

# Simulación: Partícula en Triángulo Equilátero

Física Computacional

November 5, 2025

## Abstract

Este proyecto simula el movimiento de una partícula confinada dentro de un triángulo equilátero con colisiones perfectamente elásticas. Se implementa en C++ con visualización mediante Gnuplot, demostrando el comportamiento dinámico de una partícula en un potencial infinito con geometría triangular.

## 1 Introducción

El estudio de partículas confinadas en regiones geométricas es fundamental en física estadística y mecánica clásica. En este trabajo se analiza el caso particular de un triángulo equilátero, donde la partícula experimenta colisiones elásticas perfectas con los bordes.

## 2 Marco Teórico

### 2.1 Geometría del Triángulo Equilátero

Para un triángulo de lado  $L$ , las coordenadas de los vértices son:

$$\begin{aligned} A &= (0, 0) \\ B &= (L, 0) \\ C &= \left( \frac{L}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}L \right) \end{aligned}$$

### 2.2 Ecuaciones de los Lados

- **Base (AB):**  $y = 0$
- **Lado izquierdo (AC):**  $y = \sqrt{3}x$
- **Lado derecho (BC):**  $y = -\sqrt{3}(x - L)$

### 2.3 Condición de Interior

Un punto  $(x, y)$  está dentro del triángulo si:

$$\begin{aligned} y &\geq 0 \\ y &\leq \sqrt{3}x \\ y &\leq -\sqrt{3}(x - L) \\ y &\leq \frac{\sqrt{3}}{2}L \end{aligned}$$

## 3 Modelo Físico

### 3.1 Colisiones Elásticas

- **Conservación de energía:**  $K = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) = \text{constante}$
- **Reflexión especular:**  $\vec{v}' = \vec{v} - 2(\vec{v} \cdot \hat{n})\hat{n}$
- **Vectores normales:**

- Base:  $\hat{n} = (0, -1)$
- Lado izquierdo:  $\hat{n} = (-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$
- Lado derecho:  $\hat{n} = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$

## 4 Implementación

### 4.1 Estructura del Proyecto

### 4.2 Algoritmo Numérico

- **Método:** Integración Euler explícito
- **Detección de colisiones:** Verificación analítica de bordes
- **Actualización de velocidades:** Reflexión elástica con normales
- **Paso temporal:**  $\Delta t$  configurable por usuario

## 5 Visualización

### 5.1 Gráficas Generadas

- **Trayectoria 2D:** Movimiento en el plano  $xy$
- **Posición vs Tiempo:**  $x(t)$  y  $y(t)$  por separado
- **Velocidades:**  $v_x(t)$  y  $v_y(t)$
- **Animación:** Evolución temporal en formato GIF

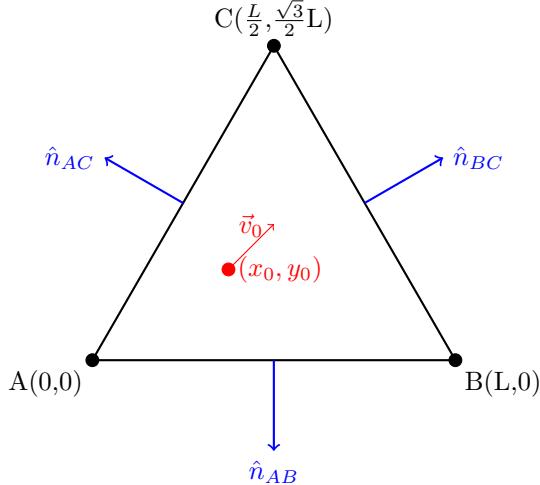


Figure 1: Geometría del triángulo equilátero con vectores normales en cada lado.

## 6 Compilación y Uso

### 6.1 Requisitos

- Compilador C++ (g++)
- Gnuplot
- Sistema Linux/Unix

## 6.2 Ejecución

```
$ make  
$ ./bin/triangulo
```

## 6.3 Ejemplo de Entrada

```
Lado del triángulo L (m): 10.0  
Posición inicial x0 (m): 3.0  
Posición inicial y0 (m): 2.0  
Velocidad inicial vx0 (m/s): 2.0  
Velocidad inicial vy0 (m/s): 1.5  
Tiempo final tf (s): 20.0  
Paso dt (s): 0.01
```

# 7 Análisis Físico

## 7.1 Propiedades Dinámicas

- **Conservación de energía:** Verificada numéricamente
- **Periodicidad:** Trayectorias pueden ser periódicas o caóticas
- **Dependencia sensitiva:** Pequeños cambios en condiciones iniciales pueden llevar a comportamientos muy diferentes

## 7.2 Validación

- La partícula nunca escapa del triángulo
- La energía cinética se mantiene constante
- Los ángulos de incidencia y reflexión son iguales

# 8 Resultados y Aplicaciones

## 8.1 Comportamientos Observados

- **Trayectorias periódicas:** Para ciertas condiciones iniciales
- **Comportamiento caótico:** Para la mayoría de condiciones
- **Cobertura ergódica:** La partícula visita toda la región con el tiempo

## 8.2 Aplicaciones

- Estudios de billares dinámicos
- Mecánica estadística de sistemas confinados
- Simulación de gases en cavidades
- Análisis de sistemas caóticos

# 9 Conclusión

Esta simulación proporciona una herramienta educativa para estudiar dinámicas de partículas en regiones confinadas con geometrías no triviales. El triángulo equilátero presenta propiedades interesantes debido a su simetría y ángulos agudos, generando comportamientos dinámicos ricos y complejos.