Dra. Adriana del Carmen Téllez Anguiano

WAVELETS

Transformada

TRANSFORMADA WAVELETS

- Aplicaciones:
  - Filtrado
  - Eliminación de ruido
  - Encontrar localización y distribución de singularidades.

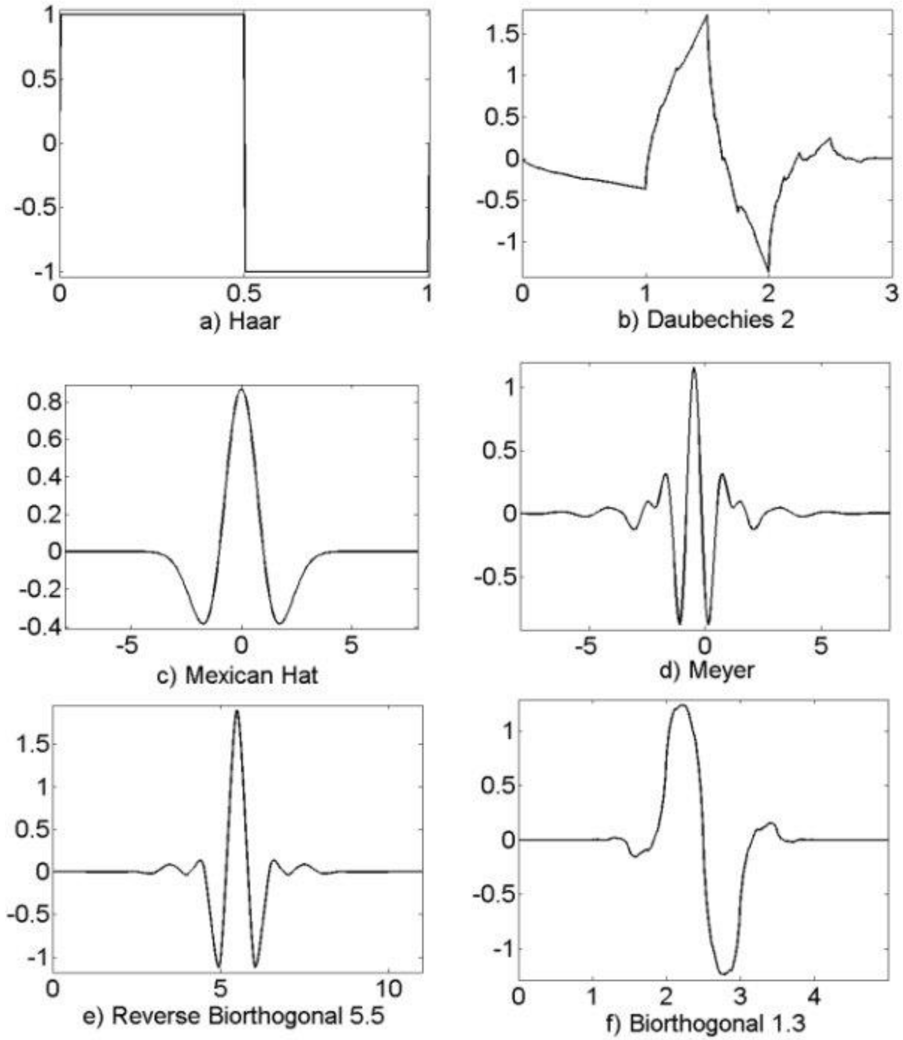
- Similar a la transformada de Fourier, pero en lugar de manejar señales ponderadas de frecuencias armónica maneja la ponderación de wavelets *(ondeleta = onda pequeña)*

WAVELETS

- Todas las wavelets se derivan de una wavelet básica (madre), la cual debe tener las siguientes propiedades:
  - Oscilatoria
  - Sin componente de CD
  - Pasabanda
  - Tiende a cero rápidamente en el tiempo
  - Invertible
  - La transformada W de una señal es única

