

Группа Р3212

К работе допущен \_\_\_\_\_

Студенты

Зубулина Юлия Максимовна,

Козаченко Данил Александрович,

Марьин Григорий Алексеевич

Работа выполнена \_\_\_\_\_

Преподаватель

Агабабаев Валентин Александрович

Отчет принят \_\_\_\_\_

## **Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.02**

Изучение скольжения тележки по наклонной плоскости

## 1. Цель работы.

1. Экспериментальная проверка равноускоренности движения тележки по наклонной плоскости.
2. Определение величины ускорения свободного падения  $g$ .

## 2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Провести многократные измерения времени падения листа бумаги с определённой высоты.
2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

## 3. Объект исследования.

Ускорение тележки при различных углах наклона.

## 4. Метод экспериментального исследования.

Измерение времени, за которое тележка проходит заданное время расстояние по наклонной плоскости при различных углах наклона.

## 5. Рабочие формулы и исходные данные.

- $x_2 - x_1 = \frac{a}{2} (t_2^2 - t_1^2)$  — Перемещение при равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью
- $Y = x_2 - x_1$  — Перемещение
- $Z = \frac{t_2^2 - t_1^2}{2}$  — Полуразность квадратов времени
- $\Delta Y = \sqrt{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2}$  — Погрешность перемещения
- $\Delta Z = \sqrt{(t_1 \Delta t_1)^2 + (t_2 \Delta t_2)^2}$  — Погрешность времени
- $a = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i Y_i}{\sum_{i=1}^N Z_i^2}$  — Ускорение по методу наименьших квадратов для прямой
- $\sigma_{\langle a \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - a Z_i)^2}{(N-1) \sum_{i=1}^N Z_i^2}}$  — Среднеквадратичное отклонение ускорения
- $\Delta a = 2\sigma_a$  — Абсолютная погрешность для ускорения
- $\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} \cdot 100\%$  — Относительная погрешность для ускорения
- $\sin a = \frac{(h_0 - h) - (h'_0 - h')}{x - x'}$  — Синус угла наклона рельса к горизонту
- $\langle a \rangle = \frac{2(x^2 - x'^2)}{\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2}$  — Среднее значение ускорения

- $\Delta a = \langle a \rangle \sqrt{\frac{(\Delta x_{n2})^2 + (\Delta x_{n1})^2}{(x_2 - x_1)^2} + 4 \frac{(\langle t_1 \rangle \Delta t_1)^2 + (\langle t_2 \rangle \Delta t_2)^2}{(\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2)^2}}$  — Абсолютная погрешность для ускорения
- $B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^N a_i \sin a_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \sum_{i=1}^N \sin a_i}{\sum_{i=1}^N \sin^2 a_i - \frac{1}{N} (\sum_{i=1}^N \sin a_i)^2}$  — Ускорение свободного падения  $g$  по методу наименьших квадратов по линейной зависимости  $a$
- $A = \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N a_i - B \sum_{i=1}^N \sin a_i \right)$  — Расчет свободного члена линейной зависимости  $a$
- $\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)}}$  — Среднеквадратичное отклонение для ускорения свободного падения, где  

$$d_i = a_i - (A + B \sin(\alpha_i)), D = \sum_{i=1}^N \sin^2 a_i - \frac{1}{N} (\sum_{i=1}^N \sin a_i)^2$$
- $\Delta g = 2\sigma_g$  — Абсолютная погрешность для ускорения свободного падения
- $\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} \cdot 100\%$  — Относительная погрешность для ускорения
- $|g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}}|$  — Формула сравнения экспериментального и табличного значения ускорения свободного падения
- Количество измерений:  $N = 5$
- Доверительная вероятность:  $\alpha = 0,95$
- Значение ускорения свободного падения для Санкт-Петербурга:  $g_{\text{табл}} = 9,817 \text{ м/с}^2$

