

Группа _____ Р3212

К работе допущен _____

Студенты
Зубулина Юлия Максимовна,
Козаченко Данил Александрович,
Марьин Григорий Алексеевич

Работа выполнена _____

Преподаватель
Агабабаев Валентин Александрович

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.02

Изучение скольжения тележки по наклонной плоскости

1. Цель работы.

1. Экспериментальная проверка равноускоренности движения тележки по наклонной плоскости.
2. Определение величины ускорения свободного падения g .

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Провести многократные измерения времени падения листа бумаги с определённой высоты.
2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

3. Объект исследования.

Ускорение тележки при различных углах наклона.

4. Метод экспериментального исследования.

Измерение времени, за которое тележка проходит заданное время расстояние по наклонной плоскости при различных углах наклона.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

- $x_2 - x_1 = \frac{a}{2} (t_2^2 - t_1^2)$ — Перемещение при равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью
- $Y = x_2 - x_1$ — Перемещение
- $Z = \frac{t_2^2 - t_1^2}{2}$ — Полуразность квадратов времени
- $\Delta Y = \sqrt{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2}$ — Погрешность перемещения
- $\Delta Z = \sqrt{(t_1 \Delta t_1)^2 + (t_2 \Delta t_2)^2}$ — Погрешность времени
- $a = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i Y_i}{\sum_{i=1}^N Z_i^2}$ — Ускорение по методу наименьших квадратов для прямой
- $\sigma_{\langle a \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - aZ_i)^2}{(N-1) \sum_{i=1}^N Z_i^2}}$ — Среднеквадратичное отклонение ускорения
- $\Delta a = 2\sigma_a$ — Абсолютная погрешность для ускорения
- $\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} \cdot 100\%$ — Относительная погрешность для ускорения
- $\sin a = \frac{(h_0 - h) - (\dot{h}_0 - \dot{h})}{x - x_0}$ — Синус угла наклона рельса к горизонту
- $\langle a \rangle = \frac{2(x^2 - x^1)}{\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2}$ — Среднее значение ускорения

- $\Delta a = \langle a \rangle \sqrt{\frac{(\Delta x_{u2})^2 + (\Delta x_{u1})^2}{(x_2 - x_1)^2} + 4 \frac{((t_1)\Delta t_1)^2 + ((t_2)\Delta t_2)^2}{((t_2)^2 - (t_1)^2)^2}}$ — Абсолютная погрешность для ускорения
- $B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^N a_i \sin \sin a_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \sum_{i=1}^N \sin a_i}{\sum_{i=1}^N \sin a_i^2 - \frac{1}{N} (\sum_{i=1}^N \sin a_i)^2}$ — Ускорение свободного падения g по методу наименьших квадратов по линейной зависимости a
- $A = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N a_i - B \sum_{i=1}^N \sin a_i \right)$ — Расчет свободного члена линейной зависимости a
- $\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)}}$ — Среднеквадратичное отклонение для ускорения свободного падения, где $d_i = a_i - (A + B \sin(a_i))$, $D = \sum_{i=1}^N \sin a_i^2 - \frac{1}{N} (\sum_{i=1}^N \sin a_i)^2$
- $\Delta g = 2\sigma_g$ — Абсолютная погрешность для ускорения свободного падения
- $\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} \cdot 100\%$ — Относительная погрешность для ускорения
- $|g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}}|$ — Формула сравнения экспериментального и табличного значения ускорения свободного падения
- Количество измерений: $N = 5$
- Доверительная вероятность: $\alpha = 0,95$
- Значение ускорения свободного падения для Санкт-Петербурга: $g_{\text{табл}} = 9,817 \text{ м/с}^2$

