

Određivanje srednje gustine Jupitera i Saturna

Đorđe Milić

Apstrakt

Cilj ovog rada je naći srednje gustine Jupitera i Saturna ne služeći se njegovom masom i veličinom, već samo prividnim veličinama posmatrane planete i satelita. Posmatranja su urađena mojim teleskopom u junu. Za pronalaženje prividnih vrednosti vezanim za ugaone veličine planeta je korišćen kod koji fituje elipse hofovim transformacijama. Kroz podatke za prividnu udaljenost satelita od planete je fitovana sinusoida. Dobijeni rezultati su: Jupiter - $1370 \pm 20 \frac{kg}{m^3}$ i Saturn - $700 \pm 100 \frac{kg}{m^3}$.

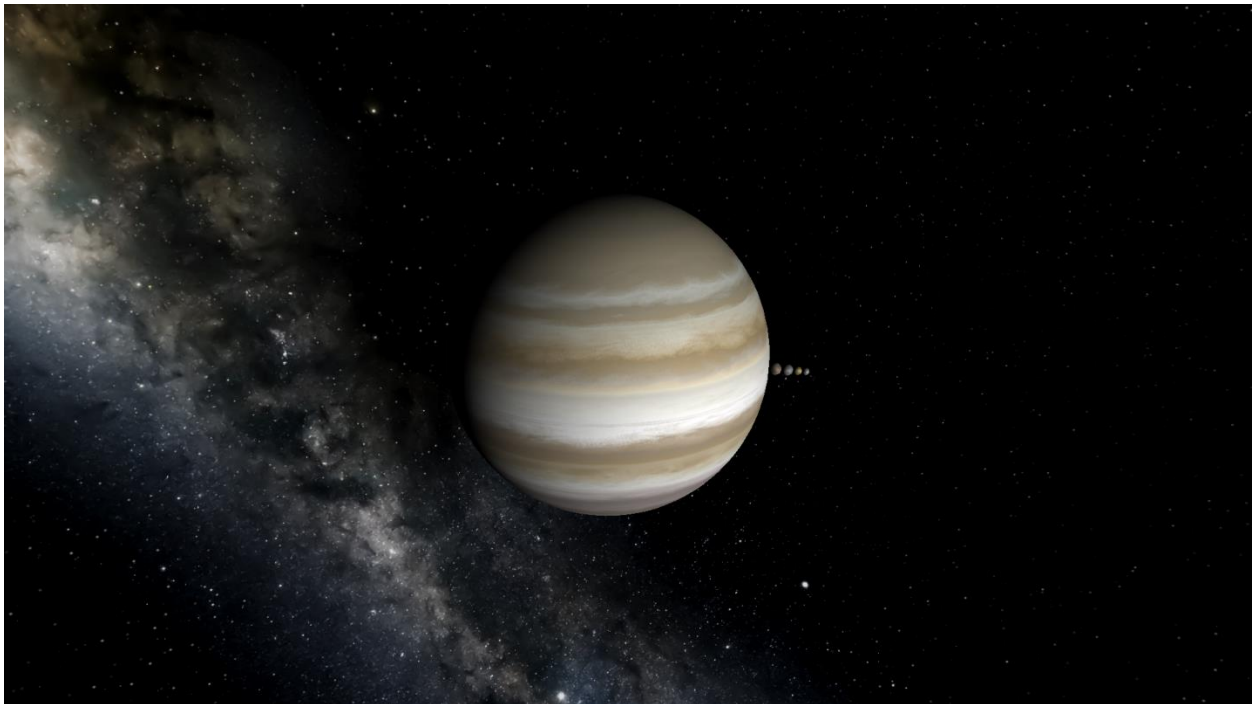
Uvod

Jupiter, zajedno sa svojih dosad otkrivenih 79 prirodnih satelita, čini minijaturnu verziju Sunčevog sistema. U centru njega je naravno Jupiter. Jupiter je najveća i najmasivnija planeta Sunčevog sistema. Većina ovih satelita su mali, asteroidi koje je Jupiter uhvatio svojom gravitacijom. Oni orbitiraju daleko od Jupitera, u nasumičnim orbitama (neki čak i u drugom smeru). Očigledno je da ove satelite nije lako posmarati, a kamoli pratiti na većim vremenskim skalama.

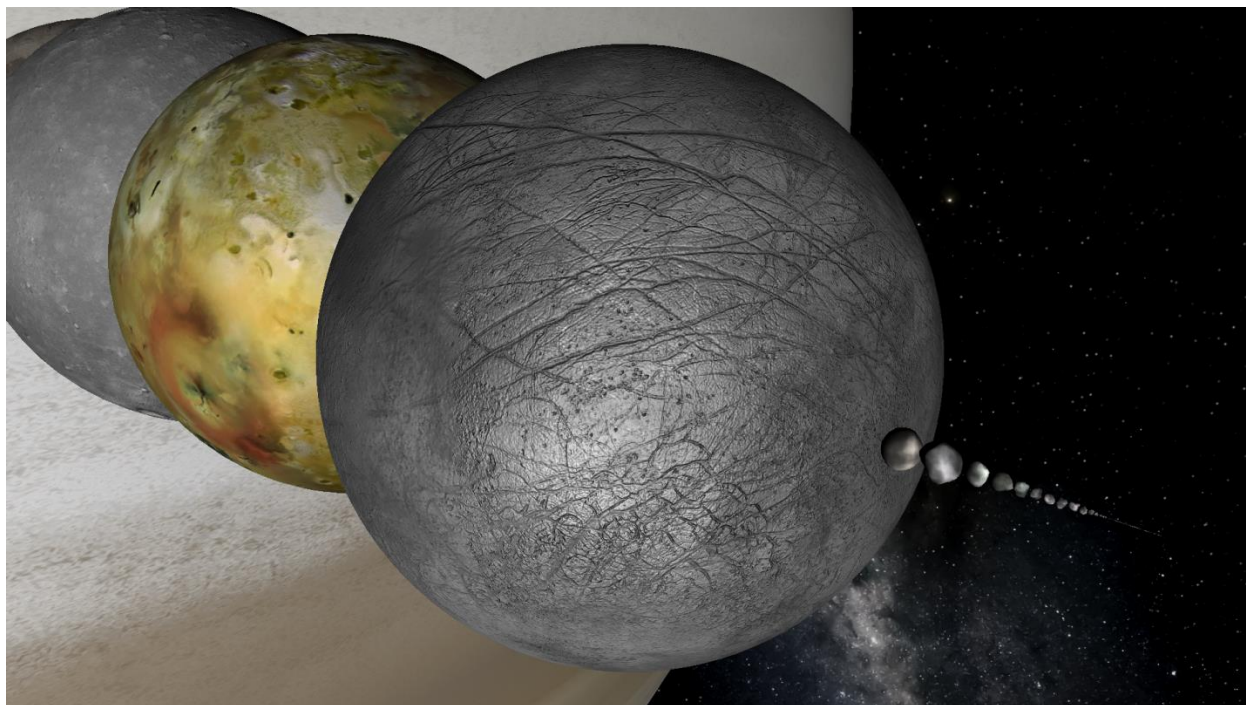


Slika 1: Jupiter i svi, do sada otkriveni, njegovi sateliti.

