



Univerzitet u Novom Sadu
Fakultet tehničkih nauka



Dokumentacija za projektni zadatak

Studenti: Miroslav Đočoš, BI55/2019
 Marija Vejin, BI28/2019

Predmet: Digitalni upravljački algoritmi u biomedicini

Broj projektnog zadatka: 1

Tema projektnog zadatka: Regulacija otkucaja srca uz pomoć pejsmejкера

Uvod i opis problema

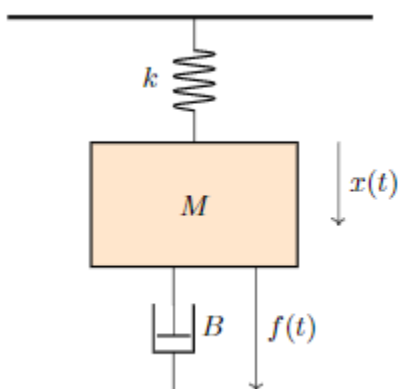
Pejsmejker je medicinski uređaj koji se koristi za stimulaciju rada srčanog mišića u slučaju kada srce ne može samostalno da pravilno reguliše srčani ritam. Nakon što pejsmejker detektuje smanjen broj otkucaja srca, šalje električne signale srčanom mišiću koji primoravaju srce da kontrahuje brzinom koja je adekvatna da održi srčani ritam pacijenta normalnim. Srčani ritam se smatra normalnim ukoliko on iznosi 70 otkucaja u minuti. Zadatak na ovom projektu je bio pronaći funkciju prenosa srca i implementirati regulator koji će održavati frekvenciju otkucaja normalnom. Neophodno je da takav sistem kada se spregne sa povratnom spregom bude stabilan, pa je bilo potrebno odrediti granice parametara regulatora za koje stabilnost važi. Takav regulator, najlakše se projektuje u Laplace-ovom domenu, ali da bi postojala mogućnost da se parametri menjaju nakon moguće promene modela srca (ovakve stvari se često javljaju nakon mnogo godina zbog starenja) pribegava se projektovanju digitalnog regulatora na nekoj vrsti računara.

Osim jedinice za upravljanje, pejsmejker mora posedovati i senzorsku jedinicu pomoću koje se dobija informacija o tome da li je frekvencija rada srca optimalna. O frekvencijskim komponentama EKG možemo saznati računanjem spektra (fft). Snimljen signal često ima šum koji se najčešće javlja na dosta višim frekvencijama od korisnog signala i tako zašumljen signal onda treba filtrirati odgovarajućim NF filtrom, tako da se koristan signal u potpunosti propusti a šum potisne. Kao što je već rečeno, pošto se u današnje vreme sve više koristi regulator u nekom vidu računara, neophodno je signal sa senzora odbirkovati, pri čemu je veoma važno voditi računa o periodi odabiranja. Iz istog razloga, nije nužno koristiti elektronske komponente kao filtre, već je jedan takav filter moguće implementirati u kodu, a da bi se tako nešto postiglo, funkcija prenosa filtra se mora diskretizovati. U ovom projektu je svaki od ovih postupaka odrađen i prikazan.

Računsko izvođenje i implementacija

Zadaci 1

(1. i 2.) Mehanički prikaz srčanog mišića je prikazan na slici (*Slika 1*), pa je na osnovu datih parametara izvedena diferencijalna jednačina i funkcija prenosa srčanog mišića.



Slika 1

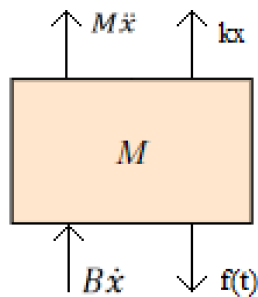
M - masu srčanog mišića

B - koeficijent viskoznog trenja ćelija miokarda

$x(t)$ - pomeranje srčanog zida koje nastaje usled sile $f(t)$

$f(t)$ – sila koja nastaje zbog efekata električne i elektrohemijske aktivnosti na kardiovaskularni sistem

k - konstanta proporcionalnosti



$$M = 0.264 \text{ kg}$$

$$B = 5.28$$

$$k = 2.64$$

Slika 2

$$f(t) = M\ddot{x} + B\dot{x} + kx$$

$$f(t) = u(t)$$

$$x(t) = y(t)$$

$$u(t) = My + B\dot{y} + ky$$

$$u(s) = s^2MY(s) + sBY(s) + kY(s)$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2M + sB + k} = G_H(s)$$

3. Pošto je potrebno da greška u ustaljenom stanju bude jednala nuli, a referenca je konstantna pobuda, neophodan je bar jedan astatizam u direktoj grani. Kako ni G_p ni G_H nemaju ni jedan astatizam, regulator mora imati integralno dejstvo, te smo kao regulator izbora uzeli PI regulator.



Slika 3

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_p s + K_i}{s}$$

$$W(s) = \frac{G_p(s)G_H(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)G_H(s)G_c(s)} = \frac{\frac{1}{s^2M + sB + k} \frac{8}{s+8} \frac{K_p s + K_i}{s}}{1 + \frac{1}{s^2M + sB + k} \frac{8}{s+8} \frac{K_p s + K_i}{s}}$$

$$W(s) = \frac{\frac{8(K_p s + K_i)}{s(s+8)(s^2 M + sB + k)}}{\frac{s(s+8)(s^2 M + sB + k) + 8(K_p s + K_i)}{s(s+8)(s^2 M + sB + k)}} = \frac{8(K_p s + K_i)}{s(s+8)(s^2 M + sB + k) + 8(K_p s + K_i)}$$

$$W(s) = \frac{s8K_p + 8K_i}{s^4 M + s^3 B + s^2 k + s^3 8M + s^2 8B + s8k + s8K_p + 8K_i}$$

$$W(s) = \frac{s8K_p + 8K_i}{s^4 M + s^3 (B + 8M) + s^2 (k + 8B) + s(8k + 8K_p) + 8K_i}$$

Pomoću Rautovog kriterijuma komentarisana je stabilnost sistema:

s^4	M	$(k + 8B)$	$8K_i$
s^3	$(B + 8M)$	$(8k + 8K_p)$	
s^2	b_1	b_2	
s	c_1		
s^0	d_1		

$$b_1 = \frac{(B + 8M)(k + 8B) - M(8k + 8K_p)}{(B + 8M)} = \frac{8B^2 + BK + 64BM + 8Mk - 8Mk - 8MK_p}{(B + 8M)}$$

$$b_1 = \frac{8B^2 + BK + 64BM - 8MK_p}{(B + 8M)}$$

$$b_2 = \frac{(B + 8M)8K_i}{(B + 8M)} = 8K_i$$

$$c_1 = \frac{b_1(8k + 8K_p) - b_2(B + 8M)}{b_1} = \frac{\frac{8B^2 + BK + 64BM - 8MK_p}{(B + 8M)}(8k + 8K_p) - 8K_i(B + 8M)}{\frac{8B^2 + BK + 64BM - 8MK_p}{(B + 8M)}}$$

$$c_1 = \frac{64B^2 + 8Bk^2 + 512BMk - 64MK_p k + 64B^2 K_p + 8BkK_p + 512BMK_p - 64MK_p^2 - K_i(8B^2 + 128BM + 512M^2)}{8B^2 + BK + 64BM - 8MK_p}$$

