

Санкт-Петербургский политехнический университет  
Петра Великого

Институт прикладной математики и механики  
Кафедра «Прикладная математика»

**Отчёт**  
**по лабораторной работе №1**  
**по дисциплине**  
**«Математическая статистика»**

Выполнил студент:

Кондратьев Д. А.

группа: 3630102/70301

Проверил:

к.ф.-м.н., доцент

Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург  
2020 г.

## Содержание

<b>1. Постановка задачи</b>	<b>2</b>
<b>2. Теория</b>	<b>2</b>
2.1. Распределения . . . . .	2
2.2. Гистограмма . . . . .	3
2.2.1. Определение . . . . .	3
2.2.2. Графическое описание . . . . .	3
2.2.3. Использование . . . . .	3
<b>3. Реализация</b>	<b>3</b>
<b>4. Результаты</b>	<b>4</b>
4.1. Гистограмма и график плотности распределения . . . . .	4
<b>5. Обсуждение</b>	<b>5</b>
<b>6. Литература</b>	<b>6</b>
<b>7. Приложение</b>	<b>6</b>

## Список иллюстраций

1	Нормальное распределение . . . . .	4
2	Распределение Коши . . . . .	4
3	Распределение Лапласа . . . . .	5
4	Распределение Пуассона . . . . .	5
5	Равномерное распределение . . . . .	5

## 1. Постановка задачи

Для 5-ти рапределений:

- Нормальное распределение  $N(x, 0, 1)$ ;
- Распределение Коши  $C(x, 0, 1)$ ;
- Распределение Лапласа  $L(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$ ;
- Распределение Пуассона  $P(k, 10)$ ;
- Равномерное Распределение  $U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$ ;

Сгенерировать выборки размером 10, 50 и 1000 элементов. Построить на одном рисунке гистограмму и график плотности распределения.

## 2. Теория

### 2.1. Распределения

- Нормальное распределение

$$N(x, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (1)$$

- Распределение Коши

$$C(x, 0, 1) = \frac{1}{\pi(1+x^2)} \quad (2)$$

- Распределение Лапласа

$$L\left(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\sqrt{2}|x|} \quad (3)$$

- Распределение Пуассона

$$P(k, 10) = \frac{10^k}{k!} e^{-10} \quad (4)$$

- Равномерное Распределение

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3}) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}} & |x| \leq \sqrt{3} \\ 0 & |x| > \sqrt{3} \end{cases} \quad (5)$$

## 2.2. Гистограмма

### 2.2.1. Определение

Гистограмма в математической статистике — это функция, приближающая плотность вероятности некоторого распределения, построенная на основе выборки из него [1].

### 2.2.2. Графическое описание

Графически гистограмма строится следующим образом. Сначала множество значений, которое может принимать элемент выборки, разбивается на несколько интервалов. Чаще всего эти интервалы берут одинаковыми, но это не является строгим требованием. Эти интервалы откладываются на горизонтальной оси, затем над каждым рисуется прямоугольник. Если все интервалы были одинаковыми, то высота каждого прямоугольника пропорциональна числу элементов выборки, попадающих в соответствующий интервал. Если интервалы разные, то высота прямоугольника выбирается таким образом, чтобы его площадь была пропорциональна числу элементов выборки, которые попали в этот интервал [1].

### 2.2.3. Использование

Гистограммы применяются в основном для визуализации данных на начальном этапе статистической обработки.

Построение гистограмм используется для получения эмпирической оценки плотности распределения случайной величины. Для построения гистограммы наблюдаемый диапазон изменения случайной величины разбивается на несколько интервалов и подсчитывается доля от всех измерений, попавшая в каждый из интервалов. Величина каждой доли, отнесенная к величине интервала, принимается в качестве оценки значения плотности распределения на соответствующем интервале [1].

## 3. Реализация

Лабораторная работа выполнена на программном языке *Python 3.8* в среде разработки *Jupyter Notebook 6.0.3*. В работе использовались следующие пакеты языка *Python*:

- *numpy* — для генерации выборки и работы с массивами;

- *matplotlib.pyplot* и *seaborn* — для построения графиков и гистограмм;
- *scipy.stats* — содержит все необходимые распределения.

Ссылка на исходный код лабораторной работы приведена в приложении [1].