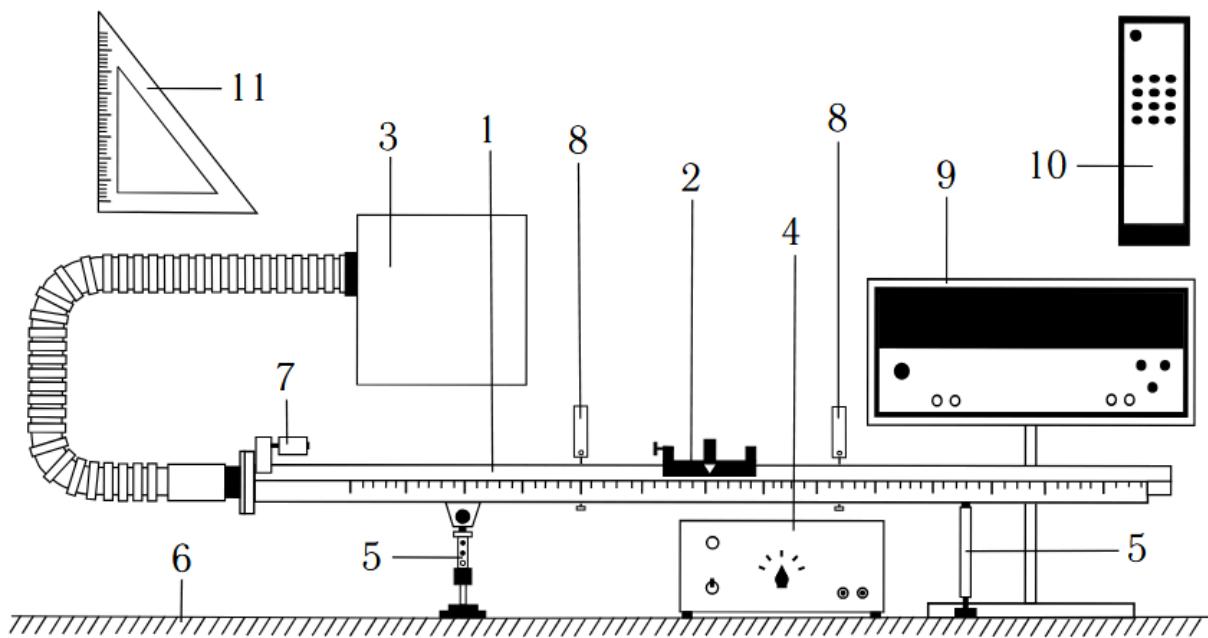
6. Измерительные приборы.

Таблица 1. Измерительные приборы

<i>№ п/п</i>	<i>Наименование</i>	<i>Предел измерений</i>	<i>Цена деления</i>	<i>Класс точности</i>	<i>Погрешность прибора (Δ_u)</i>
1	Линейка на рельсе	1,3 м	1 см/дел	—	5 мм
2	Линейка на угольнике	250 мм	1 мм/дел	—	0,5 мм
3	ПКЦ-3 в режиме секундометра	100 с	0,1 с	—	0,1 с

7. Схема установки:

Рисунок 1. Общий вид экспериментальной установки



1. Рельс с сантиметровой шкалой на лицевой стороне
2. Тележка
3. Воздушный насос
4. Источник питания насоса ВС 4-12
5. Опоры рельса
6. Опорная плоскость (поверхность стола)
7. Фиксирующий электромагнит
8. Оптические ворота
9. Цифровой измерительный прибор ПКЦ-3
10. Пульт дистанционного управления прибором ПКЦ-3
11. Линейка – угольник

По рельсу «1» скользит тележка «2». Для уменьшения трения между поверхностями рельса и тележки создается воздушная подушка с помощью воздушного насоса «3», подключенного к источнику питания «4». Электрические провода, подключающие воздушный насос к источнику питания, на рисунке не показаны. Высота рельса над опорной плоскостью «6» регулируется с помощью винтовых ножек опор «5». Электромагнит «7» фиксирует тележку в начале шкалы. Тележка снабжена флагком с черными вертикальными рисками. Цифровой измерительный прибор «9» фиксирует момент времени, скорость и ускорение тележки при прохождении флагка через оптические ворота «8». Запуск тележки и изменение режимов осуществляется пультом дистанционного управления «10». Угольник «11» используется для измерения вертикальной координаты точек рельса

8. Результаты прямых измерений и их обработка.

