
Front matter

lang: ru-RU title: Лабораторная работа 5 subtitle: . Модель хищник-жертва и модель Лотки-Вольтерры author: Нзита Диатезилюа Катенди institute: RUDN University, Moscow, Russian Federation date: April 13th 2024

Цели работы

Исследовать математическую модель хищник - жертва и модель Лотки-Вольтерры

Теоретическое введение

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c

- естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв.
-

Постановка задачи

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 0.28x(t) - 0.028x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -0.29y(t) + 0.029x(t)y(t) \end{cases}$$

Задачи

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:

$x_0 = 7$, $y_0 = 21$. Найдите стационарное состояние системы.

Выполнение работы на Julia

```
using DifferentialEquations, Plots

function run_lotka_volterra() a = 0.28; b = 0.028; c = 0.29; d = 0.029; t = (0, 400);

function syst!(dx, x, p, t)
    dx[1] = -a*x[1] + b .* x[1] * x[2];
    dx[2] = c * x[2] - d .* x[1] * x[2];
end;

#при следующих начальных условиях:

x0 = [7, 21];

prob = ODEProblem(syst!, x0, t);
y = solve(prob, Tsit5(), saveat = 0.01);
u1 = Vector{Float64}()
u2 = Vector{Float64}()

t1 = collect(0:0.01:400)

for i in range(1, length(y.t))
    push!(u1, y.u[i][1]);
    push!(u2, y.u[i][2]);
end;

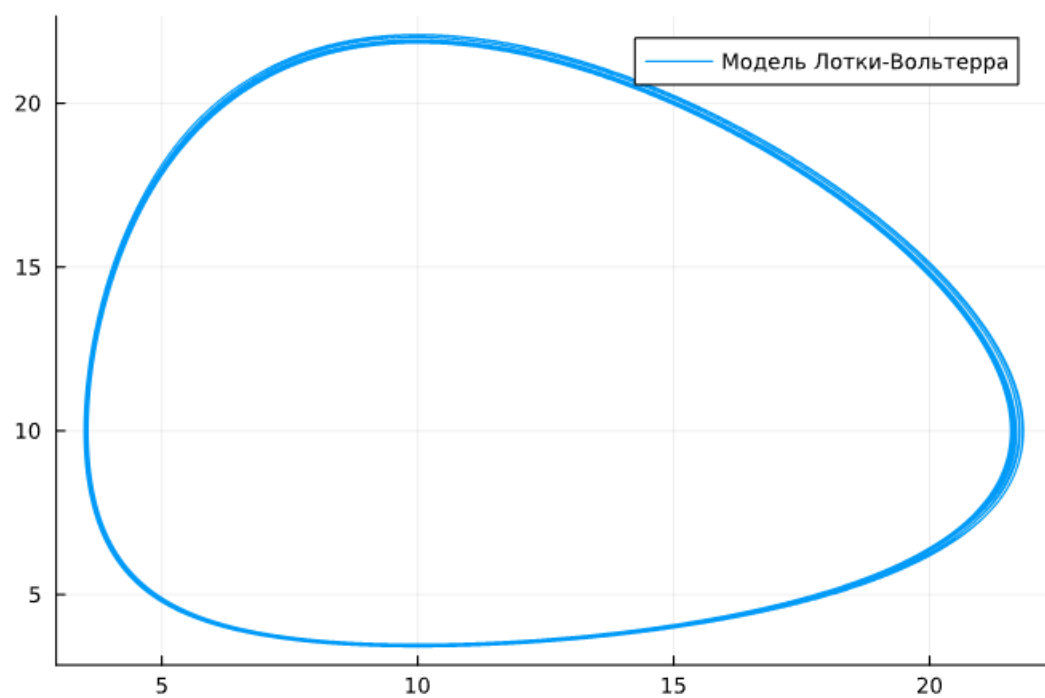
plot(u1, u2, label = "Модель Лотки-Вольтерра")
```

```
end  
run_lotka_volterra()
```

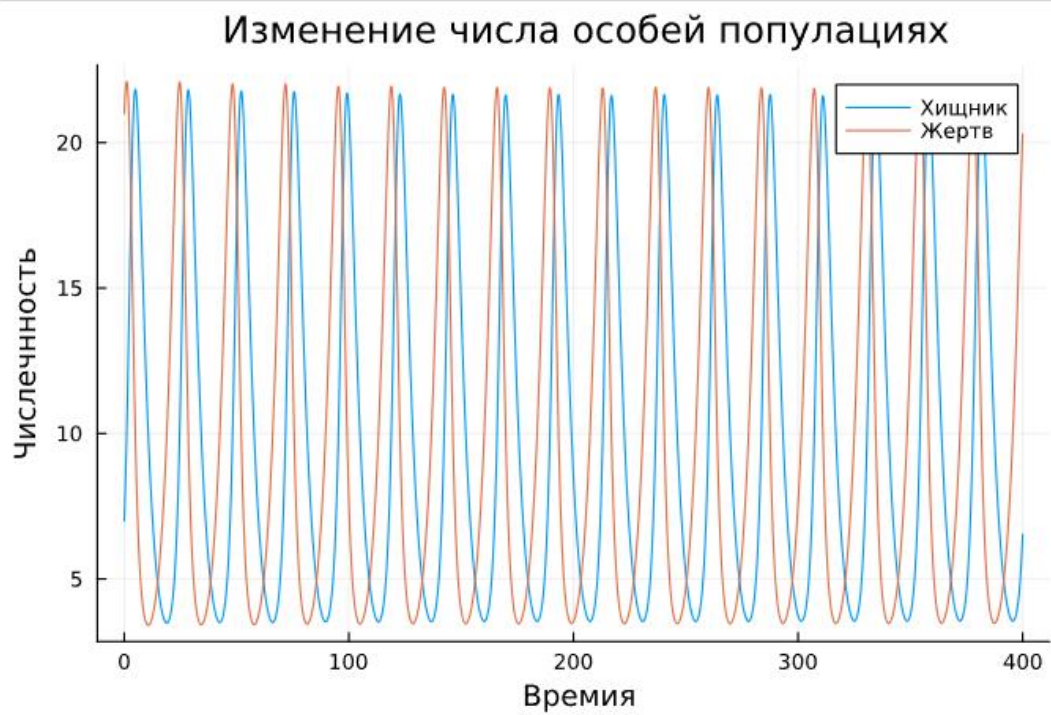
Второй случай

```
function run_lotka_volterra() a = 0.28; b = 0.028; c = 0.29; d = 0.029; t = (0, 400);  
  
function syst!(dx, x, p, t)  
    dx[1] = -a*x[1] + b .* x[1] * x[2];  
    dx[2] = c * x[2] - d .* x[1] * x[2];  
  
end;  
  
#при следующих начальных условиях:  
  
x0 = [7, 21];  
  
prob = ODEProblem(syst!, x0, t);  
y = solve(prob, Tsit5(), saveat = 0.01);  
  
u1 = [sol[1] for sol in y.u]  
u2 = [sol[2] for sol in y.u]  
  
t1 = collect(0:0.01:400)  
  
plot(t1, [u1, u2], label = ["Хищник" "Жертв"], title = " Изменение числа  
особей популяциях") xlabel!(" Время")  
ylabel!("Численность")  
  
end  
run_lotka_volterra()
```

Случай 1 (рис. 1)



Случай 2 (рис. 2)



Вывод

Построили математическую модель и провели анализ.