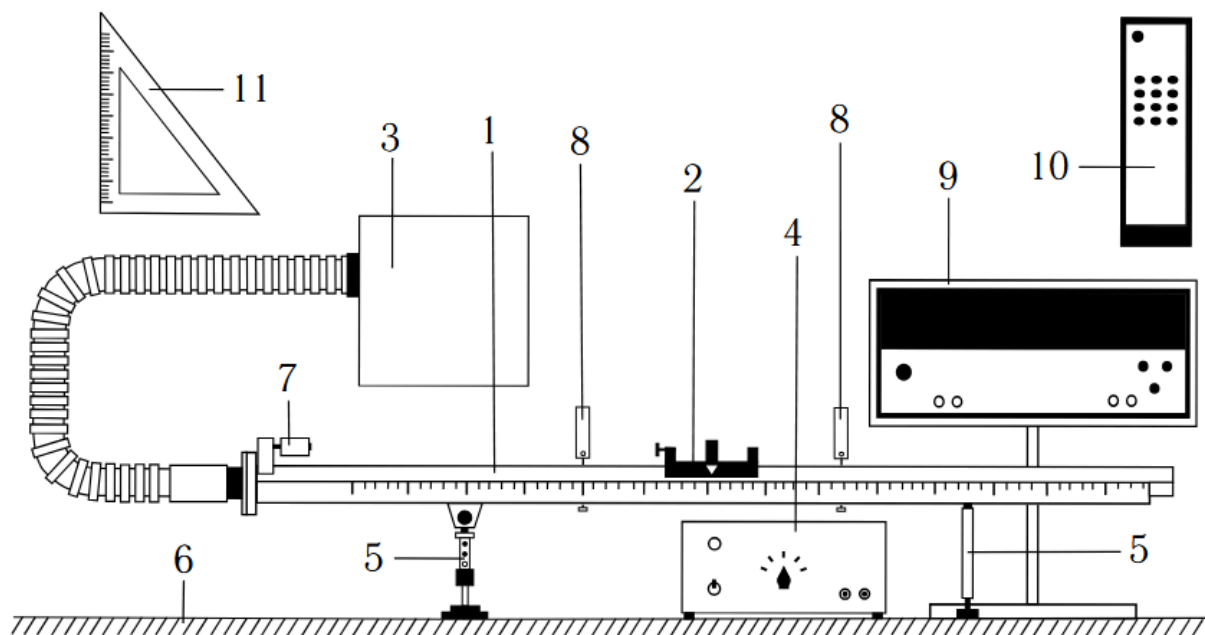
## 6. Измерительные приборы.

Таблица 1. Измерительные приборы

№ п/п	Наименование	Предел измерений	Цена деления	Класс точности	Погрешность прибора ( $\Delta_{\text{и}}$ )
1	Линейка на рельсе	1,3 м	1 см/дел	—	5 мм
2	Линейка на угольнике	250 мм	1 мм/дел	—	0,5 мм
3	ПКЦ-3 в режиме секундомера	100 с	0,1 с	—	0,1 с

## 7. Схема установки:

Рисунок 1. Общий вид экспериментальной установки



1. Рельс с сантиметровой шкалой на лицевой стороне
2. Тележка
3. Воздушный насос
4. Источник питания насоса ВС 4-12
5. Опоры рельса
6. Опорная плоскость (поверхность стола)
7. Фиксирующий электромагнит
8. Оптические ворота
9. Цифровой измерительный прибор ПКЦ-3
10. Пульт дистанционного управления прибором ПКЦ-3
11. Линейка – угольник

По рельсу «1» скользит тележка «2». Для уменьшения трения между поверхностями рельса и тележки создается воздушная подушка с помощью воздушного насоса «3», подключенного к источнику питания «4». Электрические провода, подключающие воздушный насос к источнику питания, на рисунке не показаны. Высота рельса над опорной плоскостью «6» регулируется с помощью винтовых ножек опор «5». Электромагнит «7» фиксирует тележку в начале шкалы. Тележка снабжена флажком с черными вертикальными рисками. Цифровой измерительный прибор «9» фиксирует момент времени, скорость и ускорение тележки при прохождении флажка через оптические ворота «8». Запуск тележки и изменение режимов осуществляется пультом дистанционного управления «10». Угольник «11» используется для измерения вертикальной координаты точек рельса

## 8. Результаты прямых измерений и их обработки.

Таблица 2

$x$ , м	$x'$ , м	$h_0$ , мм	$h'_0$ , мм
$0.220 \pm 0.005$	$1.000 \pm 0.005$	$180.0 \pm 0.5$	$180.0 \pm 0.5$

