

## 1. Назначение и общая схема

Веб-приложение предназначено для иллюстрации работы алгоритмов отсечения отрезков:

1. Отсечение отрезков прямоугольным окном по алгоритму Лянга–Барски (параметрическое отсечение).
2. Отсечение отрезков выпуклым многоугольником (также по параметрическому подходу через интервал параметра  $t$ ).

Приложение:

- принимает исходные данные в виде параметрически заданных отрезков, координат прямоугольного окна и сторон выпуклого многоугольника;
  - строит единую декартову систему координат с сеткой и осями;
  - выполняет отсечение и отображает только видимые части отрезков для выбранного алгоритма.
- 

## 2. Входные данные

### 2.1. Отрезки

Каждый отрезок задаётся параметрическими уравнениями вида

$$x(t) = x_0 + at, \quad y(t) = y_0 + bt, \quad t \in [0, 1].$$

Из каждой строки с описанием отрезка извлекаются четыре числовых параметра:

$$x_0, a, y_0, b.$$

Концы отрезка в декартовых координатах вычисляются как:

- начало:  $P_0 = (x_0, y_0)$  при  $t = 0$ ;
- конец:  $P_1 = (x_0 + a, y_0 + b)$  при  $t = 1$ .

Таким образом каждый исходный отрезок внутри приложения представлен парой точек  $P_0, P_1$ .

### 2.2. Прямоугольное окно

Прямоугольное окно задаётся четырьмя числами

$$X_{\min}, Y_{\min}, X_{\max}, Y_{\max},$$

которые определяют область:

$$X_{\min} \leq x \leq X_{\max}, \quad Y_{\min} \leq y \leq Y_{\max}.$$

Если указаны «перепутанные» границы (например,  $X_{\min} > X_{\max}$ ), они упорядочиваются так, чтобы всегда выполнялось  $X_{\min} \leq X_{\max}, Y_{\min} \leq Y_{\max}$ .

### 2.3. Выпуклый многоугольник

Выпуклый многоугольник задаётся набором сторон. Каждая сторона описывается четырьмя числами:

$$X_1, Y_1, X_2, Y_2,$$

то есть отрезком от точки  $(X_1, Y_1)$  к точке  $(X_2, Y_2)$ .

Предполагается, что стороны перечислены последовательно вдоль контура многоугольника (по или против часовой стрелки), и многоугольник является выпуклым.

---

### 3. Подготовка геометрических данных и системы координат

#### 1. Формирование набора объектов:

- список исходных отрезков (по концам  $P_0$  и  $P_1$ );
- прямоугольное окно (при работе алгоритма Лианга–Барски);
- набор сторон выпуклого многоугольника (при работе алгоритма отсечения многоугольником).

#### 2. Определение границ сцены.

Вычисляется минимальное и максимальное значение координат  $x$  и  $y$  по всем объектам:

- по всем концам исходных отрезков;
- по вершинам прямоугольного окна;
- по вершинам сторон многоугольника;
- дополнительно гарантируется присутствие точки  $(0, 0)$ , чтобы оси могли быть построены.

#### 3. Формирование масштаба.

По вычисленным границам  $[x_{\min}, x_{\max}], [y_{\min}, y_{\max}]$  подбирается масштаб, позволяющий:

- сохранить пропорции по осям  $x$  и  $y$ ;
- разместить всю сцену в пределах прямоугольника рисования с некоторым отступом;
- расположить систему координат симметрично (сетка и оси визуально центрированы относительно доступной области).

#### 4. Координатное преобразование.

Определяется аффинное преобразование из «мировых» координат  $(x, y)$  в координаты пикселей  $(X, Y)$  на холсте. Оно включает:

- масштабирование по выбранному коэффициенту;
- смещение, чтобы прямоугольник сцены оказался внутри холста с отступами;
- инверсию оси  $y$ , чтобы математическая ось  $y$  направлялась вверх, хотя на экране координата увеличивается вниз.

#### 5. Построение сетки и осей.

По диапазонам координат выбирается «удобный» шаг (1, 2, 5, 10 и т.п.), строятся линии сетки и оси  $OX, OY$  в математических координатах, затем всё отображается через описанное преобразование.

---

### 4. Отсечение отрезков прямоугольным окном (Лианг–Барски)

#### 4.1. Обозначения

Для каждого отрезка рассматривается параметрическая форма:

$$P(t) = P_0 + t(P_1 - P_0), \quad t \in [0, 1],$$

где  $P_0 = (x_0, y_0)$ ,  $P_1 = (x_1, y_1)$ ,

$$dx = x_1 - x_0, \quad dy = y_1 - y_0.$$

Прямоугольное окно задаётся неравенствами:

$$x \geq X_{\min},$$

$$x \leq X_{\max},$$

$$y \geq Y_{\min},$$

$$y \leq Y_{\max}.$$

Каждое неравенство переписывается в виде

$$p_i t \leq q_i.$$

## 4.2. Параметрическое отсечение

Вводятся четыре коэффициента:

$$p_1 = -dx, \quad q_1 = x_0 - X_{\min},$$

$$p_2 = dx, \quad q_2 = X_{\max} - x_0,$$

$$p_3 = -dy, \quad q_3 = y_0 - Y_{\min},$$

$$p_4 = dy, \quad q_4 = Y_{\max} - y_0.$$

Начальное допустимое множество значений параметра — отрезок

$$[t_0, t_1] = [0, 1].$$

Для каждой пары  $(p_i, q_i)$ :

