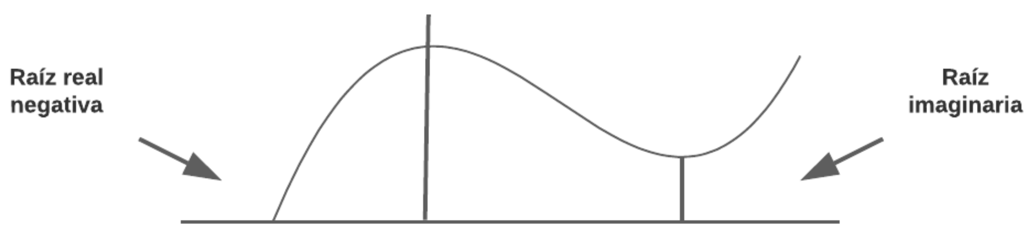
Ejemplo 4

$$26(1+i)^{-7}+2(1+i)^{-3}-14(i+i)^{-2}+16(1+i)^{-1}-40=0$$

La ecuación anterior a lo sumo tiene 3 raíces positivas porque hay tres cambios de signo en los coeficientes los cuales hemos señalado con color.

Cuando se trabaja manualmente la mejor forma de encontrar las raíces es construir la gráfica de la ecuación y las raíces son aquellos puntos de corte de la curva sobre el eje X. Cuando trabajamos manualmente no nos interesa construir la parte negativa del eje X porque una raíz negativa significa que un proyecto tiene una tasa negativa, es decir, que si se realiza el proyecto va a dar una pérdida y no es lógico que una persona invierta un dinero con la intención de perder.

Como comentario adicional, una ecuación que tenga una curva de la siguiente forma:



Matemáticamente tiene una raíz negativa y una raíz imaginaria. En el campo de las finanzas no tiene raíces porque ya dijimos que descartábamos las raíces negativas y además debemos descartar las raíces imaginarias porque en finanzas sólo se trabaja con los números reales.

Ahora estudiemos la forma de encontrar el valor de las raíces, para ello tomemos el siguiente caso:

Ejemplo 5

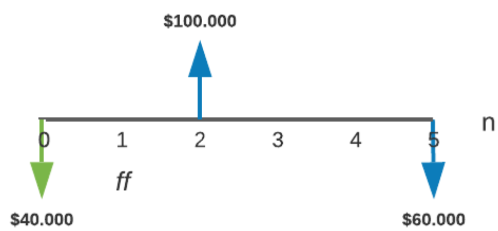
Un proyecto requiere una inversión inicial de $40.000, en el período 1 los ingresos son iguales a los egresos, en el período 2 hay un ingreso neto de $100.000, en los períodos 3 y 4 los ingresos y los egresos vuelven a dar un flujo de caja neto de 0, finalmente en el período 5 hay un egreso de $60.000. Calcular la TIR del proyecto.

Solución:

1. Declaración de Variables

Inversión inicial = $40.000 Periodo 2 ingreso = $100.000 Periodo 5 egreso = $60.000 n = 5	*i* = $?

2. Diagrama de Flujo de Caja



3. Declaración de Formulas

$VPN = \sum Fn(1+i)\ -n\, Valor\ presente\ neto.$	$i = j/m$

4. Desarrollo Matemático

$$-\$40.000 + \$100.000(1+1)^{-2} - \$60.000(1+1)^{-5} = 0$$

X	Y
0%	0
10%	5,39
20%	5,33
30%	3,01
40%	-135

X	Y
39%	193.976
40%	-135.658

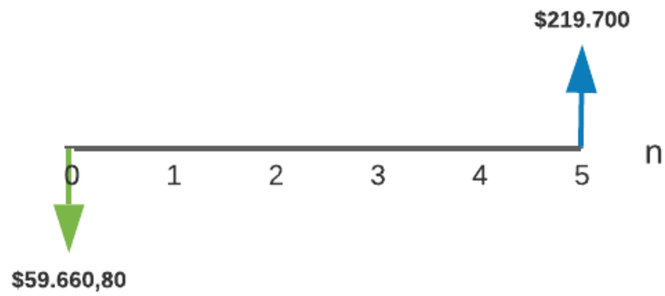
$$\frac{39\% - 40\%}{39\% - x} = \frac{193.976 - (-135.658)}{193.975 - 0} \qquad x = 39.58\%$$

Suponiendo una tasa del 30% para la reinversión, los ingresos serán:

$$\$100.000(1+0.3)^{3} = \$219.700$$

$$\$40.000 + \$60.000(1+0.25)^{-5} = \$596.60,80$$

El nuevo diagrama de flujo de caja es:



$$\$219.700 = \$59.660,80(1+i)^{5}$$

$$TIRM = i = 29.786\%$$

Esta tasa se debe comparar con la TIO para tomar una decisión. Vale la pena anotar que no es por una simple manipulación matemática que el proyecto rinda el 29.78%. Desde el punto de vista financiero es mejor recibir $100.000 en 2 meses que recibir $40.000 ahora y $60.000 en 5 meses.

