

Сдвиг фаз в цепи переменного тока

Дмитрий Павлов, 790

Александр Савко, 790

21 сентября 2018 г.

Содержание

1 Вступление.	3
1.1 Цель работы.	3
1.2 Оборудование.	3
1.3 Экспериментальная установка.	3
2 Теоретическая часть.	4
2.1 Общий случай.	4
2.2 Векторные диаграммы.	4
3 Основная работа.	6
3.1 Исследование зависимости сдвига фаз между током и напряжением от R в RC -цепи.	6
3.2 Исследование зависимости сдвига фаз между током и напряжением от R в RL -цепи.	6
3.3 Исследование зависимости сдвига фаз между током и напряжением от частоты в RLC -контуре.	7
3.4 Исследование работы фазовращателя.	8
4 Обработка результатов.	9
4.1 RC -цепь.	9
4.2 RL -цепь.	10
4.3 Поиск добротности контура.	11
4.4 Сопротивление магазина R_M при сдвиге фаз $\pi/2$	12
5 Сведем результаты эксперимента в таблицу.	12
6 Вывод.	12

1 Вступление.

1.1 Цель работы.

Исследование зависимости сдвига фаз между током и напряжением от сопротивления в RC - и в RL -цепи; определение добротности колебательного контура, при помощи полученной в работе зависимости сдвига фаз от частоты вблизи резонанса; оценка диапазона работы фазовращателя.

1.2 Оборудование.

- Звуковой генератор (ЗГ);
- Двухканальный электронный осциллограф (ЭО);
- Магазин емкостей;
- Магазин сопротивлений;
- Эталонная катушка индуктивности;
- Резисторы;
- Мост переменного тока.

1.3 Экспериментальная установка.

Схема для исследования сдвига фаз между током и напряжением в цепи переменного тока представлена на рис. 1. Эталонная катушка L , магазин емкостей C и магазин сопротивлений R соединены последовательно и через дополнительное сопротивление r подключены к источнику синусоидального напряжения - звуковому генератору.

Сигнал, пропорциональный току, снимается с сопротивления r , пропорциональный напряжению - с генератора. Оба сигнала подаются на универсальный осциллограф. Этот осциллограф имеет два канала вертикального отклонения, что позволяет одновременно наблюдать на экране два сигнала.

Схема фазовращателя, изображенная на рис. 2, содержит два одинаковых резистора R_1 , смонтированных на отдельной плате, магазин сопротивлений R и магазин емкостей C .

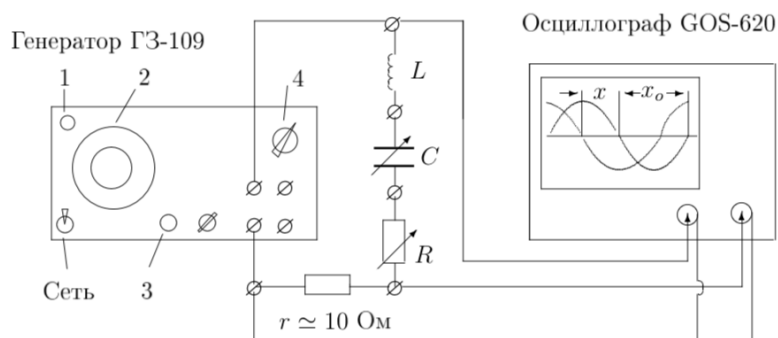


Рисунок 1 – Схема для исследования сдвига фаз между током и напряжением в цепи переменного тока.

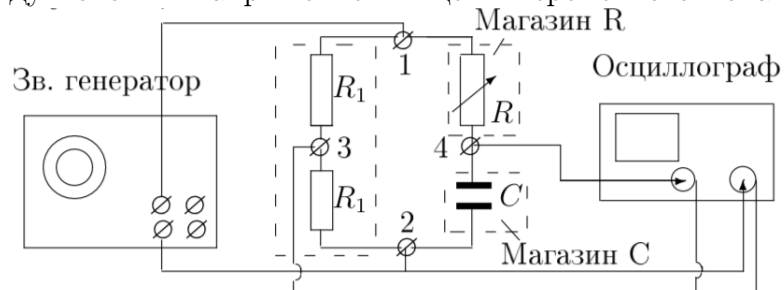
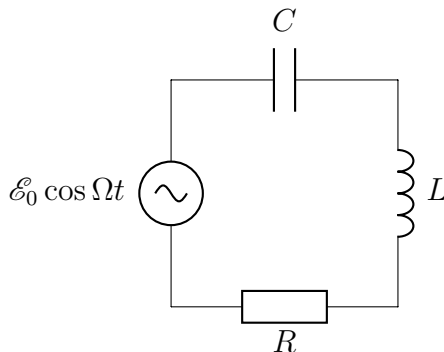


Рисунок 2 – Схема фазовращателя.

