

Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Институт Радиотехники и электротехники им В.А.
Котельникова

Отчет

О выполнении лабораторной работы №4
«Моделирование следящей системы»

Студент гр. ЭР-15-16

Хоанг Д.Д.

Вариант 15

Преподаватель:

Корогодин И.В.

Москва

2020

Цель работы:

- Применить метод информационного параметра при моделировании радиотехнического устройства;
- Получить опыт моделирования следящей системы;
- Развить навыки обработки данных статистических экспериментов.

1. Постановка задачи

Моделируется следящая система за частотой

Требуется:

1. Построить график зависимости динамической ошибки оценивания от полосы следящей системы.
2. Построить график зависимости флуктуационной ошибки оценивания от полосы следящей системы.
3. Построить график общей среднеквадратической ошибки оценивания частоты от полосы следящей системы.
4. Определить шумовую полосу следящей системы, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки оценивания частоты.

Допущения:

1. Моделирование будем производить в линейном приближении работы следящей системы по методу информационного параметра.
2. Процесс частоты развивается в соответствии с моделью второго порядка как интеграл от винеровского случайного процесса.

2. Математические модели

Математическая модель процесса частоты:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + \nu_{k-1}T$$

$$\nu_k = \nu_{k-1} + \xi_k T$$

$$\xi_k \sim N(0, D_\xi)$$

$$M[\xi_i \xi_j] = D_\xi \delta_{ij},$$

где в соответствии с вариантом задания $D_\xi = 8$. Начальные значения:

$$\omega_0 = 0, \nu_0 = 0.$$

Выражения можно записать в векторном виде

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\xi_k,$$

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \omega_k \\ \nu_k \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & T \end{bmatrix}, \xi_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_k \end{bmatrix}.$$

Алгоритм работы следящей системы относительно информационного параметра:

$$\tilde{\omega}_k = \tilde{\omega}_k + K_1(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\nu}_k = \tilde{\nu}_k + K_2(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\omega}_k = \hat{\omega}_{k-1} + \hat{\nu}_{k-1}T, \hat{\nu}_k = \hat{\nu}_{k-1},$$

инициализационные значения

$$\tilde{\omega}_0 = 0, \hat{\nu}_0 = 0,$$

коэффициенты определяются шумовой полосой системы Δf

$$K_1 = \frac{8}{3} \cdot \Delta f \cdot T,$$

$$K_2 = \frac{32}{9} \cdot \Delta f^2 \cdot T,$$

$\omega_{meas,k}$ - поступившие на k-м шаге измерения частоты.

Алгоритм может быть представлен в векторном виде

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_k \\ \tilde{v}_k \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{x}}_k + K(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k),$$
$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_k \\ \tilde{v}_k \end{bmatrix} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}.$$

3. Тестовое воздействие

Условия:

Исключим формирующий шум наблюдений. Установим полосу СС равной 2 Гц. Установим начальную ошибку слежения на уровне нескольких Гц.

Ожидаемый результат:

Следящая система произведет подстройку частоты, ошибка в установившемся режиме будет равняться нулю (ввиду величины астатизма). Характерное время переходного процесса – несколько обратных значений полосы, т.е. для 2 Гц около 1-2 секунд.

4. Проверка модели в тестовых условиях

Составлена программа компьютерной модели – приложение 1.

- В качестве тестовых условий сократим время моделирования до 5 секунд.
- Приравняем нулю дисперсии формирующего шума и шума наблюдений.
- Начальное значение оцениваемого процесса частоты установили на 10 рад/с больше, чем начальное значение частоты в оценке вектора состояния.

