Scientia Et Technica
ISSN: 0122-1701
scientia@utp.edu.co
Universidad Tecnológica de Pereira
Colombia

PORTILLA, LILIANA MARGARITA; ARIAS MONTOYA, LEONEL; FERNÁNDEZ HENAO, SERGIO AUGUSTO
MARTINGALAS Y EL JUEGO DE LA RULETA
Scientia Et Technica, vol. XV, núm. 43, diciembre, 2009, pp. 124-129
Universidad Tecnológica de Pereira
Pereira, Colombia

MARTINGALAS Y EL JUEGO DE LA RULETA

Martingale and roulette game

RESUMEN
En este trabajo se habla sobre el juego de la ruleta bajo el concepto de los procesos estocásticos, más específicamente sobre la martingala, ya que va muy relacionada con esta temática estocástica. Seguidamente se muestra un ejemplo de apuestas donde un jugador intenta ganarle a otro que nunca se rinde, lanzando una moneda al aire y apostando por la cara, de está manera mediante una simulación se observa el comportamiento de este tipo de apuestas, bajo el concepto de las martingalas, también se analiza los efectos presentados al cambiar los montos iniciales de apuesta y el trabajar con una moneda balanceada y otra desbalanceada. Este ejemplo es simulado con un código creado en el software R, el cual muestra el comportamiento de la apuesta y se puede observar como varía la posibilidad de ganar o perder, que en este caso tiene un tiempo t para cuando el jugador gana 10 pesos o se queda sin dinero para apostar.

PALABRAS CLAVES: Corridas, estocástico, juego de la ruleta, martingalas, Probabilidad.

ABSTRACT
This paper talks about the roulette game in the concept of stochastic processes, more specifically on the martingale since it is closely related to this topic stochastics. Next, an example of betting where a player tries to beat that never gives up, throwing a coin into the air and betting on the face is show, in this way by a simulation shows the behavior of this type of gambling, under the concept of the martingale, it also analyzes the effects presented by changing the initial amount of bets and working with a balanced and unbalanced money. This example is simulated with a code created in the software R, which shows the behavior of the bet and can be seen as variations of the winning or losing, which in this case is a time for when the player earns 10 pesos or runs out of money to gamble

KEYWORDS: Martingale, probability, roulette game, runs, stochastic **.**

LILIANA MARGARITA PORTILLA
Administrador Financiero, M. Sc.
Profesor Auxiliar
Universidad Tecnológica de Pereira
lilipor@utp.edu.co

LEONEL ARIAS MONTOYA
Ingeniero Industrial, M. Sc.
Profesor Asociado
Universidad Tecnológica de Pereira
leoarias@utp.edu.co

SERGIO AUGUSTO FERNÁNDEZ HENAO
Ingeniero Industrial.
Profesor Asistente.
Universidad Tecnológica de Pereira
sfernandez@utp.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

La ruleta es un juego de azar típico de los casinos, cuyo nombre viene del término francés roulette, que significa rueda pequeña. Según los indicios, la creación de una ruleta y sus normas de juego, muy similares a las que conocemos hoy en día, se debe a Blaise Pascal, quien ideó una ruleta con 36 números (sin el cero), en la que se halla un extremado equilibrio en la posición en que está colocado cada número.

Este tipo de juegos, han sido analizados desde el campo de los procesos estocásticos debido a las probabilidades y comportamientos que manejan, por lo que la martingala[2] toma importancia en el juego da la ruleta y por tal motivo se analiza su evolución en el presente artículo, de tal manera que el lector pueda concluir sobre los comportamientos que tiene la probabilidad de éxito en un juego de azar.

2. EL JUEGO DE LA RULETA

2.1. Descripción del Juego de la Ruleta.
El Juego de Ruleta consiste en acertar el número en el que la bola se detendrá luego de haber realizado los giros. La Ruleta es el juego de azar por excelencia: todos los números tienen la misma probabilidad de salir. El jugador coloca sus apuestas en la mesa de la Ruleta y, si la suerte lo acompaña, obtendrá ganancias. El monto de estas ganancias dependerá del tipo de apuesta realizada y del pago estipulado para ella. La dificultad de la apuesta determina el pago: va de 35 a 1 hasta 1 a 1; es decir, cuanto más difícil es obtener el resultado, mayor es el pago en caso de ganar.
El Juego de Ruleta se juega en una mesa que consta de una rueda y del área de apuestas. Los jugadores se dedican a realizar sus apuestas, el crupier hace girar la rueda y cuando ésta se detenga y la bola caiga en una ranura, se determinará el número ganador. La ranura o casilla es el espacio en el cuadro en donde la bola blanca se detiene. Una vez que ya se conoce el número ganador, los jugadores sabrán si ganaron o perdieron.