Таблица 3. Результаты прямых измерений (Задание 1)

N	Измеренные величины				Рассчитанные величины	
	$x_1$ , м	$x_2$ , м	$t_1$ , с	$t_2$ , с	$x_2 - x_1$ , м	$\frac{t_2^2 - t_1^2}{2}$ , с <sup>2</sup>
1	$0.150 \pm 0.005$	$0.400 \pm 0.005$	$1.3 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.1$	$0.250 \pm 0.007$	$2.28 \pm 0.28$
2	$0.150 \pm 0.005$	$0.500 \pm 0.005$	$1.3 \pm 0.1$	$2.7 \pm 0.1$	$0.350 \pm 0.007$	$2.80 \pm 0.30$
3	$0.150 \pm 0.005$	$0.700 \pm 0.005$	$1.4 \pm 0.1$	$3.4 \pm 0.1$	$0.550 \pm 0.007$	$4.80 \pm 0.37$
4	$0.150 \pm 0.005$	$0.900 \pm 0.005$	$1.4 \pm 0.1$	$3.9 \pm 0.1$	$0.750 \pm 0.007$	$6.63 \pm 0.41$
5	$0.150 \pm 0.005$	$1.100 \pm 0.005$	$1.3 \pm 0.1$	$4.3 \pm 0.1$	$0.950 \pm 0.007$	$8.40 \pm 0.45$

Таблица 4. Результаты прямых измерений (Задание 2)

$N_{\text{пл}}$	$h$ , мм	$h'$ , мм	№	$t_1$ , с	$t_2$ , с
1	$189.0 \pm 0.5$	$180.0 \pm 0.5$	1	$1.4 \pm 0.1$	$4.4 \pm 0.1$
			2	$1.4 \pm 0.1$	$4.4 \pm 0.1$
			3	$1.4 \pm 0.1$	$4.4 \pm 0.1$
			4	$1.4 \pm 0.1$	$4.4 \pm 0.1$
			5	$1.3 \pm 0.1$	$4.4 \pm 0.1$
2	$200.0 \pm 0.5$	$181.0 \pm 0.5$	1	$0.9 \pm 0.1$	$3.0 \pm 0.1$
			2	$1.0 \pm 0.1$	$3.0 \pm 0.1$
			3	$1.0 \pm 0.1$	$3.0 \pm 0.1$
			4	$1.0 \pm 0.1$	$3.0 \pm 0.1$
			5	$0.9 \pm 0.1$	$3.0 \pm 0.1$
3	$210.0 \pm 0.5$	$181.0 \pm 0.5$	1	$0.8 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.1$
			2	$0.8 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.1$
			3	$0.8 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.1$
			4	$0.8 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.1$
			5	$0.8 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.1$

4	$220 \pm 0.5$	$182.0 \pm 0.5$	1	$0.7 \pm 0.1$	$2.2 \pm 0.1$
			2	$0.7 \pm 0.1$	$2.2 \pm 0.1$
			3	$0.7 \pm 0.1$	$2.2 \pm 0.1$
			4	$0.6 \pm 0.1$	$2.1 \pm 0.1$
			5	$0.6 \pm 0.1$	$2.1 \pm 0.1$
5	$230.0 \pm 0.5$	$183.0 \pm 0.5$	1	$0.6 \pm 0.1$	$1.9 \pm 0.1$
			2	$0.6 \pm 0.1$	$1.9 \pm 0.1$
			3	$0.6 \pm 0.1$	$1.9 \pm 0.1$
			4	$0.6 \pm 0.1$	$2.0 \pm 0.1$
			5	$0.6 \pm 0.1$	$1.9 \pm 0.1$

$N_{\text{пл}}$  - количество пластин

$h$  - высота на координате  $x = 0,22$  м

$h'$  - высота на координате  $x' = 1,00$  м

## 9. Расчет результатов косвенных измерений.

### Задание 1

Так как теоретическая зависимость  $Y = aZ$  проходит через начало координат, то коэффициент  $a$  и его среднеквадратическое отклонение (СКО)  $a$  можно найти по следующим формулам:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i Y_i}{\sum_{i=1}^N Z_i^2} = \frac{17,1425}{150,595} = 0,11383 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \text{ — Ускорение тележки по методу наименьших квадратов:}$$

$$\sigma_{\langle a \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - aZ_i)^2}{(N-1) \sum_{i=1}^N Z_i^2}} = \sqrt{\frac{0,001142}{602,3812}} = 0,001377 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \text{ — Среднеквадратичное отклонение}$$