$$d_1 = b_2 = 8K_i$$

Po Rautovom kriterijumu, prva kolona iz tablice mora biti istog znaka, a pošto su prve dve vrste sigurno veće od 0, zaključujemo da i ostale moraju biti. Zbog kompleksnosti i nelinearnosti nejednačina, implementirali smo skriptu u matlabu koja računa opseg parametara za koje je sistem stabilan. Dalje sledi MATLAB kod:

$$B = 5.28;$$

```

M = 0.264;
k = 2.64;
% Jednacina ispod je dobijena iz c1
koreni = roots([64*M (64*M*k - 64*B^2 - 8*B*k - 512*B*M) -
1*(64*B*B + 8*B*k*k + 512*B*M*k)]);
disp('Opseg u kome se kp moze nalaziti je:')
disp(koreni)
% Posto su korani prvog clana (kvadratna jednacina)
153.3296 i
% -1.5296 drugi clan po apsolutnoj vrednosti mora biti
manji od prvog za svako kp iz ovog opsega, a
% posto je drugi clan uvek negativan, kp se mora uvek uzeti
iz navedenog
% opsega
kp = 125;

prvi_clan = 64*B*B + 8*B*k*k + 512*B*M*k - 64*M*kp*k +
64*B*B*kp + 8*B*k*kp + 512*B*M*kp - 64*M*kp*kp;

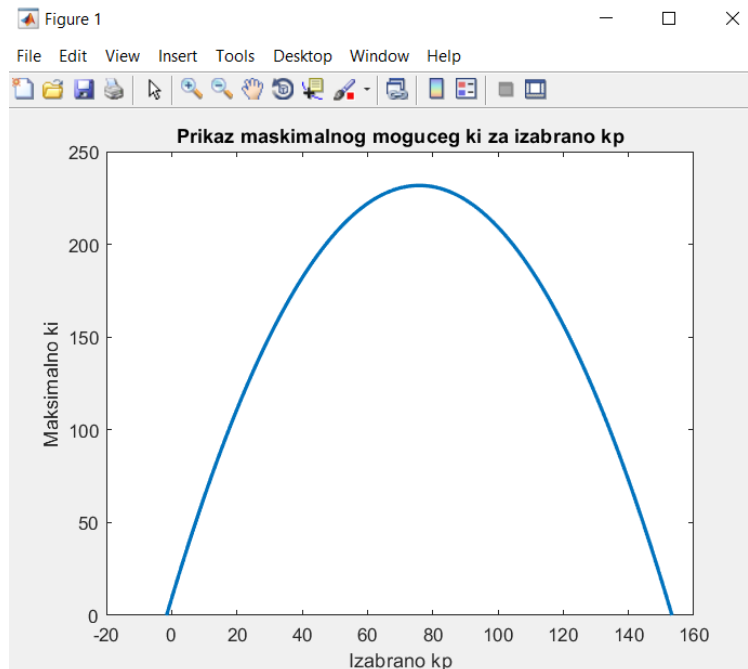
drugi_clan = 8*B*B + 128*B*M + 512*M*M;

ki = prvi_clan/drugi_clan;
disp('Maksimalno ki za dato kp:')
disp(ki)
disp('kp za koje se dobija maksimalno moguće ki u
sistemu:')
kp_za_max_ki = sum(koreni)/2;
disp(kp_za_max_ki)

kp_osa = -1.5296:0.01:153.3296;
ki_osa = (64*B*B + 8*B*k*k + 512*B*M*k - 64*M*kp_osa*k +
64*B*B*kp_osa + 8*B*k*kp_osa + 512*B*M*kp_osa -
64*M*kp_osa.^2)/(8*B*B + 128*B*M + 512*M*M);

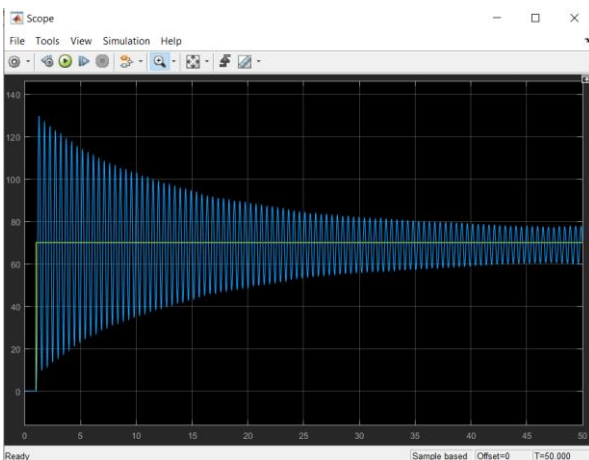
figure, plot(kp_osa, ki_osa, 'linewidth', 2)
title('Prikaz maskimalnog mogućeeg ki za izabrano kp')
xlabel('Izabrano kp')
ylabel('Maksimalno ki')

```

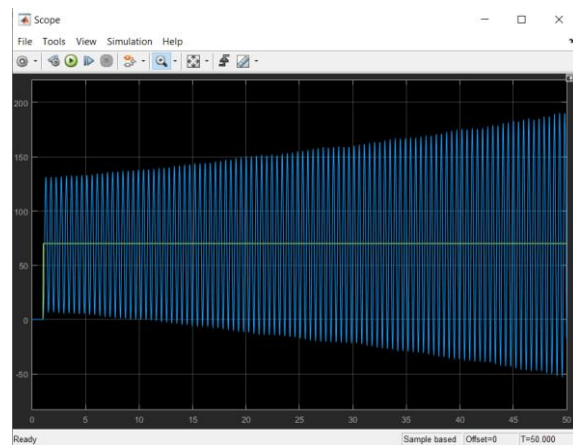


Slika 4 – Prikaz zavisnosti maksimalnog ki od kp

Na slikama 5 i 6 prikazani su izlazi iz sistema ($k_p = 153.3296$ je granica stabilnosti)



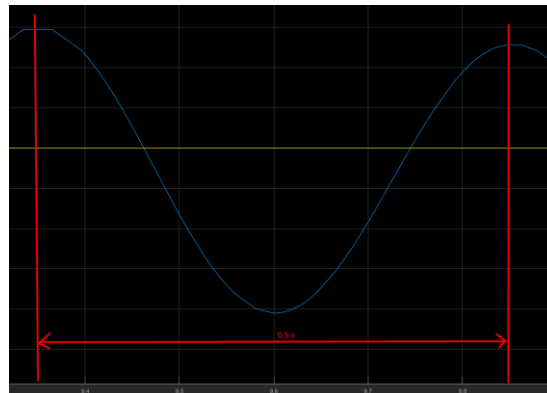
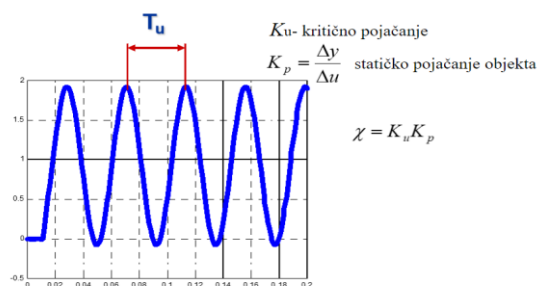
Slika 5 – Prikaz izalaza iz sitema za parameter $k_p = 150$ i $k_i = 0.5$



Slika 6 – Prikaz izalaza iz sitema za parameter $k_p = 155$ i $k_i = 0.5$

(4.) Zigler Nicholsov eksperiment u zatvorenoj povratnoj sprezi podrazumeva da se k_i i k_d podese na 0 dok se k_p postepeno povećava dok odziv ne dođe do granice stabilnosti. Na takvom odzivu izmeri se T_u , zapiše kritično pojačanje K_u i izračuna se K_p .

