

*Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования*

**«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

Лабораторная работа №1.2.3

по курсу общей физики на тему: *«Определение момента инерции
твёрдых тел с помощью трифилярного подвеса»*

*Работу выполнил:
Никифоров Дмитрий
(группа Б02-205)*

Долгопрудный
18 ноября 2022 г.

1 Введение

Цель работы: исследовать прецессию уравновешенного гироскопа, установить зависимость скорости вынужденной прецессии от величины момента сил, действующий на ось гироскопа и сравнить ее со скоростью, рассчитанной по скорости прецессии; определить скорость вращения ротора гироскопа и сравнить со значением частоты вращения, полученным при помощи осциллографа.

Оборудование: гироскоп в кардановом подвесе, секундомер, набор грузов, отдельный ротор гироскопа, цилиндр известной массы, крутильный маятник, штангенциркуль, линейка.

2 Теоретические сведения

В этой работе исследуется зависимость скорости прецессии гироскопа от момента силы, приложенной к его оси. Для этого к оси гироскопа подвешиваются грузы. Скорость прецессии определяется по числу оборотов рычага вокруг вертикальной оси и времени, которое на это ушло, определяемому секундомером. На картинках снизу представлены рисунок маховика (Рис.1¹) и гироскопа в кордановом подвесе (Рис.2²)

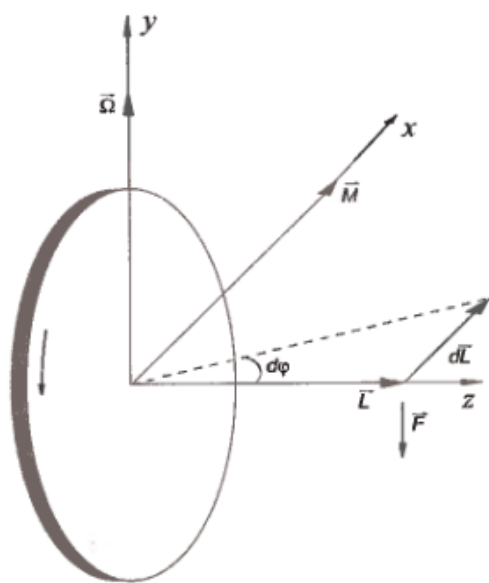


Рис. 1. Маховик

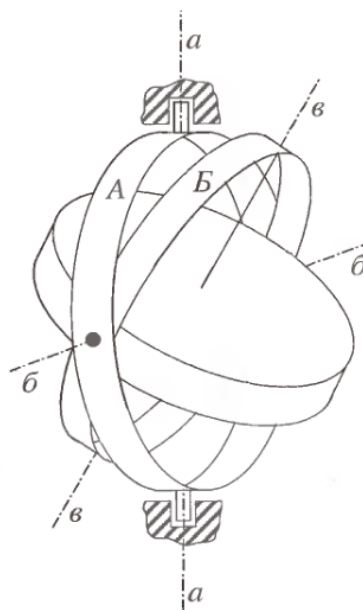


Рис. 2. Гироскоп в кардановом подвесе

Измерение скорости прецессии гироскопа позволяет вычислить угловую скорость вращения его ротора. Расчет производится по формуле:

$$\Omega = \frac{mgl}{I_z \omega_0},$$

¹

²рисунки взяты из учебного пособия "Лабораторный практикум по общей физике. Том 1. Механика."

где m – масса груза, l – расстояние от центра карданова подвеса до точки крепления груза на оси гироскопа, I_z – момент инерции гироскопа по его главной оси вращения. ω_0 – частота его вращения относительно главной оси, Ω – частота прецессии.

Момент инерции ротора относительно оси симметрии I_0 измеряется по крутильным колебаниям точной копии ротора, подвешиваемой вдоль оси симметрии на десткой проволоке. Период крутильных колебаний T_0 зависит от момента инерции I_0 и модуля кручения проволоки f :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{f}}.$$

Чтобы исключить модуль кручения проволоки, вместо ротора гироскопа к той же проволоке подвешивают цилиндр правильной формы с известными размерами и массой, для которого легко можно вычислить момент инерции $I_{\text{ц}}$. Для определения момента инерции ротора гироскопа имеем:

$$I_0 = I_{\text{ц}} \frac{T_0^2}{T_{\text{ц}}^2}, \quad (1)$$

Здесь $T_{\text{ц}}$ – период крутильных колебаний цилиндра.

