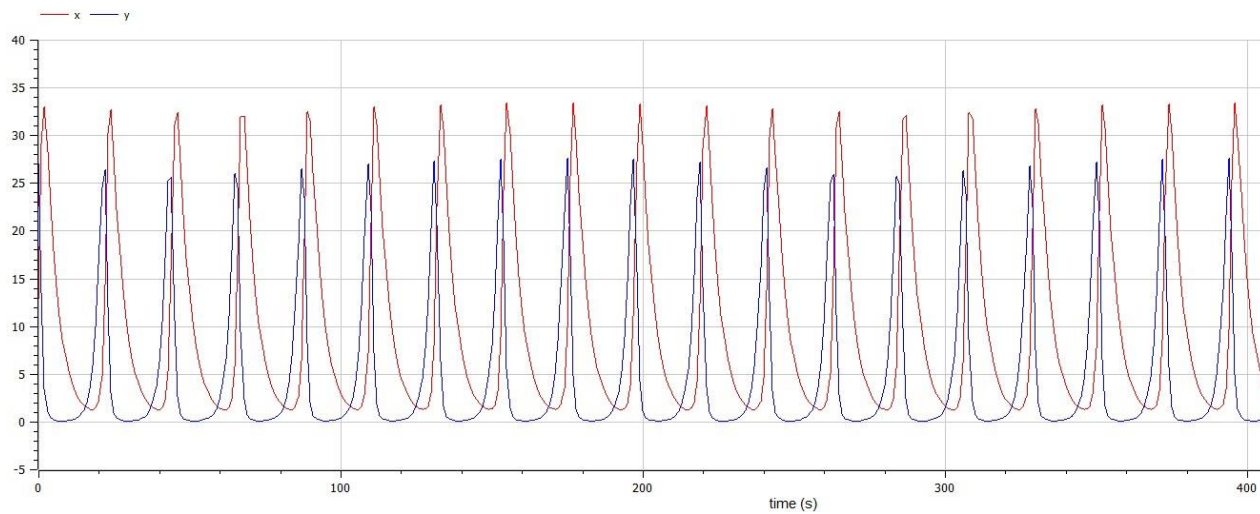
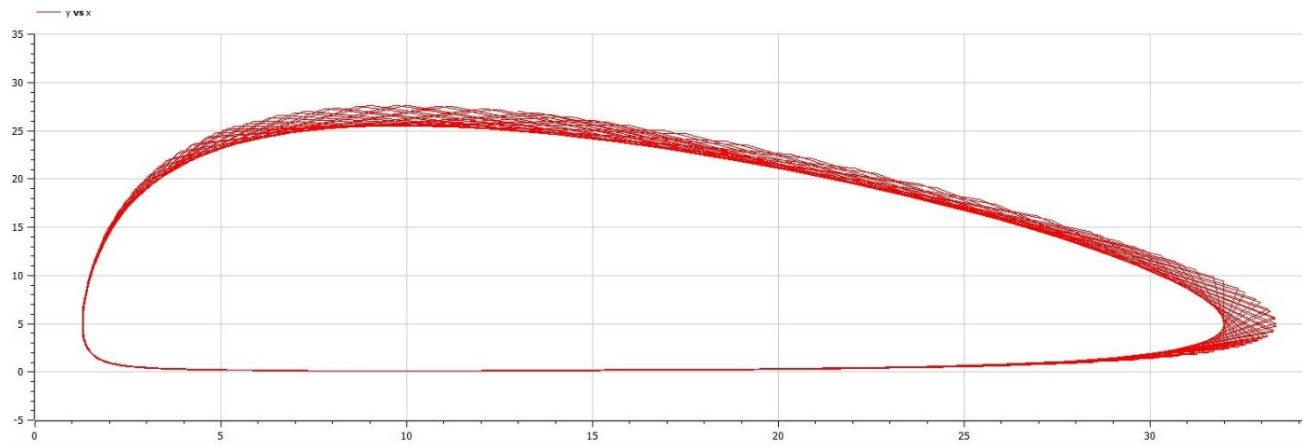


График численности хищников от численности жертв



Стационарное состояние $x_0 = \frac{a}{b} = 0.5, y_0 = \frac{c}{d} = 9.8360656$

Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построены графики.

Список литературы

1. Модель Лотки-Вольтерры
2. Биология математическая