Eksperimenti zatvorenoj povratnoj sprezi



Slika 7 – Dobijanje konstanti za računanje parametara regulatora

$$T_u = 0.5s$$

$$K_u = 153.329$$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{Hs^2 + Bs + k} = \frac{1}{k}$$

Regulator	K_p	T_I	T_D
P	0,5 K_u	-	-
PI	0,45 K_u	0.833 T_u	-
PID	0,6 K_u	0.5 T_u	0,125 T_u

Slika 8 – Tabela preporuka za parametre regulatora

Korišćenjem dobijenih konstanti, mogu se izračunati parametri regulatora kao što je preporuka prikazana na slici 8. U našem slučaju za naš PI regulator:

$$D(s) = \frac{0.45 * K_u * s + 0.833 * T_u}{s}$$

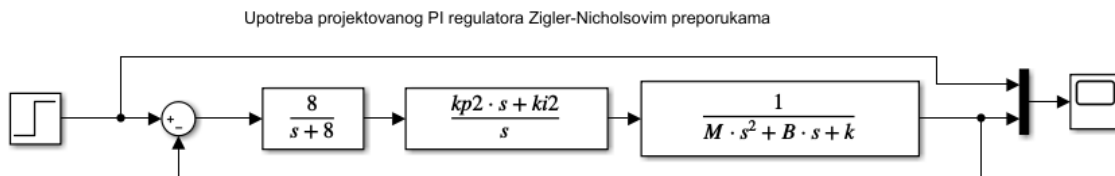
$$T_u = 0.5;$$

$$K_u = 153.3296;$$

$$K_p = 1/k;$$

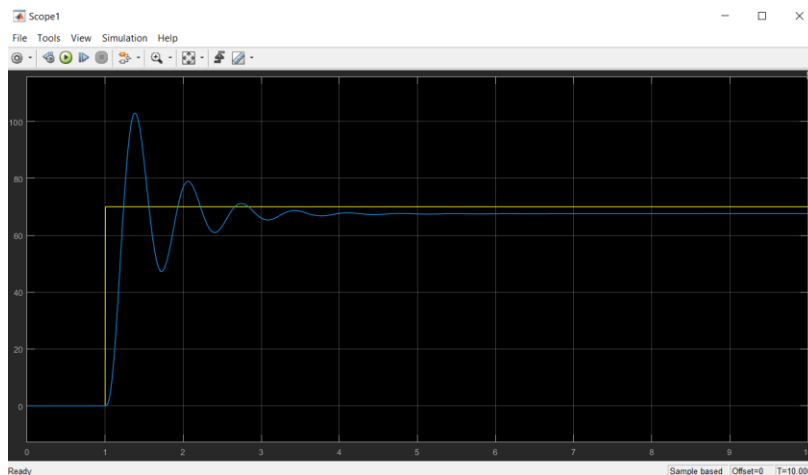
$$kp2 = 0.45 * K_u;$$

$$ki2 = 0.833 * T_u;$$



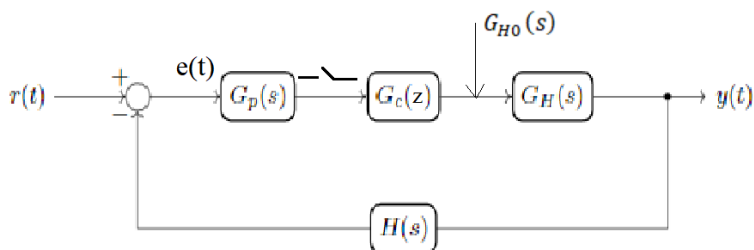
Slika 9 – Blok dijagram sistema

Izlaz iz sistema sa ovako projektovanim regulatorom je prikazan na slici 10.



Slika 10 – Izlaz iz sistema korišćenjem preporuka iz tabele

(6.)



Slika 11 – Blok šema nakon dodavanja potrebnih kola zadržki i odabirača

Ojler 1:

$$p[k] = K_p v[k]$$

$$I[k] = I[k-1] + K_i T v[k-1]$$

$$I(z) = z^{-1} I(z) + K_i T z^{-1} V(z)$$

$$zI(z) = I(z) + K_i T V(z)$$

$$I(z) = \frac{K_i T V(z)}{z-1}$$

$$P(z) = K_p V(z)$$

$$I(z) + P(z) = V(z) \left(\frac{K_p z - K_p + K_i T}{z - 1} \right)$$

$$\frac{I(z) + P(z)}{V(z)} = \left(\frac{K_p z - K_p + K_i T}{z - 1} \right) = G_c(z)$$

Dalje sledi kod za implementaciju regulatora diskretizovanog korišćenjem Ojlerovog diferenciranja unapred:

```
function u = ojerl1_PI(v, kp, ki, T)
```

```
persistent Ip vp
```

```
if isempty(Ip)
```

```
    Ip = 0;
```

```
end
```

```
if isempty(vp)
```

```
    vp = 0;
```

```
end
```

```
P = kp*v;
```

```
I = Ip + ki*T*vp;
```

```
u = P + I;
```

```
vp = v;
```

```
Ip = I;
```

Ojler 2:

$$p[k] = K_p v[k]$$

$$I[k] = I[k - 1] + K_i T v[k]$$

$$I(z) = z^{-1} I(z) + K_i T V(z)$$

$$zI(z) = I(z) + K_i T z V(z)$$

$$P(z) = K_p V(z)$$

$$I(z) + P(z) = V(z) \left(\frac{K_p z - K_p + K_i T z}{z - 1} \right)$$

$$\frac{I(z) + P(z)}{V(z)} = \left(\frac{K_p z - K_p + K_i T z}{z - 1} \right) = G_c(z)$$