2.2. Tipos De Apuestas.
Existen varias posibilidades a la hora de apostar: Las Apuestas Internas y Las Apuestas Externas.

2.2.1. Apuestas externas: son las apuestas que rodean a los 37/38 números y que se encuentran contra los bordes del área de apuestas

Fecha de Recepción: 15 de Septiembre de 2009.
Fecha de Aceptación: 12 de Octubre de 2009

Rojo o Negro. En este tipo de apuesta se opta por los colores; es decir, se apuesta a los números rojos o a los números negros y se colocan las fichas en el cuadro que indique el color elegido. Esta apuesta tiene casi el 50% de probabilidades de éxito y son el tipo de apuesta más común. Paga 1 a 1.

Par o impar. En este caso se apuesta a que el número que salga sea par o impar. Si desea apostar a los impares o nones, coloque sus fichas en el recuadro "odd". Si desea apostar a los números pares, deberá colocar sus fichas en el recuadro "even". Esta apuesta paga también 1 a 1.

Columna. Se apuesta a los números que corresponden a la primera, segunda o tercera columna. Se indica colocando una o más fichas en el lugar correspondiente del área de apuestas externas. Paga 2 a 1.

Docenas. Esta apuesta consiste en acertar en qué docena caerá la bolilla. Se apuesta a los números de la primera (1-12), de la segunda (13-24) o de la tercera docena (25-36) y la apuesta paga 2 a 1.

Altos y Bajos. En el caso de los Bajos se apuesta a los números del 1 al 18 y en el caso de los Altos se opta entre los números del 19 al 36. Paga 1 a 1.

2.2.2. Apuestas internas: son las apuestas que tienen los 37/38 números marcados en el centro del área de apuestas.

Apuesta Sencilla: El jugador elige un número y apuesta sólo a uno del total de números, Paga 35 a 1.

Apuestas Divididas: La apuesta comprende a números de cuadros contiguos. La ficha para apostar se deberá situar entre ambos recuadros. La apuesta paga 17 a 1.

Apuesta Cuádruple: Se apuesta a cuatro números. Las fichas se colocan en el cruce de las líneas horizontal y vertical de los cuatro números a los que se desea apostar. Paga 8 a 1.

Apuesta de Callejón: Se asemeja a la Apuesta Dividida, solo que en este caso se apuesta a tres números diferentes. Para apostar al 1, 2, y 3, por ejemplo, coloque su ficha en el borde exterior del 3. Esta apuesta paga 11 a 1.

Apuesta de Línea Especial: Esta apuesta es posible realizarla solamente en la Ruleta Americana y paga 6 a 1. Se apuesta a los siguientes cinco números: 0, 00, 1, 2 y 3. Se indica colocando una o más fichas en el cruce de las líneas horizontal y vertical que separa los números 2, 0 y 00.

Apuesta de Línea: Apostar a seis números. Se indica colocando una o más fichas en la línea que separa las dos filas de tres números y la línea que separa el área de apuestas externas. Paga 5 a 1.

3. LAS MARTINGALAS.

Dentro de las múltiples estrategias para juegos de azar, se han desarrollado algunos modelos matemáticos apoyados en la Teoría de Probabilidades[3], dichos modelos son popularmente conocidos como martingalas. Esto consistente en multiplicar sucesivamente en caso de pérdida una apuesta inicial determinada. En el momento de ganar la apuesta, el proceso se iniciaría de nuevo. En la ruleta por ejemplo, la martingala[6] consistirá en comenzar apostando una determinada cantidad, por ejemplo 1 peso, al rojo. En caso de pérdida, se apostará de nuevo al rojo, pero esta vez, duplicando la cantidad y así, sucesivamente, hasta ganar la apuesta. Llegado ese momento se compensarían las pérdidas y obtendríamos como beneficio la primera cantidad apostada.