Таблица 2

$x, \text{ м}$	$x', \text{ м}$	$h_0, \text{ мм}$	$h'_0, \text{ мм}$
0.220 ± 0.005	1.000 ± 0.005	180.0 ± 0.5	180.0 ± 0.5

Таблица 3. Результаты прямых измерений (Задание 1)

N	Измеренные величины				Рассчитанные величины	
	$x_1, \text{ м}$	$x_2, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$x_2 - x_1, \text{ м}$	$\frac{t_2^2 - t_1^2}{2}, \text{ с}^2$
1	0.150 ± 0.005	0.400 ± 0.005	1.3 ± 0.1	2.5 ± 0.1	0.250 ± 0.007	2.28 ± 0.28
2	0.150 ± 0.005	0.500 ± 0.005	1.3 ± 0.1	2.7 ± 0.1	0.350 ± 0.007	2.80 ± 0.30
3	0.150 ± 0.005	0.700 ± 0.005	1.4 ± 0.1	3.4 ± 0.1	0.550 ± 0.007	4.80 ± 0.37
4	0.150 ± 0.005	0.900 ± 0.005	1.4 ± 0.1	3.9 ± 0.1	0.750 ± 0.007	6.63 ± 0.41
5	0.150 ± 0.005	1.100 ± 0.005	1.3 ± 0.1	4.3 ± 0.1	0.950 ± 0.007	8.40 ± 0.45

Таблица 4. Результаты прямых измерений (Задание 2)

$N_{\text{пл}}$	$h, \text{ мм}$	$h', \text{ мм}$	$\#$	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$
1	189.0 ± 0.5	180.0 ± 0.5	1	1.4 ± 0.1	4.4 ± 0.1
			2	1.4 ± 0.1	4.4 ± 0.1
			3	1.4 ± 0.1	4.4 ± 0.1
			4	1.4 ± 0.1	4.4 ± 0.1
			5	1.3 ± 0.1	4.4 ± 0.1
2	200.0 ± 0.5	181.0 ± 0.5	1	0.9 ± 0.1	3.0 ± 0.1
			2	1.0 ± 0.1	3.0 ± 0.1
			3	1.0 ± 0.1	3.0 ± 0.1
			4	1.0 ± 0.1	3.0 ± 0.1
			5	0.9 ± 0.1	3.0 ± 0.1
3	210.0 ± 0.5	181.0 ± 0.5	1	0.8 ± 0.1	2.5 ± 0.1
			2	0.8 ± 0.1	2.5 ± 0.1
			3	0.8 ± 0.1	2.5 ± 0.1
			4	0.8 ± 0.1	2.5 ± 0.1
			5	0.8 ± 0.1	2.5 ± 0.1

4	220 ± 0.5	182.0 ± 0.5	1	0.7 ± 0.1	2.2 ± 0.1
			2	0.7 ± 0.1	2.2 ± 0.1
			3	0.7 ± 0.1	2.2 ± 0.1
			4	0.6 ± 0.1	2.1 ± 0.1
			5	0.6 ± 0.1	2.1 ± 0.1
5	230.0 ± 0.5	183.0 ± 0.5	1	0.6 ± 0.1	1.9 ± 0.1
			2	0.6 ± 0.1	1.9 ± 0.1
			3	0.6 ± 0.1	1.9 ± 0.1
			4	0.6 ± 0.1	2.0 ± 0.1
			5	0.6 ± 0.1	1.9 ± 0.1

$N_{\text{пл}}$ - количество пластин

h - высота на координате $x = 0,22$ м

h' - высота на координате $x' = 1,00$ м

9. Расчет результатов косвенных измерений.

Задание 1

Так как теоретическая зависимость $Y = aZ$ проходит через начало координат, то коэффициент a и его среднеквадратическое отклонение (СКО) можно найти по следующим формулам:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i Y_i}{\sum_{i=1}^N Z_i^2} = \frac{17,1425}{150,595} = 0,11383 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad \text{— Ускорение тележки по методу наименьших квадратов:}$$

$$\sigma_{\langle a \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - aZ_i)^2}{(N-1) \sum_{i=1}^N Z_i^2}} = \sqrt{\frac{0,001142}{602,3812}} = 0,001377 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad \text{— Среднеквадратичное отклонение}$$

ускорения

Задание 2

Таблица 5. Результаты расчетов (Задание 2)