Получим графики:

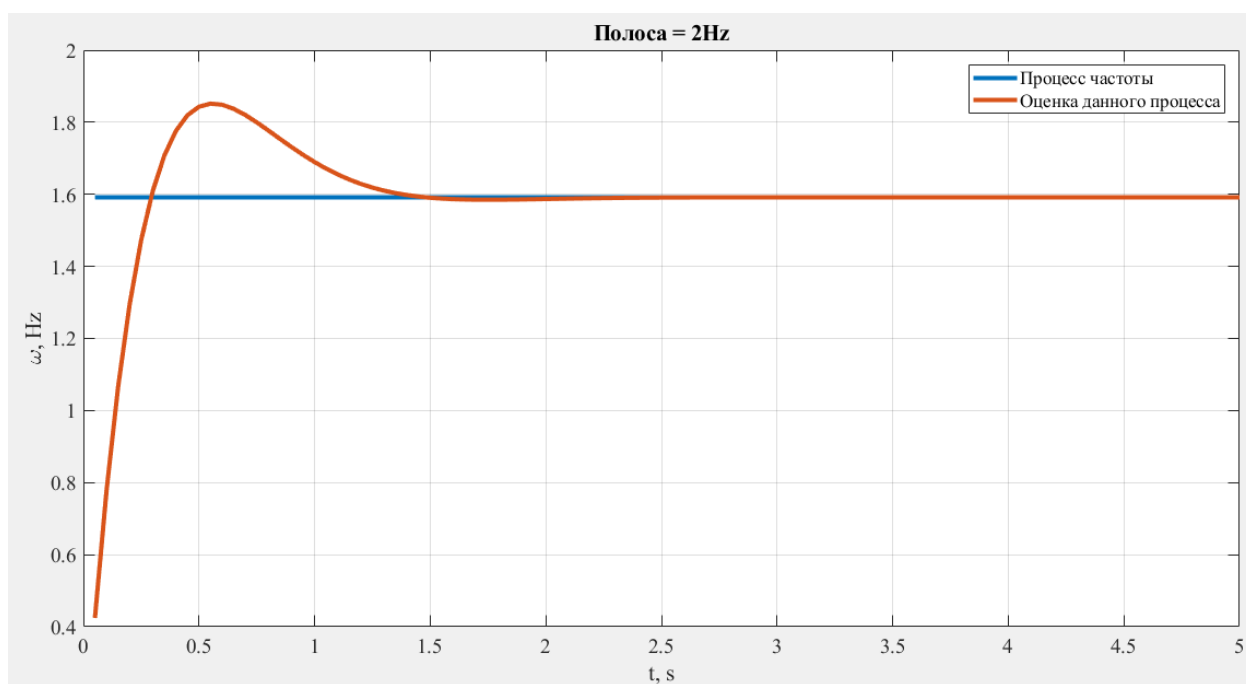


Рисунок 1 – Процесс частоты и его оценка

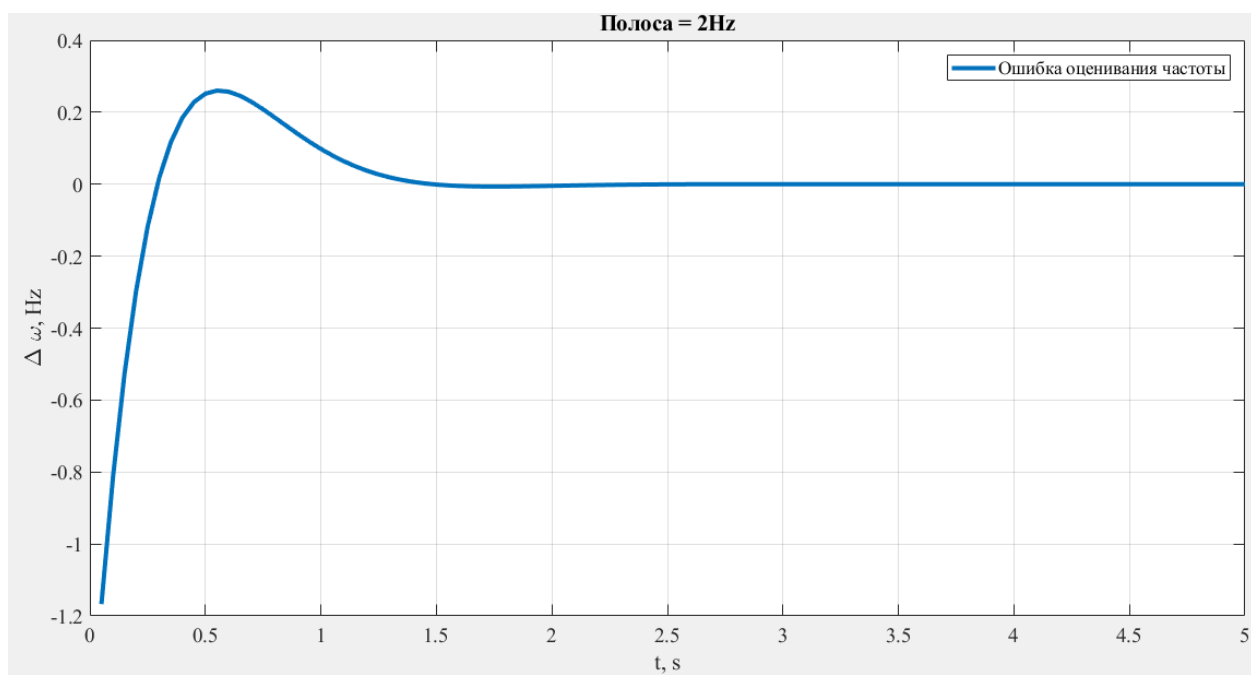


Рисунок 2 – Ошибка оценивания частоты

Графики истинного процесса частоты и оценки частоты приведены на рисунке 1, график ошибки оценивания частоты – на рисунке 2

Из графиков можно сделать вывод, что система слежения успешно отрабатывает начальную ошибку. Характерное время переходного процесса – около 1 с, что соответствует ожидаемому при полосе СС 2 Гц.

5. Результаты моделирования

- После завершения тестирования была выполнена основная программа моделирования.
- Для увеличения объема статистики время одного эксперимента увеличено до 60 минут.
- Начальные значения векторов состояния оцениваемого процесса и фильтра приравнены друг другу.

На первом этапе построен график динамической ошибки в зависимости от полосы СС (рисунок 3, зеленый график). Для этого дисперсия флотационных шумов приравнена нулю, а дисперсия формирующего шума установлена номинальной ($D_{\xi} = 8$).

На втором этапе построен график флуктуационной ошибки. Для этого дисперсия формирующих шумов уменьшена до нуля (частота постоянна), а дисперсия шумов наблюдений выставлена в соответствии с вариантом задания ($D_{\eta} = 11$) (рисунок 3, синий график).

На третьем этапе построен график (рисунок 3, красный график) зависимости общей среднеквадратической ошибки оценивания при значениях дисперсиях шумов ($D_{\xi} = 8$, $D_{\eta} = 11$).

