Éléments de compréhension des statistiques

Jeffery P.

Doctorant au Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (LS2N)

2019

Rappels

- Si le vrai écart-type est connu :

$$\sqrt{\mathrm{N}}\frac{\bar{\mathrm{X}}_{\mathrm{N}} - \mu}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

- Si l'écart-type est inconnu et $\mathrm{N} - 1 \geq 30$:

$$\sqrt{\mathrm{N}}\frac{\bar{\mathrm{X}}_{\mathrm{N}} - \mu}{s} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

Rappels : approximation normale

Si N est suffisamment grand on peut écrire l'approximation suivante :

$$\bar{\mathrm{X}}_{\mathrm{N}} \sim \mathcal{N}(\mu, (\frac{\sigma}{\sqrt{\mathrm{N}}})^2)$$

Où :

$$\bar{\mathrm{X}}_{\mathrm{N}} \sim \mathcal{N}(\mu, (\frac{\mathrm{s}}{\sqrt{\mathrm{N}}})^2)$$

Et ça, c'est super important !

Problématique en exemple : contexte

« On souhaite savoir si la vraie moyenne μ est différente de 7 »

On fait alors une hypothèse que l'on note par convention

$$\mathcal{H}_0 : \mu = 7$$

Tout l'enjeu est de savoir si les données sont **contradictoires** à cette hypothèse

$\rightarrow$ si $\mathcal{H}_0$ est vraie, alors la moyenne empirique $\bar{x}_{\mathrm{N}}$ devrait être assez proche de 7

Problématique en exemple : formulation des hypothèses

En fonction de ce qu'on veut tester, on peut formuler 3 types d'hypothèses alternatives que l'on note $\mathcal{H}_1$:

Cas 1 : test **bilatéral**

$$\mathcal{H}_0 : \mu = 7 \quad \text{contre} \quad \mathcal{H}_1 : \mu \neq 7$$

Cas 2 : test **unilatéral**

$$\mathcal{H}_0 : \mu = 7 \quad \text{contre} \quad \mathcal{H}_1 : \mu > 7$$

Cas 3 : test **unilatéral**

$$\mathcal{H}_0 : \mu = 7 \quad \text{contre} \quad \mathcal{H}_1 : \mu < 7$$

Problématique en exemple : construction du test pour le cas 1

$$\text{Cas 1 :} \qquad \mathcal{H}_0 : \mu = 7 \quad \text{contre} \quad \mathcal{H}_1 : \mu \neq 7$$

Étant donné l'hypothèse alternative $\mathcal{H}_1$ et pour un seuil α donné, on regarde alors si :

$$|\sqrt{\mathrm{N}}\frac{\bar{\mathrm{X}}_{\mathrm{N}} - 7}{s}| > z_{(1-\alpha/2)} \quad ?$$

- oui : on rejette $\mathcal{H}_0$ au profit de $\mathcal{H}_1$ au seuil α
- non : on ne peut pas rejeter $\mathcal{H}_0$ au profit de $\mathcal{H}_1$ au seuil α

Problématique en exemple : construction du test pour le cas 2

$$\text{Cas 2 :} \qquad \mathcal{H}_0 : \mu = 7 \quad \text{contre} \quad \mathcal{H}_1 : \mu > 7$$

Étant donné l'hypothèse alternative $\mathcal{H}_1$ et pour un seuil α donné, on regarde alors si :

$$\sqrt{\mathrm{N}}\frac{\bar{\mathrm{X}}_{\mathrm{N}} - 7}{s} > z_{(1-\alpha)} \quad ?$$

- oui : on rejette $\mathcal{H}_0$ au profit de $\mathcal{H}_1$ au seuil α
- non : on ne peut pas rejeter $\mathcal{H}_0$ au profit de $\mathcal{H}_1$ au seuil α

Problématique en exemple : construction du test pour le cas 3

$$\text{Cas 3 :} \qquad \mathcal{H}_0 : \mu = 7 \quad \text{contre} \quad \mathcal{H}_1 : \mu < 7$$

Étant donné l'hypothèse alternative $\mathcal{H}_1$ et pour un seuil α donné, on regarde alors si :

$$\sqrt{\mathrm{N}}\frac{\bar{\mathrm{X}}_{\mathrm{N}} - 7}{s} < -z_{(1-\alpha)} \quad ?$$

- oui : on rejette $\mathcal{H}_0$ au profit de $\mathcal{H}_1$ au seuil α
- non : on ne peut pas rejeter $\mathcal{H}_0$ au profit de $\mathcal{H}_1$ au seuil α