Dalje sledi kod za implementaciju regulatora diskretizovanog korišćenjem Ojlerovog diferenciranja unazad:

```

function u = ojler2_PI(v, kp, ki, T)

persistent Ip

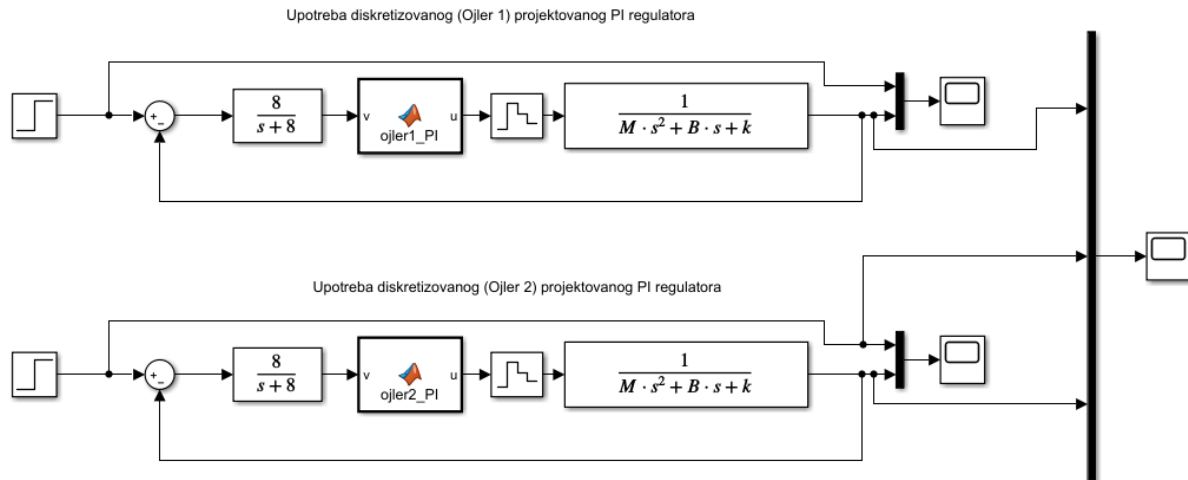
if isempty(Ip)
    Ip = 0;
end

P = kp*v;
I = Ip + ki*T*v;

u = P + I;

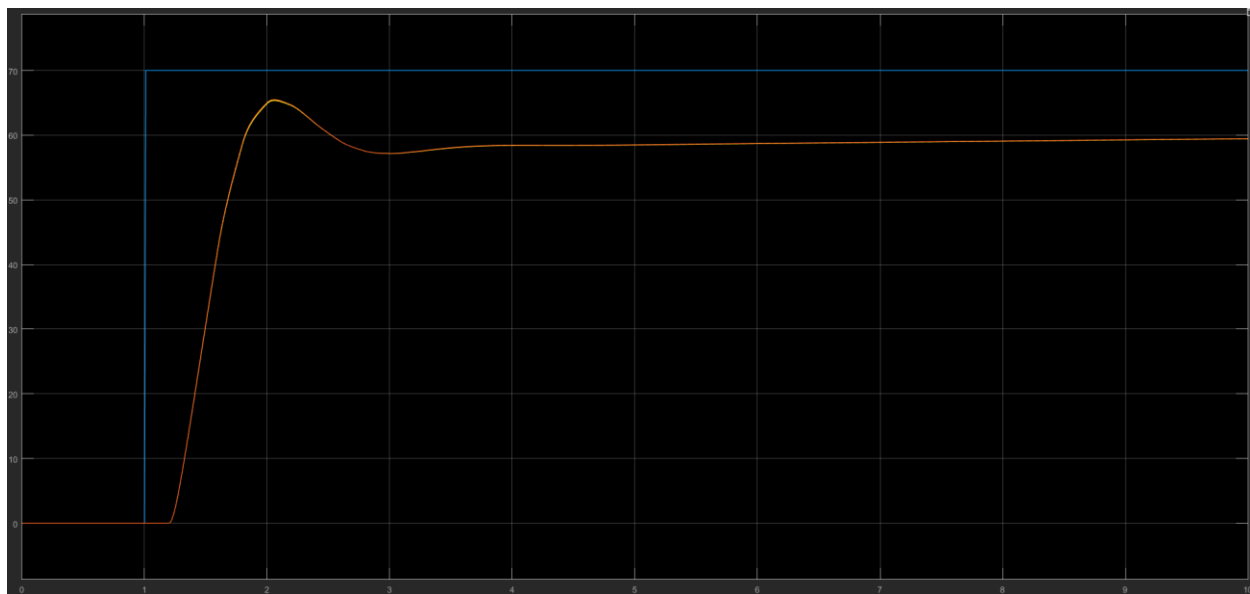
Ip = I;

```



Slika 12 – Blok dijagrami sa diskretizovanim regulatorima

Diskretizacijom regulatora, zbog periode odabiranja, menja se odziv. Na slici 13 prikazani su izlazi iz sistema koji u sebi sadrže diskretizovan regulator. Plavom bojom je prikazana referenca, žutom izlazni signal iz sistema u kom je regulator diskretizovan pomoću Ojlerovog diferenciranja u napred, odnosno narandžastom za Ojlerovo diferenciranje u nazad.



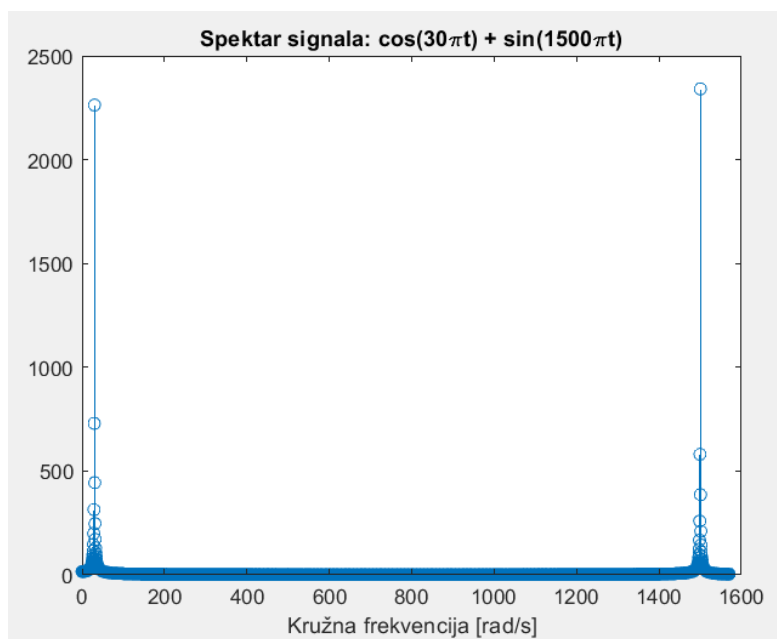
Slika 13 – Izlaz iz sistema sa diskretizovanim regulatorima

Funkcija diskretnog prenosa sistema:

$$W(z) = \frac{[G_p]^*(s)G_c(z)[G_{H0}G_H]^*(s)}{1 + [G_p]^*(s)G_c(z)[G_{H0}G_H]^*(s)}$$

Zadaci 2

(1.)



Slika 14 – Spektar zašumljenog signala

(2.)

$$y(t) = \cos(30t) + \sin(1500t)$$

$$G(s) = K \frac{1}{s + 35}$$

$$G(j\omega) = K \frac{1}{j\omega + 35} = \frac{K}{35} \frac{1}{\frac{j\omega}{35} + 1}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{K}{35} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{j\omega}{35}\right)^2 + 1}}$$

$$|G(j\omega)| = 20 \log \frac{K}{35} - 20 \log \sqrt{\left(\frac{j\omega}{35}\right)^2 + 1}$$

