

## Пример 2

частичная сумма

(Асимптотика гармонического ряда)

$p = -1$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{n}\right) + \ln n + \ln 1 + \underbrace{\int_1^n \frac{1}{x^3} \{x\} \{1-x\} dx}_{\text{возраст. как fcm и ограничена}}$$

окажут, + к. на типом  
применяют с обеих сторон

$$\int_1^n \frac{1}{x^3} \{x\} \{1-x\} dx \leq \frac{1}{4} \int_1^n \frac{1}{x^3} dx \leq \frac{1}{4} \left( -\frac{1}{2} \frac{1}{x^2} \right) \Big|_1^n$$

как ↑

$$\Rightarrow \frac{1}{8} \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \leq \frac{1}{8}$$

↑ предел

тогда:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} = \ln n + \gamma + O(1)$$

↓

$\gamma \in [\frac{1}{2}; \frac{1}{2} + \frac{1}{8}]$  — постоянная Эйлера,  
оборачивает итерацию и  $\frac{1}{2} (1 + \frac{1}{n})$

---