Laboratório de Sistemas de Controle

Djonathan Luiz de Oliveira Quadras

2020-05-30

Contents

Apresentação

Working on it :)

Chapter 1

Simulação de Sistemas

Este laboratório consistiu apenas na apresentação da disciplina, da ferramenta e do método que será aplicado. Não teve nehuma atividade desenvolvida.

Chapter 2

Efeitos de Pólos e Zeros na Dinâmica

2.1 Apresentação do Laboratório

2.1.1 Objetivo

Nesta experiência, verificaremos a influência dos pólos e zeros de uma Função de Transferência na resposta dinâmica para entradas do tipo degrau e também para entradas senoidais. Utilizaremos o Matlab para realizar as simulações.

2.1.2 Polos e Zeros

Considere uma função de Trasnferência da forma

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_1 s^m + b_2 s^{m-1} + \cdots + b_m s + b_{m+1}}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n}$$

onde $Y(s)$ é a saída, $U(s)$ é a entrada, $n \geq m$ e todos os coeficientes são reais. Temos as seguintes definições:

1. Os pólos $G(s)$ são as raízes de $D(s)$ ($D(s) = 0$);
2. Os *zeros* de $G(s)$ são as raízes de $N(s)$ ($N(s) = 0$);
3. $G(s)$ é *estável* quando todos os pólos possuem parte real negativa, ou seja, estão no semi-plano esquerdo (SPE) do plano s;
4. $G(s)$ é *instável* quando existe ao menos um pólo com parte real positiva, ou seja, no semi-plano (SPD);
5. $G(s)$ é de *fase não-mínima* quando há polos ou zeros no SPF.

Considere que $G(s)$ é estável, ou seja, todos os pólos estão no SPE. Em geral, para entradas do tipo degrau, temos:

1. A componente da resposta dinâmica referente a um pólo afastado da origem (do plano s) é relativamente rápida;
2. A componente da resposta dinâmica referente a um pólo próximo da origem é relativamente lenta;
3. Um zero tende a fazer com que a resposta dinâmica apresente sobressinal. Quanto mais próximo da origem estiver o zero, maior o sobressinal. E, quanto mais longe da origem, menor se torna o sobressinal, podendo o mesmo não existir. Assim, um sistema de segunda ordem com pólos reais e um zero poderá apresentar um sobressinal dependendo do posicionamento do zero no plano s;
4. Um zero bem próximo de um pólo tende a anular os efeitos dos mesmos na resposta dinâmica.

2.2 Procedimentos

Problema 1

Considere o sistema de primeira ordem

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1},$$

onde $\tau = 1$, $\tau = 0.5$. Para cada valor de τ, determine o pólo e sua posição no plano s (use os comandos `zpk` e `pzmap` no Matlab), e conclua sobre a estabilidade e a rapidez da resposta do sistema. Simule para uma entrada do tipo degrau unitário. Analise e compare os resultados. Agora, repita o procedimento para o sistema

$$G(s) = \frac{1}{s - 1}.$$

Resolução

A resolução será feita em quatro partes: (1) a resolução para $\tau = 1$ usando `pzmap`, (2) a resolução para $\tau = 0.5$ usando `pzmap`, (3) a simulação e comparação dos resultados e, por fim, (4) a resolução para $G(s) = \frac{1}{s-1}$.

2.2.0.0.1 Parte 1 Para $\tau = 1$, temos a função de transferência dada por

$$G(S) = \frac{1}{s + 1}.$$

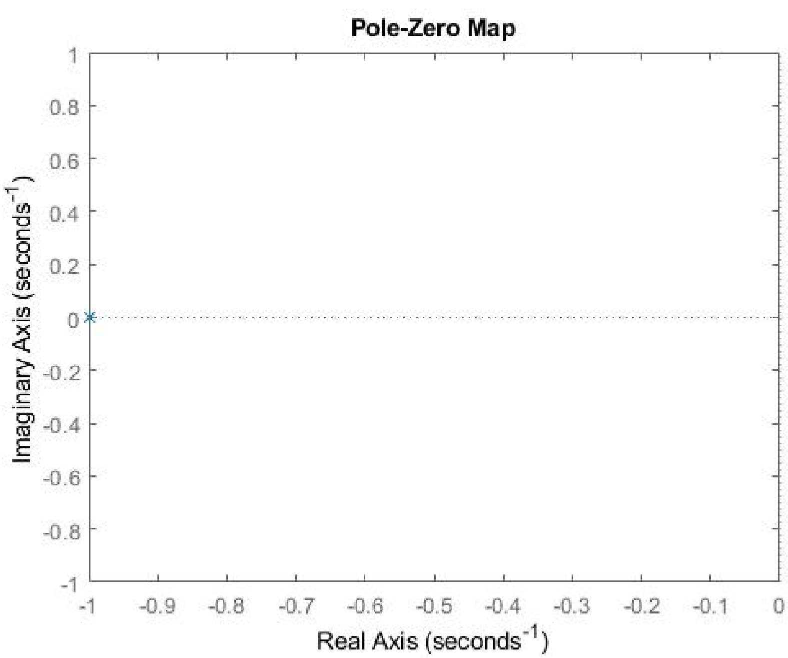
O código implementado no `Matlab` foi o apresentado abaixo.

```
g = tf([1], [1 1])
[p, z] = pzmap(g)
pzmap(g)
```