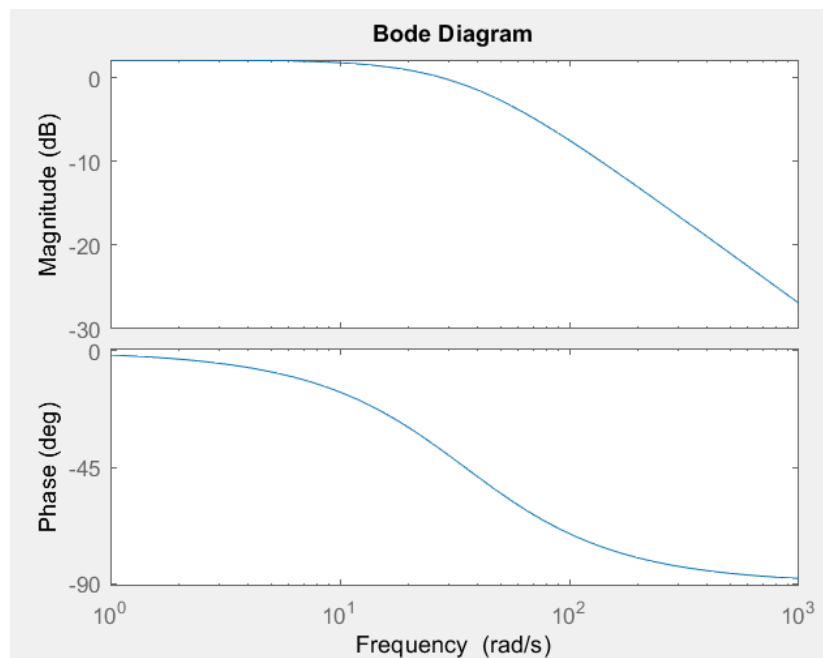
$$20 \log \frac{K}{35} = 0$$

$$\log \frac{K}{35} = 0$$

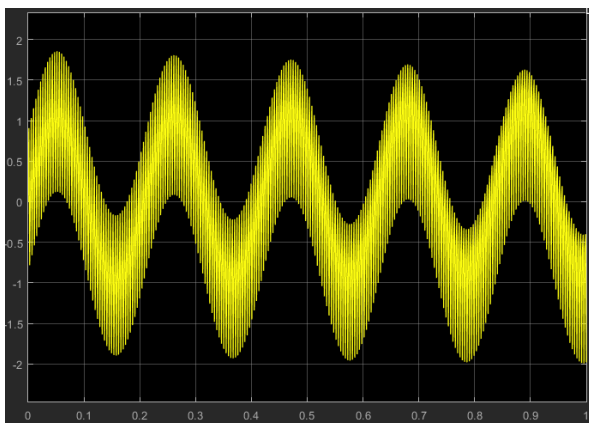
$$\frac{K}{35} = 1$$

$$K = 35$$

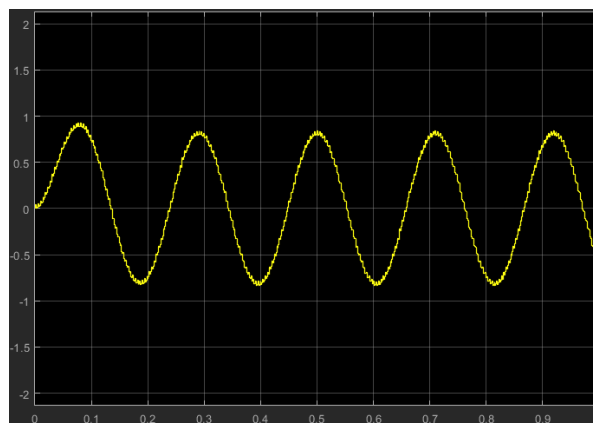
$$G(s) = \frac{35}{s + 35} \rightarrow \frac{45}{s + 35}$$



Slika 15 – Bodeov diagram projektovanog filtra



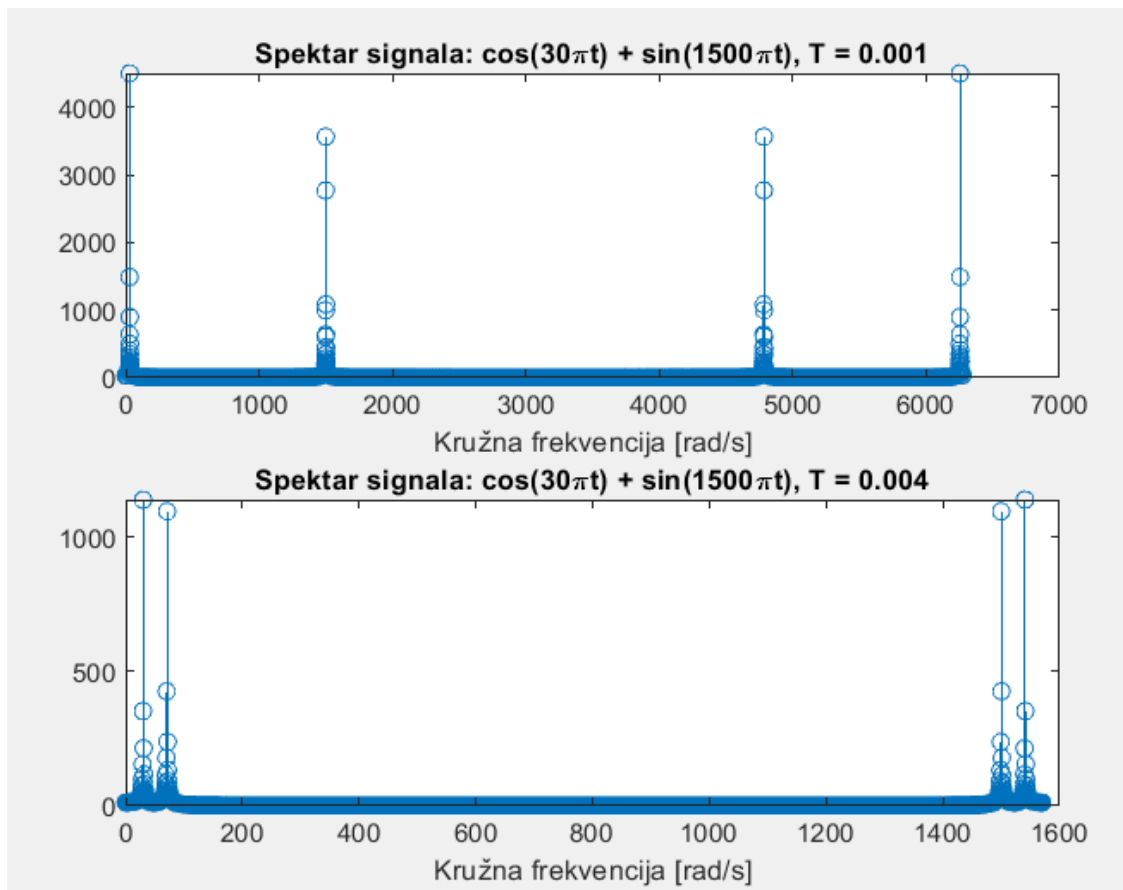
Slika 16 – Originalni, zašumljen signal



Slika 17 – Signal nakon prolaska kroz filter

(3.)

Za slučaj da Nikvistova teorema nije zadovoljena, dolazi do preklapanja spektra, tj. do pojave alijasinga. Spektar originalnog signala prikazan je na slici 14, i ako se uzme perioda odabiranja koja zadovoljava Nikvistovu teorem, spektar ostaje nepromenjen. Ova pojava se može videti na slici 18. Spektri na slici 18 su prikazani na skali $(0, \omega_s)$ iz razloga što je spektar diskretnih signala periodična funkcija.



Slika 18 – Spektri pravilno i nepravilno odabranog signala

(4.)