WAVELETS

- Formas básicas



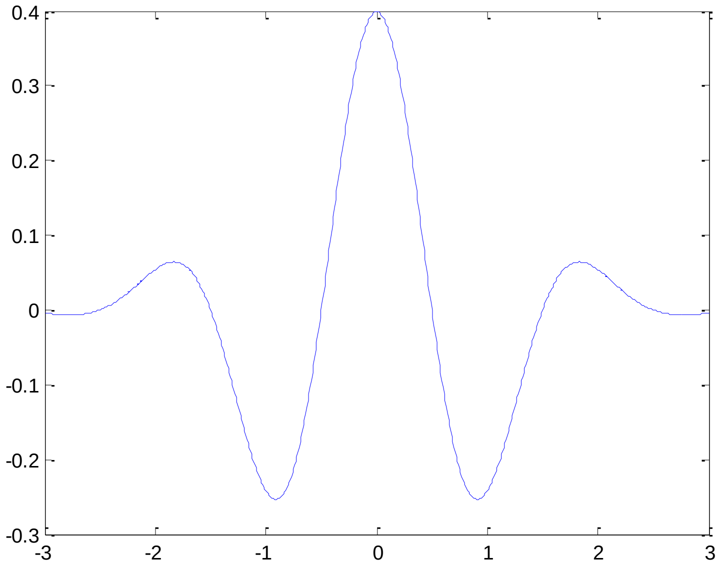
WAVELET BÁSICA (MADRE)

- Morlet o Gaussiana modificada

$$\Psi(t) = e^{j\omega_0 t} e^{-t^2/2}$$

- Transformada de Fourier

$$H(\omega) = \sqrt{2\pi} e^{-(\omega-\omega_0)^2/2}$$



WAVELET (HIJA)

- Se escala la wavelet madre

$$\frac{1}{\sqrt{a}}\Psi[(t-\tau)/a]$$

  - a = Constante de escalamiento variable
  - τ = Constante de translación

SEÑAL

- Se supone que la señal tiene un cuadrado integrable

$$\int s^2(t)dt < \infty$$

- Señal de magnitud finita y corta duración

TRANSFORMADA WAVELET

- Continua, ***CWT***

$$CWT(a,\tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int s(t)\Psi[(t-\tau)/a]\,dt$$

- De Parámetros Discretos, ***DPWT***

$$DPWT(m,n) = a_0^{-m/2} \int s(t)\Psi[(t - n\tau_0 a_0^m)/a_0^m]\,dt$$

$$a = a_0^m, \quad \tau = n\tau_0 a_0^m,$$
$$a_0^m, n\tau_0 = Intervalos\ de\ muestreo$$
$$m, n = enteros$$