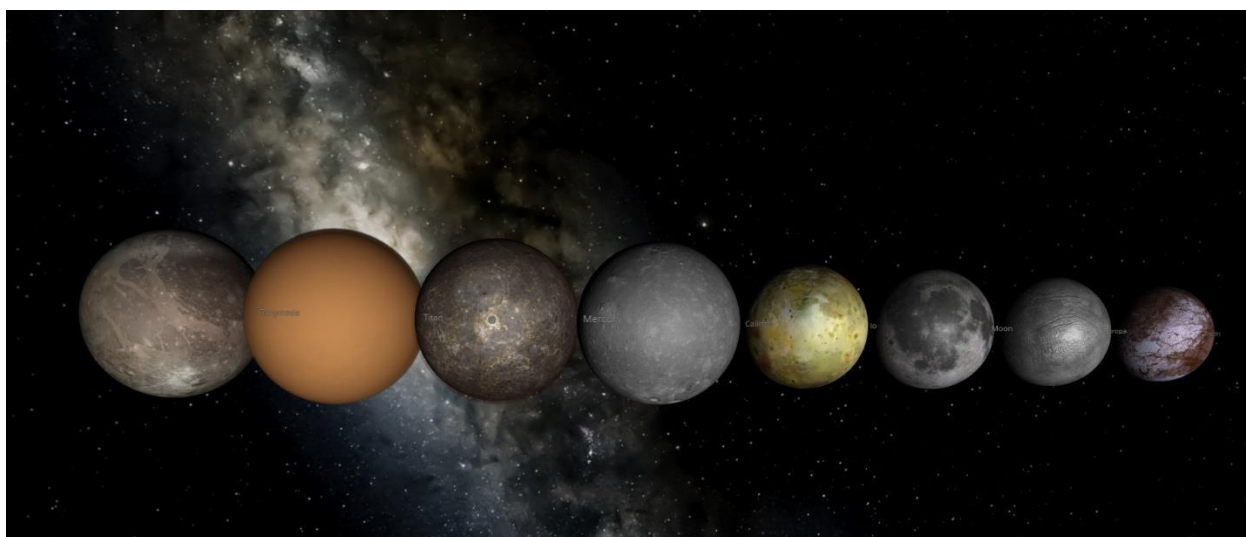
Sa druge strane, Jupiter ima satelite koji orbitiraju u ravni rotacije Jupitera. Ovi sateliti su najverovatnije nastali akrecijom odmah nakon formacije Jupitera. Baš zbog takvog načina nastanka, oni orbitiraju u ravni skoro identičnoj ravni u kojoj rotira Jupiter. Opet, dobar deo ovih satelita su jako mali. Ali postoje 4 satelita koji su veći. Io, najbliži mesec iz te grupe od 4 najveća, je satelit sa najviše aktivnih vulkana u Sunčevom sistemu. Europa je drugi po redu veliki satelit, koji je najmanji od njih. Površina mu je cela prekrivena ledom. Ganimed je treći veliki satelit, i ujedno najveći satelit Sunčevog sistema. Veći je i od Merkura. Kalisto je poslednji veliki satelit. Najdalji je od jovianskih meseca, i, za razliku od prva tri, kao što će biti pokazano, ne obrazuje rezonance ni sa jednim drugim satelitom.



Slika 2: Poređenje veličine Jupitera sa svim njegovim satelitima, od najvećeg, do najmanjeg. Većina njih su previše mali da bi se videli na slici.

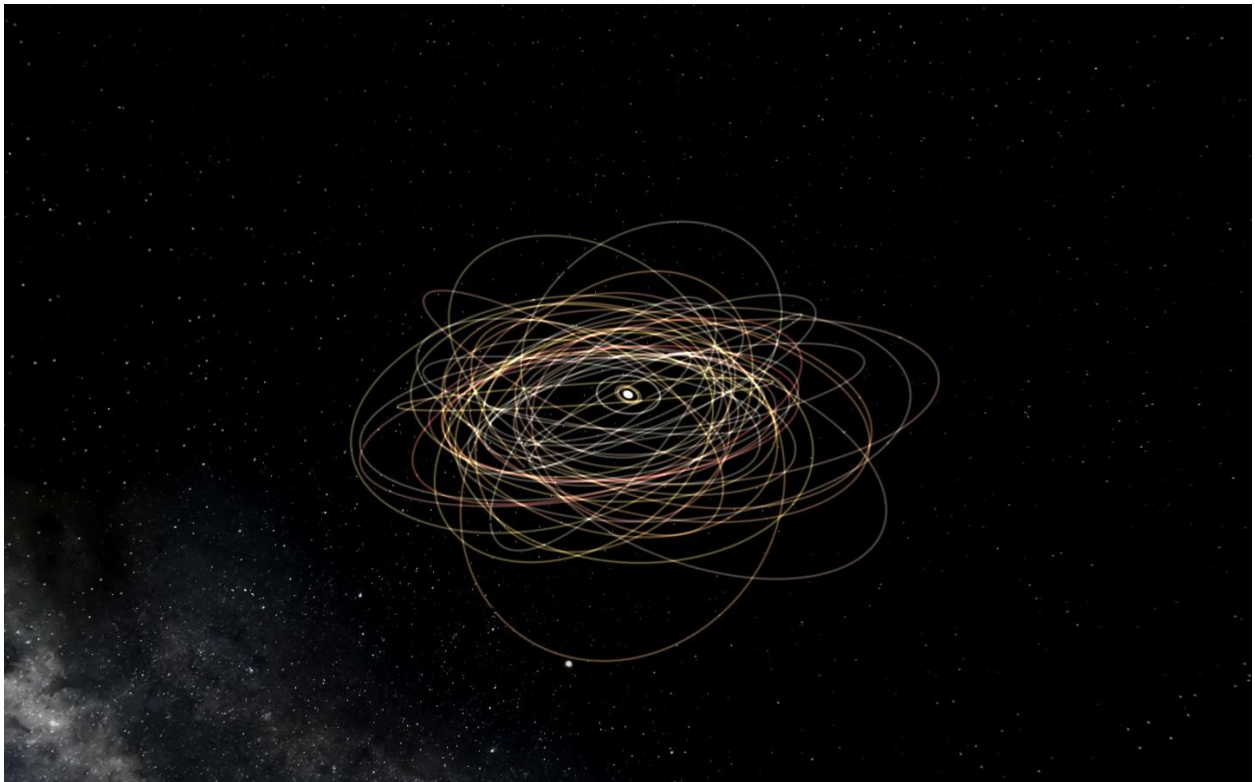


Slika 3: poređenje najmanjeg jovianskog meseca Europe sa manjim satelitima Jupitera. Na ovom poređenju se jasno vidi da su svi sateliti manji od Europe previše mali kako bi se posmatrali. Dok Europa ima poluprečnik od 1561km (za oko 150km manji od zemljinog satelita), sledeći satelit po veličini, Himalia, ima prečnik od samo 85km.



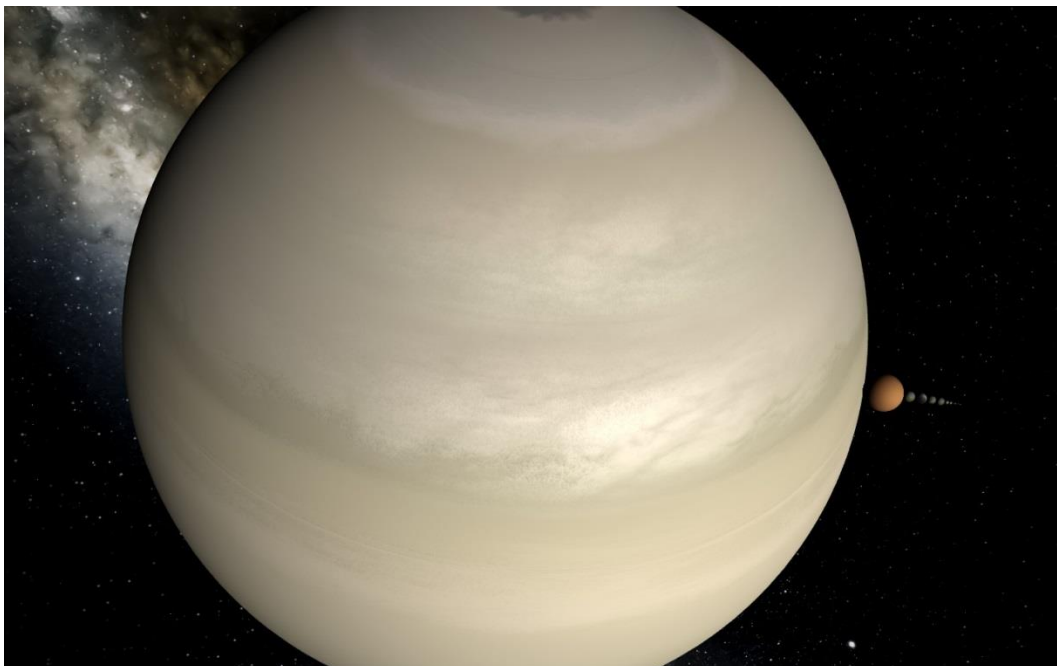
Slika 4: Četiri najveća Jupiterova satelita u poređenju sa ostalim velikim satelitima Sunčevog sistema i Merkurom. Sa leva na desno: Ganimed, Titan (saturnov satelit), Merkur, Kalisto, Io, zemljin satelit, Europa i Triton (neptunov satelit).