Ejemplo 6

Dadas las alternativas A, B y C determinar la mejor alternativa usando el método de la TIRI suponiendo que la TMAR= 25%, compruebe el resultado usando el VPN. Las inversiones iniciales y el costo anual de operación (CAO) son:

Proyecto	A	B	C
Costo	$100.000	$120.000	$110.000
CAO año1	$10.000	$2.000	$5.500
CAO año2	$12.000	$3.000	$6.000
CAO año3	$14.000	$4.000	$7.000
CAO año4	$16.000	$5.000	$8.500

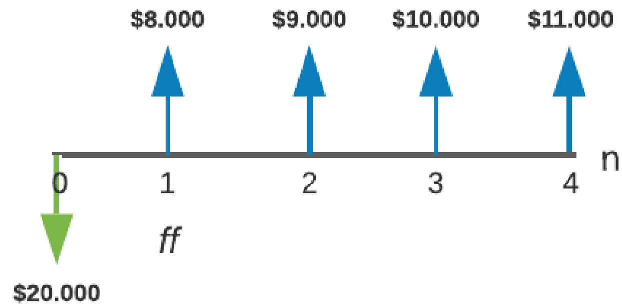
Solución:

Comencemos comparando las alternativas A con B, es indispensable que las cantidades vayan con su respectivo signo, ingresos positivos y egresos negativos. Calculemos la diferencia A — B o B— A, lo que importa es que el valor de la diferencia del flujo de caja O sea negativo, por tal motivo no se puede hacer A — B porque $120.000 —$100.000 = +$20.000, entonces escojamos B — A y así tendremos:

Proyecto	A	B	C
0	-$100.000	-$120.000	-$20.000
1	-$10.000	-$2.000	+$8.000
2	-$12.000	-$3.000	+$9.000
3	-$14.000	-$4.000	+$10.000
4	-$16.000	-$5.000	+$11.000

1. Declaración de Variables	
n = 5 Inversion inicial = $20.000 Periodo 1 ingreso = $8.000 Periodo 2 egreso = $9.000 Periodo 3 ingreso = $10.000 Periodo 4 egreso = $11.000	VPN(A) = ? VPN(B) = ? VPN(C) = ?

2. Diagrama de Flujo de Caja



3. Declaración de Formulas

i = j/m	$VPN = \sum Fn(1+i) - n \; Valor\ presente\ neto$

4. Desarrollo Matemático

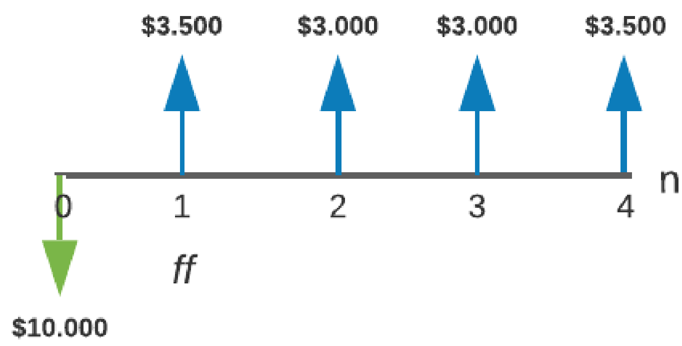
VPN(B - A) : $-\$20.000 + \$8.000(1+i)^{-1} + \$9.000(1+i)^{-2} + \$10.000(1+i)^{-3} + \$11.000(1+0)^{-4} + = 0$

Como la TIRI es mayor a la TMAR se concluye que el exceso de inversión ($20.000) genera un interés del 29.67% superior a la TMAR que es del 25%

Observe que tenemos que tomar B — C para que la diferencia en 0 sea negativa, si lo tomamos invertido C — B la diferencia resulta positiva.

Proyecto	B	C	B - C
0	-$120.000	-$110.000	-$10.000
1	-$2.000	-$5.500	+$3.500
2	-$3.000	-$6.000	+$3.000
3	-$4.000	-$7.000	+$3.000
4	-$5.000	-$8.000	+$3.500

Y su respectivo diagrama de flujo de caja:



VPN(B - C) : $-\$10.000 + \$3.500(1+i)^{-1} + \$3.000(1+i)^{-2} + \$3.000(1+i)^{-3} + \$3.500(1+i)^{-4} = 0$

TIRI = 11.41%, lo cual nos indica que el excedente de inversión ($10. 000) genera un interés del 1.41% que es inferior a la TMAR en consecuencia el proyecto más costoso no es aconsejable por tanto nos quedamos con el proyecto C .

Se concluye que si BOA y C>B entonces C>B>A por lo tanto la decisión final es invertir en el proyecto C.

Comprobación de la decisión usando el VPN usando la TMAR.

VPN (B) :

$$-\$120.000 - \$2.000(1+0.025)^{-1} - \$3.000(1+0.25)^{-2} - \$4.000(1+0.25)^{-3} - \$5.000(1+0.25)^{-4} = -\$127.616$$

VPN (C) :

$$-\$110.000 - \$5.500(1+0.025)^{-1} - \$6.000(1+0.25)^{-2} - \$7.000(1+0.25)^{-3} - \$8.500(1+0.25)^{-4} = -\$125.306$$

El VPN mayor es el correspondiente al proyecto C por tanto debe escogerse este proyecto.

La decisión es coincidente con la que indica la TIRI.