Tendo como resultados de polos e zeros:

```
p =

    -1


z =

  0×1 empty double column vector
```

Ou seja, a função de transferência não apresenta zeros e tem seu polo em $s = -1$. A sua posição no plano é apresentada na figura abaixo.



Como o polo da função de transferência se encontra na SPE, conclui-se que o sistema se compartará de uma forma estável.

2.2.0.0.2 Parte 2 Para $\tau = 0.5$, temos a função de transferência dada por

$$G(S) = \frac{1}{0.5s + 1}.$$

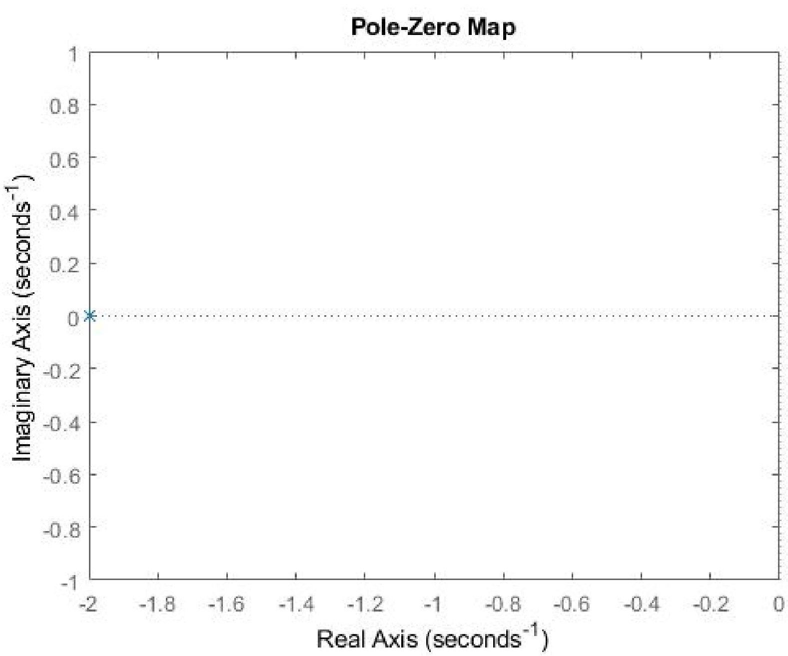
O código implementado no `Matlab` foi o apresentado abaixo.

```
g = tf([1], [0.5 1])
[p, z] = pzmap(g)
pzmap(g)
```

Tendo como resultados de polos e zeros:

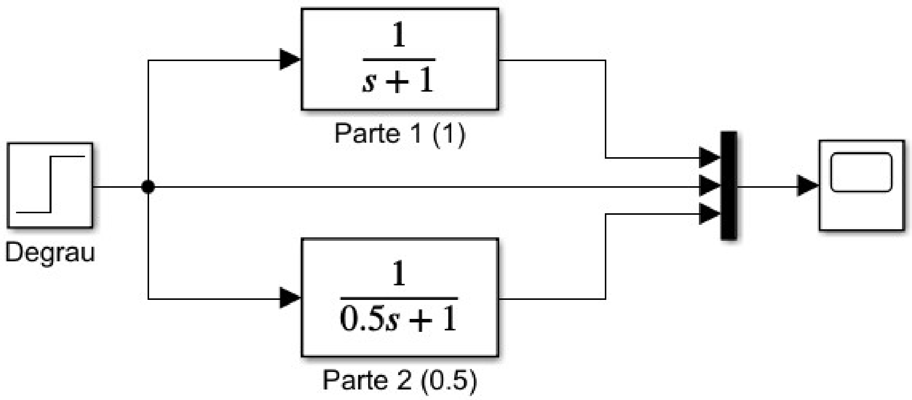
```
p =

    -2


z =

  0×1 empty double column vector
```