Slično Jupiteru, Saturn je takođe minijatura verzija Sunčevog sistema. Saturn trenutno ima 82 otkrivena satelita, najviše što neka planeta ima u Sunčevom sistemu. Skoro svi Saturnovi sateliti su previše tamni za lako posmatranje. Neki od njih imaju kratke orbitalne periode, i nekoliko satelita se nalazi na sličnim rastojanjima, što znatno otežava posmatranja. Sateliti koji orbitiraju blizu Saturna orbitiraju približno u jednoj ravni. Oni orbitiraju u približno istoj ravni kao saturnovi prstenovi. Iako svi gasoviti džinovi imaju prstenove, oni su napravljeni ili od kamenja ili od pepela. Za razliku od njih, saturnovi prstenovi sadrže dosta leda, što ih čini reflektivnim i lakim za posmatranje. Njihova korisnost će biti objašnjena kasnije.

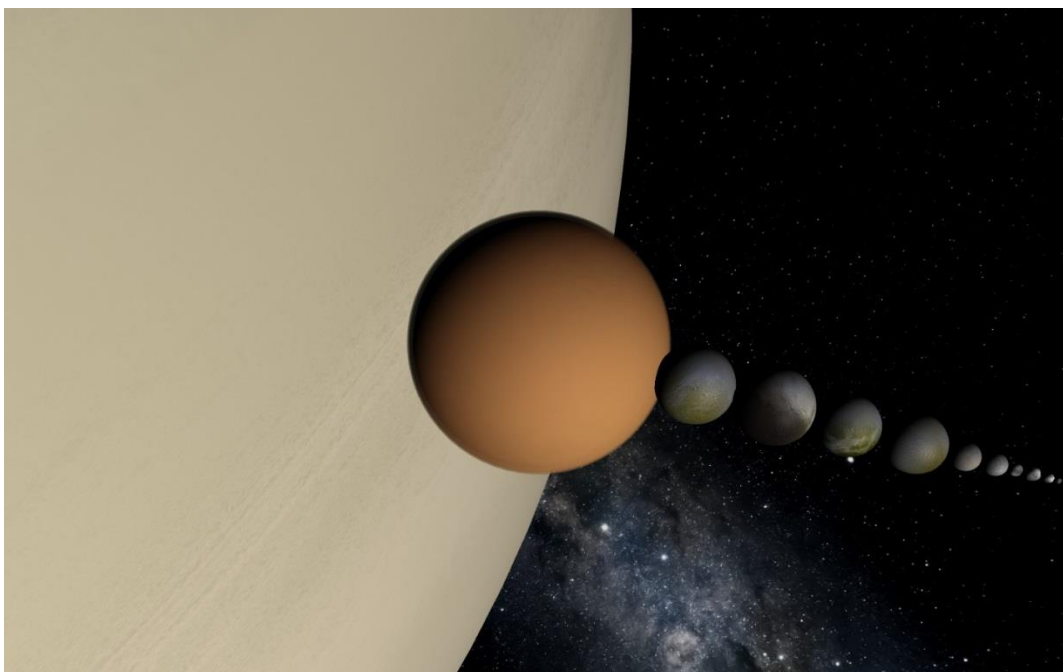


Slika 5: Saturn sa svim njegovim satelitima.

Ipak, Saturn ima nekoliko satelita koji se mogu posmatrati. Kao moje mete sam izabrao Titan i Rheu. Izabrao sam ova dva satelita iz nekoliko razloga. Titan je najveći saturnov satelit i ujedno drugi najveći satelit Sunčevog sistema. Veći je od Merkura i jedini je satelit koji ima atmosferu. Orbitira daleko od bilo kog drugog satelita, što ga čini lakim za posmatranje. Rhea je drugi po veličini saturnov satelit. Znatno je manja od Titana, ali je dovoljno velik za posmatranje.



Slika 6: Saturn u poređenju sa svim njegovim satelitima. Slično kao i kod Jupitera, Saturn je mnogo veći od bilo kod svog satelita.



Slika 7: Saturnovi sateliti izbliza. Titan i Rhea su najveći (poluprečnika 2574 i 764 kilometara respektivno), i imaju dovoljno duge orbitalne periode za lako posmatranje.

Proučavanje ovako dinamičnih i diverznih sistema je cilj ovog projekta. U projektu će biti pokušano da se posmatrajući Jupiter i Saturn zajedno sa njihovih 4, odnosno 2 najveća satelita, izračunaju njihove srednje gustine. Što se tiče Sunčevog sistema, Jupiter i Saturn čine posebnu grupu. Pre njih su stenovite planete, a posle njih ledeni džinovi Uran i Neptun. Iako bi se na prvi pogled moglo reći da su oni slični, oni se bitno razlikuju po veličini i strukturi.

Srednja gustina je jedan od osnovnih parametara nekog nebeskog tela. Ona nam govori koliko se prosečno mase nalazi u jedinici zapremine. Računanje zapremine nebeskog tela nam zahteva da znamo njegov poluprečnik, a kako bismo našli poluprečnik moramo znati udaljenost do nebeskog tela. Obično nam je za nalaženje mase tela potrebno da znamo prečnik i srednju gustinu. Ali, odnos mase i zapremine se može naći mereći samo sistem posmatrane planete i bez znanja o njenoj masi, zapremini ili udaljenosti do Zemlje. Moji metod zahteva pronalaženje prividnih dimenzija matične planete, tj. u neku ruku njenu spljoštenost, i period zajedno sa maksimalnom ugaonom elongacijom satelita od matične planete što pruža drugačiji način određivanja srednje gustine.

Zašto su planete spljoštene?

Sve planete se okreću. Što je neka čestica bliža ekvatoru te planete, veća centrifugalna sila deluje na nju. Rezultat delovanja ove sile je planeta čiji se ekvatorski i polarni prečnik razlikuju.

Metod

Informacije o opremi i softveru:

Posmatranja Jupitera su urađena iz Beograda, sopstvenom opremom, u periodu od 6. do 28. juna, a Saturna od 25. Do 30. juna. Prikupljeno je ukupno 28 slika Jupitera i 11 slika Saturna. Linkovi do teleskopa i kamere:

<http://skywatcher.com/product/bkp-p200-ds/> teleskop

<https://astronomy-imaging-camera.com/product/asi120mc-s> kamera

Podaci o teleskopu:

Reflektor Njutnovog tipa

Prečnik primarnog ogledala = 200mm

Maksimalna rezolucija: 0.6''

Fokalna dužina = 1000mm

Svetlosna moć: f/5

Precizan fokuser koji osigurava da se savršen fokus uvek može dostići. Generalno, sve slike su bile dobro fokusirane.

Teleskop je bio pravilno kolimisan tokom slikanja.

Podaci o kameri:

Tip senzora: CMOS

Dimenzije čipa: 4.8mm x 3.6mm

Rezolucija: 1280 x 960 piksela

Dužina jednog piksela: 3.75 mikrometara

Maksimalna kvantna efikasnost: 75%

Read noise: 4e

Full well: 13000e

Nema sistem za hlađenje. Ovo nije problem jer skoro da nije bilo nikakvog šuma. Šuma nije ni bilo mnogo, pošto je oprema bila čista, a zbog male ekpozicije nije bilo dovoljno termalnog šuma da utiče na rezultat.

Za poravnavanje, stekovanje, i merenje piksela je korišćen program Registax 6.

