



UNIDAD I

Transformada de Fourier
Propiedades



PROPIEDADES

- Teorema de semejanza

Si $x(t) \Leftrightarrow X(f)$, entonces $X(t) \Leftrightarrow x(-f)$

Simetría par $f \leftrightarrow t$

- Escalamiento en el tiempo

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(\alpha t) e^{-j2\pi f t} dt \xrightarrow{\alpha t = \lambda} = \frac{1}{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda) e^{-j2\pi f \frac{\lambda}{\alpha}} d\lambda = \frac{1}{\alpha} X\left(\frac{f}{\alpha}\right)$$

- Propiedad de reflexión

$$\alpha = -1 \quad x(-t) \Leftrightarrow X(-f) = X^*(f)$$

$$X(-\omega) = X^*(\omega)$$

PROPIEDADES

- Desplazamiento en el tiempo

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t - \alpha) e^{-j2\pi f t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda) e^{-j2\pi f (\lambda + \alpha)} d\lambda$$
$$= e^{-j2\pi f \alpha} X(f)$$

- Desplazamiento en frecuencia (Dual – tiempo)

$$x(t) e^{-j2\pi \alpha t} \Leftrightarrow X(f - \alpha)$$

- Dualidad: Convolución-Multiplicación

$$x(t) h(t) \Leftrightarrow X(f) * H(f)$$
$$\frac{1}{2\pi} [X(\omega) * H(\omega)]$$

PROPIEDADES

- Dualidad: Derivada – Multiplicación

$$-j2\pi t x(t) = X'(t)$$

$$x'(t) = j2\pi t X(t)$$

- Modulación

$$x(t) \cos(2\pi\alpha t) \Leftrightarrow 0.5[X(f + \alpha) + X(f - \alpha)]$$

SEÑALES PERIÓDICAS

- Transformada

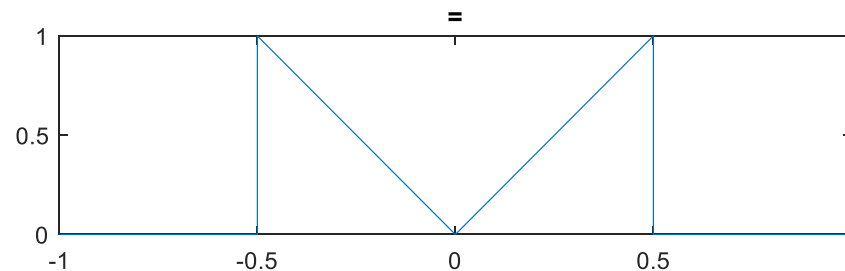
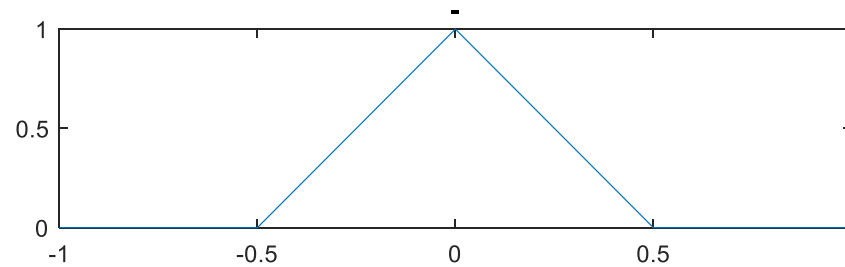
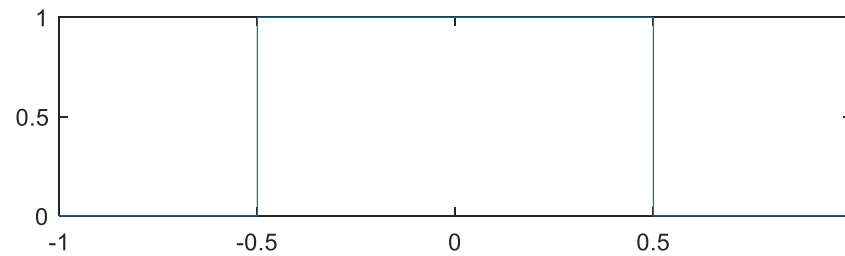
$$x_p(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} X[k] e^{j2\pi k f_o t} \Leftrightarrow \sum_{-\infty}^{\infty} X[k] \delta(f - k f_o)$$

$$x_p(t) \Leftrightarrow \sum_{-\infty}^{\infty} X[k] \delta(f - k f_o) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_1(k f_o) \delta(f - k f_o)$$

- Coeficientes

$$X[k] = \frac{1}{T} X(f) \Big|_{f \Leftrightarrow k f_o} \quad T = \frac{1}{f_o}$$

PROPIEDADES GRÁFICAS



PARES DE TRANSFORMADAS DE FOURIER

$x(t)$	$X(f)$	$X(\omega)$
$\delta(t)$	1	1
$\text{rect}(t)$	$\text{senc}(f)$	$\text{senc}\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)$
$\text{tri}(t)$	$\text{senc}^2(f)$	$\text{senc}^2\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)$
$\text{senc}(t)$	$\text{rect}(f)$	$\text{rect}\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)$
$\cos(2\pi\alpha t)$	$0.5[\delta(f + a) + \delta(f - a)]$	$\pi[\delta(\omega + 2\pi\alpha) + \delta(\omega - 2\pi\alpha)]$
$\text{sen}(2\pi\alpha t)$	$j0.5[\delta(f + a) - \delta(f - a)]$	$\pi j[\delta(\omega + 2\pi\alpha) - \delta(\omega - 2\pi\alpha)]$
$e^{-\alpha t}u(t)$	$\frac{1}{\alpha + j2\pi f}$	$\frac{1}{\alpha + j\omega}$