En una secuencia como Negro-Negro-Negro-Rojo, las apuestas habrían sido de 1-2-4-8, que suman 15 y en la última apuesta obtendríamos 16, con lo que se obtiene 1 de beneficio. En el caso concreto de la ruleta, la martingala falla en el hecho de que la banca cuenta con un presupuesto infinito, mientras que el apostante no. Incluso en algunos casinos existe un tope máximo de apuesta, por lo que, llegados a él, habría que detener el "método". Incluso sin límite de apuesta, una secuencia desfavorable abocaría al apostante a apostar más dinero del que dispone. Si bien esta secuencia sería extremadamente rara, la pérdida sería insoportable.

4. SIMULACIÓN DEL JUEGO DE LA RULETA.

Ante las múltiples formas de jugar a la ruleta, se eligió la opción "Rojo o Negro" para hacer el estudio de simulación. Como se mencionó anteriormente el juego consiste en apostar por los colores; es decir, se apuesta a los números rojos o a los números negros y se colocan las fichas en el cuadro que indique el color elegido.

Por lo tanto, asumiendo que el jugador apostará al color rojo, tendrá una probabilidad de éxito de p=0.5, además se asumirá que el fondo inicial del jugador será de 5 pesos y su tiempo de parada será cuando quede sin dinero para seguir apostando o cuando haya apostado un número máximo de veces estipulado por las políticas del casino, el cual será en este caso de 10 veces.

Con base a lo anterior, se creó un código en R[1] y se corrió 100 veces, de tal manera que se obtuvo los siguientes resultados:

El vector e que contiene la ganancia final dio: 0 5 7 5 3 3 11 3 3 7 5 5 3 5 1 7 1 3 5 3 11 3 0 7 7 9 3 9 11 3 0 7 5 7 7 5 5 3 3 1 7 7 1 7 7 1 1 5 1 5 5 5 7 5 3 3 3 3 7 9 3 1 1 11 9 5 3 9 5 3 9 3

0 5 5 5 0 5 5 5 9 9 7 5 0 3 0 0 9 9 7 0 5 5 5 1 5 7 7 5.

Y el vector t que contiene el número de apuestas que realizo el jugador hasta para el juego dio: 9 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 7 10 10 10 10 10 10 10 9 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 9 10 10 10 9 10 10 10 10 10 10 10 7 10 7 5 10 10 10 9 10 10 10 10 10 10 10 10.

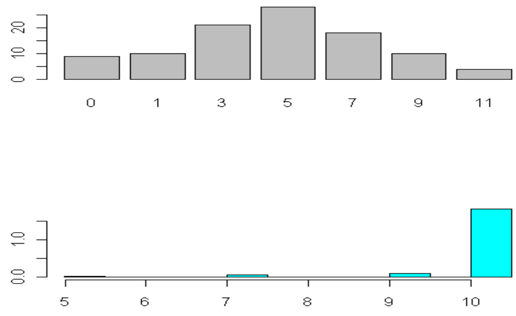

Figura 1. Diagramas de frecuencias para los vectores e y t.

La figura anterior resume la información de los dos vectores y se puede concluir que en esta categoría del juego de la ruleta la ganancia final se comporta como una distribución normal tendiendo a un centro coincidente con el fondo inicial de apuesta. Además se observa que la mayoría de las veces es el casino el que debe parar el juego, tal como se observa en la segunda parte de la figura 1, donde el tiempo de parada más frecuente, corresponde al número máximo de veces permitidas para jugar por parte del casino y cuando se presentó un valor menor fue porque el jugador quedo sin dinero para apostar.

Si se cuenta con jugador que tiene adicción por las apuestas, es decir que no se rinde hasta quedarse sin dinero para continuar, y además no tiene la restricción de número de apuestas por parte del casino, presentará el siguiente comportamiento:

Vector e: 0.

Vector t: 2729 19 11 23 71 5693 3027 9 4133 59 25 1127 405 17 109 5 189 25 20801 9 319 11 5 1895 13 23 81 103 243 371507 33 539 7 75 5 357 129 17 11 23 41 41 7 125 49119 235 863 127 31 17 23 31 59 13 125 1743 143 25 5 47 2677 57 47 33 77 253 475 3595 593 13 23 2437 159 19 425 5 69 19 5 431 69 31 775 31 1041 19 7 33 47 2307 5 385 59 17 9 137 15 33 1383 9.