TRANSFORMADA WAVELET

- Usualmente

$$a_0 = 2$$
$$\tau_0 = 1$$

- Entonces

$$DPWT(m,n) = 2^{-m/2} \int s(t)\Psi[(t - n2^m)/2^m]\, dt$$

$$DPWT(m,n) = 2^{-m/2} \int s(t)\Psi[(2^{-m}t - n)]\, dt$$

TRANSFORMADA WAVELET

- De Tiempo Discreto, ***DTWT***

$$DTWT(m,n) = a_0^{-m/2} \sum_k s(k) \Psi(a_0^{-m} k - n\tau_0)$$

- Considerando

$$a_0 = 2$$
$$\tau_0 = 1$$

- Entonces

$$DTWT(m,n) = 2^{-m/2} \sum_k s(k) \Psi(2^{-m} k - n)$$

  - ***Transformada Wavelet Discreta***

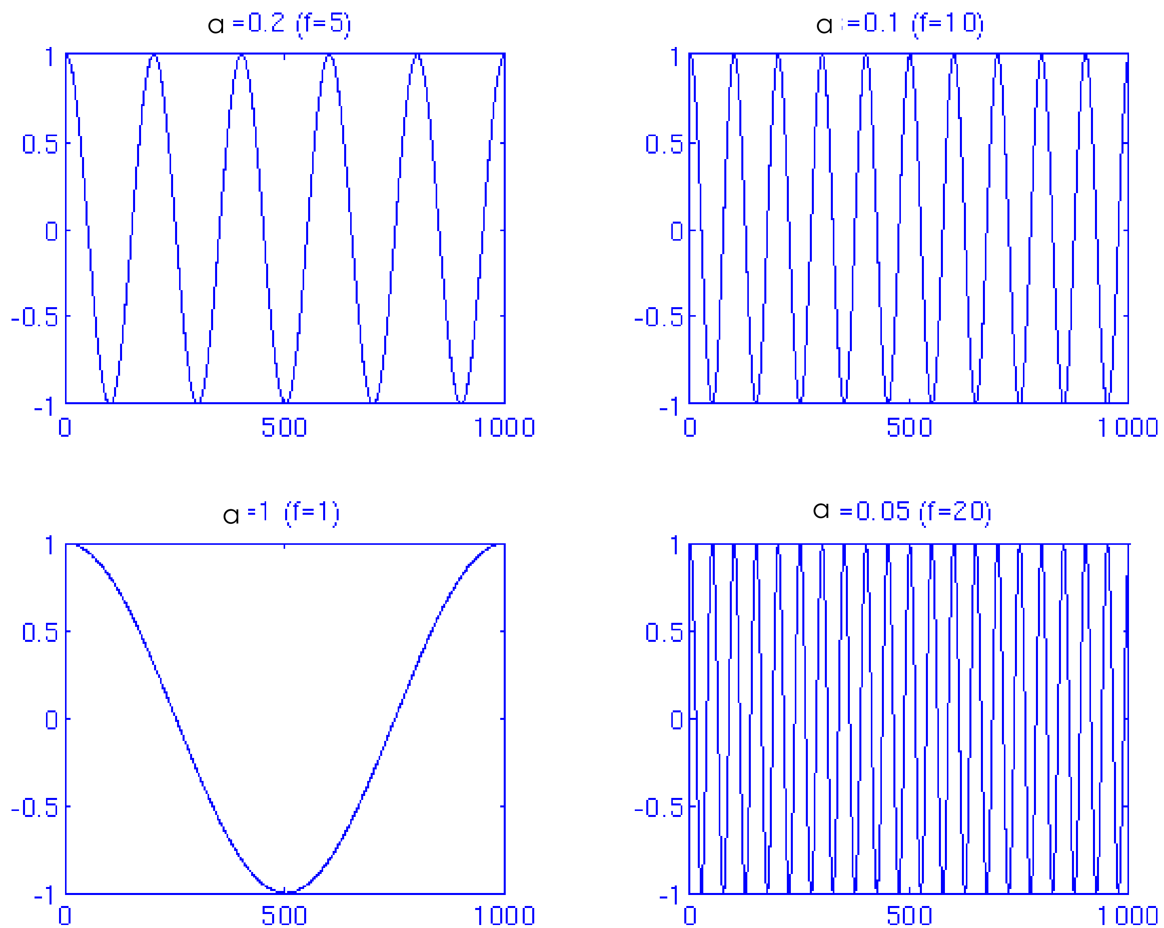
RECONSTRUCCIÓN DE SEÑALES

- Para eliminar ruido de las señales
  - Se aplica la TW y se eliminan los componentes de ruido
  - Se emplea la fórmula de reconstrucción **(Transformada inversa)**

