

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА  
ФИЛИАЛ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА В ГОРОДЕ  
СЕВАСТОПОЛЕ

Факультет «Компьютерной математики»  
Направление подготовки «Прикладная математика и информатика»  
**01.03.02** (бакалавр)

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №2**  
**«Итерация кривой. Построение гомоклинической**  
**точки. Определение энтропии»**

Работу выполнил:  
студент группы ПМ-401  
Хаметов Марк Владимирович

Руководитель: профессор  
кафедры прикладной  
математики и информатики  
Осипенко Георгий Сергеевич

## Оглавление

Оглавление.....	2
Постановка задачи.....	3
Теоретическая часть.....	4
Интерфейс программы.....	5
Результаты.....	7
Использованная литература.....	8

## Постановка задачи

Дано отображение динамической системы. Найти гомоклиническую точку. Используя итерацию кривых, приблизить значение гомоклинической точки. Рассчитать значение энтропии для полученной траектории. Построить график.

Прямое отображение имеет вид:

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n + y_n + a \cdot x_n \cdot (1 - x_n) \\ y_{n+1} &= y_n + a \cdot x_n \cdot (1 - x_n)\end{aligned}$$

Обратное отображение имеет вид:

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n - y_n \\ y_{n+1} &= y_n - a \cdot (x_n - y_n) \cdot (1 - x_n + y_n)\end{aligned}$$

Предполагаемые координаты гомоклинической точки находятся на пересечении траекторий стабильного и нестабильного многообразия. Траектория нестабильного многообразия считается при помощи прямого отображения, а стабильного при помощи обратного.

Значение энтропии считается по формуле после применения алгоритма итерации кривой.

## Теоретическая часть

Гомоклиническая точка - это точка в фазовом пространстве динамической системы, в которой решение системы асимптотически приближается к периодическому решению как в прошлом, так и в будущем. Другими словами, траектория решения обязательно вновь пересекает область, которая содержит все гомоклинические точки.

Траектория стабильного многообразия приближаются к точке равновесия в процессе времени. Это означает, что значение гомоклинической точки со временем становятся точнее.

Траектория неустойчивого многообразия удаляется от точки равновесия в процессе времени. Это означает, что неустойчивое многообразие обратного нашего отображения даст нам траекторию, которая приближается к точке равновесия.

Тогда по пересечению двух траекторий мы можем судить о положении гомоклинической точки.

Энтропия динамической системы - это число, которое выражает степень хаотичности траекторий динамической системы. Более высокие значения энтропии указывают на большую степень хаоса и непредсказуемости в системе.

Построение траекторий стабильного и неустойчивого многообразия начинается по значениям собственных векторов, при этом вектор близкий к собственному вектору будет приближаться к собственному вектору при последующей итерации.

Для применения алгоритма итерации кривой мы поочередно сравниваем длины всех сегментов кривой с фиксированным значением. Если длина отрезка превышает значение, то мы переразбиваем этот сегмент на несколько сегментов. После получения новых значений точек на сегменте мы применяем этот же алгоритм ко всем полученным сегментам. Алгоритм заканчивает работу, длина ни

одного сегмента не превышает фиксированного значения.

Формула подсчета энтропии имеет вид:

$$\lambda = (\ln L(f(\gamma)))/n$$

Где  $L$ -длина кривой, а  $n$ -количество точек. Тогда после применения алгоритма итерации кривой мы можем получить следующую формулу для  $N$ -количество точек после применения алгоритма. Если  $n$  стремится к бесконечности, то значение энтропии можно приблизить, как:

$$\lambda = (\ln N)/n$$

## Интерфейс программы

Homoclinical dot and smth else

—

□

×

Меню

Система уравнений

$x + y + a \cdot x \cdot (1 - x)$

$y + a \cdot x \cdot (1 - x)$

Значение и символ параметра

1.35

a

Изначальные итерации и точность

10

0.1

построить график

дополнить график

Обратная система уравнений

$x - y$

$y - a \cdot (x - y) \cdot (1 - x + y)$

Начальная точка и точность

[0,0]

0.05

Значения собственных векторов

вектор 1

вектор 2

2.1583123951777

1.1583123951777

1

-1



Homoclinical dot and smth else

Меню

Точка: 1.34315594765017; 0  
Энтропия: 0.6040254711277414  
Угол пересечения 4.921204286748065  
Время исполнения 3.816690799983917



Также интерфейс программы для подсчета энтропии аттрактора Хеннона.

Henon entropy

— □ ×

Меню

Система уравнений

1 + y - a\*x\*x

b\*x

Начальная точка и точность

[0.1,0.1]

0.05

Значение и символ параметра

1.4

a

0.3

b

Изначальные итерации и точность

15

0.5

построить график

дополнить график

Henon entropy

— □ ×

Меню

entropia = log(1987)/15  
Энтропия: 0.5062920828367878  
Время исполнения4.437078399991151



## Результаты



Я построил траектории стабильного и нестабильного многообразия до пересечения. Тогда точка пересечения дает предположительные координаты гомоклинической. Далее я посчитал значение энтропии.

Для отображения:

$$x_{n+1} = x_n + y_n + a \cdot x_n \cdot (1 - x_n)$$

$$y_{n+1} = y_n + a \cdot x_n \cdot (1 - x_n)$$

При значении параметра  $a=1.35$  для посчитанных заранее собственных векторов и обратного отображения я получил следующие значения: энтропия равна 0.6040254711277414, а координаты гомоклинической точки равны (1.34315594765017, 0). Время работы составило 4 секунды.

В следующей программе энтропия для аттрактора Хеннона получилась равной 0.5062920828367878. Результат можно сравнить со значением 0.49703 из источника [13]. Время работы составило 4.5 секунды.

Программы написал на языке Python. Для интерфейса я использовал библиотеку PySide6, это библиотека Qt6 переписанная для питона. И pyqtgraph расширение для этой библиотеки. Для подсчетов я использовал numpy и sympy.

## Использованная литература

1. “Введение в символический анализ динамических систем” Г.С.Осипенко, Н.Б.Ампилова.
2. “Dynamical Systems, Graphs, and Algorithms” Г.С.Осипенко
3. <https://www.phind.com/>
4. <https://www.pythonguis.com/tutorials/pyqt6-actions-toolbars-menus/>
5. <https://www.interestprograms.ru/source-codes-peresechenie-dvuh-otrezkov>
6. [http://www.cleverstudents.ru/line\\_and\\_plane/intersection\\_point\\_of\\_straight\\_lines.html](http://www.cleverstudents.ru/line_and_plane/intersection_point_of_straight_lines.html)
7. <https://www.geeksforgeeks.org/check-if-two-given-line-segments-intersect/>
8. <https://stackoverflow.com/questions/3252194/numpy-and-line-intersections>
9. [https://dic.academic.ru/dic.nsf/eng\\_rus/62793/ГОМОКЛИНИЧЕСКАЯ](https://dic.academic.ru/dic.nsf/eng_rus/62793/ГОМОКЛИНИЧЕСКАЯ)
10. [https://dic.academic.ru/dic.nsf/enc\\_mathematics/1192/ГОМОКЛИНИЧЕСКАЯ](https://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/1192/ГОМОКЛИНИЧЕСКАЯ)
11. [https://ru.wikipedia.org/wiki/Энтропия\\_динамической\\_системы](https://ru.wikipedia.org/wiki/Энтропия_динамической_системы)
12. <https://github.com/ambtron60/henon-attractor>
13. “Entropy estimation of the Hénon attractor” Chihiro Matsuoka, Koichi Hiraide  
(<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960077912000586>)