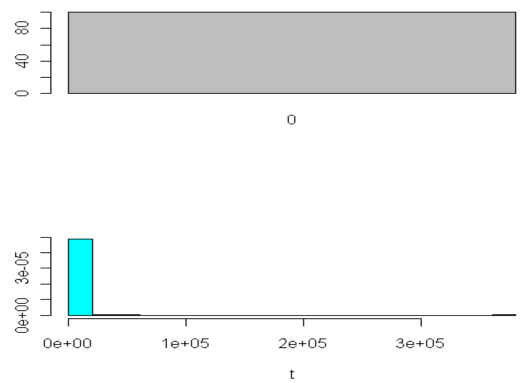

Figura 2. Frecuencias de los vectores e y t para 100 corridas con e inicial de 5 pesos.

Con lo anterior se evidencia como este jugador podrá demorarse mucho más en el casino, pero a la final perderá todo su dinero.

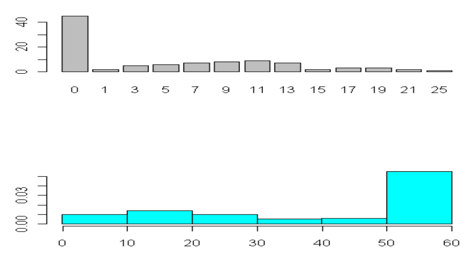

Figura 3. Frecuencia de los vectores e y t para 100 con e inicial de 5 pesos y con límite de apuestas de 50.

Ahora sí se mantiene el valor inicial de la apuesta y se modifica únicamente el límite de apuestas permitidas por el casino de 10 a 50 (ver figura 3) se observa como a medida que se amplia el número de apuestas permitidas por el casino, se aumenta la posibilidad de que el jugador pierda todo su dinero.

Para corroborar este supuesto se simuló con 1000 corridas (ver figura 4) y se observó la tendencia a dejar el jugador sin dinero para apostar.

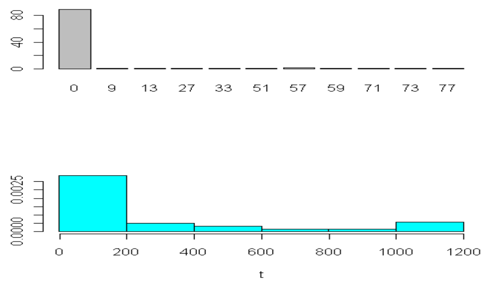

Figura 4. Frecuencias para los vectores t y e con fondo inicial de 5 pesos y número máximo de apuestas de 1000 veces.

5. EJEMPLO DE JUEGOS DE AZAR.

Para exponer el comportamiento estocástico en los juegos de azar, se propone el siguiente juego donde hay dos jugadores, uno de ellos apuesta contra un amigo (que nunca se rinde) a lanzar una moneda al aire consecutivamente, si cae cara el jugador gana 1 peso y si cae sello el jugador paga 1 peso a su amigo. El jugador juega hasta quedarse sin dinero o hasta ganar 10. Así $\tau = \min\{n : E = 0 \vee E = 10\}$

5.1. Simulación en R.
El juego citado en este trabajo se simuló en R bajo dos escenarios: En el primer escenario la moneda está balanceada y en el segundo la moneda está desbalanceada. También se variará la apuesta inicial y el número de corridas, con el fin de evaluar la incidencia de estos parámetros en el comportamiento del juego y su resultado final.

5.1.1. Primer Escenario - Moneda Balanceada. Para lograr un juego balanceado se propone la misma probabilidad de ocurrencia de caer cara o sello, además se propone que el jugador cuenta con un fondo de 5 pesos para iniciar el juego. Con esto se obtiene los siguientes resultados:

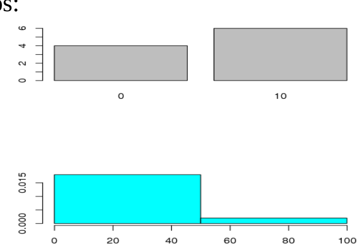

Figura 5. Histogramas de los vectores e y t con N=10

Para un número de corridas (N) = 10 se observa que en cuatro ocasiones el jugador se queda sin dinero para continuar apostando y en seis gana los diez pesos (ver Figura 5).