Ojler unazad:

$$s = \frac{z-1}{zT}$$

$$G(z) = \frac{45}{\frac{z-1}{zT} + 35} = \frac{45}{\frac{35zT + z - 1}{zT}} = \frac{45zT}{35zT + z - 1} = \frac{45zT}{z(35T + 1) - 1}$$

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{45zT}{z(35T + 1) - 1}$$

$$45zT U(z) = Y(z)(35T + 1)z - Y(z)$$

$$Y(z) = \frac{45T}{35T + 1}U(z) + \frac{Y(z)z^{-1}}{35T + 1}$$

$$Y(k) = \frac{45T}{35T + 1}U(k) + \frac{1}{35T + 1}(k - 1)$$

Kod:

```
function y = ojler_filtar(u, T)
```

```
persistent yp
```

```
if isempty(yp)
```

```
    yp = 0;
```

```
end
```

```
y = (45*T/(35*T+1))*u + (1/(35*T+1))*yp;
```

```
yp = y;
```

Step invarijantna:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}G(s)\right\} = \mathfrak{I}^{-1}\left\{\frac{z}{z-1}G(z)\right\}$$

$$\mathfrak{I}\left\{\left[\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}G(s)\right\}\right]^*\right\} = \frac{z}{z-1}G(z)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}G(s)\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}\frac{1}{s+35}\right\}_{45} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1/35}{s} - \frac{1/35}{s+35}\right\}_{45}$$

$$= 45 \left[\left(\frac{1}{35} h(t) - \frac{1}{35} e^{-35t} h(t) \right) \right]^*$$

$$y[k] = \frac{45}{35} h[k] - \frac{45}{35} e^{-35k} h[k]$$

$$G(z) = \left(\frac{1}{35} \frac{z}{z-1} - \frac{1}{35} \frac{z}{z-e^{-35T}} \right) \frac{z}{z-1} 45 = \frac{45}{35} \left(\frac{1}{z-1} (z-1) - \frac{z-1}{z-e^{-35T}} \right)$$

$$G(z) = \frac{45}{35} \left(1 - \left(\frac{z-1}{z-e^{-35T}} \right) \right) = \frac{45}{35} \left(\frac{z+1-e^{-35T}-z}{z-e^{-35T}} \right) = \frac{45}{35} \left(\frac{1-e^{-35T}}{z-e^{-35T}} \right) = \frac{Y(z)}{U(z)}$$

$$U(z)(1-e^{-35T})45 = 35Y(z)z - 35e^{-35T}Y(z)$$

$$45 \frac{(1-e^{-35T})}{35} U(z)z^{-1} + 35 \frac{e^{-35T}}{35} Y(z)z^{-1} = Y(z)$$

$$45 \frac{(1-e^{-35T})}{35} u[k-1] + e^{35T} y[k-1] = y[k]$$

Kod:

```
function y = step_inv_filtar(u, T)
```

```
    persistent yp up
```

```
    if isempty(yp)
```

```
        yp = 0;
```

```
    end
```

```
    if isempty(up)
```

```
        up = 0;
```

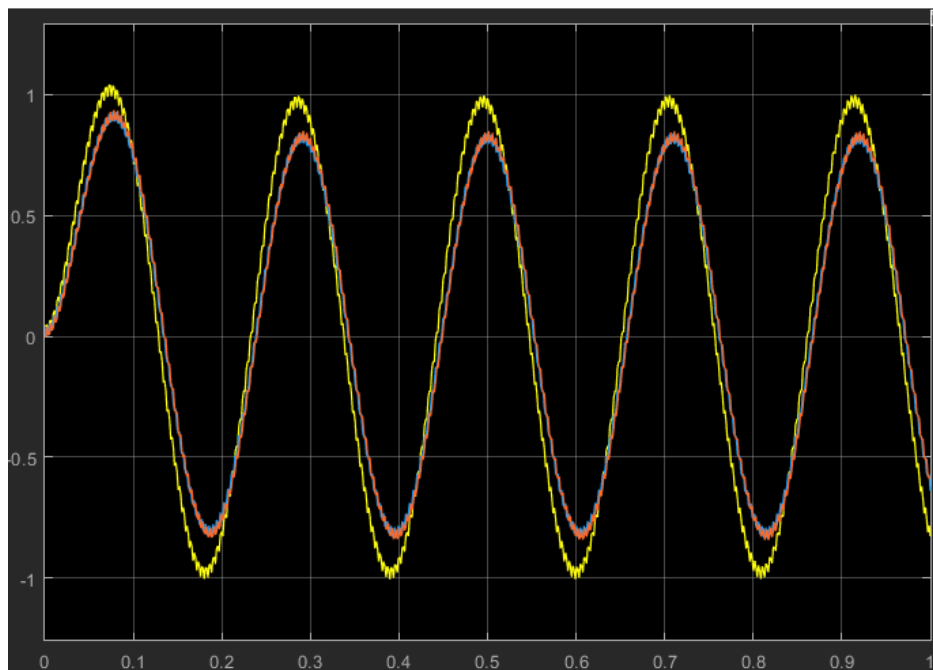
```
    end
```

```
    y = (45*(1 - exp(-35*T))/35)*up + exp(-35*T)*yp;
```

```
    yp = y;
```

```
    up = u;
```

Na slici 19 prikazani su izlazi iz tri različita filtra na isti zašumljeni signal. Žutom bojom je predstavljen odziv kontinualnog filtra, plavom filtra diskretizovanim korišćenjem Ojlerovog diferenciranja unazad, a plavom odziv filtra diskretizovanog step invarijantnom diskretizacijom.



Slika 19 – Prikaz izlaza iz kontinualnog, i diskretizovanih filtara

(5.)

$$G(s) = \frac{1}{s + 10}$$

P regulator

$$C(s) = K_p$$

$$W(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{\frac{K_p}{s + 10}}{1 + \frac{K_p}{s + 10}} = \frac{K_p}{s + 10 + K_p}$$

*stabilnost

$$10 + K_p > 0 \rightarrow K_p > -10$$

*karakter odziva

Odziv je aperiodičan za $K_p \in (-10, \infty)$

*dominantna vremenska konstanta

$$W(s) = \frac{K_p}{s + 10 + K_p} = \frac{K_p}{10 + K_p} \frac{1}{\frac{1}{10 + K_p}s + 1} \rightarrow T_d = \frac{1}{10 + K_p}$$

Što je K_p veće. T_d će biti manje (obrnuta proporcionalnost)

PI regulator

$$C(s) = \frac{K_p s + K_i}{s}$$

$$W(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{\frac{K_p s + K_i}{s(s+10)}}{1 + \frac{K_p s + K_i}{s(s+10)}} = \frac{K_p s + K_i}{s(s+10) + K_p s + K_i} = \frac{K_p s + K_i}{s^2 + s(10 + K_p) + K_i}$$

*stabilnost

Rautov kriterijum:

$$\begin{array}{c|cc} s^2 & 1 & K_i \\ s & (10 + K_p) & \\ s^0 & K_i & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \text{Sistem će biti stabilan za } K_p \in (-10, \infty) \cup (0, \infty)$$

*karakter odziva

$$s_{1/2} = \frac{-(10+K_p) \pm \sqrt{(10+K_p)^2 - 4K_i}}{2}$$

$$(10 + K_p)^2 - 4K_i > 0$$

$$(10 + K_p)^2 > 4K_i$$

$$\frac{(10+K_p)^2}{4} > K_i \quad \Rightarrow \quad \text{Ukoliko je data jednačina ispunjena sistem će biti aperiodičan, u suprotnom biće oscilatoran}$$