- если  $p_i = 0$ :
  - если  $q_i < 0$ , то отрезок полностью вне окна (условие нарушается для всех  $t$ ), отрезок отбрасывается;
  - если  $q_i \geq 0$ , данного ограничения можно не учитывать (отрезок параллелен стороне и находится внутри соответствующей полосы).
- если  $p_i < 0$  (потенциальная **входная** граница):

$$t_{\text{in}} = \frac{q_i}{p_i},$$

и интервал обновляется:

$$t_0 = \max(t_0, t_{\text{in}}).$$

- если  $p_i > 0$  (потенциальная **выходная** граница):

$$t_{\text{out}} = \frac{q_i}{p_i},$$

и интервал обновляется:

$$t_1 = \min(t_1, t_{\text{out}}).$$

Если в какой-то момент оказывается, что  $t_0 > t_1$ , отрезок не пересекает окно и отбрасывается.

### 4.3. Результат

После обработки всех четырёх сторон:

- если  $[t_0, t_1]$  пуст, отрезок невидим внутри окна;
- если интервал непуст и лежит в пределах  $[0, 1]$ , видимая часть отрезка задаётся точками

$$P(t_0), P(t_1),$$

которые вычисляются по исходной параметризации и затем отображаются в системе координат.

Визуально приложение показывает:

- исходный отрезок (полностью);
  - прямоугольное окно;
  - видимую часть отрезка внутри окна (как новый отрезок с концами  $P(t_0), P(t_1)$ ).
- 

## 5. Отсечение отрезков выпуклым многоугольником

### 5.1. Представление многоугольника

Многоугольник задаётся как пересечение конечного числа полуплоскостей — по одной для каждой стороны.

1. По набору сторон вычисляется ориентированная площадь многоугольника (через сумму  $\sum x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i$ ).  
Знак этой площади определяет направление обхода (по или против часовой стрелки).
2. Для каждой стороны  $(X_1, Y_1) \rightarrow (X_2, Y_2)$  строится вектор стороны

$$\vec{e} = (e_x, e_y) = (X_2 - X_1, Y_2 - Y_1).$$

3. Вектор внутренней нормали  $\vec{n} = (n_x, n_y)$  выбирается так, чтобы он был направлен в сторону внутренней области многоугольника.

В зависимости от направления обхода берётся поворот вектора  $\vec{e}$  на  $90^\circ$  внутрь многоугольника.

Каждой стороне сопоставляется полуплоскость

$$\vec{n} \cdot (\vec{P} - \vec{P}_{\text{edge}}) \leq 0,$$

где  $\vec{P}_{\text{edge}}$  — любая точка стороны (например, её начало),  $\vec{P}$  — произвольная точка плоскости.

### 5.2. Параметрическое представление отрезка

Для каждого отрезка используется та же параметризация:

$$P(t) = P_0 + t(P_1 - P_0), \quad t \in [0, 1],$$

где:

$$P_0 = (x_0, y_0), \quad P_1 = (x_1, y_1), \quad \vec{D} = P_1 - P_0 = (D_x, D_y).$$

Цель — найти подотрезок значений  $t$ , для которых точка  $P(t)$  лежит внутри всех полуплоскостей, а значит и внутри многоугольника.

### 5.3. Накопление интервала допустимых параметров

Вводятся две переменные:

$$t_E = 0 \quad (\text{параметр входа}), \quad t_L = 1 \quad (\text{параметр выхода}).$$

Для каждой стороны:

1. Вычисляется вектор  $\vec{W} = P_0 - P_{\text{edge}}$ .
2. Скалярные величины:

$$\text{num} = \vec{n} \cdot \vec{W}, \quad \text{denom} = \vec{n} \cdot \vec{D}.$$

3. Если  $\text{denom} = 0$  (отрезок параллелен стороне):

- если  $\text{num} < 0$ , весь отрезок лежит вне соответствующей полуплоскости, значит он не пересекает многоугольник и отбрасывается;
- если  $\text{num} \geq 0$ , отрезок для этой стороны всегда лежит в допустимой полуплоскости, ограничение не меняет интервал параметров.

4. Если  $\text{denom} \neq 0$ , определяется параметр пересечения:

$$t = -\frac{\text{num}}{\text{denom}}.$$

- Если  $\text{denom} > 0$ , сторона соответствует потенциальной **входной** границе:

$$t_E = \max(t_E, t).$$

- Если  $\text{denom} < 0$ , сторона соответствует потенциальной **выходной** границе:

$$t_L = \min(t_L, t).$$

Если в какой-то момент  $t_E > t_L$ , значит отрезок не пересекает многоугольник, и дальнейшая обработка прекращается.

### 5.4. Результат

После обработки всех сторон:

- если интервал  $[t_E, t_L]$  пуст или не пересекает  $[0, 1]$ , отрезок невидим внутри многоугольника;
- если интервал  $[t_E, t_L]$  непуст и пересекает  $[0, 1]$ , видимая часть отрезка задаётся точками

$$P(t_E), P(t_L),$$

которые вычисляются по параметрическим формулам и затем отображаются.

Визуально для отсечения многоугольником приложение показывает:

- контур выпуклого многоугольника;
- исходные отрезки;
- видимые части отрезков внутри многоугольника.