

# Вероятностные алгоритмы проверки чисел на простоту

---

Таубер Кирилл Олегович

3 февраля, 2024, Москва, Россия

Российский Университет Дружбы Народов

# Цели и задачи

---

# Цель лабораторной работы

Изучение алгоритмов Ферма, Соловья-Штрассена, Миллера-Рабина.

# **Выполнение лабораторной работы**

---

Для построения многих систем защиты информации требуются простые числа большой разрядности. В связи с этим актуальной является задача тестирования на простоту натуральных чисел.

- Вход. Нечетное целое число  $n \geq 5$ .
  - Выход. «Число  $n$ , вероятно, простое» или «Число  $n$  составное».
1. Выбрать случайное целое число  $a$ ,  $2 \leq a \leq n - 2$ .
  2. Вычислить  $r = a^{n-1} \pmod{n}$
  3. При  $r = 1$  результат: «Число  $n$ , вероятно, простое». В противном случае результат: «Число  $n$  составное»..

## Тест Соловья-Штрассена

- Вход. Нечетное целое число  $n \geq 5$ .
  - Выход. «Число  $n$ , вероятно, простое» или «Число  $n$  составное».
1. Выбрать случайное целое число  $a$ ,  $2 \leq a \leq n - 2$ .
  2. Вычислить  $r = a^{(\frac{n-1}{2})} \pmod n$
  3. При  $r \neq 1$  и  $r \neq n - 1$  результат: «Число  $n$  составное».
  4. Вычислить символ Якоби  $s = \left(\frac{a}{n}\right)$
  5. При  $r = s \pmod n$  результат: «Число  $n$ , вероятно, простое». В противном случае результат: «Число  $n$  составное».

## Тест Миллера-Рабина.

1. Представить  $n - 1$  в виде  $n - 1 = 2^s r$ , где  $r$  - нечетное число
2. Выбрать случайное целое число  $a$ ,  $2 \leq a \leq n - 2$ .
3. Вычислить  $y = a^r \pmod{n}$
4. При  $y \neq 1$  и  $y \neq n - 1$  выполнить действия
  - Положить  $j = 1$
  - Если  $j \leq s - 1$  и  $y \neq n - 1$  то
    - Положить  $y = y^2 \pmod{n}$
    - При  $y = 1$  результат: «Число  $n$  составное».
    - Положить  $j = j + 1$
  - При  $y \neq n - 1$  результат: «Число  $n$  составное».
5. Результат: «Число  $n$ , вероятно, простое».



# Пример работы алгоритма

```
In [12]: 1 n = 10799
```

```
In [13]: 1 Ferma(n, 400)
```

Simple

```
Out[13]: True
```

```
In [14]: 1 SoloveiStrassen(n, 300)
```

Simple

```
Out[14]: True
```

```
In [15]: 1 MillerRabbin(n)
```

Complex

Simple

```
Out[15]: True
```

```
In [16]: 1 n = 10798
```

```
In [17]: 1 Ferma(n, 400)
```

Complex

```
Out[17]: False
```

```
In [18]: 1 SoloveiStrassen(n, 300)
```

Complex

```
Out[18]: False
```

```
In [19]: 1 MillerRabbin(n)
```

Simple

Complex

```
Out[19]: False
```

## **Выводы**

---

Изучили алгоритмы Ферма, Соловья-Штрассена,  
Миллера-Рабина.