question (3)

Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра.

Модуль комплексного числа

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

где $a = \mathrm{Re}(z),\ b = \mathrm{Im}(z)$. Геометрически, модуль — это расстояние от точки, соответствующей z на комплексной плоскости, до начала координат.

Аргумент комплексного числа

Аргументом называют угол φ между вектором соответствующим числу z, и положительным направлением вещественной оси Ox.
Обозначается $\arg(z)$.

$$\varphi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

Тригонометрическая форма комплексного числа

$$z = |z| \cdot (\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$$

Умножение комплексных чисел в тригонометрической форме

$$z_1 \cdot z_2 = |z_1| \cdot |z_2| \cdot (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2))$$

Формула Муавра.

Формула Муавра применяется для возведения комплексного числа в степень. Если $z = |z|(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$, то для $\forall n \in \mathbb{Z}$:

$$z^n = |z|^n \cdot (\cos(n\varphi) + i\sin(n\varphi))$$