ускорения

### Задание 2

Таблица 5. Результаты расчетов (Задание 2)

$N_{\text{пл}}$	$\sin \alpha$	$\langle t_1 \rangle \pm \Delta t_1, \text{ с}$	$\langle t_2 \rangle \pm \Delta t_2, \text{ с}$	$\langle a \rangle \pm \Delta a, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
1	0,0115	$1,38 \pm 0,11$	$4,40 \pm 0,10$	$0,089 \pm 0,004$
2	0,0244	$0,96 \pm 0,11$	$3,00 \pm 0,10$	$0,193 \pm 0,015$
3	0,0372	$0,80 \pm 0,10$	$2,50 \pm 0,10$	$0,278 \pm 0,026$
4	0,0487	$0,66 \pm 0,11$	$2,16 \pm 0,11$	$0,37 \pm 0,04$
5	0,0603	$0,60 \pm 0,10$	$1,92 \pm 0,11$	$0,47 \pm 0,06$

$N_{\text{пл}}$  — количество пластин,  $\langle t_{1,2} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{1i,2i}$

- $\sin a = \frac{(h_0 - h) - (h'_0 - h')}{x - x'} = \frac{(180 - 180) - (180 - 189)}{1000(1 - 0,22)} = 0,0115$  — Пример расчета синуса угла наклона рельса к горизонту для строки 1
- $\langle a \rangle = \frac{2(x^2 - x^1)}{\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2} = \frac{2(1 - 0,22)}{4,4^2 - 1,38^2} = 0,08937$  — Пример расчета среднего значения ускорения для строки 1
- $\Delta\alpha = \langle a \rangle \sqrt{\frac{(\Delta x_{u2})^2 + (\Delta x_{u1})^2}{(x_2 - x_1)^2} + 4 \frac{(\langle t_1 \rangle \Delta t_1)^2 + (\langle t_2 \rangle \Delta t_2)^2}{(\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2)^2}} = 0,08937 \sqrt{\frac{(0,005)^2 + (0,005)^2}{(1 - 0,22)^2} + 4 \frac{(1,38 \cdot 0,11)^2 + (4,4 \cdot 0,1)^2}{(4,4^2 - 1,38^2)^2}}$   
 $= 0,04438$  — Пример расчета абсолютной погрешности для ускорения для строки 1
- $B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^N a_i \sin a_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \sum_{i=1}^N \sin a_i}{\sum_{i=1}^N \sin^2 a_i - \frac{1}{N} (\sum_{i=1}^N \sin a_i)^2} = 7,66980$  — Ускорения свободного падения  $g$  по методу наименьших квадратов по линейной зависимости  $a$
- $A = \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N a_i - B \sum_{i=1}^N \sin a_i \right) = 0,00041$  — Свободный член линейной зависимости  $a$
- $\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)}} = 0,18938$  — Среднеквадратичное отклонение для ускорения свободного падения
- $|g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}}| = |7,670 - 9,817| = 2,147 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$  — Сравнение экспериментального и табличного значения ускорения свободного падения

## 10. Расчет погрешностей измерений

### Задание 1

- $\Delta\alpha = 2\sigma_a = 2 \cdot 0,001377 = 0,0028 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$  — Расчет абсолютной погрешности для ускорения
- $\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} \cdot 100\% = \frac{0,0028}{0,11383} \cdot 100\% = 2,4\%$  — Расчет относительной погрешности для ускорения

### Задание 2

- $\Delta g = 2\sigma_g = 2 \cdot 0,18938 = 0,37876 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$  — Расчет абсолютной погрешности для  $g$
- $\varepsilon_g = \frac{0,37876}{7,66980} \cdot 100\% = 4,94\%$  — Расчет относительной погрешности для  $g$

