

Цель работы

- Познакомиться с языком программирования julia
- Разобраться и научиться решать задачу о погоне, поставленную да винчи для выбора правильной стратегии при решении задач поиска

Теоретическое введение

Кривая погони — кривая, представляющая собой решение задачи о «погоне», которая ставится следующим образом. Пусть точка А равномерно движется по некоторой заданной кривой. Требуется найти траекторию равномерного движения точки Р такую, что касательная, проведённая к траектории в любой момент движения, проходила бы через соответствующее этому моменту положение точки А.

Задача построения кривой погони впервые встала при выборе курса судна с учётом внешних факторов (боковых ветров, течения) для оптимального достижения точки цели путешествия. Вновь эта проблема возникла при использовании в военных целях подводных лодок, торпед, а позднее и управляемых ракет с целью достижения и поражения движущихся целей. Кроме того, кривая погони применяется в космической навигации.

Постановка задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 17,3 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5,1 раза больше скорости браконьерской лодки.

Задание

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

Теоретическая часть

Возьмем в качестве начальной точки О, точку обнаружение лодки, введём полярные координаты и как полюс возьмём точку О, полярная ось будет проходить через катер в момент обнаружения лодки. Тогда есть 2 варианта развития событий:

- Катер будет справа от лодки, тогда угол тета равен 0
- Катер будет слева от лодки, тогда угол тета равен -pi

Чтобы посчитать начальное положение катера, пусть за время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (или $k + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как

$$t = x/v \text{ и } t = (k - x)/5.1v$$

(во втором случае $t = (k + x)/5.1v$).

Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы

Тогда неизвестное расстояниех можно найти из следующего уравнения:

- $x/v = (k - x) / 5.1v$ в первом случае или
- $x/v = (k + x) / 5.1v$ во втором. Отсюда мы найдем два значения
- $x_1 = k/5.1 = 25/5.1$
- $x_2 = k/5.1 = 25/5.1$ Задачу будем решать для двух случаев.

Т.к. после этого, катер начнет двигаться по спирали, разложим его скорость на тангенциальную и радиальную.

- Тангенциальная скорость $v_t = \sqrt{(5.1v)^2 - v^2} = \sqrt{25.01}v$ т.к. радиальная равна v , чтобы выполнялось условие задачи.

Получаем уравнение $r \cdot d\theta/dt = v_t = \sqrt{25.01}v$.

Тогда решение исходной задачи сводится к решению системы:

$$\begin{cases} dr/dt = v \\ r \cdot d\theta/dt = \sqrt{25.01} \cdot v \end{cases}$$

с начальными условиями $\begin{cases} \theta = 0 \\ \theta = -\pi \end{cases} \begin{cases} x = x_1 \\ \text{или} \\ x = x_2 \end{cases}$