También se obtiene los siguientes vectores: Vector e= 0 10 10 0 10 0 10 10 10 0 y vector t= 19 9 67 9 9 43 13 39 27 27, el primer vector se refiere al resultado final de la apuesta, en donde el valor de cero indica que se quedo sin dinero para continuar apostando y el valor de diez indica el dinero que obtuvo al final, y el vector t indica el momento en que se detuvo el juego, es decir el número de veces que apostó antes de llegar a la condición de parada, la cual como ya se ha mencionado es quedarse sin dinero u obtener un total de diez pesos, es decir una ganancia neta de 5 pesos ya que comenzó con esta misma cantidad el juego. Al observar la gráfica generada con el comando truehist para el vector t (Figura 5) se observa que los tiempos de parada en su mayoría estuvieron entre 0 y 50. Para mejorar el análisis de este juego se propone ampliar las corridas a 100.

Manteniendo los parámetros iniciales, se modificó únicamente el N a 100, en éste se puede ver un resultado equitativo entre la probabilidad de quedarse sin dinero para apostar y la probabilidad de ganar 10 pesos (ver Figura 6)

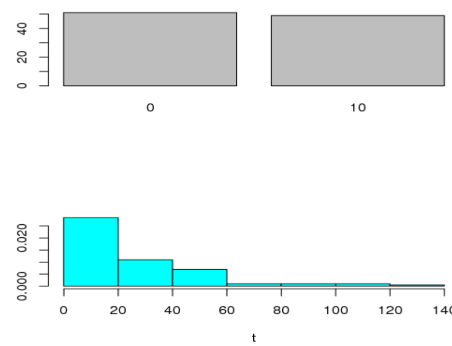

Figura 6. Histogramas de los vectores e y t con N=100

Los vectores e y t ahora toman los siguientes valores: Vector e= 0 0 10 0 0 0 10 0 0 0 0 0 10 10 0 0 10 0 10 0 0 0 10 0 10 10 10 0 0 0 0 10 10 10 10 10 10 0 10 0 10 10 10 10 0 10 0 10 10 10 0 10 0 0 0 0 0 10 10 0 10 0 10 10 10 10 0 0 10 10 0 0 0 10 0 0 10 10 10 0 10 0 0 0 0 0 10 10 10 10 0 10 0 0 10 0 10 10 0 10 0

Vector t= 11 27 21 9 27 27 9 13 57 41 9 25 21 5 7 5 13 15 107 5 57 21 69 21 19 5 23 17 19 11 7 9 13 39 15 23 127 11 19 15 45 43 15 43 27 9 71 17 33 53 9 17 15 47 29 13 7 11 9 13 31 101 37 9 9 7 5 27 13 13 27 11 25 43 13 11 45 19 11 23 49 13 45 17 17 17 13 39 17 41 9 85 15 87 51 9 29 15 7 13

Las frecuencias de quedarse sin dinero o ganar 10 pesos tienden a ser las mismas, tal como lo muestra el historial del vector e.

En el vector t la mayoría de los tiempos de parada son más pequeños, es decir que el jugador no tendrá que esperar mucho para terminar el juego ya sea con sus 5 pesos iniciales más la ganancia de otros 5 pesos o sin nada de dinero para continuar apostando.

Con lo anterior se puede concluir que esta simulación permite evidenciar que cuando se juega con una moneda balanceada, este juego con las condiciones de parada planteadas, no durará mucho y el balanceo de la moneda incide notoriamente en la probabilidad de éxito y fracaso resultando estos dos eventos equitativos.

5.1.2. Segundo Escenario - Moneda Desbalanceada. Para crear un juego desbalanceado se propone una probabilidad de ocurrencia notoriamente mayor para el evento de caer cara respecto al evento de caer sello, beneficiando con esta situación al jugador que apuesta al evento cara, dicho jugador cuenta con un fondo de 5 pesos para iniciar el juego. Para simular el juego se realizarán 100 corridas y se irá cambiando el fondo con el que inicia el apostador, para notar los efectos de estos cambios experimentales en la simulación. Los resultados obtenidos son los siguientes:

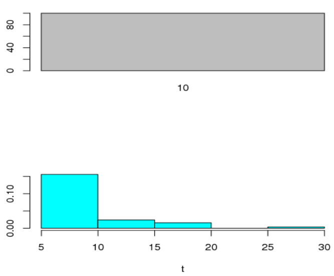

Figura 7. Histogramas de los vectores e y t con N=100 y moneda desbalanceada.

