

## 21 вопрос

Пусть  $f$  и  $g$  - многочлены из  $F[x]$ , причем  $g \neq 0$ . Будем говорить, что  $g$  является делителем  $f$ , или, просто, что  $f$  делится нацело на  $g$ , если для некоторого  $q \in F[x]$  имеем  $f = qg$ , т.е.  $f \bmod g = 0$

Многочлен  $d$  называется общим делителем многочленов  $f$  и  $g$ , если  $f$  нацело делится на  $d$ , и  $g$  нацело делится на  $d$ . Общий делитель  $d$  называется наибольшим, если он делится на любой другой общий делитель многочленов  $f$  и  $g$ .

**Алгоритм Евклида:** на 0-итерации делим с остатком многочлен  $f(x)$  на  $g(x)$ , на 1-итерации -  $g(x)$  на остаток от первого деления, на 2-итерации от первого деления на остаток  $r_2(x)$  от второго деления и так далее до  $k$ -итерации до тех пор пока не получится нулевой остаток при этом получается цепочка равенств.

$$\begin{aligned}f(x) &= g(x) \cdot q_1(x) + r_1(x) \\g(x) &= q_2(x) \cdot r_1(x) + r_2(x) \\r_1(x) &= r_2(x) \cdot q_3(x) + r_3(x) \\r_{k-2}(x) &= r_{k-1}(x) \cdot q_k(x) + r_k(x) \\r_{k-1}(x) &= r_k(x)q_{k+1}(x) \\r_{k+1}(x) &= const\end{aligned}$$

Остаток  $r_k(x)$  является как раз наибольшим общим делителем многочленов  $f$  и  $g$