19 Вопрос

Def: Однородные системы линейных уравнений
Система линейных уравнений является однородной, если свободный член каждого уравнения системы равен нулю

Пример однородной системы

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

Однородная система всегда совместна, т.е. всегда имеет решение.

1. **Если ранг матрицы равен кол-ву неизвестных, то система имеет тривиальное решение** $x_1 = x_2 = x_3 = 0$
2. **Если ранг матрицы не равен кол-ву неизвестных, то система имеет не тривиальное решение**

Решение однородной системы уравнений часто требуется представить в векторной форме с помощью фундаментальной системы решений.

Def: Фундаментальная система решений
Фундаментальная система решений - это множество линейно независимых векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$**, каждый из которых является решением однородной системы, кроме того, решением является линейная комбинация данных векторов** $\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \dots + \alpha_n \vec{a}_n$**, где** $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n \in R$**.**

Фундаментальное решение - это базис пространства решений.

Кол-во векторов n **фундаментальной системы рассчитывается по формуле:**
$n = \text{Кол-во неизвестных системы} - \text{Ранг матрицы системы}$

Чтобы найти фундаментальное решение системы:

1. **Находим общее решение системы**
2. **Считаем кол-во сводных членов, они и будут является базисом**
3. **Записываем единичную матрицу, порядок которой равен кол-ву свободных членов**
4. **Берем первую строку и значения первой строки присваиваем свободным членам (базису) (однозначно)**
5. **Находим вектор и так повторяем m раз, где m - кол-во строк в единичной матрице**

Связь между решениями однородной и неоднородной систем линейных алгебраических уравнений.

Общее решение неоднородной системы системы равно сумме общего решения соответствующей однородной системы и какого-либо частного решения неоднородной системы.

$X_{ОН}$ - общее решение неоднородной системы

$X_{ОО}$ - общее решение однородной системы

$X_{ЧН}$ - частное решение неоднородной системы

$$X_{ОН} = X_{ОО} + X_{ЧН} \implies X_{ОО} = X_{ОН} - X_{ЧН}$$