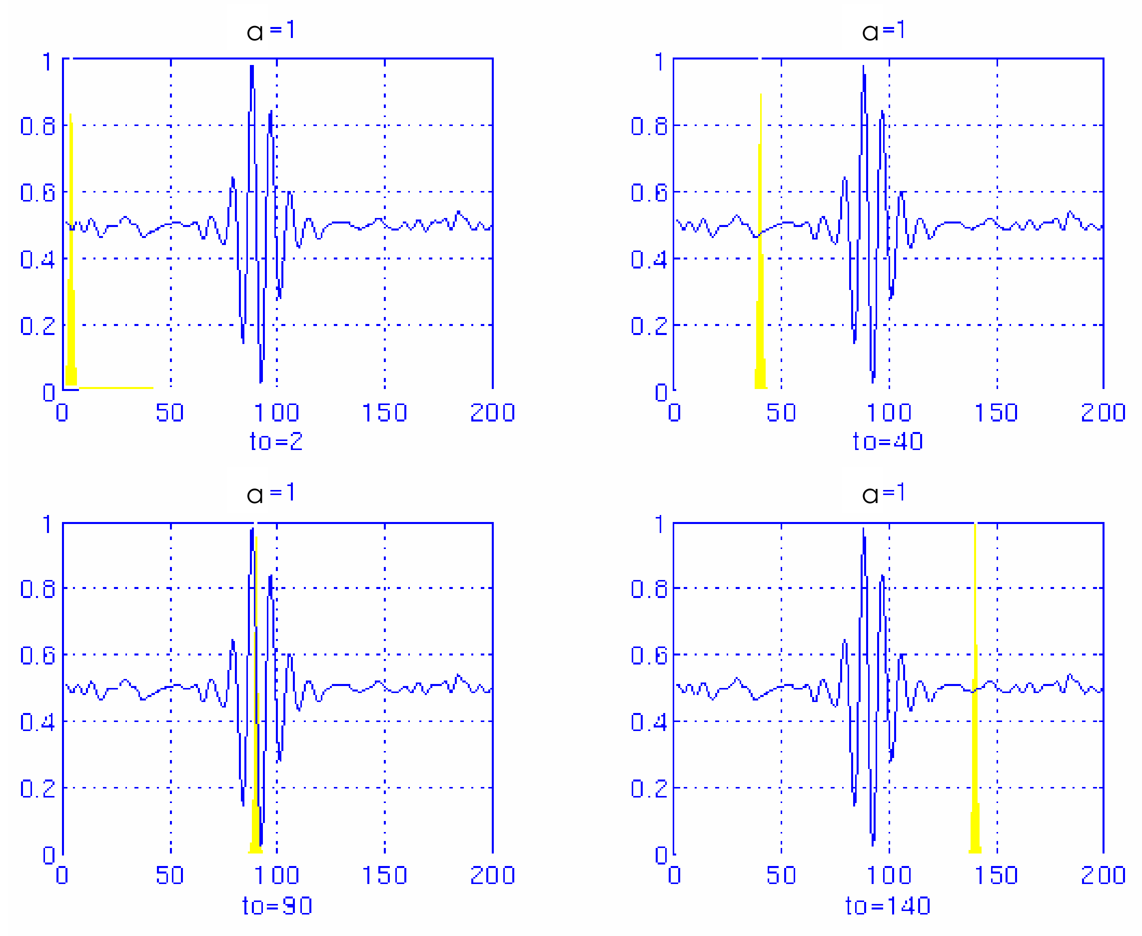
$$s(t) = \frac{1}{C_\Psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{a>0}^{\infty} CWT(a,\tau) \left[\frac{1}{\sqrt{a}}\right] \Psi[(t-\tau)/a] \left(\frac{1}{a^2}\right) dadt$$

$$C_\Psi = \int_{0}^{\infty} (|H(\omega)|^2/\omega) d\omega < \infty$$

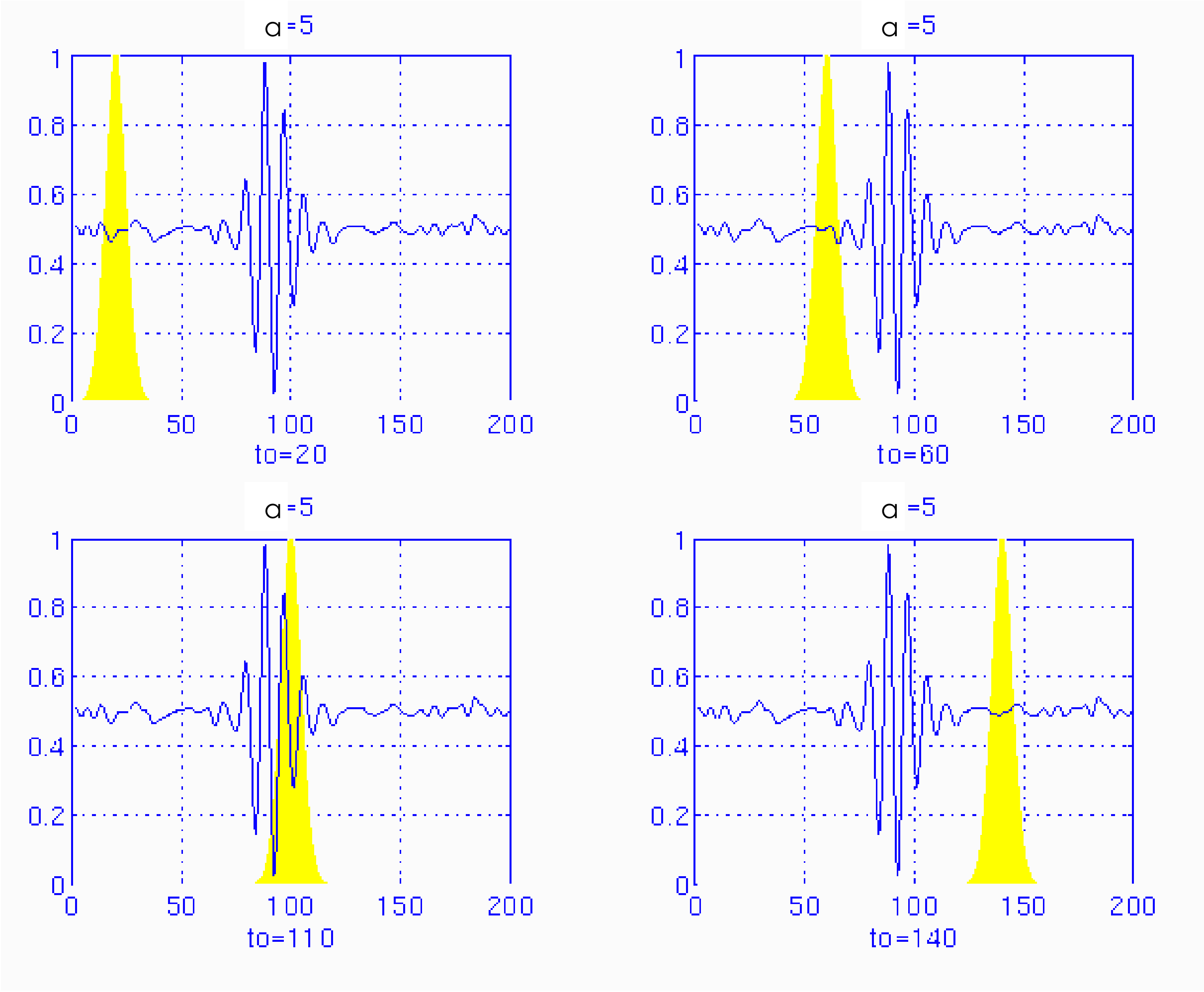
ESCALA (A)