Ou seja, a função de transferência não apresenta zeros e tem seu polo em $s = -2$. A sua posição no plano é apresentada na figura abaixo

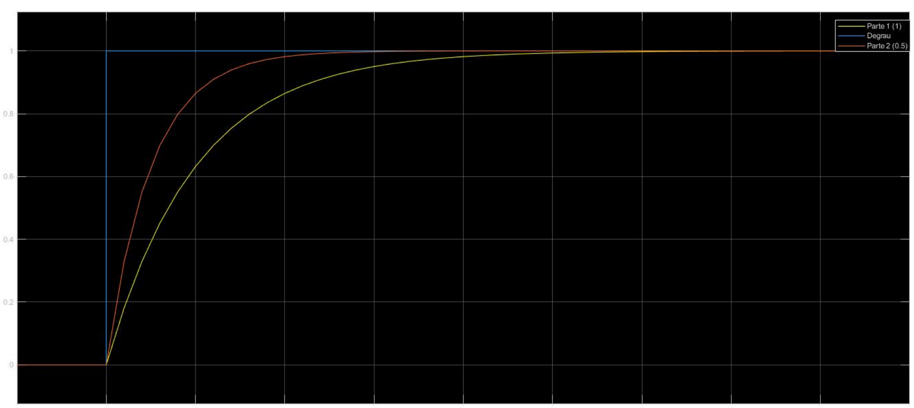


Como o polo da função de transferência se encontra na SPE, conclui-se que o sistema se compartará de uma forma estável. Também é possível concluir que o sistema alcanraça a estabilidade mais rápido para $\tau = 0.5$.

2.2.0.0.3 Parte 3 A simulação do sistema implementada em `Matlab` está apresentado na figura abaixo.



O resultado apresentado pelo *scope* é apresentado na figura abaixo.



Percebe-se que, assim como esperado, o sistema se comporta de forma estável e tem uma convergência mais rápida para $\tau = 0.5$.

2.2.0.0.4 Parte 4 Para a última etapa temos a função de transferência dada por

$$G(S) = \frac{1}{s-1}.$$

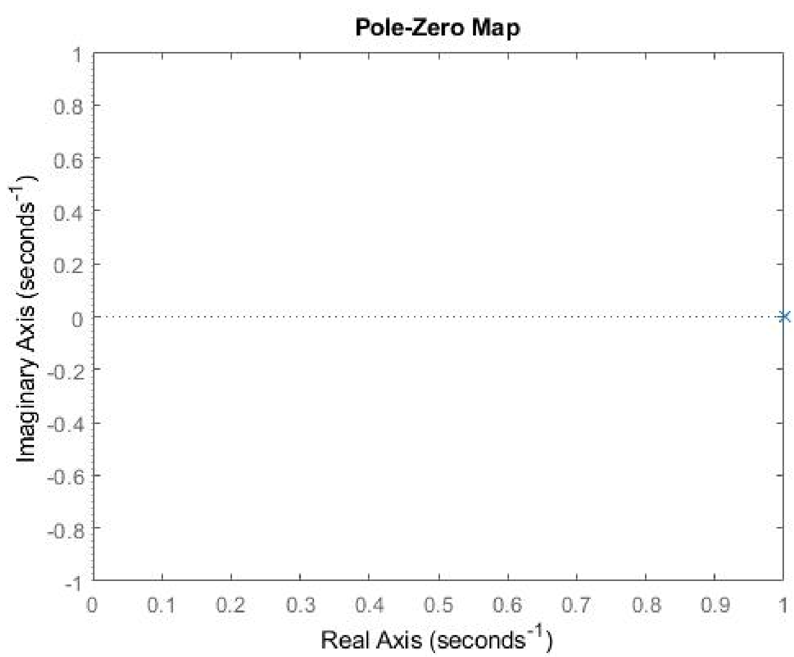
O código implementado no `Matlab` foi o apresentado abaixo.

```
g = tf([1], [1 -1])
[p, z] = pzmap(g)
pzmap(g)
```

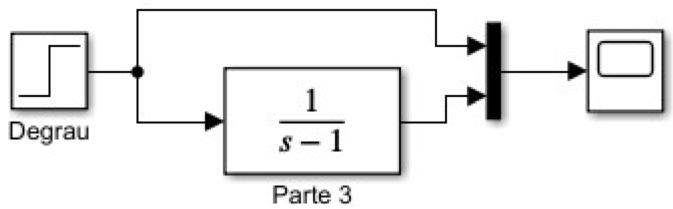
Tendo como resultados de polos e zeros:

```
p =

    1


z =

  0×1 empty double column vector
```