Specifikacije slike:

Vidno polje je 16.6 lučnih minuta po x-osi, 12.45 lučnih minuta po y-osi. Matična planeta zajedno sa satelitima koje posmaram su se uvek nalazili na istoj slici. Rezolucija slike je 1280 sa 960 piksela, 0.7785 lučnih sekundi po pikselu. Većina slika je slikano kada su Jupiter, odnosno Saturn bio što više moguće iznad horizonta, kako bi atmosferski efekti bili što manji. Svaka od finalnih slika je dobijena stekovanjem 300 slika u slučaju Jupitera, a 50 u slučaju Saturna. Ekspozicija je bila održavana prilično konstantna, ali, osim u slučaju malog broja izuzetaka (na primer, na nekim slikama Jupiter je bio nisko iznad horizonta, pa je atmosferska ekstinkcija smanjila sjaj, pa je ekpozicija morala da se poveća). Nekad je Jupiter bio slikan kroz tanak sloj oblaka, pa je ekpozicija morala biti povećana. Pokušano je da se ovi uslovi izbegavaju što više moguće kod Saturna. Zbog malog vidnog polja nije bilo kome ili bilo kakvih većih aberacija koje bi mogle da utiču na rezultat. Ponešto od preostalih aberacija je sklonjeno u obradi, ostavljajući zanemarljivo malo aberacija na finalnoj slici.

Model

Jupiter

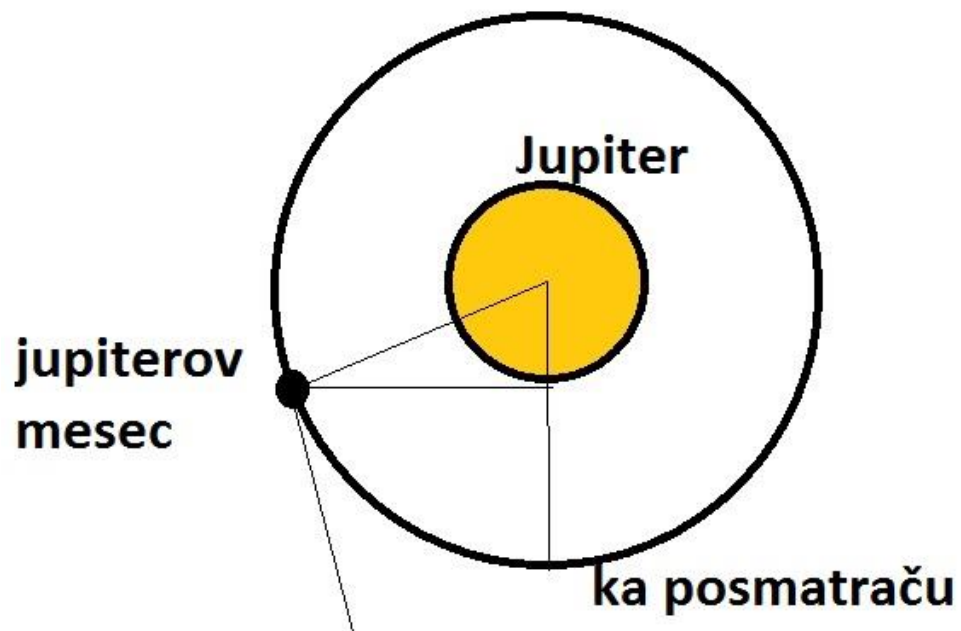
Model Jupitera je prilično prost. Jupiter je elipsoid koji rotira oko svoje ose. Spljošten je na svom ekvatoru usled te rotacije. Svi posmatrani sateliti orbitiraju u približno istoj ravni koja je približno podudarna sa ravni ekvatora Jupitera. Orbite satelita su kružne. Sistem nije nagnut u odnosu na vizuru.

Saturn

Model Saturna je malo kompleksniji. Saturn je elipsoid koji rotira oko svoje ose. Spljošten je na ekvatoru usled te rotacije. Svi posmatrani sateliti, zajedno sa saturnovim prstenovima orbitiraju u približno istoj ravni sa saturnovim ekvatorom. Orbite satelita su kružne. Sistem je nagnut ka vizuri pod uglom i .

Dobijanje traženih podataka iz slika:

Kako pronaći zakon po kom se menja prividna udaljenost satelita od Jupitera:



Prividna udaljenost meseca od Jupitera je projekcija pozicije centra meseca na liniju koja spaja Jupiter i posmatrača. Dužina te projekcije je:

$$d = D \cdot \sin (\text{ugao mesec} - \text{Jupiter} - \text{posmatrač}) \quad (1)$$

Gde je d dužina tražene projekcije, a D stvarna udaljenost meseca od Jupitera. Pošto je ugao mesec-posmatrač-Jupiter zanemarljivo mali, d i D će biti jednako samo kada je ugao mesec – Jupiter – posmatrač jednak 90° .

Vrednost d se može izraziti i kao:

$$\frac{d}{a} = \tan\theta \approx \theta \text{ (za malo teta)} \quad (2)$$

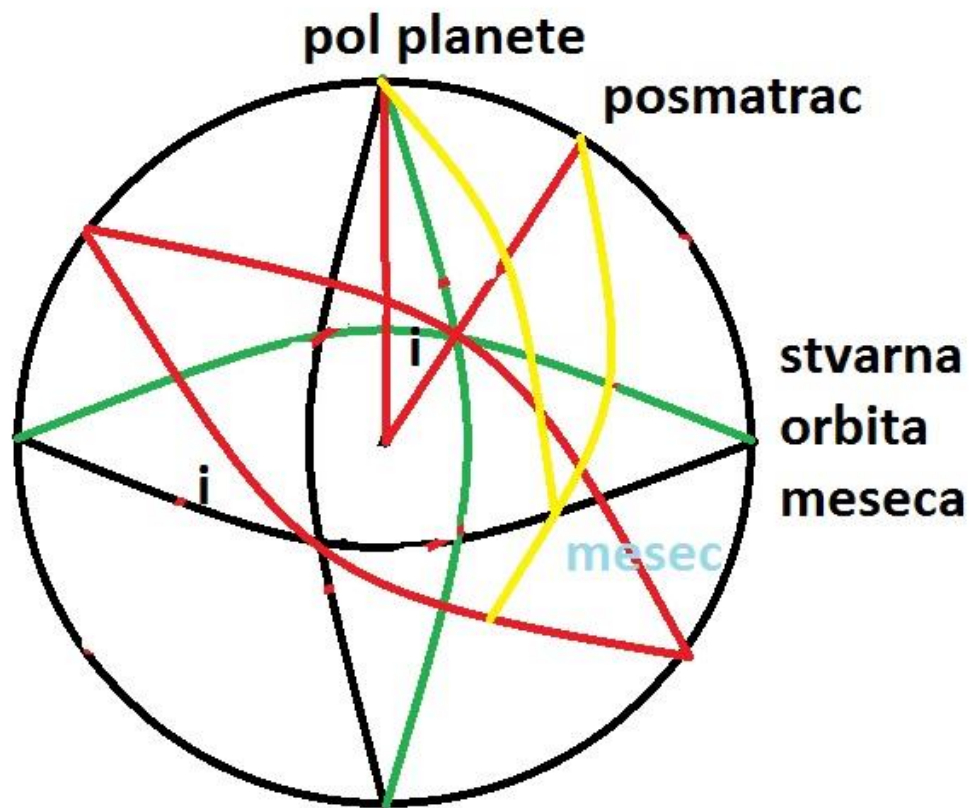
gde je a udaljenost Jupiter-posmatrač, a θ ugaono rastojanje mesec-Jupiter.