$N_{\text{пл}}$	$\sin \alpha$	$\langle t_1 \rangle \pm \Delta t_1, \text{ с}$	$\langle t_2 \rangle \pm \Delta t_2, \text{ с}$	$\langle a \rangle \pm \Delta a, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
1	0,0115	$1,38 \pm 0,11$	$4,40 \pm 0,10$	$0,089 \pm 0,004$
2	0,0244	$0,96 \pm 0,11$	$3,00 \pm 0,10$	$0,193 \pm 0,015$
3	0,0372	$0,80 \pm 0,10$	$2,50 \pm 0,10$	$0,278 \pm 0,026$
4	0,0487	$0,66 \pm 0,11$	$2,16 \pm 0,11$	$0,37 \pm 0,04$
5	0,0603	$0,60 \pm 0,10$	$1,92 \pm 0,11$	$0,47 \pm 0,06$

$N_{\text{пл}}$ – количество пластин, $\langle t_{1,2} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{1i,2i}$

- $\sin a = \frac{(h_0 - h) - (\dot{h}_0 - \dot{h})}{x - x} = \frac{(180 - 180) - (180 - 189)}{1000(1 - 0,22)} = 0,0115$ — Пример расчета синуса угла наклона рельса к горизонту для строки 1
- $\langle a \rangle = \frac{2(x^2 - x^1)}{\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2} = \frac{2(1 - 0,22)}{4,4^2 - 1,38^2} = 0,08937$ — Пример расчета среднего значение ускорения для строки 1
- $\Delta a = \langle a \rangle \sqrt{\frac{(\Delta x_{u2})^2 + (\Delta x_{u1})^2}{(x_2 - x_1)^2} + 4 \frac{(\langle t_1 \rangle \Delta t_1)^2 + (\langle t_2 \rangle \Delta t_2)^2}{(\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2)^2}} = 0,08937 \sqrt{\frac{(0,005)^2 + (0,005)^2}{(1 - 0,22)^2} + 4 \frac{(1,38 * 0,11)^2 + (4,4 * 0,1)^2}{(4,4^2 - 1,38^2)^2}} = 0,04438$ — Пример расчета абсолютной погрешности для ускорения для строки 1
- $B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^N a_i \sin a_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \sum_{i=1}^N \sin a_i}{\sum_{i=1}^N \sin a_i^2 - \frac{1}{N} (\sum_{i=1}^N \sin a_i)^2} = 7,66980$ — Ускорения свободного падения g по методу наименьших квадратов по линейной зависимости a
- $A = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N a_i - B \sum_{i=1}^N \sin a_i \right) = 0,00041$ — Свободный член линейной зависимости a
- $\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)}} = 0,18938$ — Среднеквадратичное отклонение для ускорения свободного падения
- $|g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}}| = |7,670 - 9,817| = 2,147 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ — Сравнение экспериментального и табличного значения ускорения свободного падения

10. Расчет погрешностей измерений

Задание 1

- $\Delta a = 2\sigma_a = 2 \cdot 0,001377 = 0,0028 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ — Расчет абсолютной погрешности для ускорения
- $\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} \cdot 100\% = \frac{0,0028}{0,11383} \cdot 100\% = 2,4\%$ — Расчет относительной погрешности для ускорения

Задание 2

- $\Delta g = 2\sigma_g = 2 \cdot 0,18938 = 0,37876 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ — Расчет абсолютной погрешности для g
- $\varepsilon_g = \frac{0,37876}{7,66980} \cdot 100\% = 4,94\%$ — Расчет относительной погрешности для g