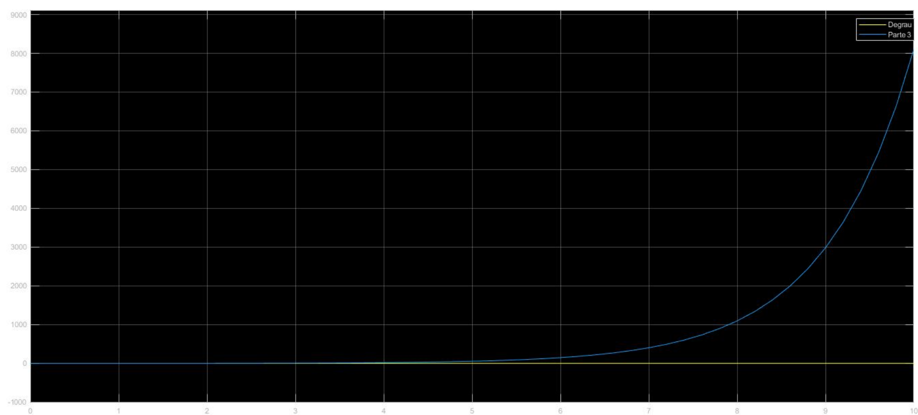
Ou seja, a função de transferência não apresenta zeros e tem seu polo em $s = 1$. A sua posição no plano é apresentada na figura abaixo



Como o polo da função de transferência se encontra na SPD, conclui-se que o sistema se compartará de uma forma instável. A simulação em `Matlab` está apresentada na figura abaixo.



O resultado apresentado pelo *scope* é apresentado na figura abaixo.



O resultado comprova o esperado. O sistema se comporta de forma instável para a função de transferência dada por $G(s) = \frac{1}{s-1}$.

Problema 2

Considere o sistema de primeira ordem (integrador)

$$G(s) = \frac{1}{s}.$$

Determine o pólo e a sua posição no plano s e simule para uma entrada do tipo degrau unitário e também para $\sin(t)$ (para $\sin(t)$, escolha **Max Step Size = 0.1** em **Simulation** $\Longrightarrow$ **Configurarion Parameters**). Note que a saída é a integral da entrada. Tais resultados eram esperados? Dica: relembre que $Y(s) = G(s)U(s)$, e que se $x(t) \iff X(S)$, então $\int_0^t x(\tau)\mathrm{d}\tau \iff X(s)/s$.

Resolução

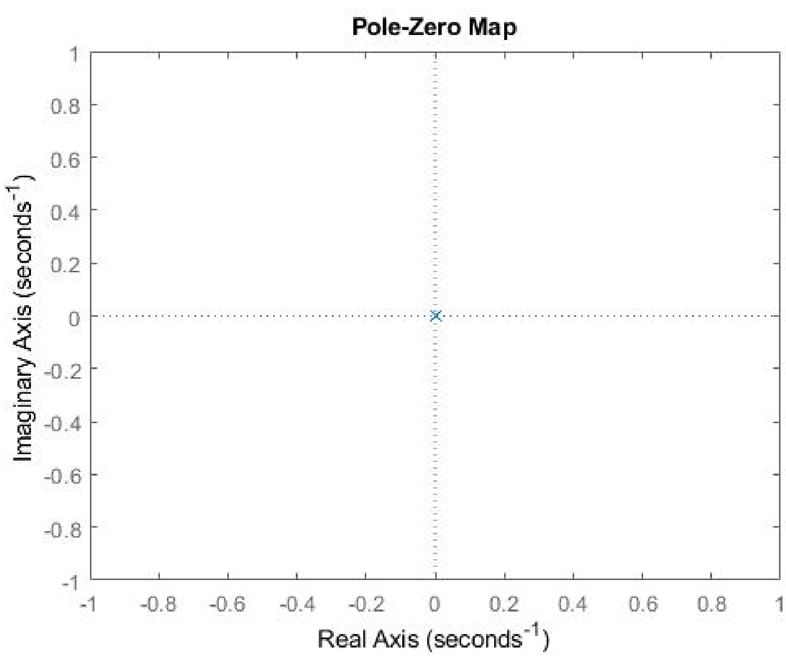
O código utilizado no `Matlab` é apresentado abaixo.

```
g = tf([1], [1 0])
[p,z] = pzmap(g)
pzmap(g)
```

Obtendo como resultado:

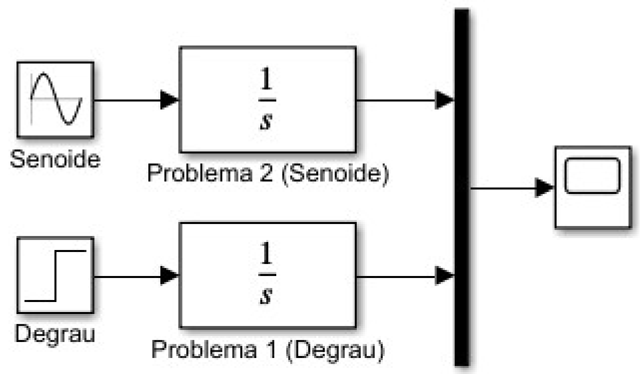
```
p =

     0


z =

  0×1 empty double column vector
```

Conclue-se então que a função de transferência $G(s) = \frac{1}{s}$ não tem zeros e tem pólo em $s = 0$. O mapa da posição no plano é mostrado na figura abaixo.

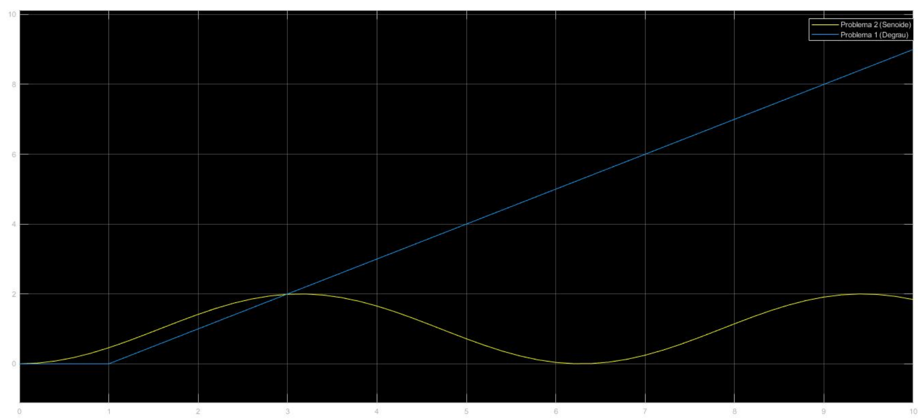


Isso mostra que o sistema é um caso crítico. Neste caso a resposta em regime permanente do sistema a uma entrada de amplitude limitada será uma senóide.

A simulação feita em `Matlab` está apresentada na figura abaixo.



O resultado da simulação é apresentado na figura abaixo.



O resultados eram esperados, uma vez que em um estado crítico a função de transferência pode estar em um estado permanente senoidal caso a entrada seja senoidal ou pode divergir caso a entrada seja um sinal constante.

Problema 3

Considere o sistema de segunda ordem

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 25}.$$

Determine os pólos e suas posições no plano s. Simule para as seguintes entradas: degrau unitário, $\sin(4t)$, $\sin(6t)$. Observe que a saída é limitada. Agora, semule para a entrada $\sin(5t)$. Note que a amplitude de saída cresce indefinidamente. Tal fenômeno é denominado de *ressonância*. De moro mais geral, para

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + \omega_0^2},$$

teremos ressonância quando aplicamos uma entrada senoidal da forma $\sin(\omega_0 t+\phi)$. Note que a *frequência de ressonância* ω_0 é igual a parte imaginária dos pólos de $G(s)$.

Resolução

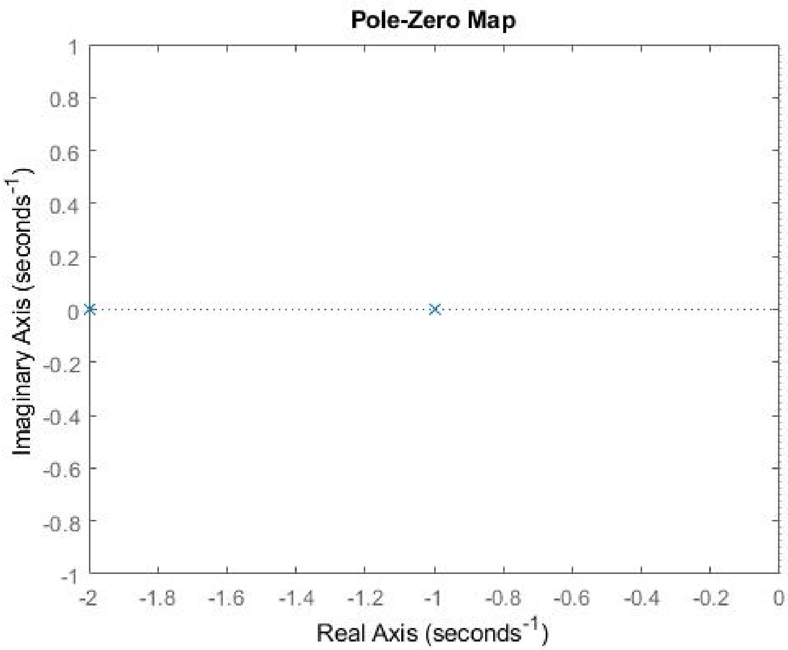
O código utilizado no `Matlab` é apresentado abaixo.

```
g = tf([1], [1 0 25])
[p,z] = pzmap(g)
pzmap(g)
```