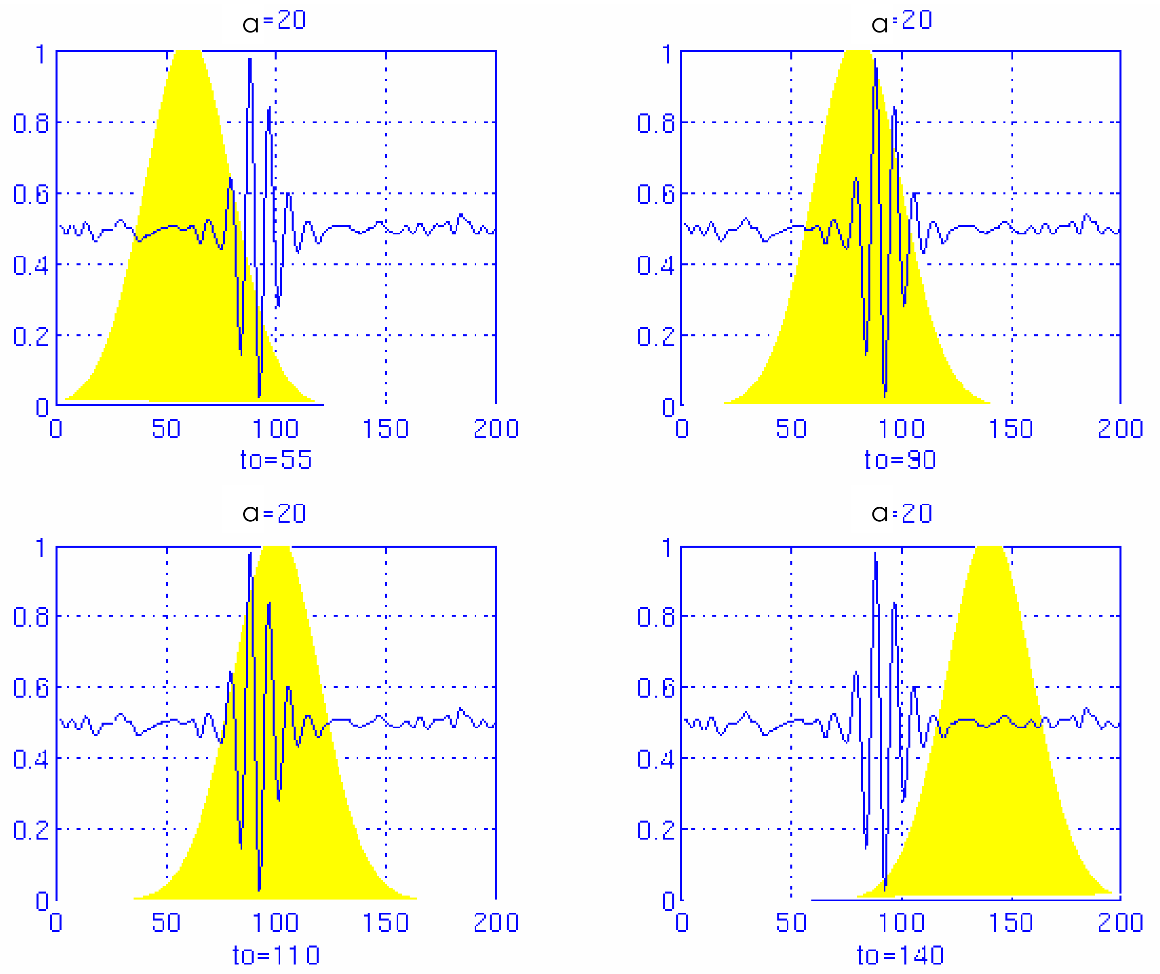
CÓMPUTO DE LA TRANSFORMADA WAVELET (A=1)