## 11. Графики

График 1. Сравнение экспериментальной и теоретической зависимостей  $Y = Y(Z)$

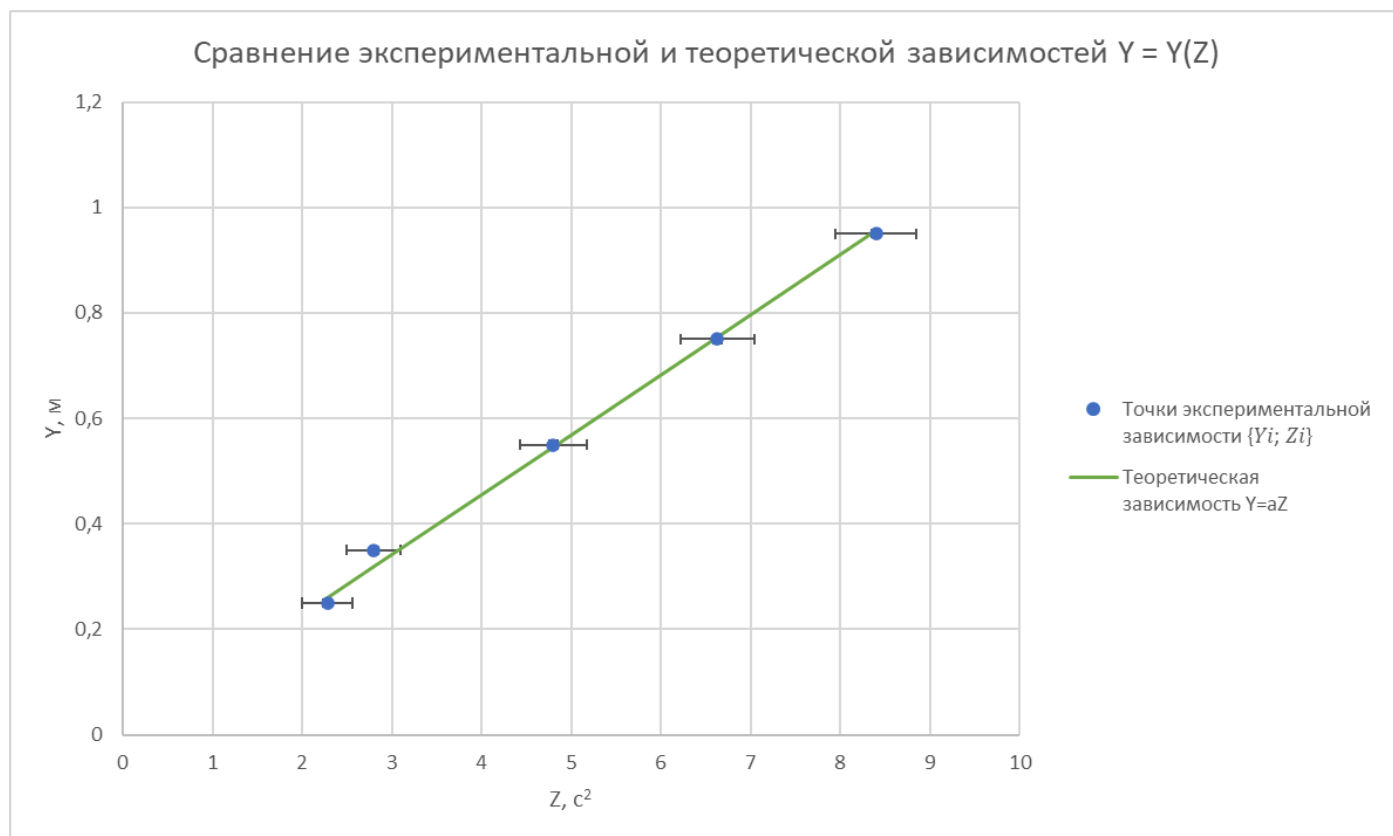
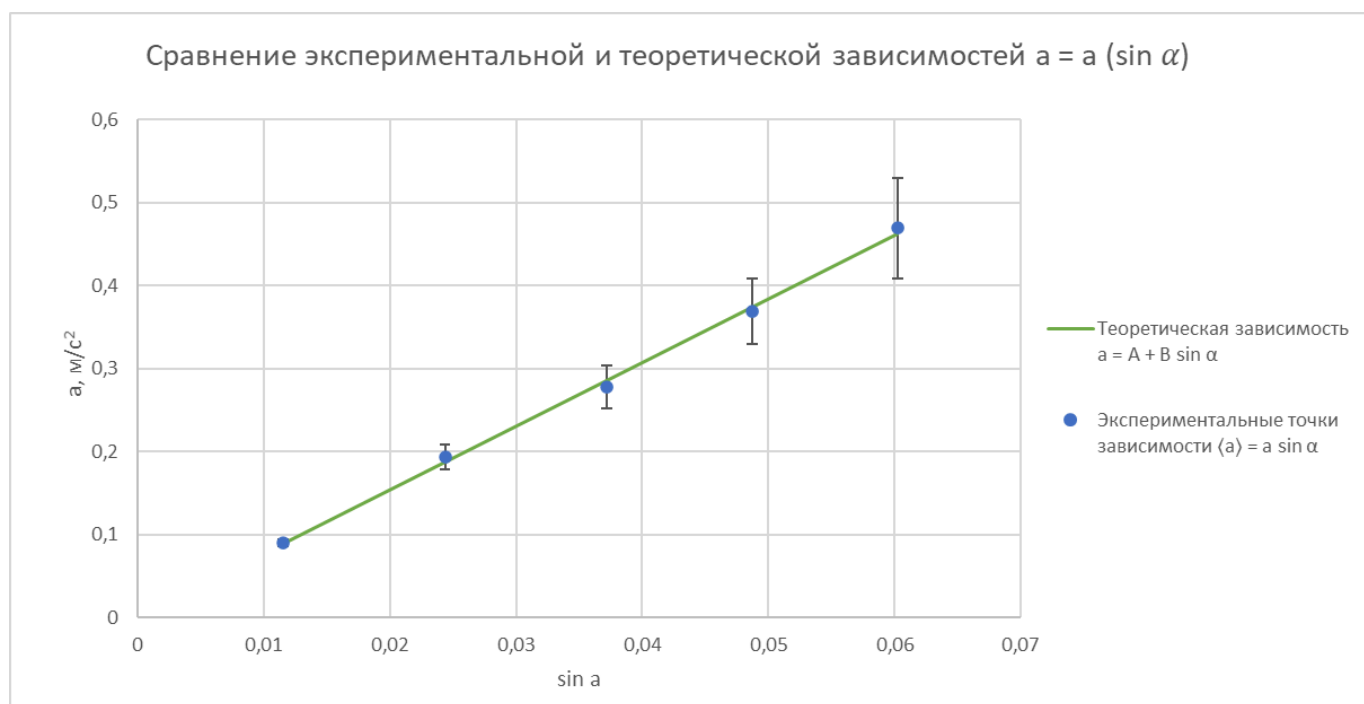