2 Теоретическая часть.

2.1 Общий случай.

Рассмотрим RLC -контур, подключённый к источнику внешней ЭДС, изменяющейся по гармоническому закону: $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos(\Omega t)$.



Обозначим разность потенциалов на конденсаторе через U_C , а ток, текущий в контуре, через I . Сумма падений напряжения на элементах цепи равна ЭДС самоиндукции плюс ЭДС источника:

$$RI + U_C = -L \frac{dI}{dt} + \mathcal{E}_0 \cos \Omega t$$

При решении линейного дифференциального уравнения получаем выражение:

$$I_0 \left[R + i \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C} \right) \right] = \mathcal{E}_0$$

Величина, стоящая в скобках называется импедансом контура и обозначается Z

$$Z = R + i \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C} \right)$$

Представим импеданс Z в показательной форме:

$$Z = |Z| e^{i\psi}; |Z| = \sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C} \right)^2}; \psi = \arctg \frac{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}{R} \quad (1)$$

Итого, ток отстаёт от напряжения по фазе на величину ψ , определяемую отношением мнимой и действительной частей импеданса. Амплитуда колебаний обратно пропорциональна модулю импеданса $|Z|$.

2.2 Векторные диаграммы.

Рассмотрим несколько частных случаев.

1. К источнику синусоидального напряжения подключено только чисто активное сопротивление R . В этом случае из формул (1) следует, что $\psi = 0$. Ток в активном сопротивлении совпадает по фазе с напряжением на нём.
2. К источнику подключена только ёмкость C (конденсатор без потерь). При этом $\psi = -\pi/2$. Ток опережает напряжение по фазе на $\pi/2$.

3. К источнику подключена только катушка самоиндукции с индуктивностью L , активное сопротивление которой $R_L = 0$. При этом $\psi = \pi/2$. Ток в цепи отстаёт по фазе от напряжения на $\pi/2$.
4. В общем случае, когда к источнику последовательно подключены резистор, конденсатор и катушка самоиндукции, сдвиг фазы между током и входным напряжением лежит в пределах: $-\pi/2 < \psi < +\pi/2$.

Построим векторную диаграмму напряжений для контура, изображённого на рис. В.6. К источнику переменного напряжения $\mathcal{E}_0 \cos \Omega t$ последовательно подключены резистор R , катушка индуктивности L , действительная часть импеданса которой равна r_L , и ёмкость C . Четыре вольтметра измеряют напряжения на элементах цепи, амперметр измеряет ток.

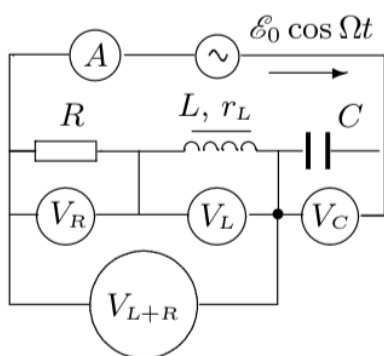


Рис. В.6. Последовательный контур

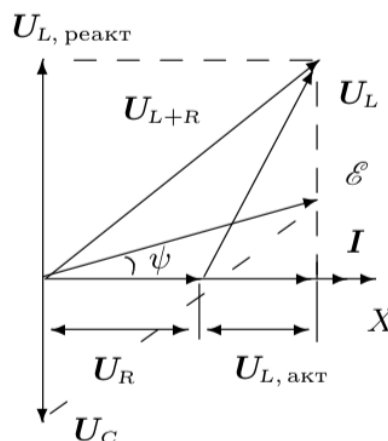


Рис. В.7. Векторная диаграмма (последовательный контур)

Отложим вектор I вдоль оси абсцисс (рис. В.7). Напряжение на резисторе совпадает по фазе с током, поэтому вектор U_R также будет направлен вдоль оси абсцисс. Напряжение на конденсаторе (без потерь) отстаёт по фазе от тока на угол $\psi = \pi/2$, поэтому вектор U_C направлен вниз вдоль оси ординат. Векторное равенство напряжений $U_{L+R} = U_L + U_R$ позволяет построить треугольник по трём сторонам. Сделаем две насечки: первую — радиусом, равным модулю вектора U_{L+R} , из начала вектора U_R (начала координат); вторую — радиусом, равным модулю вектора U_L , из конца вектора U_R . Точка пересечения насечек определяет положение векторов U_{L+R} и U_L на диаграмме. Сложив векторы U_{L+R} и U_C , получим вектор входного напряжения на контуре. Угол ψ показывает, каков сдвиг фаз между током и напряжением в цепи.