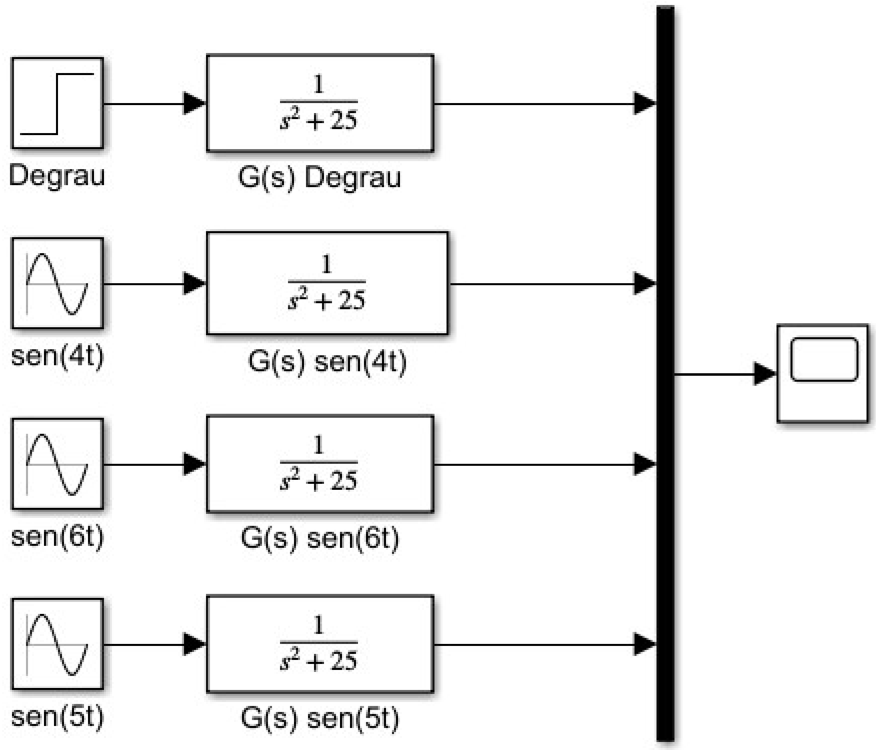
Obtendo como resultado:

```
p =

   0.0000 + 5.0000i
   0.0000 - 5.0000i


z =

  0×1 empty double column vector
```

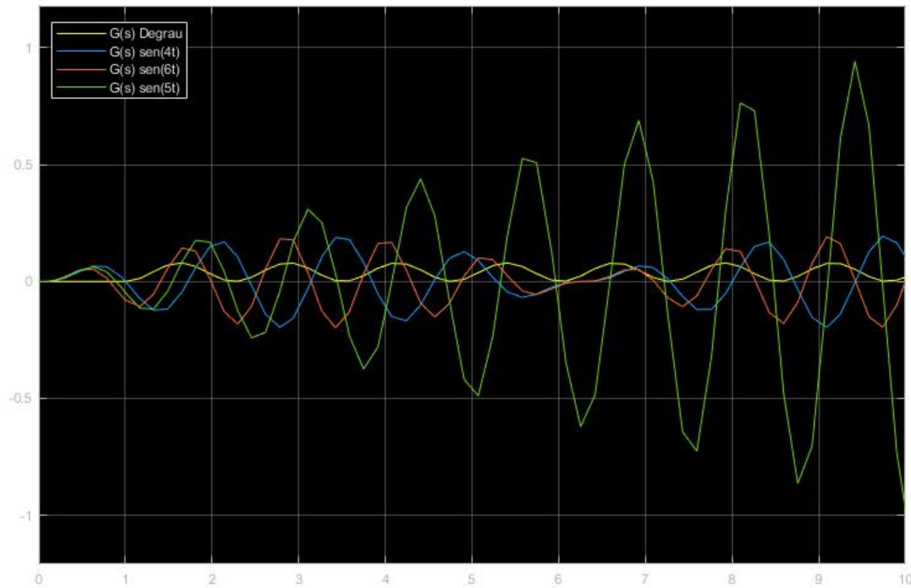
Conclue-se então que a função de transferência $G(s) = \frac{1}{s^2+25}$ não tem zeros e tem pólo em $s = \pm 5i$. O mapa da posição no plano é mostrado na figura abaixo.



