МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА
ФИЛИАЛ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА В ГОРОДЕ
СЕВАСТОПОЛЕ

Факультет «Компьютерной математики»
Направление подготовки «Прикладная математика и информатика»
01.03.02 (бакалавр)

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №1
«Метод Рунге-Кутты»

Работу выполнил:
студент группы ПМ-401
Хаметов Марк Владимирович

Руководитель: профессор
кафедры прикладной
математики и информатики
Осипенко Георгий Сергеевич

Севастополь, 2023

Оглавление

Постановка задачи

Произвести построение графика, получаемого при решении уравнения Дуффинга методом Рунге-Кутта четвертого порядка. Уравнение Дуффинга выглядит следующим образом:

x’’+delta*x’-x+x^3=gamma*cos(w*t)

Тогда система дифференциальных уравнений принимает вид:

dx/dt = y

dy/dt = x - (x^3) – delta * y + gamma * cos(w*t)

Где delta, gamma, w параметры со следующими значениями:

w = 1; delta = 0.25; gamma = 0,3

При t на отрезке от 0 до 20;
Шаг берем равным 0.01 .Шаг определяет точность подсчета, поэтому не рекомендуется брать больший шаг.
Начальная точка обладает следующими координатами (0.1 ; 0.1).

Теоретическая часть

Метод Рунге-Кутта – это численный метод для решения задачи Коши для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

Этот метод был предложен математиками К. Рунге и М. В. Куттой в начале 20-го века.

Для решения нашей задачи по теореме мы имеем следующую систему:

$y'=f(x,y,t)$; и $x'=g(x,y,t)$;

А также координаты начальной точки:

$x(t0) = x0$; $y(x0,t0) = y0$; $M0(x0;y0)$;

Обладая координатами начальной точки и системой дифференциальных уравнений, мы можем применить формулы, представленные в теореме Рунге-Кутта.

$y_{n+1} = y_n + (h * (k1+2*k2+2*k3+k4)/6)$;

$x_{n+1} = x_n + (h * (a1+2*a2+2*a3+a4)/6)$;

Где k1, k2, k3, k4, a1, a2, a3, a4 обладают следующими формулами:

$k1 = f(x_n, y_n)$;

$k2 = f(x_n + h/2, y_n +(h/2)*k1)$;

$k3 = f(x_n + h/2, y_n +(h/2)*k2)$;

$k4 = f(x_n + h/2, y_n +h*k3)$;

$a1=g(x_n, y_n)$;

$a2=g(x_n + (h/2)*a1, y_n + h/2)$;

$a3=g(x_n + (h/2)*a2, y_n + h/2)$;

$a4=g(x_n + h*a3, y_n + h/2)$;

Где h – это шаг времени t, x_n и y_n это координаты прошлой точки, которые мы используем для вычисления новой точки с координатами x_{n+1} и y_{n+1}.

Источником формул для уравнения типа y’=f(x,y,t) является википедия. Для системы уравнений расписал формулы самостоятельно.

Алгоритм решения

Алгоритм решения состоит из следующих 9 шагов:

1. Инициализация переменных и получение параметров от пользователя.

Подсчет переменной равной половине шага shag2 = shag/2, так как это значение часто встречается в подсчете, мы вычислим его единожды для оптимизации;

2. Инициализация списков для хранения полученных точек;
3. Начало цикла подсчета точек. Цикл работает указанное пользователем количество раз;
4. К переменной t добавляем значение шага;
5. Находим y по следующим формулам:

k1 = x_l - (pow(x_l,3)) - (0.25*y_l) + (0.3 * cos(t));

k2 = x_l+shag2 - (pow((x_l+shag2),3)) - (0.25*y_l+shag2*k1) + (0.3 * cos(t));

k3 = x_l+shag2 - (pow((x_l+shag2),3)) - (0.25*y_l+shag2*k2) + (0.3 * cos(t));

k4 = x_l+shag - (pow((x_l+shag),3)) - (0.25*y_l+shag*k3) + (0.3 * cos(t));

y = y_l + (shag * (k1+2*k2+2*k3+k4)/6);

Где x_l и y_l обозначение значений координат прошлой точки, а pow операция возведения в степень.

Для большей наглядности вместо параметров w; delta; gamma указаны их значения.