Разложим теперь вектор U_L по осям координат. Проекция U_L на ось абсцисс позволяет определить $U_{L, акт}$ — напряжение на активной части импеданса катушки, а проекция на ось ординат даёт реактивную часть $U_{L, реакт}$. Поделив эти напряжения на ток I , найдём действительную часть импеданса катушки r_L и мнимую ΩL .

3 Основная работа.

3.1 Исследование зависимости сдвига фаз между током и напряжением от R в RC –цепи.

Пользуясь схемой, изображенной на рис. 1, найдем зависимость сдвига фаз между током и напряжением от R в RC –цепи. Для этого закоротим катушку индуктивности. На магазине емкости поставим емкость $C = 0.5$ мкФ, $\nu = 1$ кГц.

Рассчитаем реактивное сопротивление цепи по формуле: $X_1 = 1/(\Omega C) = 1/(2\pi\nu C)$. Где $\Omega = 2\pi\nu$ - циклическая частота.

$$X_1 = \frac{1}{\Omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C} = \frac{1}{2\pi \cdot 1000\text{Гц} \cdot 0.5\text{мкФ}} = 318.3\text{Ом}.$$

Увеличивая сопротивление R от нуля до $10 \cdot X_1$, проведем измерения сдвига фаз ψ .

Таблица 1 – Сдвиг фаз в RC –контуре в зависимости от R .

R , Ом	x , см	x_0 , см	ψ
0	2.5	5	0.5π
200	1.6	5	0.32π
400	1.2	4.4	0.27π
600	0.4	4.5	0.09π
900	0.6	5	0.12π
1200	0.2	4.5	0.04π

3.2 Исследование зависимости сдвига фаз между током и напряжением от R в RL –цепи.

Пользуясь схемой, изображенной на рис. 1, найдем зависимость сдвига фаз между током и напряжением от R в RL –цепи. Для этого закоротим магазин емкостей. На катушке поставим индуктивность $L = 50$ мГн, $\nu = 1$ кГц.

Рассчитаем реактивное сопротивление цепи по формуле: $X_2 = \Omega L = 2\pi\nu C$.

$$X_2 = \Omega L = 2\pi\nu L = 2\pi \cdot 1000\text{Гц} \cdot 50\text{Гн} = 314\text{Ом}.$$

Увеличивая сопротивление R от нуля до $10 \cdot X_2$, проведем измерения сдвига фаз ψ .

Таблица 2 – Сдвиг фаз в RL –контуре в зависимости от R .

R , Ом	x , см	x_0 , см	ψ
0	2.2	4.9	0.45π
200	1.4	4.9	0.29π
600	0.6	4.9	0.12π
900	0.4	4.9	0.08π
1200	0.2	4.9	0.04π

3.3 Исследование зависимости сдвига фаз между током и напряжением от частоты в RLC -контуре.

В цепи, изображенной на рис. 1, Установим значения $R = 0$, $L = 50$ мГн, $C = 0.5$ мкФ. Рассчитаем резонансную частоту по формуле: $\nu = 1/(2\pi\sqrt{LC})$.

$$\nu = \frac{1}{(2\pi\sqrt{LC})} = \frac{1}{2\pi\sqrt{50\text{мГн} \cdot 0.5\text{мкФ}}} = 1006\text{Гц}.$$

Снимем зависимость сдвига фаз от частоты. Для этого:

- Подберем частоту 3Γ , чтобы получить резонанс в цепи. При резонансе $\psi = 0$, и нулевые значения двух синусоид должны совместиться, а при равенстве амплитуд синусоиды полностью совпадают.

$$\nu_{\text{эсп}} = 1020\text{Гц}.$$

- Оценим по картинке на экране ЭО диапазон измерения частоты, в котором сдвиг фазы меняется от $\pi/3$ до $-\pi/3$.
- Снимем зависимость сдвига фаз от частоты в этом диапазоне, меняя частоту в обе стороны от резонансного значения. С изменением частоты меняется расстояние x_0 , которое занимает половина периода синусоиды, поэтому каждый раз фиксируем отношение x/x_0 .

Таблица 3 – Сдвиг фаз в RLC -контуре в зависимости от частоты при $R = 0$ Ом.