De acordo com o mapa de posição, pode-se concluir que a função de transferência é classificada como um caso crítico. A figura abaixo apresenta o modelo de simulação criado no `Simulink`.



O resultado da simulação é apresentado abaixo.



É fácil perceber que o modelo se comporta de maneira instável com a entrada $u(t) = \sin(5t)$, se mostrando estável nas demais situações.

Problema 4

Considere o sistema de segunda orde

$$G(s) = \frac{1.6}{(s+1)(s+2)} = \frac{0.8}{0.5s^2 + 1.5s + 1}.$$

Determine os pólos e suas posições no plano s e simule para uma entrada do tipo degrau unitário. Note que não há sobressinal. Tal resultado era esperado? Justifique.

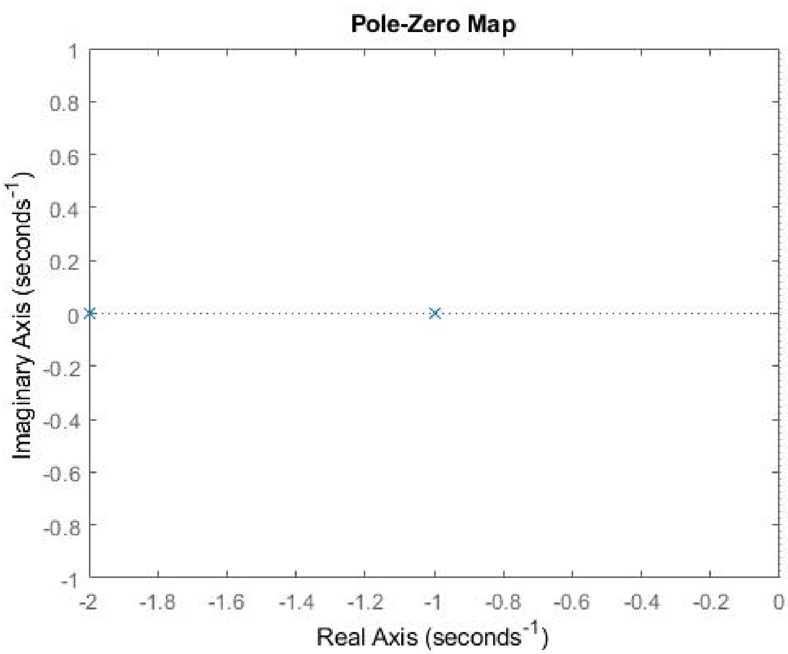
Agora, adicionando um zero, temos

$$G(s) = \frac{1.6(\beta s+1)}{(s+1)(s+2)} = \frac{0.8(\beta s+1)}{0.5s^2 + 1.5s + 1},$$

onde $\beta = 0.1$, $\beta = 0.6$, $\beta = 0.99$, $\beta = 1.2$, $\beta = 2$, $\beta = 10$. Para cada valor de β, determine os pólos e zeros, suas posições no plano s e simule para uma entrada do tipo degrau unitário. Analise e compare os resultados. Note que dependendo da posição do zero o sobressinal será maior ou menor, podendo também não estar presente.

Resolução

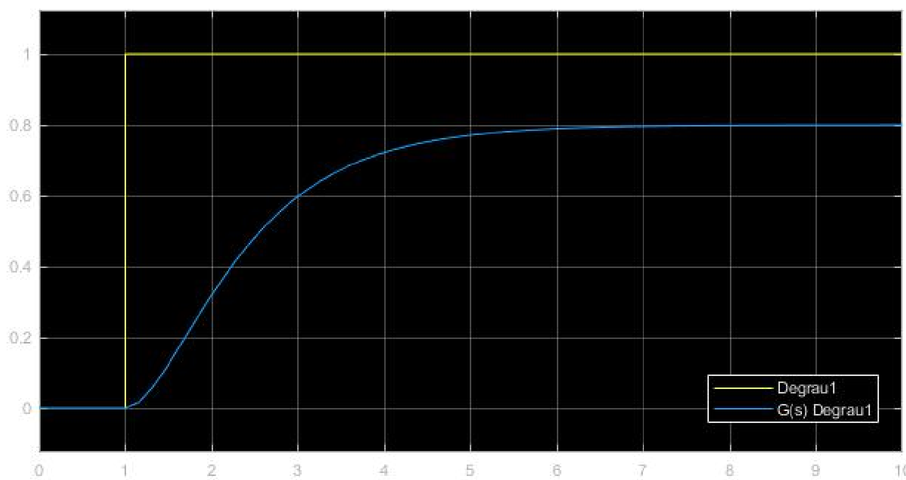
Utilizando a função `pzmap()` do `Matlab` para encontrar os pólos da função de transferência $G(s) = \frac{0.8}{0.5s^2+1.5s+1}$ temos que a função não possui zeros e possui polos para $s = -2$ e $s = -1$. O mapa de posições é apresentado na figura abaixo.