11. Графики

График 1. Сравнение экспериментальной и теоретической зависимостей $Y = Y(Z)$

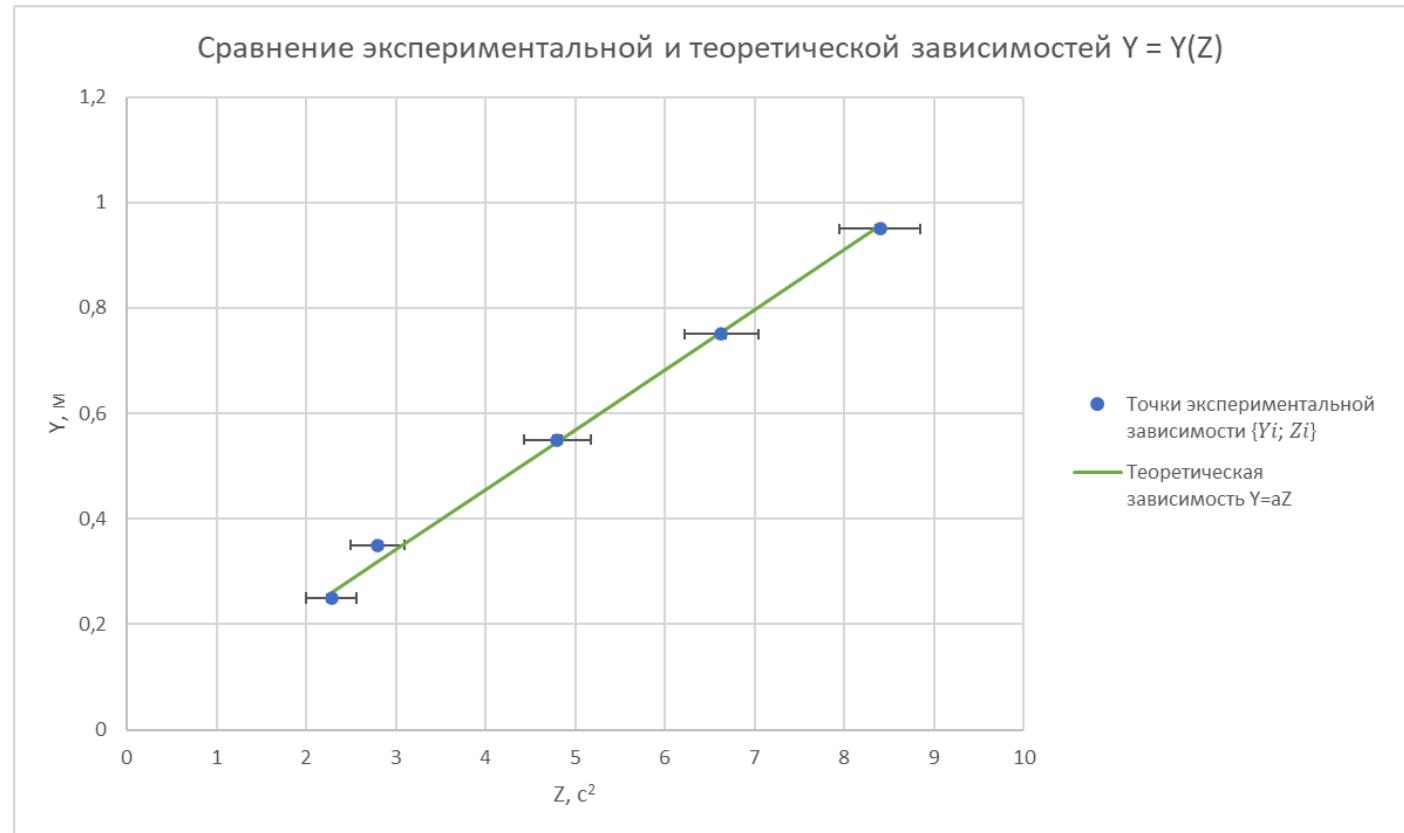
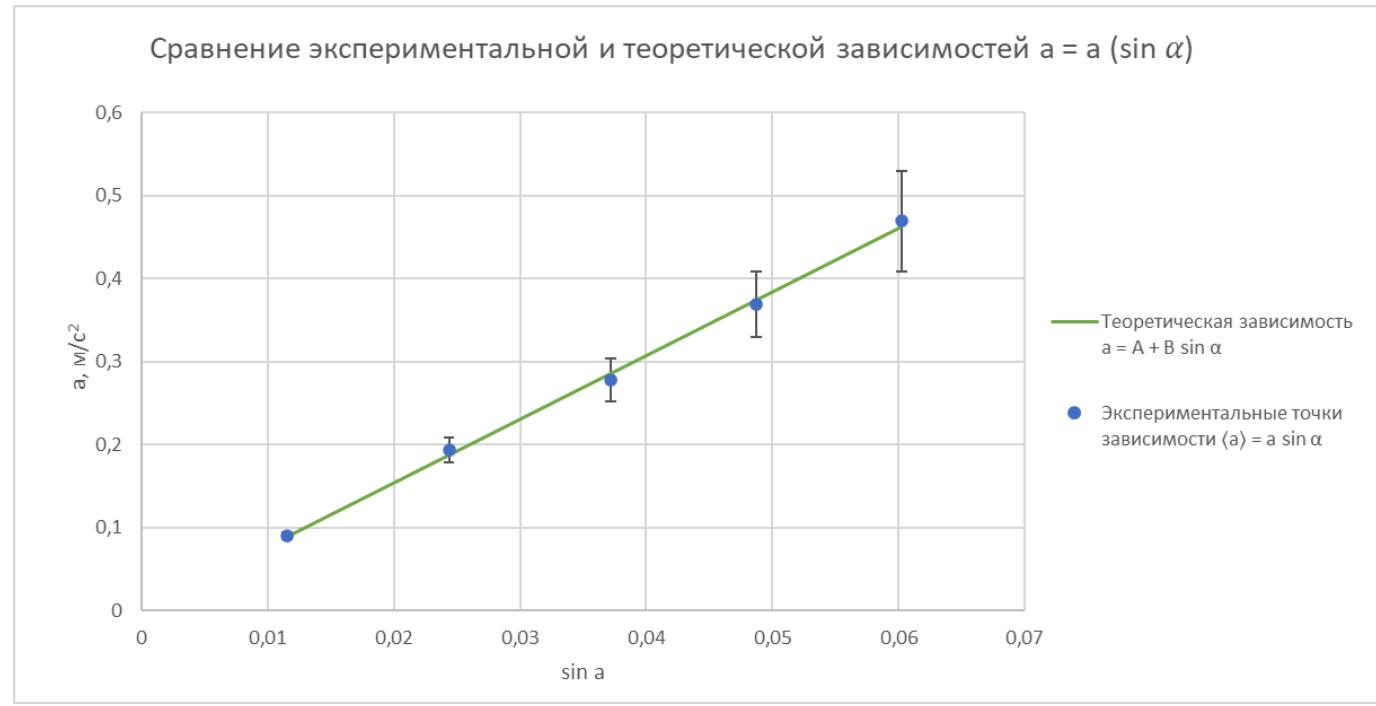


