2. Комплексные числа. Сложение и умножение комплексных чисел. Алгебраическая запись комплексного числа. Поле комплексных чисел. Сопряжение комплексных чисел.

1) Комплексное число

Число вида $z = a + bi$, где a — вещественная часть, а b мнимая в плоскости, где Ox — вещественная ось, а Oy мнимая называется комплексным числом.

2) Сложение и умножение

Пусть $\mathbb{C}$ с фиксированной декартовой системой координат. $\alpha(a,b)$ и $\beta(c,d)$ точки. Тогда суммой α и β будем называть точку $\alpha+\beta(a+c, b+d)$, а произведением α и β будем называть точку $\alpha\cdot\beta(ac-bd, ad+bc)$.

В алгебраическом виде: $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$

Тогда $z_1 + z_2 = (a+c) + i(b+d)$ — сумма комплексных чисел

$z_1 \cdot z_2 = (ac - bd) + i(ad + bc)$ — произведение комплексных чисел.

Свойства этих операций:

I Сложение:

- 1) Ассоциативность
- 2) Коммутативность
- 3) $\exists$ нейтральный элемент „0": $z + 0 = z$
- 4) $\exists$ противоположный элемент „$-z$": $z + (-z) = 0$

II Умножение:

- 1) Коммутативность и ассоциативность
- 2) Дистрибутивность (Распределительный закон)

Обратные операции:

Обратные операции:

1) Разность: $z_1 = a+bi$ $z_2 = c+di$

$z_1 - z = (a+bi) - (c+di) = (a-c) + i(b-d)$

2) Деление: $z_1 = a+bi$ $z_2 = c+di$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}$$

3) Поле комплексных чисел:

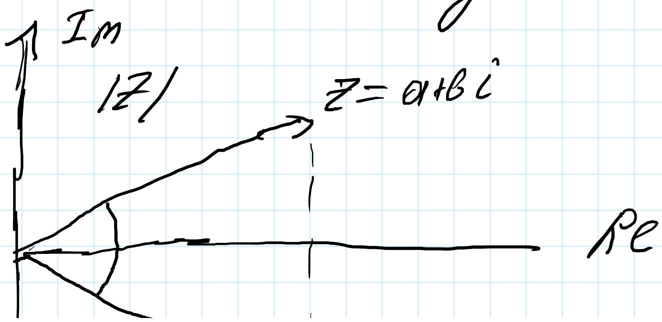
Множество всех комплексных чисел образует поле $\mathbb{C}$, где $\exists$ число квадрат которого равен „-1“

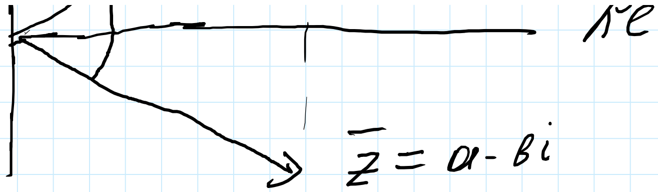
Аксиомы для поля комплексных чисел:

- 1) Определены ассоциативное и коммутативное сложение и умножение
- 2) $\exists$ нейтральные элементы: 0 - для сложения
  1 - для умножения
- 3) $\exists$ противоположный $-z$ - для сложения и обратный $z^{-1} \neq 0$ для произведения.
- 4) Дистрибутивность / Распределительный закон

4) Сопряжение комплексных чисел.

Если комплексное число z имеет вид $z = a+bi$, то число $\bar{z} = a-bi$ называют сопряженным ему.





Свойства:

1) $\overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2$

2) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$

3) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

4) $\overline{(\bar{z})} = z$