Con un fondo inicial de 5 pesos y una probabilidad de 0.8 de éxito(evento cara), se observa que el juego se inclina sustancialmente hacia dicho evento y el jugador que inicia con un fondo de 5 pesos llegará siempre a obtener la ganancia de los 10 pesos (ver Figura 7), esto se puede observar en los vectores correspondientes:

Vector e= 10.

Vector t= 5 5 7 9 7 11 7 7 7 11 5 9 5 15 5 15 5 5 7 7 5 5 15 5 7 5 29 9 5 7 5 7 5 7 5 13 5 9 5 9 5 5 5 5 13 17 7 5 13 11 17 9 5 5 29 17 9 13 7 5 5 5 5 7 7 5 9 7 7 11 5 9 5 5 7 7 7 5 11 5 5 7 5 7 7 7 7 9 15 5 9 5 11 13 9 11 9 5 5 15.

Es así como en el primer vector se ve que el tiempo de parada se presentó siempre cuando el jugador acumulo los diez pesos y en el vector t se observa como en cada corrida no tuvo que apostar muchas veces para llegar a su meta de los diez pesos, por eso se observa en la figura 7 que en la mayoría de las corridas solo aposto entre 5 y 10 veces. Y hubo algunas corridas atípicas donde se demoró entre 17 y 29 veces. Si comparamos esto con la sección anterior se nota que cada vez el juego es más compacto en su tiempo de duración, es decir que acabará más rápido.

Si se disminuye la probabilidad a 0.7 y se dejan los demás parámetros constantes, los valores serán (ver figura 8):

Vector e = 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 0 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 0 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10.

Vector t = 9 5 5 9 5 7 31 5 5 5 15 11 5 5 7 9 7 13 5 11 7 11 9 13 9 11 7 9 9 7 5 23 9 11 5 7 23 19 7 7 9 27 5 19 5 5 11 27 11 5 11 21 29 7 7 23 11 21 7 13 5 7 17 31 7 13 5 21 23 19 13 7 33 17 11 13 5 5 13 11 9 9 11 19 9 15 15 7 5 7 15 13 19 13 5 5 31 15 7 7

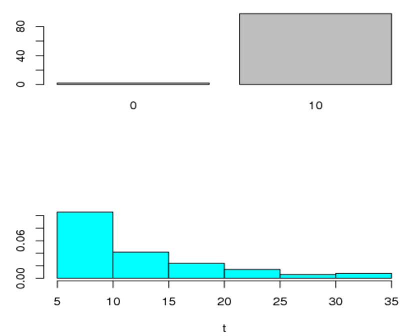

Figura 8. Histogramas de los vectores e y t con p= 0.7

Con estas salidas se ve como en el 2 por ciento de las corridas, el jugador queda sin dinero para continuar apostando, lo que indica que al desbalancear la moneda, se genera un juego injusto o no equilibrado en beneficio del jugador cara para este caso.

Adicional a lo anterior, se estudiará la incidencia que puede tener el monto de apuesta inicial respecto a la evolución de este tipo de juegos de azar.

5.1.3. Fondo Inicial de 10 y 15 Pesos. En este numeral se estudia el efecto que tiene la simulación cuando se tiene un mayor capital para apostar respecto a los criterios de parada, de esta forma cuando se tiene 10 pesos de capital inicial la simulación genera un solo evento ya que en el código está la opción de parar si el valor de la ganancia es de 10 pesos, por lo que concentraremos la simulación cuando se tiene un valor mayor al criterio máximo de parada.

Por lo tanto se propone en está simulación un capital inicial de 15 pesos para comenzar el juego, esto indicaría que el jugador se retirará del juego en el momento que su capital inicial ha disminuido en 5 pesos y nuca se ira sin dinero, es decir, que podríamos estar frente a un jugador precavido que no desea irse sin dinero, en cambio soportará una perdida máxima de 5 pesos.

