Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»

Лабораторная работа №1.4.1

по курсу общей физики на тему: ***«Изучение физического маятника»***

Работу выполнил:
Никифоров Дмитрий
(группа Б02-205)

Долгопрудный
26 ноября 2022 г.

1 Введение

Цель работы: Исследовать зависимость периода колебаний физического маятника от его момента инерции; сравнить зависмость с теоретической. Убедиться в справедливости теоремы Гюйгенса об обратимости точек опоры и центра качания маятника. Определить добротность физического маятника.

Оборудование: Физичексий маятник(однородный стальной стержень), математический маятник, механический счетчик колебаний, опорная призма;
Измерительные приборы: линейка - $\sigma_l = c = 0{,}1$см, секундомер - $\sigma_t = c = 0{,}01$с.

2 Теоретическая справка

Физический маятник - твердое тело, способное совершать колебания в вертикальной плоскости, будучи подвешенным за одну из своих точек в поле тяжести. Движение маятника можно представить ввиде вращения его центра масс относительно оси вращения.
Уравнения вращательного движения точки:

$$M = \frac{dL}{dt}$$

, где $L = m\omega r^2$ - момент импульса маятника, а r - расстояние от оси вращения до центра масс;
Момент импульса можно выразить через момент инерции маятника: $L = I\omega$. Тогда перезапишем наше уравнение так:

$$M = I\frac{d\omega}{dt}$$

В данной работе роль физического маятника играет однородный стержень постоянного сечения, длины - l . Его момент инерции относительно центра масс: $I_{\text{ц.м.}} = \frac{ml^2}{12}$. Нас же интересует момент инерции относительно оси вращения (обозначим расстояние до нее от центра масс - a). По теореме Гюйгенса-Штейнера он равен:

$$I = \frac{ml^2}{12} + ma^2$$

Расписав моменты сил, действующих на маятник, относительно точки вращения, получим(считая колебания малыми):

$$M = -mga\sin\varphi \approx -mga\varphi$$

Заметим - $\omega = \dot{\varphi}$; Таким образом получаем дифференциальное уравнение:

$$-mga\varphi = I\ddot{\varphi} \Leftrightarrow \ddot{\varphi} = -\frac{mga}{I}\varphi$$

Данное уравнение описывает гармонические колебания с циклической частотой:

$$\omega = \sqrt{\frac{mga}{I}}$$

Таким образом период колебаний физического маятника определяется по формуле:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{l^2}{12} + a^2}{ga}}$$

Сравним ее с формулой периода для математического маятника: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l\text{пр}}{g}}$. Приравняв периоды, получим приведенную длину физического маятника:

$$l\text{пр} = \frac{l^2}{12a} + a$$

Рассмотрим затухание колебаний; Очевидно амплитуда колебаний монотонно убывает с течением времени: A(t) - убывающая функция. Относительную убыль амплитуды (за малое dt)принято называть декрементом затухания: $\gamma = \frac{|dA|}{A}$. В большинстве случаев ее можно считать постоянной во времени: $\gamma(t) = \frac{-dA}{A} = const$. Проинтегруя это уравнение, получим зависимость амплитуды от времени:

$$A(t) = A_0 e^{-\gamma t}$$

Величину $\frac{1}{\gamma}$ - будем называть характерным временем затухания ($\tau_{\text{зат}}$), за которое амплитуда уменьшается в e раз.
Добротность колебательной системы(Q) - безразмерная характеристика затухания. Будем рассчитывать ее по формуле:

$$Q = \pi\frac{\tau_{\text{зат}}}{T}$$

. Для удобства в нашем эксперименте будем рассматривать затухание в 2 раза, т.е. полученное время(τ) нужно будет поделить на $\ln 2$ для определения характерного времени. Таким образом добротность будем рассчитывать по формуле:

$$Q = \pi\frac{\tau}{\ln 2T} = \pi\frac{n}{\ln 2}$$

, где n - количество полных колебаний, совершенный маятником за время τ.

3 Описание установки

Экспериментальная установка представляет из себя стальной стержень, играющий роль физического маятника, с закрепленной на нем металлической призмой с острым ребром. Эту систему устанавливают в равновесие так, что острое ребро призмы задает ось вращения стержня, при его отклонении.