

Практическая работа 6, вариант 7

Выполнил Козаченко Данил, группа Р3212, ИСУ 466217

Дано: Таблица распределения 100 заводов по производственным средствам X (тыс. ден. ед.) и по суточной выработке Y (т).

1. Расчетная таблица

Для подсчета числовых характеристик (выборочных средних и, выборочных средних квадратичных отклонений и и выборочного корреляционного момента) составляем расчетную таблицу.

При заполнении таблицы осуществляем контроль по строкам и столбцам:

$$\sum_{i=1}^6 m_{x_i} = \sum_{j=1}^8 m_{y_j} = n = 100$$

$$\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^8 m_{ij} x_i = \sum_{i=1}^6 m_{x_i} x_i = 340\,000$$

$$\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^8 m_{ij} y_j = \sum_{j=1}^8 m_{y_j} y_j = 8\,780$$

$$\sum_{i=1}^6 \left(x_i \sum_{j=1}^8 m_{ij} y_j \right) = \sum_{j=1}^8 \left(y_j \sum_{i=1}^6 m_{ij} x_i \right) = 33\,940\,00$$

2. Вычисление числовых характеристик

Вычисляем выборочные средние \bar{x} и \bar{y} , $i = \overline{1, 6}$; $j = \overline{1, 8}$:

$$\bar{x} = \frac{\sum m_{x_i} x_i}{n} = \frac{340\,000}{100} = 3\,400$$

$$\bar{y} = \frac{\sum m_{y_j} y_j}{n} = \frac{8\,780}{100} = 87,8$$

Выборочные дисперсии и средние квадратичные отклонения находим по формулам:

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum m_{x_i} x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum m_{x_i} x_i)^2 \right) = \frac{1}{99} \left(1\,356\,000\,000 - \frac{1}{100} (340\,000)^2 \right) = 2\,020\,202,02$$

$$s_y^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum m_{y_j} y_j^2 - \frac{1}{n} (\sum m_{y_j} y_j)^2 \right) = \frac{1}{99} \left(876\,400 - \frac{1}{100} (8\,780)^2 \right) = 1\,065,82$$

Корреляционный момент вычисляем по формуле:

$$\begin{aligned} s_{xy} &= \frac{1}{n-1} \left(\sum \sum m_{ij} x_i y_j - \frac{1}{n} \sum m_{x_i} x_i \cdot \sum m_{y_j} y_j \right) = \\ &= \frac{1}{99} \left(33\,940\,000 - \frac{1}{100} \cdot 340\,000 \cdot 8\,780 \right) = 41\,292,93 \end{aligned}$$

3. Уравнение эмпирической линии регрессии

Оценкой теоретической линии регрессии является эмпирическая линия регрессии, уравнение которой имеет вид

$$y = \bar{y} + r_{xy} \frac{s_y}{s_x} (x - \bar{x})$$

, где $s_x = \sqrt{2\,020\,202,02} \approx 1421,34$; $s_y = \sqrt{1\,065,82} \approx 32,65$

Коэффициент корреляции:

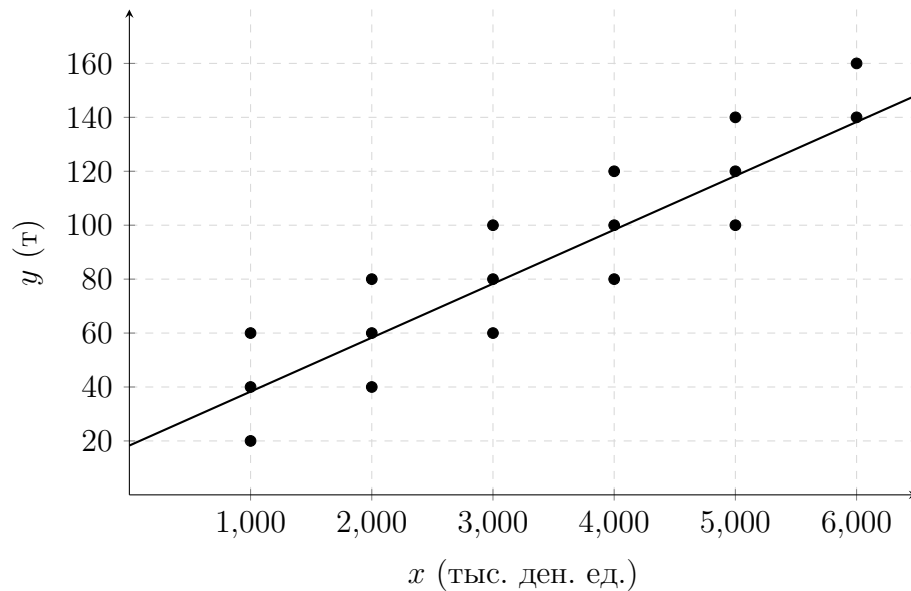
$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{41\,292,93}{1421,34 \cdot 32,65} = \frac{41\,292,93}{46\,406,75} \approx 0,89$$

Составляем уравнение эмпирической линии регрессии y на x :

$$y = 87,8 + 0,89 \cdot \frac{32,65}{1421,34} (x - 3400)$$

$$y = 0,02x + 18,29$$

Строим линию регрессии и случайные точки $(x_i; y_j)$



i	j	1	2	3	4	5	6	7	8	m_{x_i}	$m_{x_i} x_i$	$\sum m_{ij} y_j$	$m_{x_i} x_i^2$	$x_i \sum m_{ij} y_j$
	$X \setminus Y$	20	40	60	80	100	120	140	160	m_{x_i}	$m_{x_i} x_i$	$\sum m_{ij} y_j$	$m_{x_i} x_i^2$	$x_i \sum m_{ij} y_j$
1	1000	2	7	3	—	—	—	—	—	12	12 000	500	$12 \cdot 10^6$	$500 \cdot 10^3$
2	2000	—	6	4	5	—	—	—	—	15	30 000	880	$60 \cdot 10^6$	$1760 \cdot 10^3$
3	3000	—	—	8	9	7	—	—	—	24	72 000	1 900	$216 \cdot 10^6$	$5700 \cdot 10^3$
4	4000	—	—	—	7	14	5	—	—	26	104 000	2 560	$416 \cdot 10^6$	$10240 \cdot 10^3$
5	5000	—	—	—	—	5	7	4	—	16	80 000	1 900	$400 \cdot 10^6$	$9500 \cdot 10^3$
6	6000	—	—	—	—	—	—	4	3	7	42 000	1 040	$252 \cdot 10^6$	$6240 \cdot 10^3$
	m_{y_j}	2	13	15	21	26	12	8	3	100	340 000	8 780	$1356 \cdot 10^6$	33 940 000
	$\sum m_{ij} y_j$	40	520	900	1 680	2 600	1 440	1 120	480	8 780	—	—	—	—
	$\sum m_{ij} x_i$	2 000	19 000	35 000	65 000	102 000	55 000	44 000	18 000	340 000	—	—	—	—
	$m_{y_j} y_j^2$	800	20 800	54 000	134 400	260 000	172 800	156 800	76 800	876 400	—	—	—	—
	$y_j \sum m_{ij} x_i$	$40 \cdot 10^3$	$760 \cdot 10^3$	$2100 \cdot 10^3$	$5200 \cdot 10^3$	$10200 \cdot 10^3$	$6600 \cdot 10^3$	$6160 \cdot 10^3$	$2880 \cdot 10^3$	33 940 000	—	—	—	—