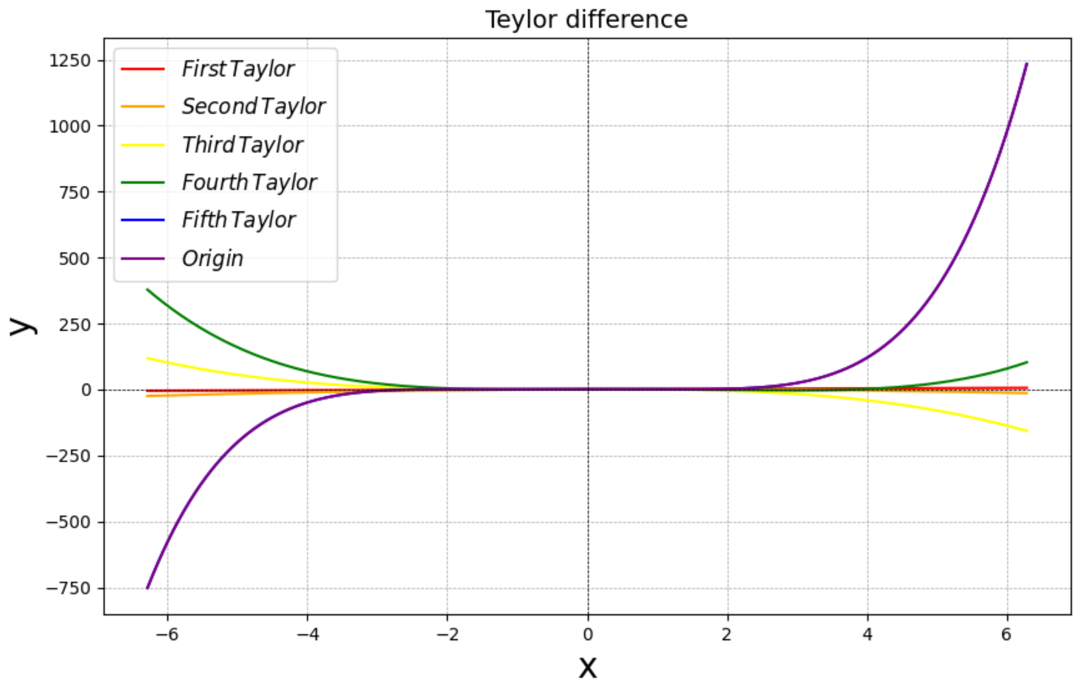

Teylor difference
First Taylor
Second Taylor
Third Taylor
Fourth Taylor
Fifth Taylor
Origin
1250
1000
750
500
250
0
−250
−500
−750
y
−6
−4
−2
0
2
4
6
x

ЛАБА №2

//

// Created by Баденко М3134 on 30.12.2024

//

$f(x) = \sin^2(\frac{\pi}{3} + x)$

Аналитический метод.

1) $f^{n}(x) = 2^{n-1} \cdot (-1)^{n+1} \cdot \sin(2x + \frac{2\pi}{3} - (n-1) \cdot \frac{\pi}{2})$

база:

$f'(x) = \sin(2x + \frac{2\pi}{3})$

2) Переход:

$f^{n-1}(x) = 2^{n-2} \cdot (-1)^{n} \cdot \sin(2x + \frac{2\pi}{3} - (n-2) \cdot \frac{\pi}{2}) \Rightarrow$

$\Rightarrow f^{n}(x) = 2^{n-2} \cdot (-1)^{n} \cdot \cos(2x + \frac{2\pi}{3} - (n-2) \cdot \frac{\pi}{2}) \cdot 2 =$

$= 2^{n-1} \cdot (-1)^{n+1} \cdot \cancel{\cos} (-\sin(2x + \frac{2\pi}{3} - (n-1)\frac{\pi}{2}) =$

$= 2^{n} \cdot (-1)^{n+1} \cdot \sin(2x + \frac{2\pi}{3} - (n-1)\frac{\pi}{2})$ ура

2) Многочлен Тейлора

$P_n(x, 0) = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} x - \frac{x^2}{2} + \dots + \frac{2^{n-1} \cdot (-1)^{n+1} \cdot \sin(2x + \frac{2\pi}{3} - (n-1)\frac{\pi}{2})}{n! \, x^{-n}}$

3) $f'(x) = \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$

Такое мы раскладывать умеем

$$f'(x) = 2x + \frac{2\pi}{3} - \frac{\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)^3}{3!} + \frac{\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)^5}{5!}$$

$$- \frac{\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n+1} \frac{\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)^{2n-1}}{(2n-1)!}$$

Но мы взяли производную, благо, мы знаем что производная для такой функции однозначна и что $\left(g(2x)^k\right)' = k \cdot (g(2x))^{k-1} \cdot 2$

$$f(x) = \frac{\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)^2}{2 \cdot 2} - \frac{\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)^4}{4! \cdot 2} + \frac{\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)^6}{6! \cdot 2} - \frac{\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)^8}{8! \cdot 2}$$

$$+ \ldots + (-1)^{n+1} \cdot \frac{\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)^{2n}}{(2n)! \cdot 2}$$

4) Остаточный член в форме Лагранжа.

$$R_n(x, 0) = \frac{f^{n+1}(\xi) \cdot x^{n+1}}{(n+1)!} = \frac{2^n \cdot (-1)^{n+2} \cdot \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3} - n \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot x^{n+1}}{(n+1)!}$$

$$|R_n(x, 0)| \leq \left| \frac{(2x)^n \cdot x}{(n+1)!} \right|$$

1) $|R_n(x)| < 10^{-3}$

$$|R_n| \leq \left|\frac{(2x)^n \cdot x}{(n+1)!}\right|_{x=-0,1} = \frac{0,2^n \cdot 0,1}{(n+1)!}$$

$\cancel{n_1:}$ $n=1$: $|R_n(x)| \leq 10^{-2}$

$n=2$: $\cancel{4}$ $|R_n(x)| \leq \frac{2}{3} \cdot 10^{-3}$

$n=3$: $|R_n(x)| \leq \frac{1}{3} \cdot 10^{-4}$

$n=4$: $|R_n(x)| \leq \frac{4}{3} \cdot 10^{-6}$

$n=5$: $|R_n(x)| \leq \frac{4}{9} \cdot 10^{-7}$

Ответ: $n_1 = 2$, $n_2 = 5$