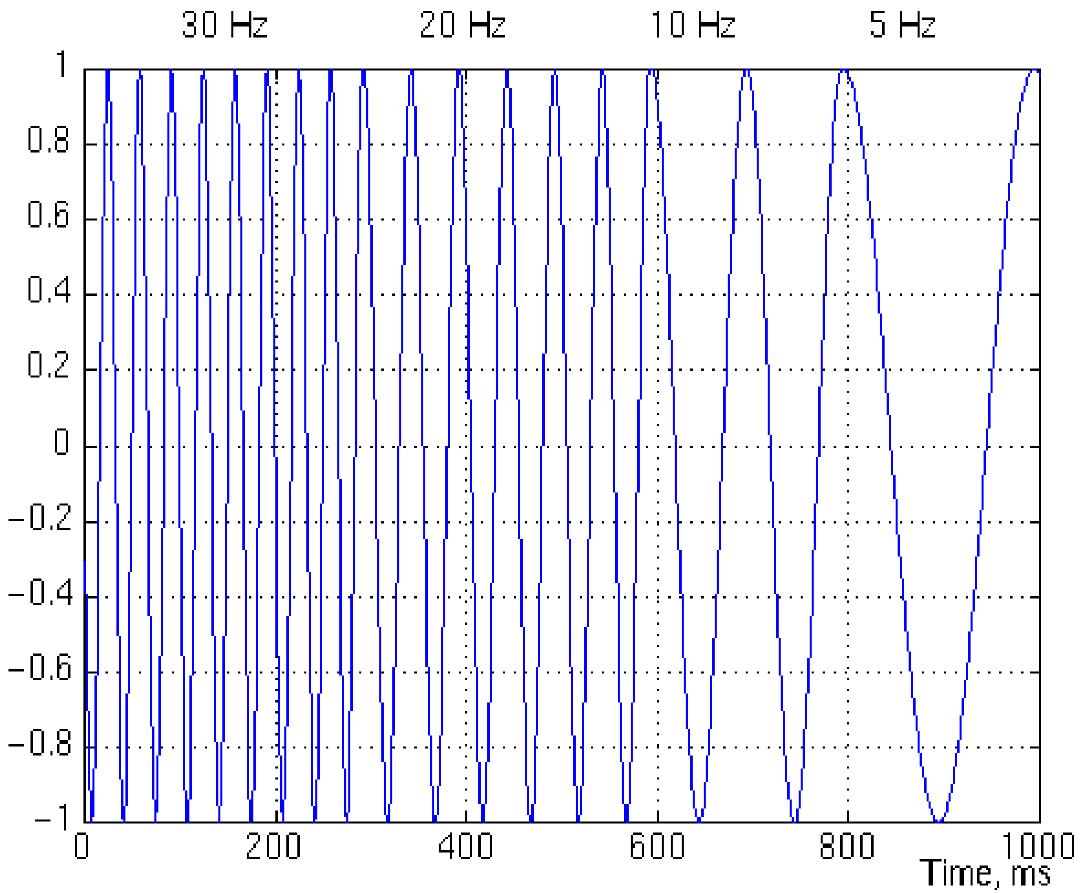
A=5



A=20



SEÑAL NO ESTACIONARIA



TRANSFORMADA WAVELET