Ako iskoristimo formule (1) i (2) dobijemo :

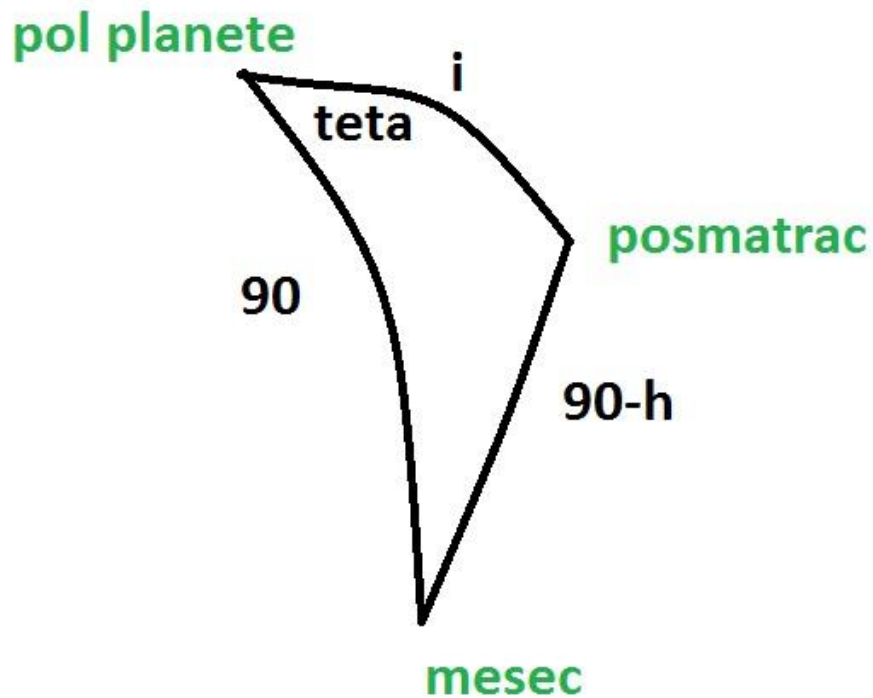
$$\theta = \frac{D \cdot \sin(\text{ugao mesec-Jupiter-posmatrač})}{a} \quad (3)$$

Odnos $\frac{D}{a}$ je maksimalno ugaono rastojanje satelita od Jupitera. Sinus ugla mesec-Jupiter-posmatrač je nula kada je satelit ili tačno iza ili ispred Jupitera. Satelit se kreće od mesta iza Jupitera nazad do mesta tačno ispred praveći sinusoidu. Ovo znači da kada dobijemo podatke o prividnoj udaljenosti satelita od Jupitera, pismenićemo sinusni fit na te podatke, dok će taj fit vratiti maksimalnu ugaonu udaljenost satelita od Jupitera i period. Uočljivo je da ova funkcija ne može biti negativna jer je opseg ugla mesec-Jupiter-posmatrač od 0 do 180 stepeni. Pošto je bolje fitovati kompletnom sinusnom funkcijom znak minus je bio dodat svakom satelitu kada je bio sa jedne strane Jupitera (dobar način za određivanje strane Jupitera je korišćenje nekog satelita koga je lako pratiti, kao Kalisto, ili, ako su slike isto okrenute, pomoću toga.

Kako pronaći zakon po kom se menja prividna udaljenost saturnovog satelita od Saturna:



Koordinatni sistem je centriran na planeti. Ugao i je inklinacija sistema. Fokusirajmo se na sferni trougao pol planete-posmatrač-mesec.



Naša zavisnost je $\alpha(r) = \alpha_{max} \cdot \cosh$, gde je α_{max} najveća ugaona udaljenost satelita od Saturna. Ugao h se može naći iz sferne kosinusne teoreme:

$$\cos(90^\circ - h) = \cos 90^\circ \cdot \cos i + \sin i \cdot \sin 90^\circ \cdot \cos \theta \quad (4)$$

Gde je θ ugao koji je satelit prešao od nekog referentnog položaja. Formula (4) se lakše zapisuje kao:

$$\sinh = \sin i \cdot \cos \theta \quad (5)$$

Vraćanjem (5) u početnu relaciju dobijamo:

$$\alpha(r) = \alpha_{max} \cdot (\sqrt{1 - \sin^2 i \cdot \cos^2 \theta}) \quad (6)$$

Ovo je funkcija kojom će podaci koji budu dobijeni snimanjem Saturna biti fitovani.

Merenje ugaone udaljenosti satelita od Jupitera i spljoštenosti Jupitera



Slika 8: primer slike Jupitera i njegovih satelita.

Prvobitno, merenje centra i spljoštenosti Jupitera je bilo urađeno ručno, tako što je pokušano da se Jupiter smesti u neki kvadrat tako da im se centri poklapaju. Za razliku od Jupiterovih satelita, koji su na slikama zauzimali samo nekoliko piksela i čije određivanje centara je trivijalno, odokativno određivanje centra i spljoštenosti Jupitera nije najbolja ideja. Određivanje spljoštenosti i centra Jupitera su urađeni u Python-u. Program koji automatski detektuje ivice pomoću hofovih transformacija na slici i traži njene parametre je mogao da obradi skoro sve slike, dok one koje nije mogao (bilo zbog lošeg kvaliteta slike ili bilo čega što je moglo da zbuni program) je odrađeno programom koji iz ručno izabranih podataka o tačkama fituje elipsu. Vrednosti za centar Jupitera su se zanemarljivo malo razlikovale od mojih, dok sam vrednost za spljoštenost Jupitera zamenio novom. Razlika spljoštenosti je bila minimalna, promenila je rezultat za 0.3%.

Merenje ugaone udaljenosti satelita od Saturna i njegovu spljoštenost:



Slika 9: Primer slike Saturna. Zbog duge ekspozicije, saturnovi prstenovi i Saturn su na slici samo jedna velika beličasta elipsa čija se ivica poklapa sa ivicom prstenova.

Isto kao kod Jupitera, centar Saturna i prividna ugaona veličina Saturna, su prvo bili mereni ručno, a onda programomima opisanim iznad. Ove vrednosti su imale zanemarljive razlike. Ugaone ugaljenosti meseca od Saturna su takođe bile merene na isti način. Jedna stvar koja se razlikovala je bila činjenica da je ceo saturnov sistem nagnut pod uglom i prema Zemlji. Ovo menja prividnu veličinu male poluose Saturna. Izmerio sam odnose velikih i malih poluosa saturnovih prstenova na što više slika moguće, i dobio da je $i = 28.4$ stepena. Dalje, uočio sam da je pol spušten za 1 piksel u odnosu na ono što bi inače bila mala poluosa. Iz relacije:

$$\cos i = \frac{x}{b}$$

Gde je x prividna udaljenost od centra Saturna do saturnovog severnog pola, i inklinacija, a b stvarna dužina male poluose. Ovime je izračunata tačna vrednost male poluose Saturna.

Formula za izračunavanje gustine:

$$\frac{GM_j m_m}{r_{jm}^2} = m_m \cdot \omega^2 \cdot r_{jm}$$

Što se može svesti na

$$\frac{GM_j}{r_{jm}^3} = \omega^2$$

Ako zamenimo da je $r_{jm} = x \cdot a$ i $M_j = q \cdot \frac{4}{3} a^2 b \pi$ jednačinu svodimo na

$$\frac{Gq \frac{4}{3} a^2 b \pi}{(x \cdot a)^3} = \omega^2$$

$$\frac{Gq \frac{4}{3} b \pi}{x^3 \cdot a} = \omega^2$$

Odakle je

$$q = \frac{3\omega^2 x^3 a}{4Gb\pi} \quad (7)$$

Greška ove vrednosti je:

$$\Delta q = \sqrt{\left(\frac{6 \cdot \omega \cdot x^3 \cdot a}{4 \cdot G \cdot \pi \cdot b}\right)^2 \cdot (\Delta \omega)^2 + \left(\frac{9 \cdot \omega^2 \cdot x^2 \cdot a}{4 \cdot G \cdot \pi \cdot b}\right)^2 \cdot (\Delta x)^2 + \left(\frac{3 \cdot \omega^2 \cdot x^2}{4 \cdot G \cdot \pi}\right)^2 \cdot \left(\Delta \frac{a}{b}\right)^2} \quad (8)$$

U ovoj jednačini π i G su konstante, a ω (ugaona brzina satelita) i x (odnos maksimalne prividne udaljenosti satelita od planete i ekvatorijalnog poluprečnika planete) se određuju iz posmatranja. Iako se a i b ne mogu pronaći, moguće je pronaći njihov odnos iz posmatranja.

Efekti koji su zanemareni ili uračunati:

Zanemarena je činjenica da Jupiter i Saturn nisu uvek celi osvetljeni. Radi zanemarivanja ovog efekta što više snimaka je napravljeno blizu opozicije. Jupiter je tokom celog posmatranja bio skoro ceo osvetljen, sa minimalnim procentom osvetljenosti od 99.8%, što ne može biti izmereno mojom opremom. Ovaj efekat je još manji u slučaju Saturna.