## 4. Результаты

### 4.1. Гистограмма и график плотности распределения

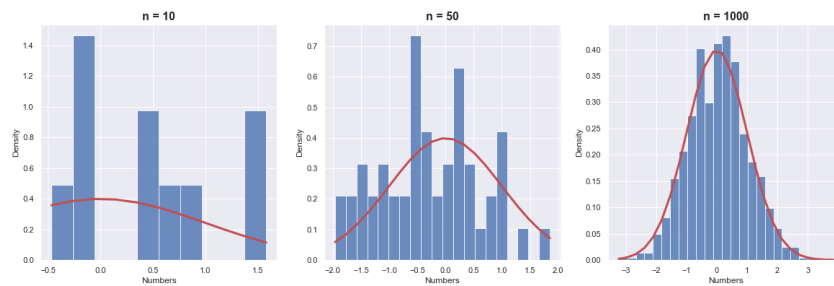


Рис. 1. Нормальное распределение

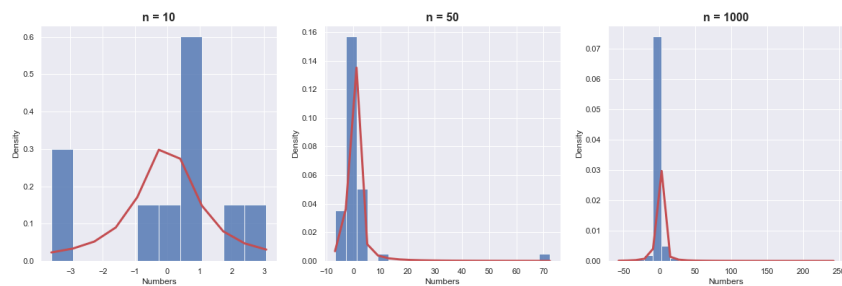


Рис. 2. Распределение Коши

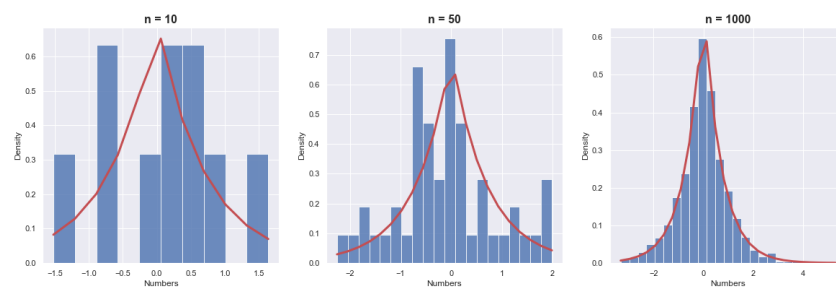


Рис. 3. Распределение Лапласа

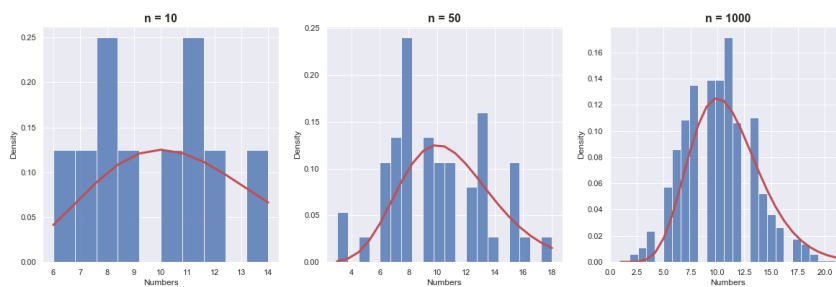


Рис. 4. Распределение Пуассона

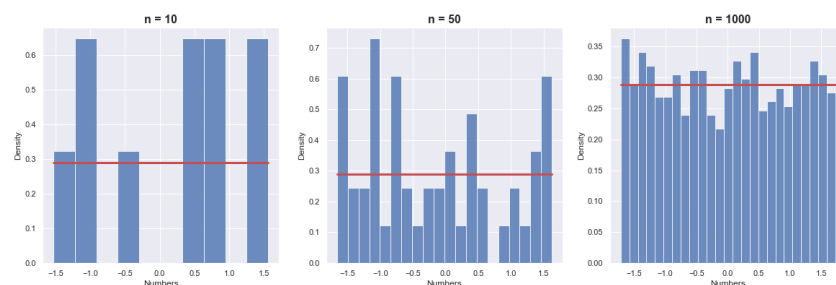


Рис. 5. Равномерное распределение

## 5. Обсуждение

Исходя из полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- От количества выборки зависит качество оценки плотности распределения с помощью гистограммы. Чем больше выборка, тем эта оценка выше.

- В гистограмме могут наблюдаться выбросы, обусловленные вероятностной природой изучаемого процесса, а также разбиением выборки на малое количество интервалов при построении гистограммы.

## 6. Литература

- 1) Histogram. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Histogram>

## 7. Приложение

- 1) Код лабораторной. URL: [https://github.com/DmitriiKondratev/MatStat/blob/master/Lab\\_1/Lab\\_1.ipynb](https://github.com/DmitriiKondratev/MatStat/blob/master/Lab_1/Lab_1.ipynb)
- 2) Код отчёта. URL: [https://github.com/DmitriiKondratev/MatStat/blob/master/Lab\\_1/Lab\\_report\\_1.tex](https://github.com/DmitriiKondratev/MatStat/blob/master/Lab_1/Lab_report_1.tex)