Исключая производную по t можно выразить $dr = d\theta \cdot r/\sqrt{25.01}$

Практическая часть

Написали код на ЯП Julia, используя библиотеки Plots и DifferentialEquations. (рис. 1)

```

#Начальное условия

d = 17.3 # расстояние
v = 5.1  # скорость

fi = 3*pi/4

#Варианта начального положения катера и варианта интервалов

x1 = d/(v + 1)
x2 = d/(v - 1)

tetha1 = (0.0, 2*pi)
tetha2 = (-pi, pi)

#Функция описывающая движение катера

f1(r, p, t) = r/sqrt(17.3)

#Функция описывающая движение лодки

f2(t) = tan(fi)*t

#Задача кошки

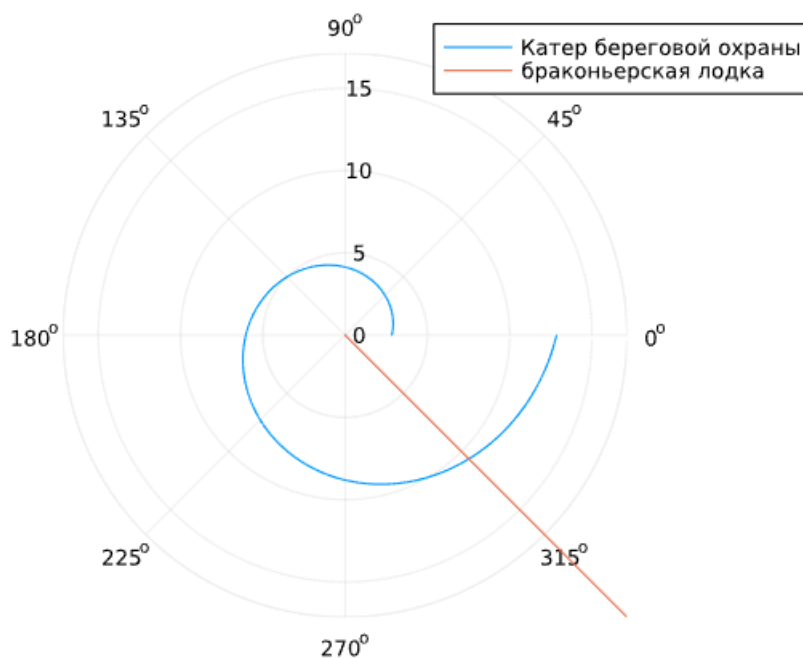
prob1 = ODEProblem(f1, x1, tetha1)
prob2 = ODEProblem(f1, x2, tetha2)

sol1 = solve(prob1, saveat = 0.01)
sol2 = solve(prob2, saveat = 0.001)

```

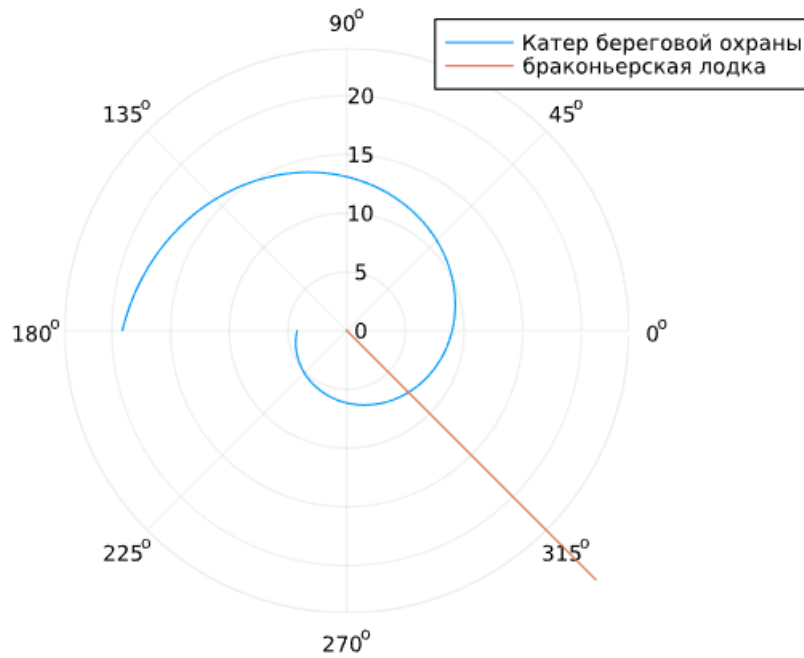
Получили график траектории катера и лодки для первого случая. (рис. 2)

Задача о погоне вариант 1



Получили график траектории катера и лодки для второго случая. (рис. 3)

Задача о погоне вариант 2



Выбрали в процессе программирования угол $3\pi/4$, т.к. использовали тангенс для построения графика. Выберем для первого варианта угол $7\pi/4$, а для второго $-\pi/4$.

Рассчитали точки пересечения траекторий для обоих случаев. (рис. 4)

```
s1(t) = 17.3/5.1*exp(t/sqrt(17.3))
SOL1 = s1(7*pi/4)

println(SOL1)

s2(t) = 17.3/5.1*exp(t + pi/sqrt(17.3))

SOL2 = s2(-pi/4)

println(SOL2)
```

Проверили вычисления с помощью Julia. (рис. 4)

12.72111600607795
3.2916223462090346

Выводы

Познакомились с ЯП julia и рассмотрели задачу о погоне на примере задачи о катере береговой охраны и браконьерской лодке, а также разобрались в ней.

Список литературы

[Задача о погоне](#)