Ниже представлена схема экспериментальной установки (Рис.3³)

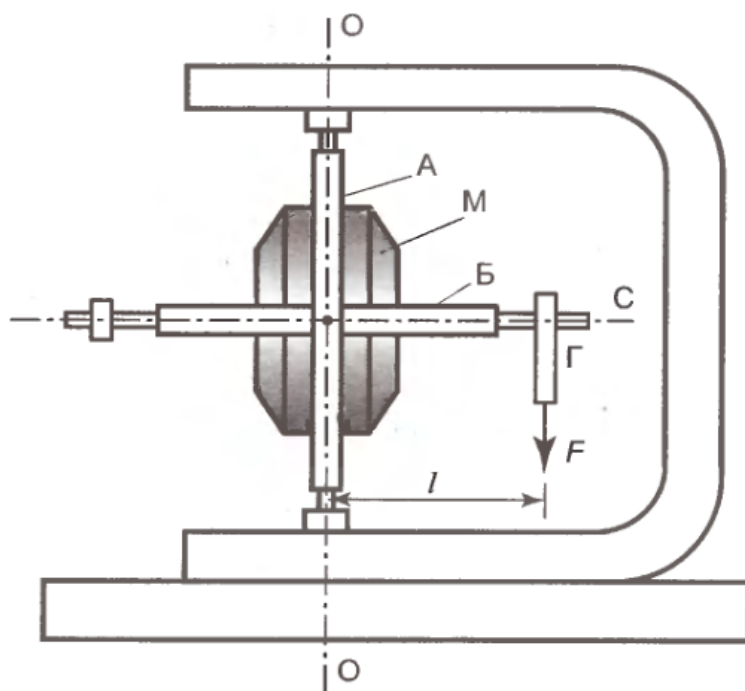


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

Скорость вращения ротора гироскопа можно определить и не прибегая к исследованию прецессии. У используемых в работе гироскопов статор имеет две

³рисунки взяты из учебного пособия "Лабораторный практикум по общей физике. Том 1. Механика."

обмотки, необходимые для быстрой раскрутки гироскопа. В данной работе одну обмотку используют для раскрутки гироскопа, а вторую – для измерения числа оборотов ротора. Ротор электромотора всегда немного намагничен. Вращаясь, он наводит во второй обмотке переменную ЭДС индукции, частота которой равна частоте вращения ротора. Частоту этой ЭДС можно, в частности, измерить по фигурам Лиссажу, получаемым на экране осциллографа, если на один вход подать исследуемую ЭДС, а на другой – переменное напряжение с хорошо прокалиброванного генератора. При совпадении частот на экране получаем эллипс.

3 Ход работы

Данные для частоты прецессии и опускания гироскопа: $\Omega = \frac{2\pi N}{t}$

№	$m_{\text{цил}}, \text{ г}$	$t_N, \text{ с}$	N	T, с	$\Omega, \text{ рад/с}$
1	341,2	148,50	5	29,70	0,212
2	272,6	186,09	5	37,22	0,169
3	219,2	231,18	5	46,24	0,136
4	178,5	283,69	5	56,74	0,111
5	141,1	214,69	3	71,56	0,088
6	116,4	261,75	3	87,25	0,072
7	92,7	217,92	2	108,96	0,058
8	75,9	134,19	1	134,19	0,047
9	56,5	179,75	1	179,75	0,035

Построим график зависимости $\Omega(m)$:

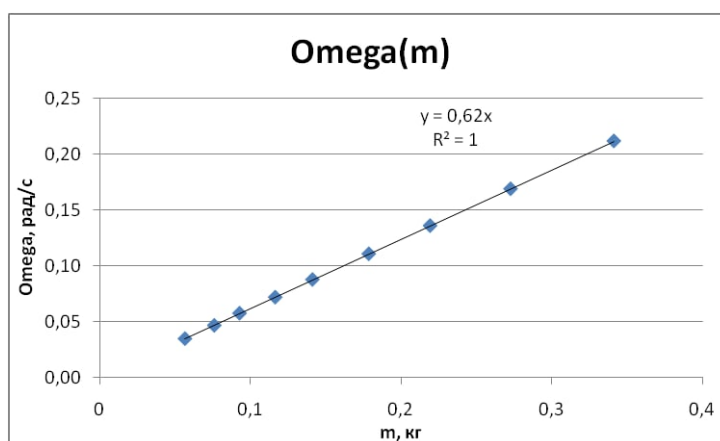


Рис. 1: Зависимость Ω от m

Из графика получаем коэффициент наклона – $k = 0,62$, который из формулы для скорости прецессии ($\Omega = \frac{gl}{I_z \omega_0} m$) выражается следующим образом: $k = \frac{gl}{I_z \omega_0}$; Из этой формулы выразим искомую частоту вращения ротора:

$$\omega_0 = \frac{gl}{I_z k}$$

Далее найдем момент инерции ротора гироскопа при помощи трифилярного подвеса. По снятым периодам колебания для грузиков с известными параметрами(, а соответственно с известными моментами инерции) и для ротора гироскопа определим по формуле (1) момент инерции ротора – I_0 . Для этого посчитаем момент инерции цилиндра, с известной нам массой и диаметром: $I_{\text{ц}} = \frac{1}{2}mr^2$, а также моменты инерции для грузиков в форме колечек: $I_{\text{гр}} = \frac{1}{2}m(r^2 + R^2)$