*dominantna vremenska kons

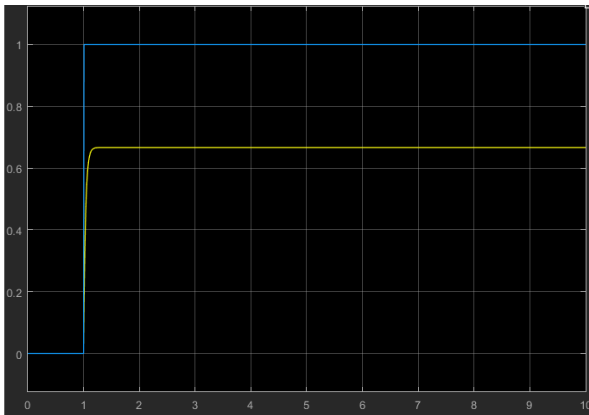
$$W(s) = \frac{K_p s + K_i}{s^2 + s(10 + K_p) + K_i}$$

$$s^2 + s(10 + K_p) + K_i = \left(s + \frac{-10 - K_p + \sqrt{(10 + K_p)^2 - 4K_i}}{2} \right) \left(s - \frac{-10 - K_p - \sqrt{(10 + K_p)^2 - 4K_i}}{2} \right)$$

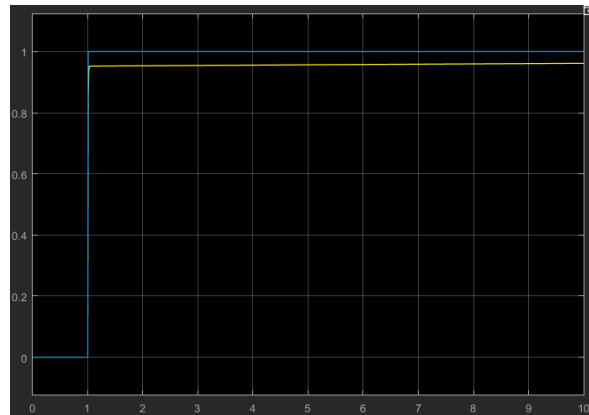
$$= \left(s + \frac{-10 - K_p + \sqrt{(10 + K_p)^2 - 4K_i}}{2} \right) \left(s + \frac{10 + K_p + \sqrt{(10 + K_p)^2 - 4K_i}}{2} \right)$$

$$= \frac{-10 - K_p + \sqrt{(10 + K_p)^2 - 4K_i}}{2} \left(\frac{2}{10 + K_p + \sqrt{(10 + K_p)^2 - 4K_i}} s + 1 \right)$$

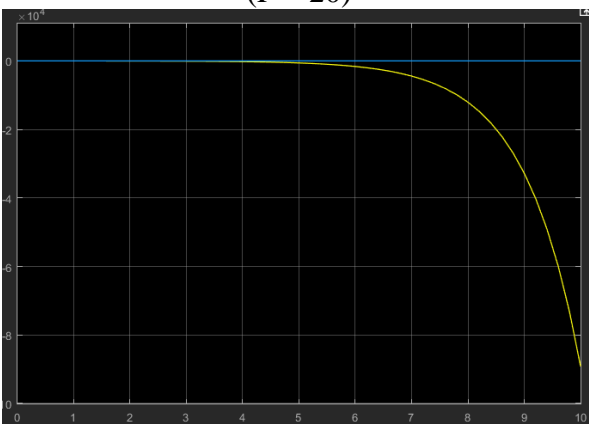
$$T_d = \left| Re \left\{ \frac{2}{-10 - K_p + \sqrt{(10 + K_p)^2 - 4K_i}} \right\} \right|$$



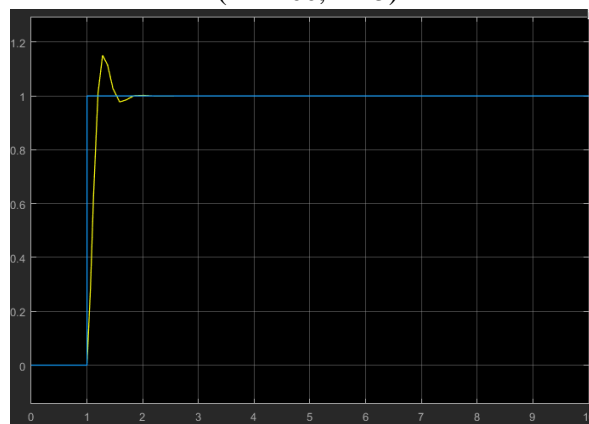
P regulator – stabilan
(P = 20)



PI regulator - stabilan, neoscilatoran
(P = 200, I = 5)



P regulator – nestabilan
(P = -11)



PI regulator - stabilan, oscilatoran
(P = 2, I = ((10 + P)^2) / 4) + 100

Slika 20 – Signali sa izlaza za razne parametre P i PI regulatora

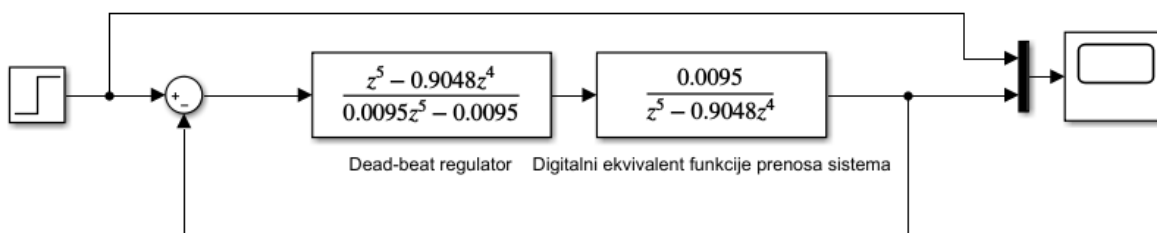
(6.)

