
Группа Р3212 К работе допущен _____

Студент Козаченко Данил Александрович Работа выполнена _____

Преподаватель Агабабаев Валентин Александрович Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.01

Исследование распределения случайной величины

1. Цель работы.

Исследование распределения случайной величины на примере многократных измерений определённого интервала времени

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Провести многократные измерения времени падения листа бумаги с определённой высоты.
2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

3. Объект исследования.

Случайная величина – результат измерения промежутка времени от момента отпускания листа бумаги с высоты картины до его падения на кровать.

4. Метод экспериментального исследования.

Многократное прямое измерение времени падения листа бумаги и проверка закономерностей распределения значений этой случайной величины.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

- $\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} (t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$ – среднее арифметическое всех результатов измерений.
- $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – выборочное среднеквадратичное отклонение.
- $\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ – максимальное значение плотности распределения.
- $\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – среднеквадратичное отклонение среднего значения.
- $\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$ – нормальное распределение, описываемое функцией Гаусса.
- $\Delta_{\bar{t}} = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$ – доверительный интервал.
- $m \approx \sqrt{N} = \sqrt{52} \approx 7$ – число интервалов для построения гистограммы
- $\frac{\Delta N}{N \Delta t}$ – опытное значение плотности вероятности

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора ($\Delta_{ит}$)
1	Секундомер	Цифровой	0 – 5 с	0.01 с

7. Схема установки:

Лист бумаги, расположенный на высоте картины над кроватью и цифровой секундомер, с ценой деления не более 0,01 с. Лист падает на кровать, интервал времени падения до кровати многократно измеряется цифровым секундомером.

8. Результаты прямых измерений и их обработки.

Таблица 1. Результаты прямых измерений

№	$t_i, \text{с}$	$t_i - \langle t \rangle_N, \text{с}$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, \text{с}^2$
1	1,51	-0,06	0,00320
2	1,37	-0,20	0,03863
3	1,66	0,09	0,00874
4	1,74	0,17	0,03009
5	1,64	0,07	0,00540
6	1,37	-0,20	0,03863
7	1,35	-0,22	0,04689
8	1,44	-0,13	0,01601
9	1,70	0,13	0,01781
10	1,68	0,11	0,01287
11	1,49	-0,08	0,00586
12	1,55	-0,02	0,00027
13	1,41	-0,16	0,02450
14	1,51	-0,06	0,00320
15	1,59	0,02	0,00055
16	1,65	0,08	0,00697
17	1,50	-0,07	0,00443
18	1,63	0,06	0,00403
19	1,41	-0,16	0,02450
20	1,65	0,08	0,00697
21	1,42	-0,15	0,02147
22	1,44	-0,13	0,01601
23	1,66	0,09	0,00874
24	1,58	0,01	0,00018
25	1,55	-0,02	0,00027
26	1,67	0,10	0,01070
27	1,17	-0,05	0,00250
28	1,43	-0,14	0,01960
29	1,59	0,02	0,00055
30	1,37	-0,20	0,03863
31	1,83	0,26	0,06760
32	1,66	0,09	0,00874
33	1,63	0,06	0,00403
34	1,56	-0,01	0,00004
35	1,55	-0,02	0,00027
36	1,53	-0,04	0,00160
37	1,67	0,10	0,01070
38	1,76	0,19	0,03610
39	1,69	0,12	0,01440
40	1,54	-0,03	0,00090
41	1,65	0,08	0,00697
42	1,48	-0,09	0,00810
43	1,67	0,10	0,01070
44	1,59	0,02	0,00055
45	1,56	-0,01	0,00004
46	1,63	0,06	0,00403
47	1,68	0,11	0,01287
48	1,79	0,22	0,04840
49	1,67	0,10	0,01070
50	1,34	-0,23	0,05290

51	1,62	0,05	0,00286
52	1,63	0,06	0,00403
	$\langle t \rangle_N = 1,573 \text{ с}$	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) = -1,710 \cdot 10^{-14} \text{ с}$	$\sigma_N = 0,119 \text{ с}$ $\rho_{max} = 3,348 \text{ с}^{-1}$

- $t_{min} = 1,34 \text{ с}, t_{max} = 1,83 \text{ с}$

9. Расчет результатов косвенных измерений.

