Национальный исследовательский университет
«Университет ИТМО»

Факультет информационных технологий и программирования

Кафедра прикладной математики и информатики

Странные аттракторы

Владислав Павлов, Данила Курябов M3236

Январь 2021
Санкт-Петербург

1 Введение

Аттрактор — компактное подмножество фазового пространства динамической системы, все траектории из некоторой окрестности которого стремятся к нему при времени, стремящемся к бесконечности. Странный аттрактор — это притягивающее множество неустойчивых траекторий в фазовом пространстве диссипативной динамической системы. В отличие от аттрактора, не является многообразием, то есть не является кривой или поверхностью.

Рассмотрим два странных аттрактора: аттрактор Лоренца и аттрактор Chen - Lee.

2 Аттрактор Лоренца

Аттрактор Лоренца описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = a * (y - x) \\ \dot{y} = x * (b - z) - y \\ \dot{z} = x * y - c * z \end{cases} \tag{1}$$

Распишем ту же систему через дифференциалы. Заметим, что каждое уравнение можно рассматривать как последовательность.

$$\begin{cases} \partial x = a * (y - x) * \partial t = x_{n+1} - x_n \\ \partial y = (x * (b - z) - y) * \partial t = y_{n+1} - y_n \\ \partial z = (x * y - c * z) * \partial t = z_{n+1} - z_n \end{cases} \tag{2}$$

Выражаем следующюю (n + 1) точку по координатно из координат, полученных на предыдущем шаге (n). Таким образом, получаем систему рекурсивно заданных уравнений.

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + a * (y_n - x_n) * \partial t \\ y_{n+1} = y_n + (x_n * (b - z_n) - y_n) * \partial t \\ z_{n+1} = z_n + (x_n * y_n - c * z_n) * \partial t \end{cases} \tag{3}$$

Так как каждое уравнение в системе задано рекукрсивно необходимо задать начальные значения.

$$\begin{cases} x_0 = 0.1 \\ y_0 = 0.1 \\ z_0 = 0.1 \end{cases} \tag{4}$$

Таким образом, подставив значения параметров (a, b, c), получим решение для данной системы и смоделируем его.

3 Аттрактор Chen - Lee

Аттрактор Chen - Lee описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = a * x - y * z \\ \dot{y} = b * y + x * z \\ \dot{z} = c * z + \frac{x*y}{3} \end{cases} \tag{5}$$

Распишем ту же систему через дифференциалы. Заметим, что каждое уравнение можно рассматривать как последовательность.

$$\begin{cases} \partial x = (a * x - y * z) * \partial t = x_{n+1} - x_n \\ \partial y = (b * y + x * z) * \partial t = y_{n+1} - y_n \\ \partial z = (c * z + \frac{x*y}{3}) * \partial t = z_{n+1} - z_n \end{cases} \tag{6}$$

Выражаем следующюю (n + 1) точку по координатно из координат, полученных на предыдущем шаге (n). Таким образом, получаем систему рекурсивно заданных уравнений.

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + (a * x_n - y_n * z_n) * \partial t \\ y_{n+1} = y_n + (b * y_n + x_n * z_n) * \partial t \\ z_{n+1} = z_n + (c * z_n + \frac{x_n * y_n}{3}) * \partial t \end{cases} \tag{7}$$

Так как каждое уравнение в системе задано рекукрсивно необходимо задать начальные значения.

$$\begin{cases} x_0 = 0.1 \\ y_0 = 0.1 \\ z_0 = 0.1 \end{cases} \tag{8}$$

Таким образом, подставив значения параметров (a, b, c), получим решение для данной системы и смоделируем его.

4 Описание модели

Программа моделирует решение системы: строит аттрактор для указанных параметров. В центре окна запущенной программы изображается трехмерная система координат. Значения параметров (a, b, c) задаются с помощью ползунков снизу. Программа отрисовывает полученную систему в режиме реального времени.

5 Список литературы

Аттрактор Лоренца
Lorenz Attraktor
Изображение Аттрактора Chen - Lee