O resultado da função de transferência é apresentado na figura abaixo.

Table 2.1: Valores de Pólo e Zero variando β

	Pólos	Zeros
$\beta = 0.1$	-2, -1	-10.0
$\beta = 0.6$	-2, -1	-1.67
$\beta = 0.99$	-2, -1	-1.01
$\beta = 1.2$	-2, -1	-0.83
$\beta = 2$	-2, -1	-0.50
$\beta = 10$	-2, -1	-0.10

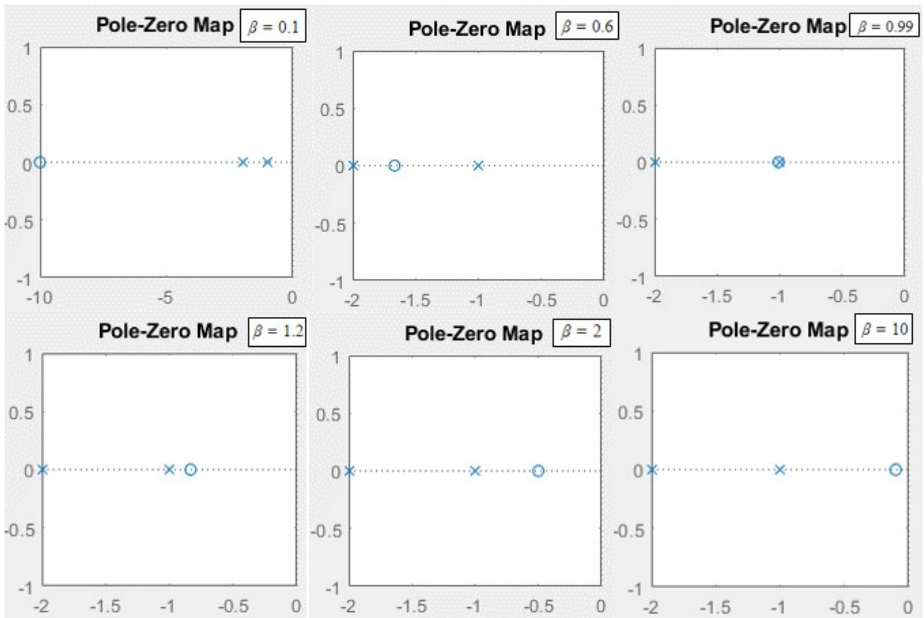


Agora, considerando a função de transferência

$$G(s) = \frac{0.8(\beta s + 1)}{0.5s^2 + 1.5s + 1},$$

e substituindo os valores de β pelos valores propostos temos os valores de zero e pólo apresentados na tabela abaixo.

Os gráficos de posição estão apresentados abaixo.


Pole-Zero Map
$\beta = 0.1$
Pole-Zero Map
$\beta = 0.6$
Pole-Zero Map
$\beta = 0.99$
Pole-Zero Map
$\beta = 1.2$
Pole-Zero Map
$\beta = 2$
Pole-Zero Map
$\beta = 10$

Chapter 3

Identificação de Sistemas

Working on it :)

Chapter 4

Rastreamento de Referências e Rejeição de Perturbações - Erro em Regime Permanente

Working on it :)

Chapter 5

Projeto de Controladores por Métodos Algébricos

Working on it :)

Chapter 6

Linearização de Sistemas Não-Lineares

Working on it :)

Chapter 7

Controle de Sistemas Não-Lineares

Working on it :)

Chapter 8

Análise pelo Lugar das Raízes

Working on it :)

Chapter 9

Projeto de Controladores pelo Lugar das Raízes

Working on it :)

Chapter 10

Projeto do controlador atraso de fase

Working on it :)

Chapter 11

Análise pelos Diagramas de Bode e Nyquist

Working on it :)

Chapter 12

Projeto de Controladores pelo Diagrama de Bode

Working on it :)

Chapter 13

Digitalização de Controladores Analógicos

Working on it :)