Zanemarena je činjenica da je Jupiter okrenut pod nekim uglom u odnosu na posmatrača, što nam efektivno menja ugao pod kojim gledamo Jupiter, menjajući mu spljoštenost. Zapravo promena te spljoštenosti je za red veličine manja nego ona koju bih mogao da detektujem. Ovo nije zanemareno kod posmatranja Saturna.

Zanemaren je ekscentricitet svakog satelita. Računanje ekscentriciteta satelita zahteva prikupljanje mnogo više podataka na mnogo većoj vremenskoj skali nego što je prikupljeno u okviru ovog rada. Oni su, svedeno, jako mali i ne utiču puno na rezultat. Najveći ekscentricitet od svih posmatranih satelita ima Titan, sa ekscentricitetom 0.02, što ne bi promenilo rezultat za više od greške tog rezultata čak i kad bih mogao da ga izmerim. Drugi sateliti imaju još manje ekscentricitete (Jovianski meseci - $e < 0.01$; Rhea - $e < 0.001$).

Uračunata je činjenicu da se Jupiter udaljava od Zemlje tokom jednog dela posmatranja. Za prvi deo posmatranja je korišćena ugaona veličina Jupitera od 45.98 lučnih sekundi, dok je za drugi set korišćena ugaona veličina od 45.4 lučnih sekundi. Ovaj efekat svedeno nema veliki uticaj i ne bi promenio finalan rezultat za više od 1%. Ovo je zanemareno kod Saturna zbog nemerljivo male promene ugaone veličine tokom malog vremenskog perioda tokom koga je posmatran.

Problem identifikacije satelita:

U idealnijem sličaju, više posmatračnih mesta i skroz vedro vreme bi omogućilo praktično neprekidan niz posmatranja što bi omogućilo laku identifikaciju satelita. Uslovi za posmatranje su daleko od idealnih. Kod uzastopnih posmatranja urađenih u jednoj noći moguće je pratiti satelit kako se kreće. Ovo nije moguće raditi na periodu od više dana. Ali, postoji način za određivanje koji je koji satelit bez korišćenja programa kao Stellarium. Sateliti su identifikovani tako što su posmatrane njihove osvetljenosti. Kalisto ima ubedljivo najmanji sjaj. Očigledno se razaznava na slikama. Ganimed je ubedljivo najsvetliji. Ovo se vidi na slikama takođe. Ostaju Europa i Io. Io je malo svetliji od Europe. Iako se očima ovo nije moglo videti na slici, program za obradu slika koji je korišćen je uvek uspešno mogao da kaže koji je satelit koji.

Kod Saturna ovo je mnogo lakše. Titan je uvek bio dalje od drugih vidljivih satelita i ubedljivo najsvetliji. Njegova jedinstvena narandžasta boja ga čini još lakšim za identifikaciju. Rhea je bila malo veći izazov. Ipak, Rhea je dosta svetlija od jedina dva druga satelita koji su bili vidljivi, Dione i Tetus-a. Ovo je i ovde omogućilo laku identifikaciju.

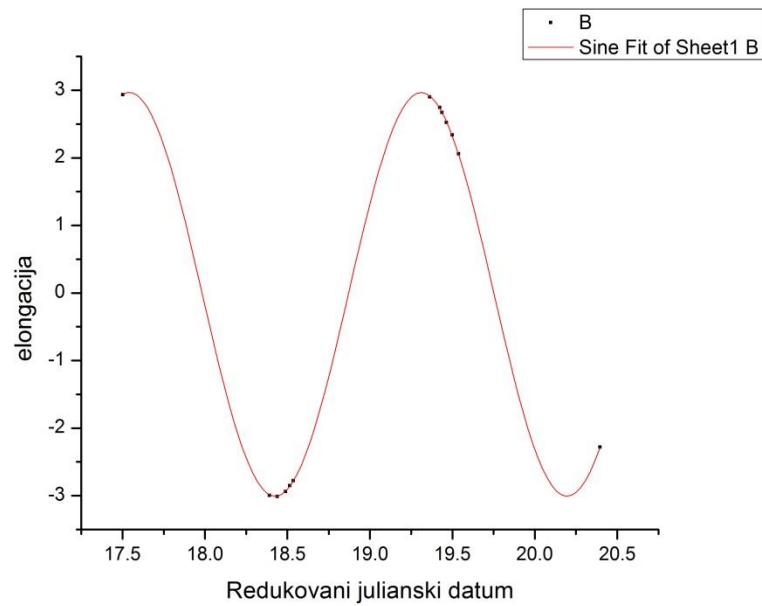
Rezultati

Jupiter

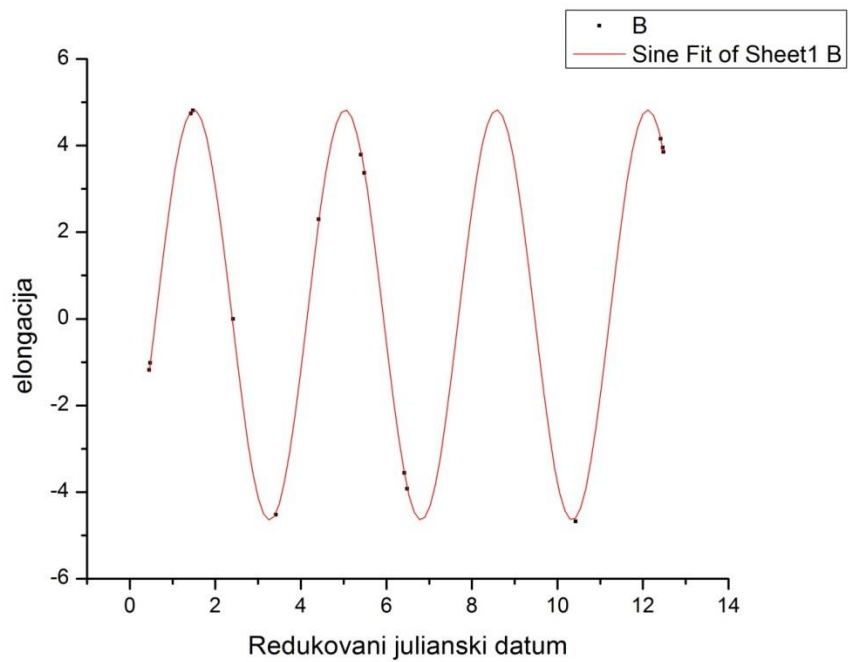
U idealnom slučaju, posmatranje bi bila vršena, svake noći, celu noć. Sa ovoliko podataka bi bilo lako izvesti rezultat. Nažalost, posmatrački uslovi mogu biti daleki od idealnih. Nekim noćima posmatranja nisu bila vršena jer vreme nije dopuštalo. Dešavalo se da i po par dana nebo bude oblačno. U periodu od 6. Do 19. Juna je prikupljeno 15 slika. U podacima su postojale rupe od po par dana, što je više od perioda Ioa. Uočeno je da za fitovane Io - a, posmatranje su morala biti učestalija. Ali podaci su bili dovoljno učestali za fitovanje Evrope, Ganimeda i Kalisto - a. U periodu od 19. Do 25. Posmatranje nisu bila vršena usled lošeg vremena. Ovo je jako velik vremenski period koji obuhvata skoro ceo period Ganimeda. Odlučeno je se još par noći tokom kojih su vršena posmatranja posmatra jako često kako bi se prikupilo što više podataka. U periodu od 25. Do 27. Juna napravljeno je 13 slika. Ovime je dobijen fit za Io i još jedan grafik za Europu. Pošto su napravljena dva grafika za Europu (jedan koji obuhvata vreme od 6. Do 19. Juna, i drugi koji obuhvata vreme od 25. Do 27. Juna) finalni podaci za Europu su nađeni kao srednja vrednost sa oba grafika.