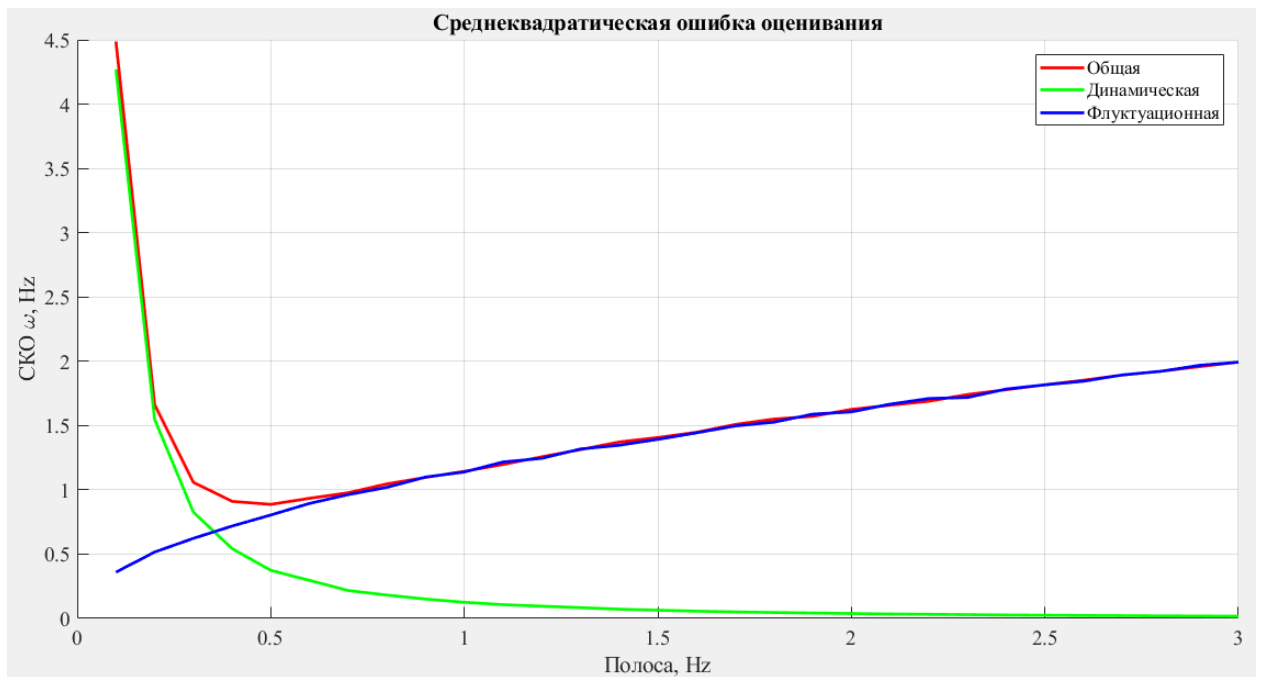


Рисунок 3 – Среднеквадратическая ошибка оценивания

Минимум среднеквадратической ошибки слежения при заданных условиях достигается при полосе СС 0.5 Гц.

6. Анализ результатов моделирования

Поставленные цели моделирования достигнуты:

- Найдены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС;
- Определена полоса СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения; она составила 0.5 Гц.

Результаты моделирования не противоречат ожидаемым результатам. Проведение новых итераций моделирования и уточнение модели не требуется.

Приложение 1

LB4.m

```
clear ALL;
clc;
close all;

T = 0.05;
Tmax = 3600;
t = T:T:Tmax;
N = length(t);

G = [0 0;
      0 T];
F = [1 T;
      0 1];

Band = 0.1:0.1:3; % Полоса СС

Dksi = 8; % Дисперсия формирующего шума
Deta = 13; % Дисперсия шумов наблюдений

Band_for_plot = 2; % Полоса, при которой вывести графики
RMS_Omega = nan(1, length(Band));

for i = 1:length(Band)
    K = nan(2, 1);
    K(1) = 8/3 * Band(i) * T; % Коэффициенты СС
    K(2) = 32/9 * Band(i)^2 * T;
```



```
ksi = sqrt(Dksi) * randn(1, N); % Реализация формирующего шума
eta = sqrt(Deta) * randn(1, N); % Реализация шумов наблюдений
```

```
Xest = [0; 0]; % Начальные условия
Xist = [0; 0];
```

```
Xextr = F*Xest;
```

```
ErrOmega = nan(1, N); Omega = nan(1, N);
```

```
for k = 1:N
```

```
Xist = F*Xist + G*[0; ksi(k)]; % Развитие оцениваемого процесса
```

```
omega_meas = Xist(1) + eta(k); % Наблюдения
```

```
Xest = Xextr + K*(omega_meas - Xextr(1)); % Этап оценивания
```

```
Xextr = F*Xest; % Этап экстраполяции
```

```
ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1); % Ошибка оценивания
```

```
Omega(k) = Xist(1); % Истинные значения
```

```
end
```

```
if Band(i) == Band_for_plot
```

```
figure(1);
```

```
plot(t, ErrOmega/2/pi, 'LineWidth', 3);
```

```
grid on;
```

```
set(0,'DefaultAxesFontSize',14,'DefaultAxesFontName','Times New Roman');
```

```
set(0,'DefaultTextFontSize',14,'DefaultTextFontName','Times New Roman');
```

```
xlabel('t, s'); ylabel('\Delta \omega, Hz');
```

```
title(['Полоса = ' num2str(Band(i)) ' Hz']);
```

```
legend('Ошибка оценивания частоты');
```

```
figure(2);
```

```

plot(t, [Omega; Omega + ErrOmega]/2/pi, 'LineWidth', 3);
grid on;
set(0,'DefaultAxesFontSize',14,'DefaultAxesFontName','Times New Roman');
set(0,'DefaultTextFontSize',14,'DefaultTextFontName','Times New Roman');
xlabel('t, s'); ylabel('\omega, Hz');
title(['Полоса = ' num2str(Band(i)) ' Hz']);
legend('Процесс частоты','Оценка данного процесса');
end

