

# Отчет по лабораторной работе №6

## Модель эпидемии - вариант 46

Таубер Кирилл НПИбд-02-19

### Содержание

1	Цель работы .....	1
2	Задание .....	1
3	Выполнение лабораторной работы.....	1
3.1	Теоретические сведения.....	1
3.2	Задача.....	2
4	Выводы .....	3
	Список литературы .....	4

## 1 Цель работы

Изучить модель эпидемии  $SIR$

## 2 Задание

1. Изучить модель эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:  $I(0) \leq I^*$ ,  $I(0) > I^*$

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначающаяся через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha, \beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*$  и  $I(0) > I^*$

### 3.2 Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N = 6730$ ) в момент начала эпидемии ( $t = 0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0) = 46$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 8$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0) = N - I(0) - R(0)$ . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1.  $I(0) \leq I^*$  2.  $I(0) > I^*$

```
model lab6_46_1
```

```
parameter Real a = 0.01;
parameter Real b = 0.02;
```

```
Real S(start = 6676);
Real I(start = 46);
Real R(start = 8);
```

```
equation
```

```
der(S) = 0;
der(I) = -b * I;
der(R) = b * I;
annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 250, Tolerance = 1e-06,
Interval = 0.05));
```

```
end lab6_46_1;
```

```
model lab6_46_2
```

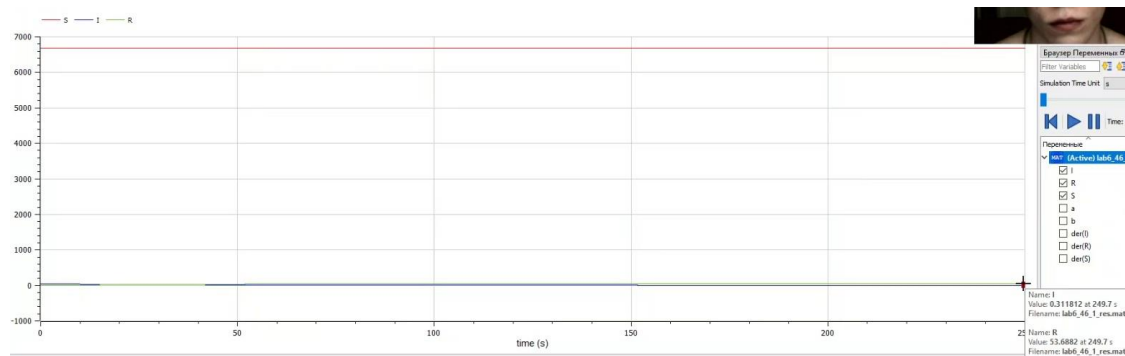
```
parameter Real a = 0.01;  
parameter Real b = 0.02;
```

```
Real S(start = 6676);  
Real I(start = 46);  
Real R(start = 8);
```

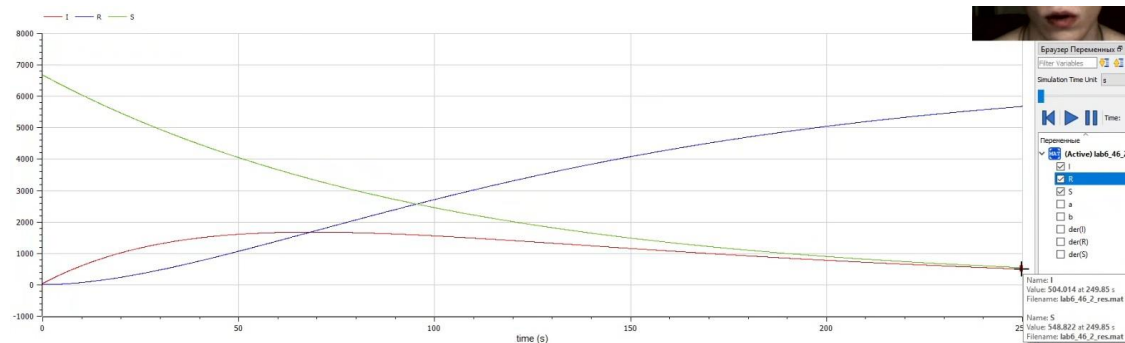
```
equation
```

```
der(S) = -a * S;  
der(I) = a * S - b * I;  
der(R) = b * I;  
annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 250, Tolerance = 1e-06,  
Interval = 0.05));
```

```
end lab6_46_2;
```



Графики численности в случае  $I(0) \leq I^*$



Графики численности в случае  $I(0) > I^*$

## 4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построены графики.

## Список литературы

1. SIR models of epidemics
2. Конструирование эпидемиологических моделей