O graficima:

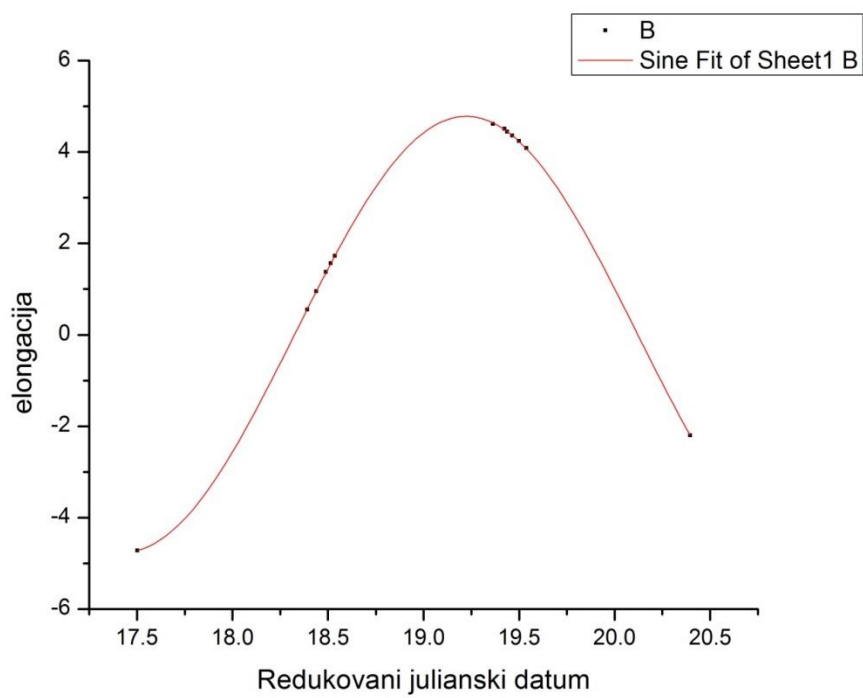
Grafici su generalno, prilično precizni. Skoro pa sve tačke se praktično nalaze na liniji fita, tako da su dobijene greške jako male. Definitno je prikupljeno dovoljno podataka za izvođenje smislenog rezultata. X osa svakog grafika predstavlja modifikovani julianski datum, gde je za nulu uzet prvi celi broj manji od julianskog datuma prvog posmatranja. Y osa na svakom grafiku predstavlja ugaono rastojanje satelita od Jupitera u prečnicima Jupitera. Podatke koji su dali fitovi su napisani u tabeli 1 ispod svih dobijenih grafika.



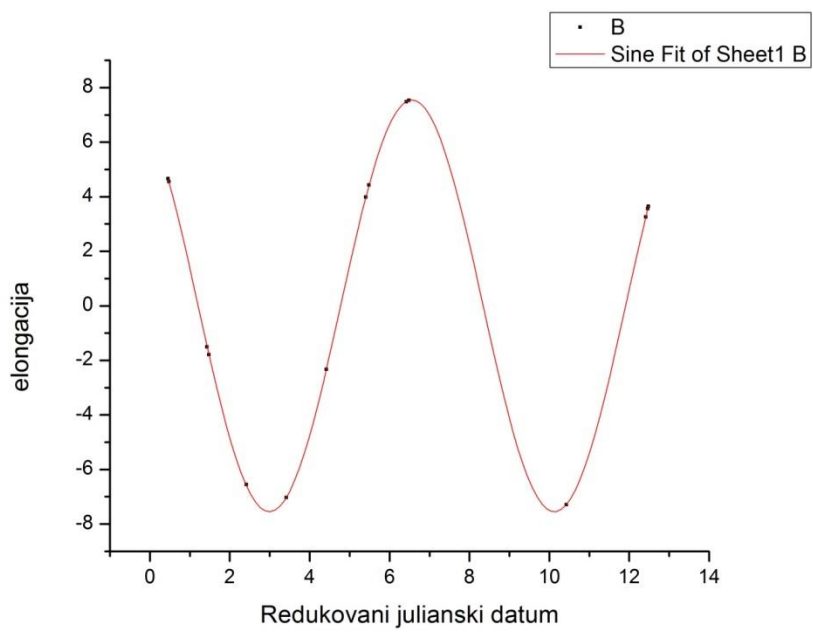
Grafik 1: fit za Io



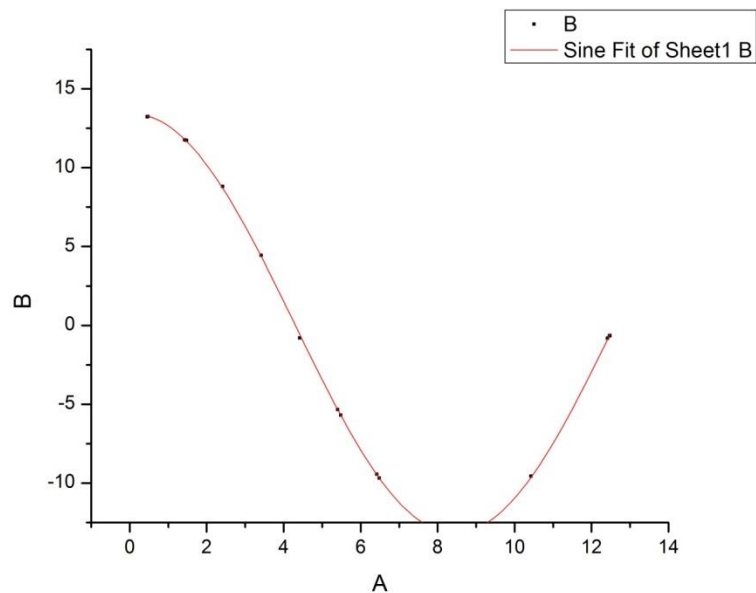
Grafik 2: prvi fit za Europu



Grafik 3: drugi fit za Europu



Grafik 4: fit za Ganimed



Grafik 5: fit za Kalisto

ime satelita/dobijeni podatak	period (dani)	tačan period(dani)	amplituda (R_{2j})	tačna amplituda(R_{2j})
Io	1.7693 ± 0.002	1.7691	2.9904 ± 0.0445	2.9374
Europa	3.5653 ± 0.039	3.5512	4.7321 ± 0.0975	4.6921
Ganimed	7.1358 ± 0.001	7.1546	7.557 ± 0.1085	7.4876
Kalisto	16.6625 ± 0.0602	16.689	13.27847 ± 0.03995	13.1672

Tabela 1: podaci za Jupiterove satelite dobijenih fitovanjem

U dodatku sa tim dobijeni odnos velike i male poluose: 1.0715 ± 0.0368 .

Koristeći sve ove dobijene podatke i jednačinu (7) i (8) dobijamo srednju gustinu Jupitera:

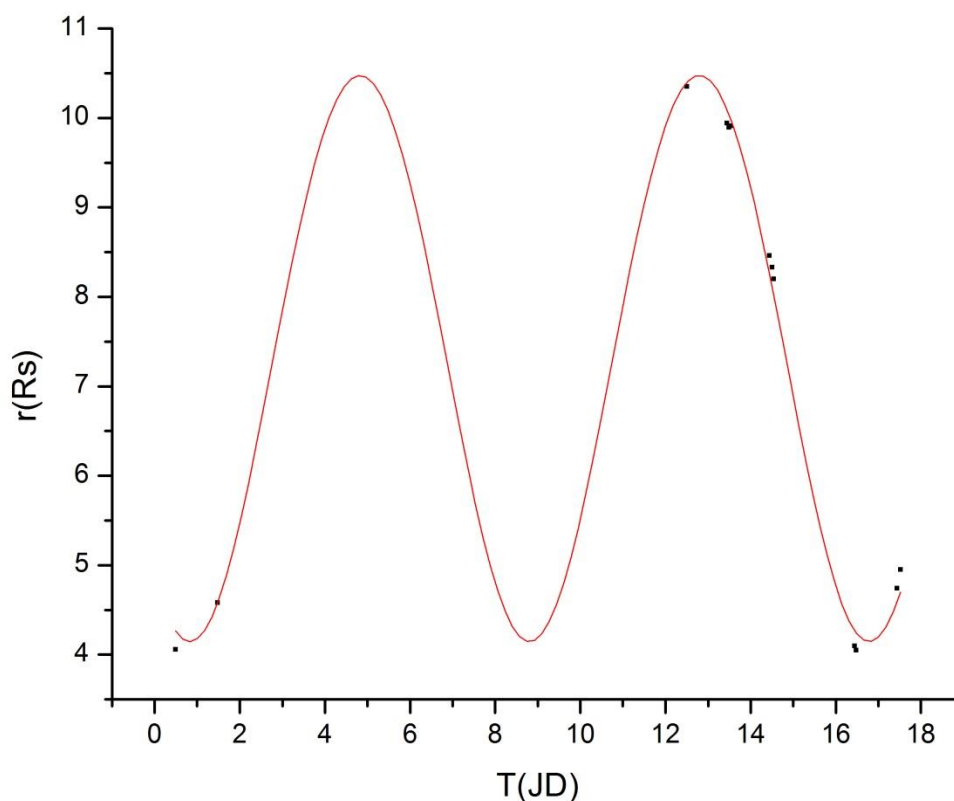
$$1370 \pm 20 \frac{kg}{m^3}.$$

Saturn

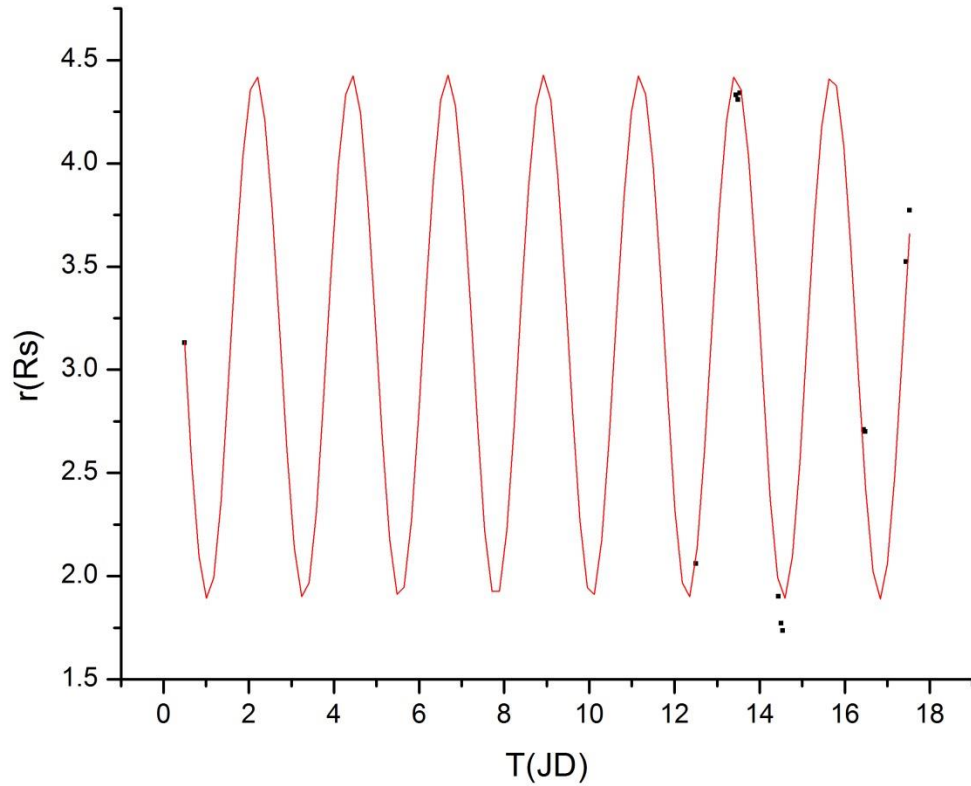
Kod Saturna su podaci bili relativno zbijeni. U periodu od 25. Do 30. Juna uslikano je 11 slika, što je bilo dovoljno za dolaženje do smislenog rezultata. Najveći problem kod slikanja Saturna je bila dužina ekspozicije. Na skoro svim slikama je bila duga pet sekundi. Atmosfera u Beogradu je jako turbulentna, što u adiciji sa činjenicom da Saturn kulminira na prilično niskoj visini nad horizontom znači da će posle pet sekundi slikanja sateliti biti poprilično mutni. Ovo je smanjilo kvalitet slika i otežalo merenja. Zbog toga što je ugaona veličina Saturna prilično mala, i zbog navedenog problema sa atmosferom, merenja su bila manje precizna.

O graficima:

Generalno, grafici imaju na sebi dovoljno podataka za smislene rezultate. Ali, saturnovi sateliti nisu svetli kao Jupiterovi, što pored jos par efekata navedenih u metodu čini posmatranje Saturna i njegovih satelita mnogo teže. Zato su tačnost i preciznost rezultata znatno manje u poređenju sa rezultatima za Jupiter.



Grafik 6: fit za Titan



Grafik 7: fit za Rheu

ime satelita/dobijeni podatak	period(dani)	tačan period(dani)	amplituda(Rs)	tačna amplituda(Rs)
Titan	15.95 ± 0.16	15.95	10.42 ± 0.28	10.14
Rhea	4.46 ± 0.09	4.52	4.43 ± 0.22	4.37

Tabela 2: podaci za Saturnove satelite dobijeni fitovanjem.

Uz ove podatke, odnos velike i male poluose Saturna je 1.097 ± 0.039 .

Konačna gustina Saturna je $700 \pm 100 \frac{kg}{m^3}$.

Diskusija:

Jupiter:

Posebno su zadovoljavajući podaci za Jupiter, bili su vrlo precizni. Sa druge strane, izgleda da su amplitude konzistentno veće od tačnih, odakle je najverovatnije da većina grešaka rezultata potiče. Sa druge strane, dobijen rezultat je prilično blizu tačnog, razlikuju se za 3.1% (prava gustina Jupitera je $1326 \frac{kg}{m^3}$). Nesigurnost mog rezultata je 1.46%. Takođe, tačna vrednost gustine se ne nalazi u opsegu greške dobijenog. Najverovatnije je da se najveći izvor greške nalazi u samom merenju Jupitera. Većina dobijene greške dolazi iz merenja osa Jupitera. Iako i „odokativna“ metoda i kompjuterska daju iste rezultate, ostaje činjenica da lik Jupitera nije sačinjen od mnogo piksela. Iako su izmerene dimenzije lika precizne, zbog malog broja piksela koji predstavljaju lik, greška od jednog piksela predstavlja ne tako malo odstupanje od dobijene vrednosti. Prikupljanje dodatnih podataka ne bi znatno promenilo rezultat.

Još jedna zanimljiva činjenica koja se vidi iz podataka je da Io, Europa i Ganimed obrazuju orbitalnu rezonancu. Period Ganimeda je duplo veći od perioda Europe, dok je period Europe duplo veći od perioda Ioa. Kalisto nije član ove rezonance, verovatno zbog svoje velike udaljenosti od ostatka jovianskih meseca.

Saturn:

U poređenju sa podacima dobijenim za jupiterove satelite, podaci saturnovih satelita su dosta neprecizniji, što je evidentno i sa grafika. Vidljivo je da su rezultati perioda bolji od rezultata amplituda, slično kao kod Jupitera. Dobijen rezultat se od tačnog razlikuje za 1.9% (tačna vrednost je $687 \frac{kg}{m^3}$), dok je greška rezultata 14.3%. Većina ove greške dolazi iz poteškoća slikanja Saturna i njegovih meseca. Slike su bile mutnije i generalno lošijeg kvaliteta. U dodatak tome, Saturnov lik se sajtoji od još manje piksela nego Jupiterov (oko 3 puta) što znači da je merenje prividne veličine Saturna bilo na granici onoga što može biti urađeno iz mojom opremom iz Beograda. Zbog uspešnih rezultata dobijenih kod Jupitera verovatno je da su metode kojom su dobijene prividne udaljenosti satelita od Saturna precizne, uveren sam da veliki deo greške ne dolazi odatle.

Dobijena vrednost gustine Saturna je poprilično mala, dobijena gustina je skoro duplo manja od Jupiterove. Voda je prilično gušća od Saturna. Saturn je takođe malo spljošteniji od Jupitera.

Literatura

<https://github.com/bdhammel/least-squares-ellipse-fitting>

https://scikit-image.org/docs/dev/auto_examples/edges/plot_circular_elliptical_hough_transform.html

<https://arxiv.org/abs/1706.01423>