- $\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = 1,573 \text{ с}$ – среднее арифметическое всех результатов измерений.
- $\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) = -1,710 \cdot 10^{-14} \text{ с}$ – сумма отклонений
- $\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2 = 0,724$ – сумма квадратов отклонений
- $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} = 0,119 \text{ с}$ – выборочное среднеквадратичное отклонение.
- $\rho_{max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} = 3,348 \text{ с}^{-1}$ – максимальное значение плотности распределения.
- $m \approx \sqrt{N} = \sqrt{52} \approx 7 \Rightarrow$ для построения гистограммы возьмём 7 интервалов длиной $(t_{max} - t_{min}) / 7 = 0,07 \text{ с}$

Таблица 2 Данные для построения гистограммы

Границы интервалов, с	ΔN	$\Delta N / (N \Delta t), \text{ с}^{-1}$	$t, \text{ с}$	$\rho, \text{ с}^{-1}$
1,34	5	1,374	1,38	0,838
1,41				
1,41	6	1,648	1,45	1,876
1,48				
1,48	8	2,198	1,52	2,971
1,55				
1,55	9	2,473	1,59	3,332
1,62				
1,62	18	4,945	1,66	2,646
1,69				
1,69	3	0,824	1,73	1,488
1,76				
1,76	3	0,824	1,80	0,593
1,83				

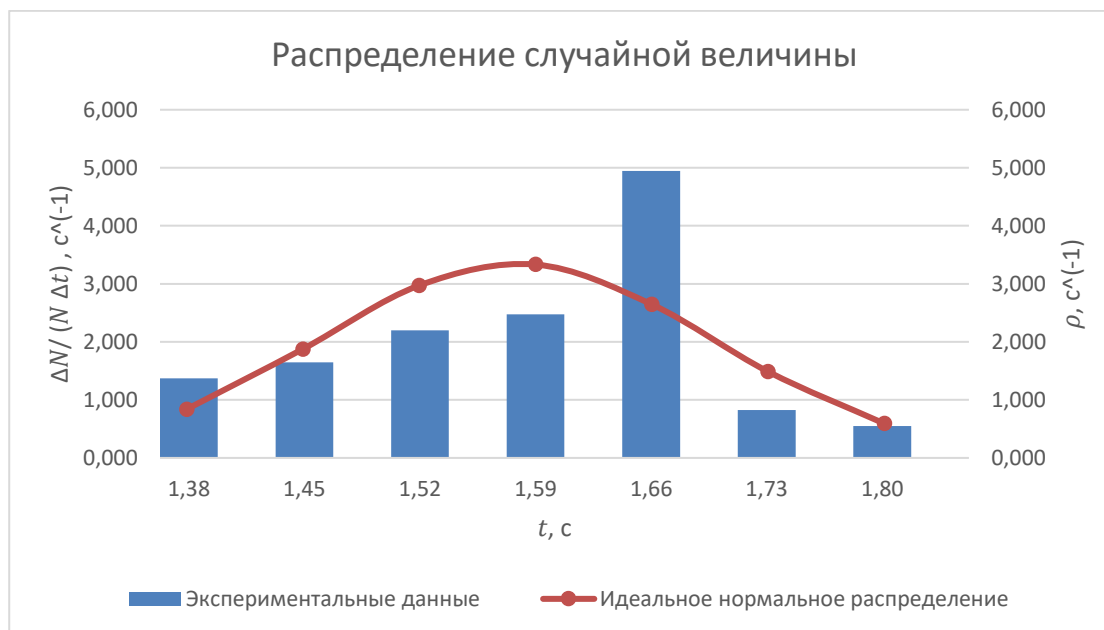
Таблица 3 Стандартные доверительные интервалы

	Интервал, с		ΔN	$\frac{\Delta N}{N}$	P
	от	до			
$\langle t \rangle_N \pm \sigma_N$	1,45	1,69	36	0,692	0,683
$\langle t \rangle_N \pm 2\sigma_N$	1,33	1,81	51	0,981	0,954
$\langle t \rangle_N \pm 3\sigma_N$	1,22	1,93	52	1,000	0,997

10. Расчет погрешностей измерений

- $\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2} = 0,017 \text{ с}$ – среднеквадратичное отклонение среднего значения.
- $t_{\alpha, N} \approx 2,01$ – коэффициент Стьюдента
- $\Delta_{\bar{t}} = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} = 0,034 \text{ с}$ – доверительный интервал.
- $\Delta_t = \sqrt{\Delta_{\bar{t}}^2 + (\frac{2}{3} \Delta_{ит})^2} = 0,035 \text{ с}$ – абсолютная погрешность
- $\varepsilon_t = \frac{\Delta_t}{\langle t \rangle_N} 100\% = 2,2\%$ – относительная погрешность

11. Графики



12. Окончательные результаты.

$$t = (1,573 \pm 0,035)c; \varepsilon_t = 2,2\%; \alpha = 0,95$$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе выполнения лабораторной работы было проведено 52 измерения случайной величины. На графике была построена гистограмма по плотности вероятности в данном промежутке времени. Функция Гаусса характеризует нормальное распределение. При помощи гистограммы и функции Гаусса мы можем заметить, что на результат сильно влияет небольшое количество измерений (при математическом ожидании N должно стремиться к бесконечности). Также на результаты повлияли собственные недочёты в измерении, а именно небольшая задержка при включении секундомера. При этом гистограмма похожа на функцию распределения случайной величины, но с погрешностью на перечисленные выше условия.

14. Дополнительные задания.

15. Выполнение дополнительных заданий.

16. Замечания преподавателя (исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт).