

# Отчет по Лабораторной Работе №3

## Модель боевых действий- Вариант 51

Нзита Диатезилуа Катенди

### Содержание

### Цель работы

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

### Задание

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями  $x(t)$  и  $y(t)$ . В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 25 000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 39 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a, b, c, h$  постоянны. Также считаем  $P(t)$  и  $Q(t)$  непрерывные функции.

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев: 1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\frac{dx}{dt} = -0.441x(t) - 0.773y(t) + \sin(2t) + 1$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.55x(t) - 0.664y(t) + \cos(2t) + 1$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\frac{dx}{dt} = -0.399x(t) - 0.688y(t) + \sin(2t) + 2$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.299x(t)y(t) - 0.811y(t) + \cos(3t) + 1$$

## Выполнение лабораторной работы

Рассмотри три случая ведения боевых действий: 1. Боевые действия между регулярными войсками 2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dx}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потеря партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dx}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

### Условие задачи

начальные условия

$x_0 = 25000$ ; **численность первой армии**

$y_0 = 39000$ ; **численность второй армии**

$t_0 = 0$ ;

#начальный момент времени

$a = 0.441$ ; **константа, характеризующая степень влияния различных факторов на потери**

$b = 0.773$ ; **эффективность боевых действий армии y**

$c = 0.55$ ; **эффективность боевых действий армии x**

$h = 0.664$ ; константа, характеризующая степень влияния различных факторов на потери

$t_{\max} = 1$ ; предельный момент времени

$t = (t_0, t_{\max})$ ;

### Код программы (Julia)

```
using Plots
```

```
using OrdinaryDiffEq
```

```
#начальные условия
```

```
 $x_0 = 25000$ ; численность первой армии
```

```
 $y_0 = 39000$ ; численность второй армии
```

```
 $t_0 = 0$ ; начальный момент времени
```

```
 $a = 0.441$ ; константа, характеризующая степень влияния различных факторов на потери
```

```
 $b = 0.773$ ; эффективность боевых действий армии  $y$ 
```

```
 $c = 0.55$ ; эффективность боевых действий армии  $x$ 
```

```
 $h = 0.664$ ; константа, характеризующая степень влияния различных факторов на потери
```

```
 $t_{\max} = 1$ ; предельный момент времени
```

```
 $t = (t_0, t_{\max})$ ;
```

```
function P(t) возможность подхода подкрепления к армии  $x$   
 $p = \sin(2 * t) + 1$ ; end
```

```
function Q(t) возможность подхода подкрепления к армии  $y$   
 $q = \cos(2 * t) + 1$ ; end
```

Система дифференциальных уравнений

```
function f(du, u, p, t)
```

```
     $du[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t)$ ; изменение численности первой армии
```

```
     $du[2] = -c * u[1] - h * u[2] + Q(t)$ ; изменение численности второй армии  
end
```

```
 $v_0 = [x_0; y_0]$ ; Вектор начальных условий
```

```
prob = ODEProblem(f, v0, t)
```

```
sol = solve(prob, Tsit5())
```

```
plot(sol, vars=(1), label = "Численность армии X", title = "Боевые действия между регулярными войсками")
```

```
plot!(sol, vars=(2), label = "Численность армии Y", ylabel = "Численность
```

армии")

**## Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов**

$x_2 = 25000$ ;            численность первой армии  
 $y_2 = 39000$ ;            численность второй армии

$a_2 = 0.399$ ;            константа, характеризующая степень влияния различных  
**#факторов на потери**

$b_2 = 0.688$ ;            эффективность боевых действий армии у

$c_2 = 0.299$ ;            эффективность боевых действий армии х

$h_2 = 0.811$ ;            константа, характеризующая степень влияния различных факторов  
**на потери**

*function*  $P_2(t)$     возможность подхода подкрепления к армии х  
     $p_2 = \sin(2 * t) + 2$ ;  
*end*

*function*  $Q_2(t)$     возможность подхода подкрепления к армии у  
     $q_2 = \cos(3 * t) + 1$ ;  
*end*

**Система дифференциальных уравнений**

*function*  $f_2(du, u, p, t)$   
     $du[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t)$ ;    изменение численности первой армии  
     $du[2] = -c * u[1] * u[2] - h * u[2] + Q(t)$ ;    изменение численности второй  
**армии**  
*end*

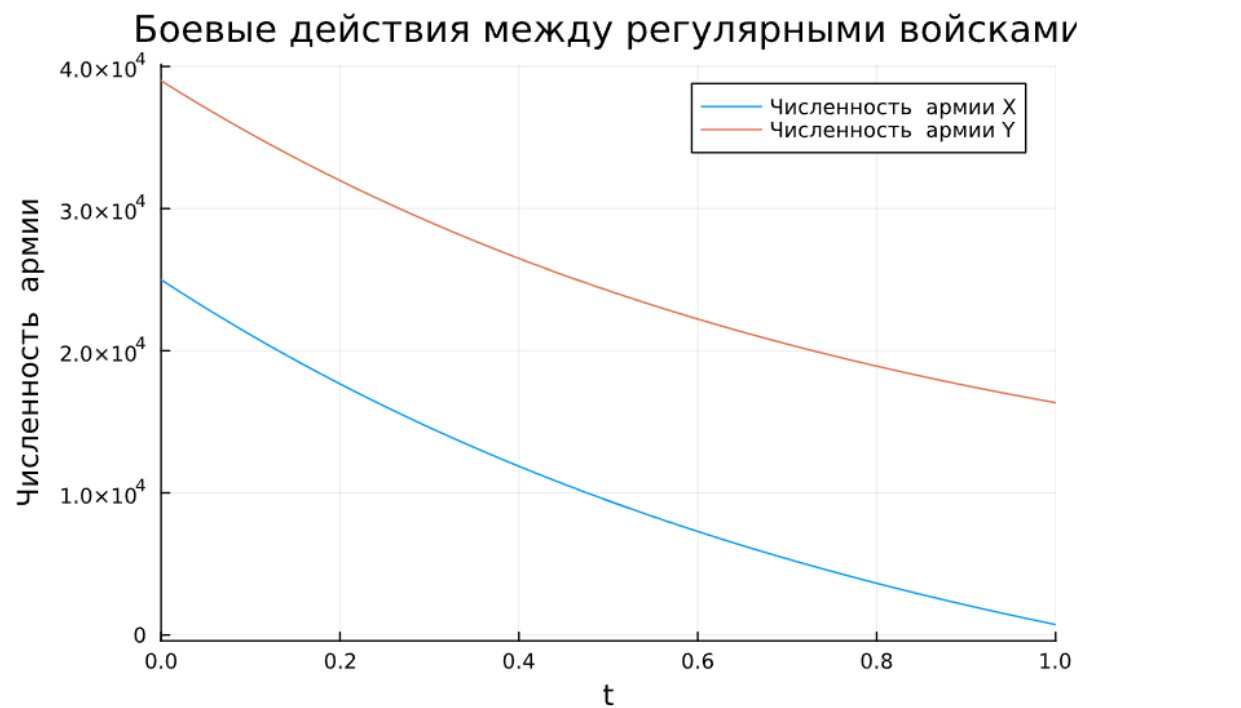
$v_2 = [x_2; y_2]$ ;    Вектор начальных условий

$prob_2 = ODE Problem(f_2, v_2, t)$   
 $sol_2 = solve(prob, Tsit5())$

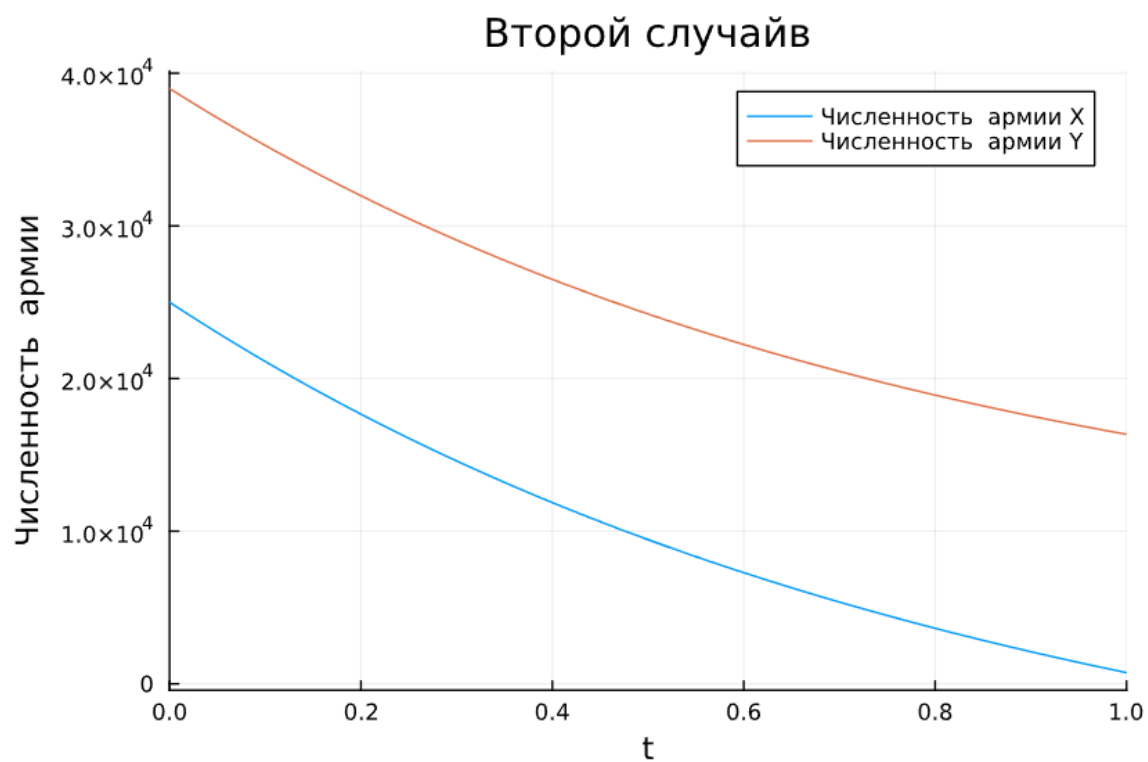
$plot(sol_2, vars=(1), label = "Численность армии X", title = "Второй случай")$   
 $plot!(sol_2, vars=(2), label = "Численность армии Y", ylabel = "Численность армии")$

## Решение

Модель боевых действий между регулярными войсками для случая 1 (Julia)



. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов для случая 2 (Julia)



## Выводы

В данной работе мы проанализировали простейшую модель Ланчера, где увидели, что изменение численности армии  $X$  стремится к нулю, и если задача решена, то эта сторона считается проигравшей, а  $y$  – победителем.

## # Список литературы {.unnumbered}

1. Модель боевых действий