

Simulación: Partícula en Triángulo Equilátero

Física Computacional

November 5, 2025

Abstract

Este proyecto simula el movimiento de una partícula confinada dentro de un triángulo equilátero con colisiones perfectamente elásticas. Se implementa en C++ con visualización mediante Gnuplot, demostrando el comportamiento dinámico de una partícula en un potencial infinito con geometría triangular.

1 Introducción

El estudio de partículas confinadas en regiones geométricas es fundamental en física estadística y mecánica clásica. En este trabajo se analiza el caso particular de un triángulo equilátero, donde la partícula experimenta colisiones elásticas perfectas con los bordes.

2 Marco Teórico

2.1 Geometría del Triángulo Equilátero

Para un triángulo de lado L , las coordenadas de los vértices son:

$$\begin{aligned} A &= (0, 0) \\ B &= (L, 0) \\ C &= \left(\frac{L}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}L \right) \end{aligned}$$

2.2 Ecuaciones de los Lados

- Base (AB): $y = 0$
- Lado izquierdo (AC): $y = \sqrt{3}x$
- Lado derecho (BC): $y = -\sqrt{3}(x - L)$

2.3 Condición de Interior

Un punto (x, y) está dentro del triángulo si:

$$\begin{aligned} y &\geq 0 \\ y &\leq \sqrt{3}x \\ y &\leq -\sqrt{3}(x - L) \\ y &\leq \frac{\sqrt{3}}{2}L \end{aligned}$$

3 Modelo Físico

3.1 Colisiones Elásticas

- Conservación de energía: $K = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) = \text{constante}$
- Reflexión especular: $\vec{v}' = \vec{v} - 2(\vec{v} \cdot \hat{n})\hat{n}$
- Vectores normales:

- Base: $\hat{n} = (0, -1)$
- Lado izquierdo: $\hat{n} = (-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$
- Lado derecho: $\hat{n} = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$

4 Implementación

4.1 Estructura del Proyecto

4.2 Algoritmo Numérico

- **Método:** Integración Euler explícito
- **Detección de colisiones:** Verificación analítica de bordes
- **Actualización de velocidades:** Reflexión elástica con normales
- **Paso temporal:** Δt configurable por usuario

5 Visualización

5.1 Gráficas Generadas

- **Trayectoria 2D:** Movimiento en el plano xy
- **Posición vs Tiempo:** $x(t)$ y $y(t)$ por separado
- **Velocidades:** $v_x(t)$ y $v_y(t)$
- **Animación:** Evolución temporal en formato GIF

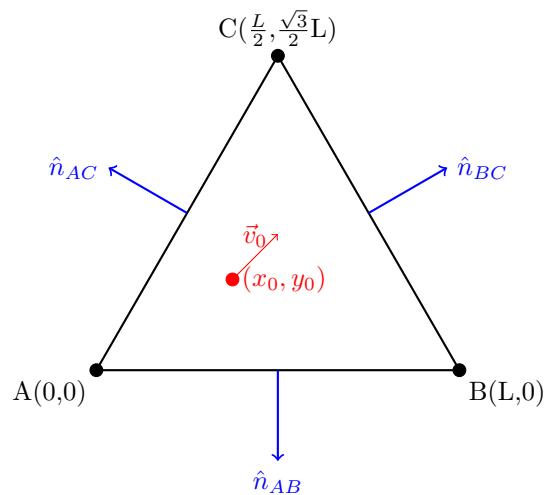


Figure 1: Geometría del triángulo equilátero con vectores normales en cada lado.

6 Compilación y Uso

6.1 Requisitos

- Compilador C++ (g++)
- Gnuplot
- Sistema Linux/Unix

6.2 Ejecución

```
$ make  
$ ./bin/triangulo
```

6.3 Ejemplo de Entrada

```
Lado del triángulo L (m): 10.0  
Posición inicial x0 (m): 3.0  
Posición inicial y0 (m): 2.0  
Velocidad inicial vx0 (m/s): 2.0  
Velocidad inicial vy0 (m/s): 1.5  
Tiempo final tf (s): 20.0  
Paso dt (s): 0.01
```

7 Análisis Físico

7.1 Propiedades Dinámicas

- **Conservación de energía:** Verificada numéricamente
- **Periodicidad:** Trayectorias pueden ser periódicas o caóticas
- **Dependencia sensitiva:** Pequeños cambios en condiciones iniciales pueden llevar a comportamientos muy diferentes

7.2 Validación

- La partícula nunca escapa del triángulo
- La energía cinética se mantiene constante
- Los ángulos de incidencia y reflexión son iguales

8 Resultados y Aplicaciones

8.1 Comportamientos Observados

- **Trayectorias periódicas:** Para ciertas condiciones iniciales
- **Comportamiento caótico:** Para la mayoría de condiciones
- **Cobertura ergódica:** La partícula visita toda la región con el tiempo

8.2 Aplicaciones

- Estudios de billares dinámicos
- Mecánica estadística de sistemas confinados
- Simulación de gases en cavidades
- Análisis de sistemas caóticos

9 Conclusión

Esta simulación proporciona una herramienta educativa para estudiar dinámicas de partículas en regiones confinadas con geometrías no triviales. El triángulo equilátero presenta propiedades interesantes debido a su simetría y ángulos agudos, generando comportamientos dinámicos ricos y complejos.