№	$m_{\text{гр}}, \text{ г}$	$I_{\text{гр}}, \text{ кг*см}^2$	$I_{\text{гр}} + I_{\text{цил}}, \text{ кг*см}^2$	$T_0^2, \text{ с}^2$	$T_{\text{ц+гр}}^2, \text{ с}^2$	$I_0, \text{ кг*см}^2$
1	341,2	1,75	14,08	8,38	18,69	6,31
2	272,6	1,40	13,73		18,22	6,31
3	219,2	1,13	13,45		17,96	6,27
4	178,5	0,92	13,25		17,64	6,29
5	141,1	0,72	13,05		17,46	6,26
6	116,4	0,60	12,93		17,20	6,30
7	92,7	0,48	12,80		16,86	6,36
8	75,9	0,39	12,72		16,79	6,35
9	56,5	0,29	12,62		16,66	6,34
10	1617	$I_{\text{цил}} =$	12,33		16,55	6,24

Средний момент инерции ротора - $I_{\text{ср}} = 6,3 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$
 Таким образом частота вращения ротора – $\omega_0 = 2985,9 \text{ рад/с} \Leftrightarrow \nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = 475 \text{ Гц}$

4 Погрешности Ω и I_0

$$\sigma_{\Omega}^{\text{сист}} = \Omega \varepsilon_T$$

Каждая частота Ω с учетом погрешностей:

- $\Omega = (0,2121 \pm 0,0002) \text{ с}^{-1}$, $\Omega = (0,1694 \pm 0,0002) \text{ с}^{-1}$
- $\Omega = (0,1362 \pm 0,0001) \text{ с}^{-1}$, $\Omega = (0,1113 \pm 0,0001) \text{ с}^{-1}$
- $\Omega = (0,0884 \pm 0,0003) \text{ с}^{-1}$, $\Omega = (0,0721 \pm 0,0002) \text{ с}^{-1}$
- $\Omega = (0,0583 \pm 0,0005) \text{ с}^{-1}$, $\Omega = (0,0472 \pm 0,0006) \text{ с}^{-1}$
- $\Omega = (0,0351 \pm 0,0008) \text{ с}^{-1}$

Погрешность $\sigma_{I_0}^{\text{сист}} = I_0 \cdot \sqrt{\varepsilon_{I_{\text{ц}}}^2 + 4\varepsilon_{T_0}^2 + 4\varepsilon_{T_{\text{ц}}}^2} \approx 0,1 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$,

$$\sigma_{I_0}^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (I_{0i} - \overline{I_0})^2} \approx 0,01 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$$

$$\sigma_{I_0} = \sqrt{\sigma_{\text{случ}}^2 + \sigma_{\text{сист}}^2}, \text{ значит } I_0 = (6,30 \pm 0,1) \text{ кг} \cdot \text{см}^2, \varepsilon_{I_0} = 1,6\%$$

5 Вывод

Частота вращения ротора измеренная с помощью осциллографа – $\nu = (400,1 \pm 0,5)$, причем при выходе из этого диапазона фигура Лиссажу, образованная кратными сигналами с генератора и гироскопа, исчезает. Экспериментально полученное значение частоты вращения ротора – $\nu = (475 \pm 8)$ Гц, $\varepsilon_\nu = 1,7\%$. Значения значительно расходятся ($10\sigma_\nu$), это может быть связано с грубой ошибкой при снятии измерений.

6 Оценка момента силы трения

Для оценки момента силы трения снимем понижение оси за 6 периодов вынужденной прецессии (с грузом массой - $m = 272,2$ г) – $t = 223,3 \pm 0,1$ с – снижение до вертикального положения равно $\Delta H = 1,8 \pm 0,1$ см. при длине "рычага" в $l = 12,8 \pm 0,1$ см.

Тогда он опустился на $\varphi = \arcsin(\frac{\Delta H}{l}) = 0,141$ рад,

$$\sigma_\varphi = \varphi \sqrt{(\frac{\sigma_{\Delta H}}{\Delta H})^2 + (\frac{\sigma_l}{l})^2} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Тогда момент силы трения – $M_{\text{тр}} = \frac{\varphi}{T} \cdot I\omega = 1,19$ мН,

$$\sigma_{M_{\text{тр}}} = \sigma_{M_{\text{тр}}} \sqrt{(\frac{\sigma_\varphi}{\varphi})^2 + (\frac{\sigma_T}{T})^2 + (\frac{\sigma_I}{I})^2 + (\frac{\sigma_\omega}{\omega})^2} = 0,08 \text{ мН, таким образом } \varepsilon_{M_{\text{тр}}} = 6,8\%$$