Dead-beat regulator

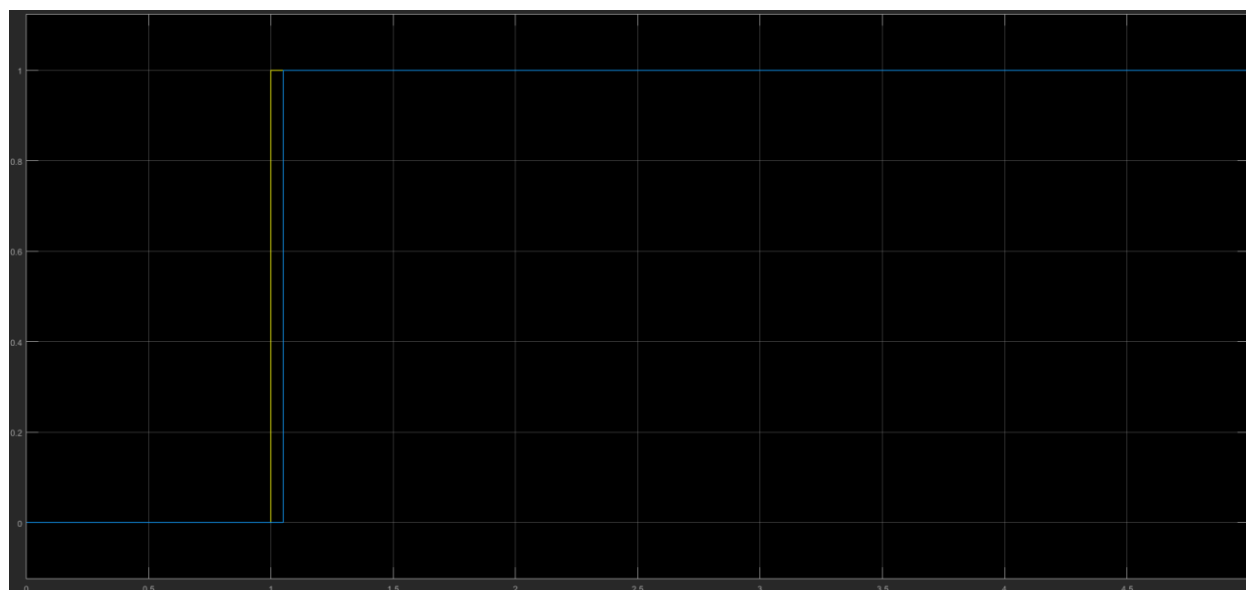
$$\Im \left\{ \frac{e^{-0,04s}}{s+10} \frac{1-e^{-sT}}{s} \right\} = (1-z^{-1})z^{-4}z \left\{ \frac{1}{s} - \frac{1}{s+10} \right\} = \frac{z-1}{z^5} \frac{1}{10} \frac{z-e^{-10T}-z+1}{(z-1)(z-e^{-10T})}$$

$$= 0,1 \frac{1-e^{-10T}}{(z-e^{-10T})z^4} = \frac{0,0095}{z^5-0,9048z^4}$$

$$G_{reg} = \frac{z^5-0,9048z^4}{0,0095} \frac{1}{z^5-1}$$



Slika 21 – Blok diagram sistema sa dead-beat regulatorom



Slika 22 – Izlazni signal iz sistema sa slike 21 na step pobudu

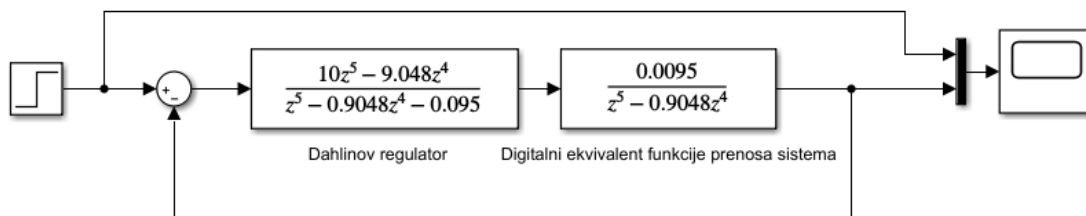
Dahlinov regulator

$$G_{DE} = \mathfrak{I} \left\{ \frac{e^{-0,04s}}{s+10} \frac{1 - e^{-sT}}{s} \right\} = \frac{0,0095}{z^5 - 0,9048z^4}$$

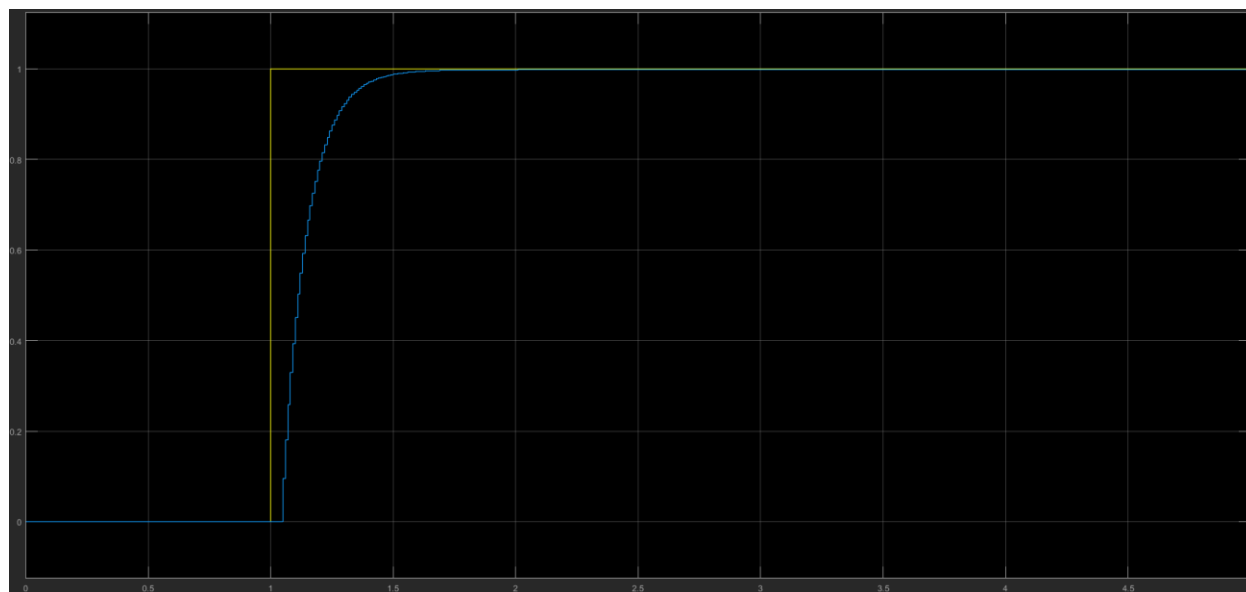
$$W(s) = \frac{e^{-s\tau}}{T_{cl}s + 1} \rightarrow \frac{e^{-0,04s}}{0,1s + 1}$$

$$\begin{aligned} W(z) &= \mathfrak{I} \left\{ \frac{e^{-0,04s}}{0,1s + 1} \frac{1 - e^{-sT}}{s} \right\} = \frac{z-1}{z} z^{-4} \mathfrak{I} \left\{ \frac{1}{0,1s + 1} \frac{1}{s} \right\} \\ &= \frac{z-1}{z^5} \mathfrak{I} \left\{ \frac{-1/10}{0,1s+1} + \frac{1}{s} \right\} = \frac{z-1}{z^5} \mathfrak{I} \left\{ \frac{-1}{s+10} + \frac{1}{s} \right\} = \frac{z-1}{z^5} \left[\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-10T}} \right] \\ &= \frac{z-1}{z^4} \frac{(z-e^{-10T})-z+1}{(z-1)(z-e^{-10T})} = \frac{1-e^{-10T}}{z^4(z-e^{-10T})} = \frac{0,095}{z^4(z-0,9048)} \end{aligned}$$

$$D(z) = \frac{1}{G_{DE}} \frac{W(z)}{1 - W(z)} = \frac{z^5 - 0,9048z^4}{0,0095} \frac{\frac{0,095}{z^4(z - 0,9048)}}{\frac{z^4(z - 0,9048) - 0,095}{z^4(z - 0,9048)}} = \frac{10z^5 - 9,048z^4}{z^5 - 0,9048z^4 - 0,095}$$



Slika 22 – Blok diagram sistema sa Dahlinovim regulatorom



Slika 23 – Izlazni signal iz sistema sa slike 22 na step pobudu