График 2. Сравнение экспериментальной и теоретической зависимостей  $a = a(\sin \alpha)$



## 12. Окончательные результаты.

$$a = (0,1138 \pm 0,0028) \frac{m}{c^2}; \varepsilon_a = 2,4\%; \alpha = 0,90$$

$$g_{\text{эксп}} = (7,67 \pm 0,38) \frac{m}{c^2}; \varepsilon_g = 4,94\%; \alpha = 0,90$$

$$g_{\text{табл}} = 9,817 \frac{m}{c^2}; |g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}}| = 2,15 \frac{m}{c^2}$$



### 13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе выполнения лабораторной работы нам удалось исследовать движение тележки по наклонной плоскости на равноускоренность, а также примерно определить величину ускорения свободного падения.

На основе графика зависимости  $Y = Y(Z)$  (график 1) можно утверждать, что движение тележки действительно является равноускоренным, поскольку экспериментальные данные с учётом погрешностей хорошо совпадают с теоретической прямой. Относительная погрешность определения ускорения тележки составляет 2,4%, что подтверждает точность проведённых измерений и достоверность вывода о равноускоренном характере движения.

Что касается ускорения свободного падения, то экспериментальное значение составило  $g_{\text{эксп}} = (7,67 \pm 0,38) \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ , что меньше абсолютного отклонения от табличного значения для Санкт-Петербурга. Отклонение экспериментального значения ускорения свободного падения от табличного могло быть вызвано следующими факторами:

- 1) Неидеальность воздушной подушки
- 2) Неточность установки и измерения высот  $h$  и  $h'$
- 3) Неидеальное расположение тележки в начальной точке