Con estás condiciones iniciales, la simulación tiende a generar corridas micho más largas tal como se observa en los siguientes vectores:

Vector e = 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10

Vecto t = 9 159 17 369 67 239 627 1039
1419 57 461 53 11 65 13 67 2007 31
679 163 121 77 379 13 79 3827 11 1753
85 155 11 21 159 23 41 11 63 11
11 19 53 271 11 18219 47 33 189 27
1159 2715 33 11 5 87 5689 3033 9 4131
59 27 1127 405 17 97 17 183 31 20753
57 287 41 7 87 1819 23 63 123 49
371701 33 537 9 75 5 47 439 15 13
19 45 39 9 125 48987 367 863 127 29
19 19

También se aclara que esta simulación se realizó asumiendo una probabilidad de éxito de 0.5, es decir con una moneda balanceada, por que de lo contrario el tiempo de simulación se extendería considerablemente, inclusive pudiendo alcanzar tendencias de número de apuestas infinitas, ya que la probabilidad de perder es baja y la ganancia del jugador crecería exponencialmente.

De tal manera, cuando se cuenta con un monto inicial de apuesta mayor al tiempo de parada, el jugador podrá gozar de un mayor tiempo en la duración del juego, aclarando que siempre llega a la perdida de 5 pesos al finalizar el juego, pues su decisión de parar fue siempre hasta haber perdido 5 pesos de su capital inicial.

Con está simulación se evidencia que este tipo de juegos de azar en donde el número de veces que se puede apostar no tiene límites, y además el tiempo de parada está por debajo de su capital inicial, se llegará al final siempre a un resultado de perdida el cual será la diferencia del valor inicial menos el valor de parada máximo, lo anterior se puede evidenciar en el vector t donde hubo corridas que tuvieron 371701 veces apuestas y se llegó al valor de 10 pesos, es decir el tiempo de parada.

6. CONCLUSIONES

Con lo anterior se puede aproximar la apreciación de que una persona que va a un casino con una determinada cantidad de dinero **X** y tiene como precaución el retirarse de este lugar cuando haya perdido una cantidad **Y**, de tal manera que **Y** sea mayor a 0, podrá demorarse un buen tiempo en este lugar, pero a la final saldrá con una cantidad **X-Y**, si su posición es radical, así haya ganado una cantidad superior a **X**.

Con base a los resultados observados en la simulación del juego de la ruleta, se puede observar la razón por la cual los casinos imponen límites en los topes de apuestas y número de veces que puede un jugar apostar, ya que de lo contrario un jugador podría demorarse días apostando, en especial si lo ha tomado como una adicción.

Con estas simulaciones se evidencia claramente, como el hecho de desbalancear o no una moneda, hacia alguno de los posibles eventos (cara o selle), incide fuertemente la evolución y resultado final del juego, de ahí la importancia de contar con juegos de azar calibrados para ofrecer juegos justos a los participantes, de lo contrario se podrá manipular el resultado esperado con un alto nivel de confianza.

Si los juegos de azar no tuvieran límites en el número de veces que el apostador puede jugar, lo único cierto que pasaría, es que el apostador tarde o temprano terminará perdiendo su capital y deberá salir con las manos vacías del lugar de apuesta.

Aunque existe en el mercado muchas publicaciones sobre posibles estrategias para ganar en los juegos de hacer, la teoría de las martingalas y las restricciones colocadas por los casinos, hacen que las probabilidades de ganar sean cada vez menores y así sus utilidades vayan siempre en aumento.

7. BIBLIOGRAFÍA

[1] Cayuela. Luis, Introducción en R. Universidad de Granada. 2002.

[2] Freund, Jhon, Estadística Matemática con Aplicaciones, Editorial Pearson. 2006

[3] Geoffrey, David. Probability and Random Processes, Oxford Clarendon Press, 1992.

[4] Giraldo. G. Norman. Procesos Estocásticos. Universidad Nacional de Colombia. Medellín. 2006.

[5] Mendenhall, William, Estadística Matemática Aplicada. Editorial MG-Hill. 2007

[6] Vélez Ibarrola, Ricardo. Procesos Estocásticos, Publicaciones UNED, 1998.