6. Теперь производим вычисления для x:

k1 = y_l;

k2 = y_l + shag2*k1;

k3 = y_l + shag2*k2;

k4 = y_l + shag*k3;

x = x_l + (shag * (k1+2*k2+2*k3+k4)/6);

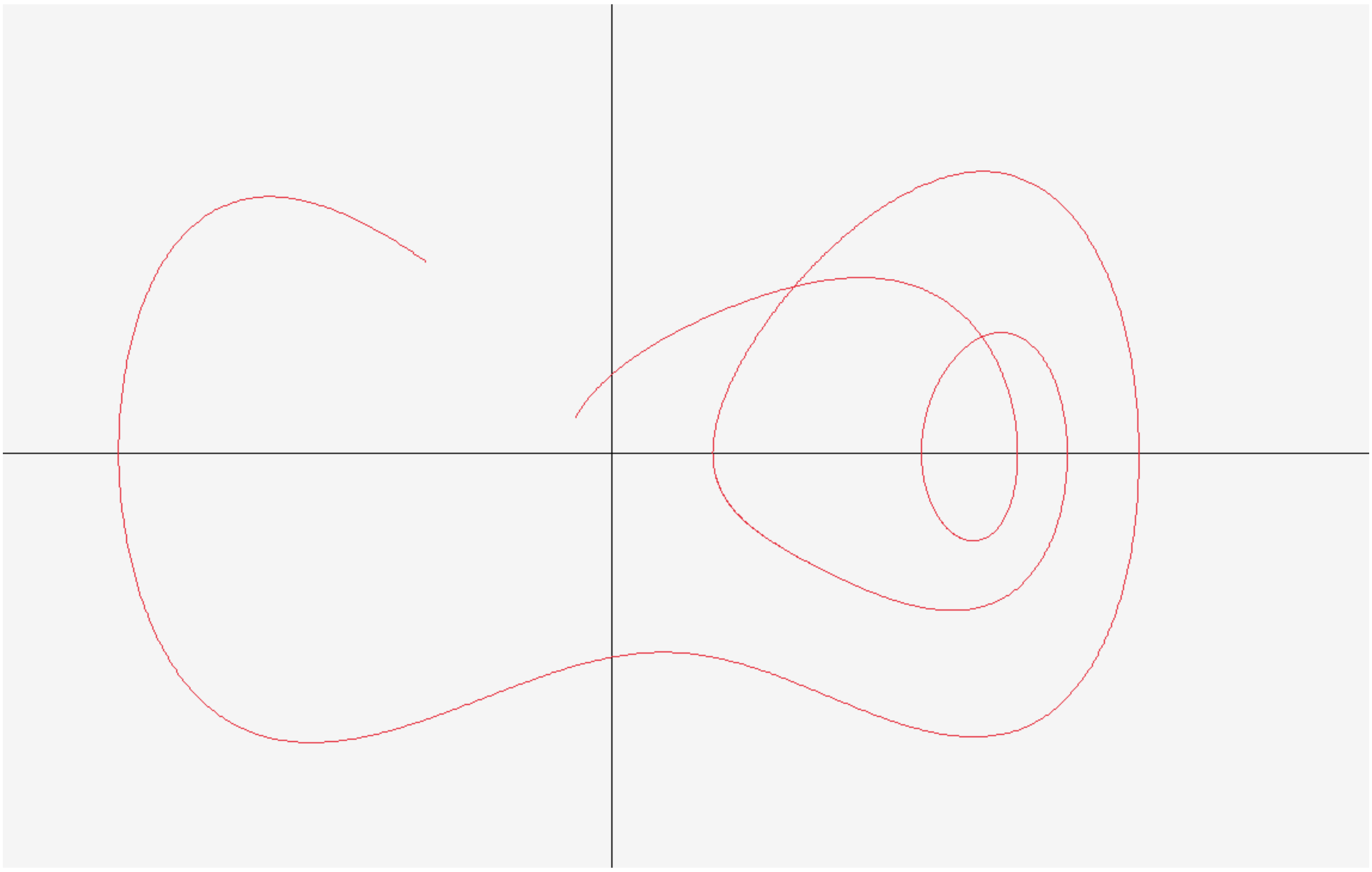
Для оптимизациии мы повторно используем переменные k1; k2; k3; k4; записывая новые значения поверх старых;

7. Заносим значения точек в список. Печатаем значения в консоль. Конец цикла.
8. Инициализируем окно;
9. Производим построение по точкам, которые сохранены в списках. Более подробная запись построения кривой не имеет смысла, так как процесс будет

сильно отличаться при использовании других библиотек пользовательского интерфейса.

Алгоритм расписан самостоятельно по имеющемся формулам. Для построения картинки использовалась библиотека raylib.

Полученный график



При начальной точке с координатами (-0.1; 0.1)

При t на отрезке от 0 до 20; Шаге равном 0.01;

dx/dt = y

dy/dt = x - (x^3) – delta * y + gamma * cos(w*t)

w=1 delta=0.25 gamma=0.3

Использованная литература

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_Рунге_—_Кутты