```

```

RMS_Omega(i) = sqrt(mean(ErrOmega.^2));
end

```

```

figure(3)
hold on;
grid on;
plot(Band, RMS_Omega, 'r', 'LineWidth', 2);

```

```

Dksi = 8*1;
Deta = 13*0;
for i = 1:length(Band)
    K = nan(2, 1);
    K(1) = 8/3 * Band(i) * T;
    K(2) = 32/9 * Band(i)^2 * T;

    ksi = sqrt(Dksi) * randn(1, N);
    eta = sqrt(Deta) * randn(1, N);

    Xest = [0; 0];
    Xist = [0; 0];

```

```
Xextr = F*Xest;
```

```
ErrOmega = nan(1, N); Omega = nan(1, N);
```

```
for k = 1:N
```

```
Xist = F*Xist + G*[0; ksi(k)];
```

```
omega_meas = Xist(1) + eta(k);
```

```
Xest = Xextr + K*(omega_meas - Xextr(1));
```

```
Xextr = F*Xest;
```

```
ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1);
```

```
Omega(k) = Xist(1);
```

```
end
```

```
RMS_Omega(i) = sqrt(mean(ErrOmega.^2));
```

```
end
```

```
plot(Band, RMS_Omega, 'g', 'LineWidth', 2);
```

```
Dksi = 8*0;
```

```
Deta = 13*1;
```

```
for i = 1:length(Band)
```

```
K = nan(2, 1);
```

```
K(1) = 8/3 * Band(i) * T;
```

```
K(2) = 32/9 * Band(i)^2 * T;
```

```
ksi = sqrt(Dksi) * randn(1, N);
```

```
eta = sqrt(Deta) * randn(1, N);
```

```
Xest = [0; 0];
```

```
Xist = [0; 0];
```

```
Xextr = F*Xest;
```

```
ErrOmega = nan(1, N); Omega = nan(1, N);
```

```
for k = 1:N
```

```
Xist = F*Xist + G*[0; ksi(k)];
```

```
omega_meas = Xist(1) + eta(k);
```

```
Xest = Xextr + K*(omega_meas - Xextr(1));
```

```
Xextr = F*Xest;
```

```
ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1);
```

```
Omega(k) = Xist(1);
```

```
end
```

```
RMS_Omega(i) = sqrt(mean(ErrOmega.^2));
```

```
end
```

```
plot(Band, RMS_Omega, 'b', 'LineWidth', 2);
```

```
xlabel('Полоса, Hz'); ylabel('СКО \omega, Hz');
```

```
set(0, 'DefaultAxesFontSize', 14, 'DefaultAxesFontName', 'Times New Roman');
```

```
set(0, 'DefaultTextFontSize', 14, 'DefaultTextFontName', 'Times New Roman');
```

```
title('Среднеквадратическая ошибка оценивания');
```

```
legend('Общая', 'Динамическая', 'Флуктуационная');
```

```
hold off
```