График 2. Сравнение экспериментальной и теоретической зависимостей $a = a (\sin \alpha)$



12. Окончательные результаты.

$$a = (0,1138 \pm 0,0028) \frac{\text{Н}}{\text{с}^2}; \varepsilon_a = 2,4\%; \alpha = 0,90$$

$$g_{\text{эксп}} = (7,67 \pm 0,38) \frac{\text{Н}}{\text{с}^2}; \varepsilon_g = 4,94\%; \alpha = 0,90$$

$$g_{\text{табл}} = 9,817 \frac{\text{Н}}{\text{с}^2}; |g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}}| = 2,15 \frac{\text{Н}}{\text{с}^2}$$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе выполнения лабораторной работы нам удалось исследовать движение тележки по наклонной плоскости на равноускоренность, а также примерно определить величину ускорения свободного падения.

На основе графика зависимости $Y = Y(Z)$ (график 1) можно утверждать, что движение тележки действительно является равноускоренным, поскольку экспериментальные данные с учётом погрешностей хорошо совпадают с теоретической прямой. Относительная погрешность определения ускорения тележки составляет 2,4%, что подтверждает точность проведённых измерений и достоверность вывода о равноускоренном характере движения.

Что касается ускорения свободного падения, то экспериментальное значение составило $g_{\text{эксп}} = (7,67 \pm 0,38) \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, что меньше абсолютного отклонения от табличного значения для

Санкт-Петербурга. Отклонение экспериментального значения ускорения свободного падения от табличного могло быть вызвано следующими факторами:

- 1) Неидеальность воздушной подушки
- 2) Неточность установки и измерения высот h и h'
- 3) Неидеальное расположение тележки в начальной точке