

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА

Факультет Вычислительной Математики и Кибернетики

Кафедра Оптимального Уравнения

## **ОТЧЕТ по Практикуму на языке Python**

Метод продолжения по параметру

Студент: Хаметов Марк

Владимирович 313

Преподаватель: Аввакумов

Сергей Николаевич

Москва, 2023

## Оглавление

Постановка задачи	3
Теоретическая часть	4
Алгоритм решения	5
Полученный график	8
Использованная литература	9

## Постановка задачи

Написать программу на языке Python, визуализирующую метод продолжения по параметру для решения нелинейной системы уравнений в двумерном виде:

$$\begin{cases} x_1 &= f_1(x_1, x_2) \\ x_2 &= f_2(x_1, x_2) \end{cases}$$

На примере системы:

$$\begin{cases} x_2 &= x_1^2 \\ x_1 &= x_2^2 \end{cases}$$

## Теоретическая часть

Для векторного уравнения  $F(p)=0$ , где

$$F : E^n \mapsto E^n$$

$F$  – гладкая векторная функция

Для невырожденной матрицы

$$F'(p) = (\delta F_i(p)/\delta p_i)_{i,j=n}^n$$

В двумерном случае

$$\begin{pmatrix} \delta f_1(p)/\delta p_1 & \delta f_1(p)/\delta p_2 \\ \delta f_2(p)/\delta p_1 & \delta f_2(p)/\delta p_2 \end{pmatrix} p = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$$

Метод продолжения задается следующим образом:

$$F(p) = (1 - \mu)F(p_0), \mu \in [0, 1]$$

$p_0$  - фиксированная точка из  $E^n$ , которую можно рассматривать в качестве приближения к решению исходного уравнения.

Из этого векторного уравнения мы получаем задачу Коши для двумерного случая имеющую вид (2)

$$\begin{cases} \delta x_1/\delta \mu \\ \delta x_2/\delta \mu \end{cases} = -1 \begin{pmatrix} \delta f_1(p)/\delta p_1 & \delta f_1(p)/\delta p_2 \\ \delta f_2(p)/\delta p_1 & \delta f_2(p)/\delta p_2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} f_1(x_0) \\ f_1(x_0) \end{pmatrix}$$

Где  $x_0$  является вектором указывающим на точку  $p_0$

## Алгоритм решения

Алгоритм реализованный на языке Python:

1. Аналитически рассчитать значения производный из матрицы (1)

$$\begin{pmatrix} \delta f_1(p)/\delta p_1 & \delta f_1(p)/\delta p_2 \\ \delta f_2(p)/\delta p_1 & \delta f_2(p)/\delta p_2 \end{pmatrix}$$

Для этого использовалась библиотека sympy.

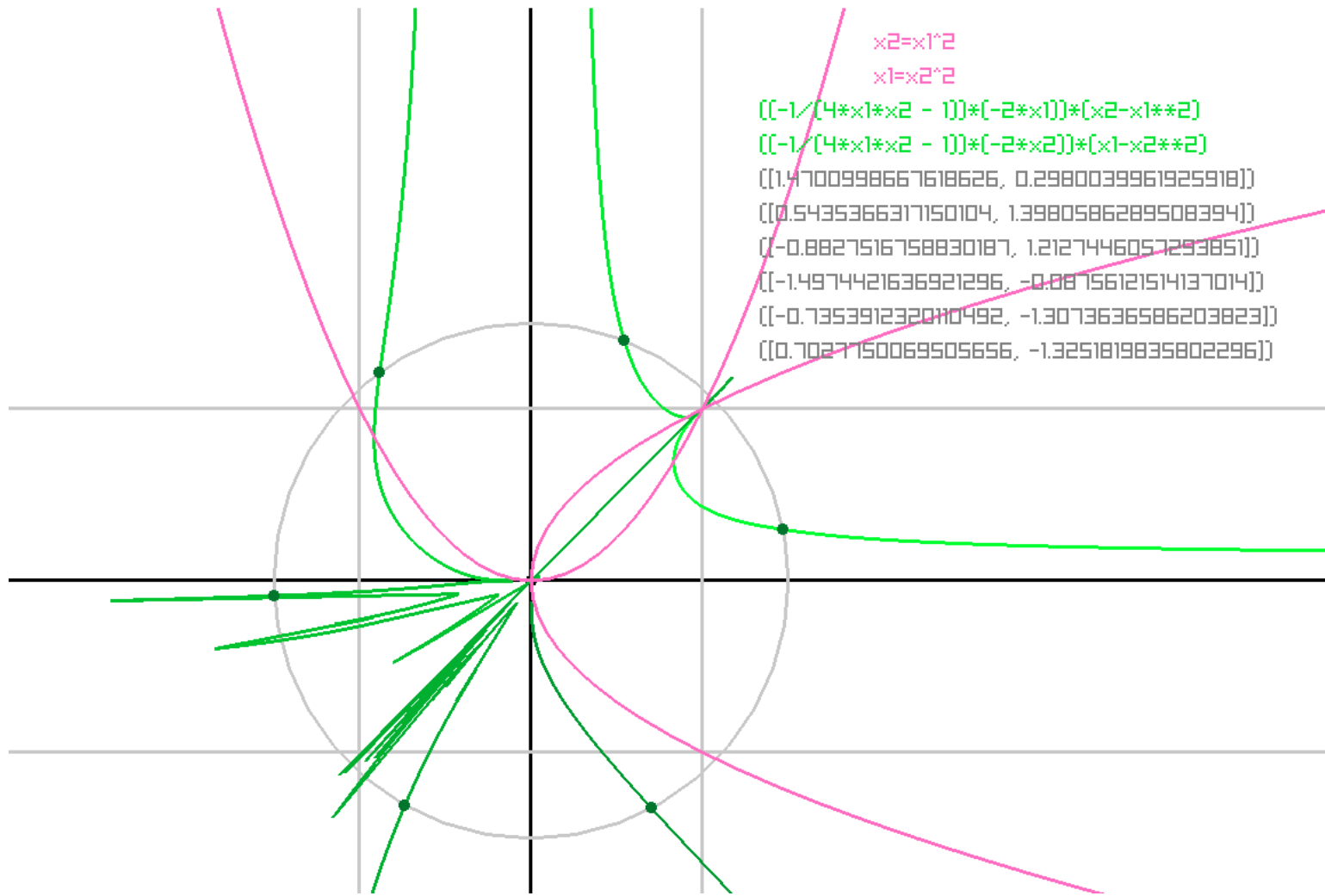
2. Посчитать детерминант матрицы для нахождения точек на которых матрица (1) является вырожденной.
3. Найти матрицу обратную матрице (1). Для матрицы второго порядка использовалась следующая формула:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

В соответствии с ней конкатенировались строки содержащие функции из матрицы (1)

4. Методом Эйлера находим точки заданные формулой (2).

# Полученный график



## **Использованная литература**

1. “Оптимальное управление. Линейная теория и приложения” Ю.Н.Киселёв, С.Н.Аввакумов, М.В.Орлов