ν , Гц	x , см	x_0 , см	ψ	ν , Гц	x , см	x_0 , см	ψ
910	1.6	5.3	0.3π	1020	0	4.8	0
930	1.5	5	0.3π	1040	0.5	4.8	0.1π
950	1.2	5	0.24π	1060	0.8	4.7	0.17π
970	0.9	5	0.18π	1090	1	4.6	0.22π
990	0.6	5	0.12π	1100	1.2	4.5	0.27π
1000	0.3	4.8	0.06π	1120	1.3	4.4	0.3π

- Повторим измерения сдвига фаз для сопротивления $R = 100$ Ом.

Таблица 4 – Сдвиг фаз в RLC -контуре в зависимости от частоты при $R = 100$ Ом.

ν , Гц	x , см	x_0 , см	ψ	ν , Гц	x , см	x_0 , см	ψ
900	0.8	5.2	0.15π	1020	0	4.8	0
920	0.6	5	0.12π	1040	0.2	4.8	0.04π
940	0.4	5	0.08π	1060	0.4	4.7	0.09π
960	0.3	5	0.06π	1090	0.5	4.6	0.11π
980	0.2	4.9	0.04π	1100	0.6	4.5	0.13π
1000	0	4.8	0	1120	0.6	4.5	0.08π

Таблица 5 - Проверка приборов с помощью моста Е7-8.

Значение	Номинальное, Ом	Реальное, Ом
r	12.4	12.43
$R_{\text{кат}}$	31.5	32.77

3.4 Исследование работы фазовращателя.

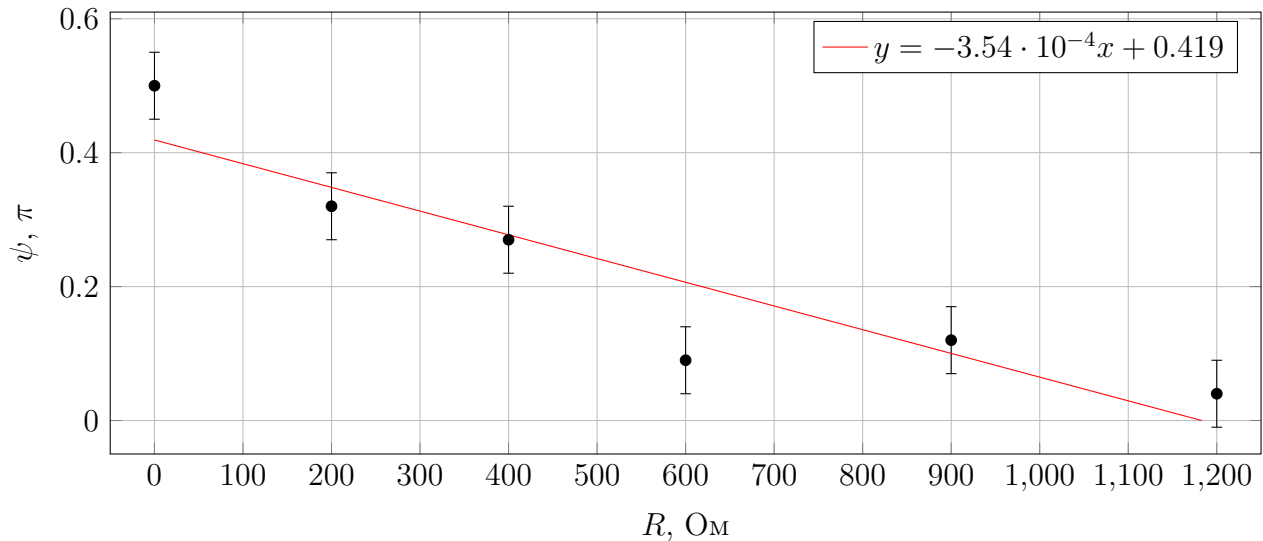
Необходимо найти сопротивление R , при котором сдвиг фаз равен $\pi/2$. Соберем схему, изображенную на рис. 2, и установим $C = 0.5\text{мкФ}$, $\nu = 1\text{ кГц}$. При $R = 3800\text{ Ом}$ сдвиг фаз равен $\pi/2$.

4 Обработка результатов.

4.1 RC -цепь.

Для RC -цепи построим график $\psi = f(R + r)$, где R - сопротивление, выставленное на магазине сопротивлений, r - сопротивление резистора, включенного в цепь. Из графика определим сопротивление R для $\psi = \pi/2$.

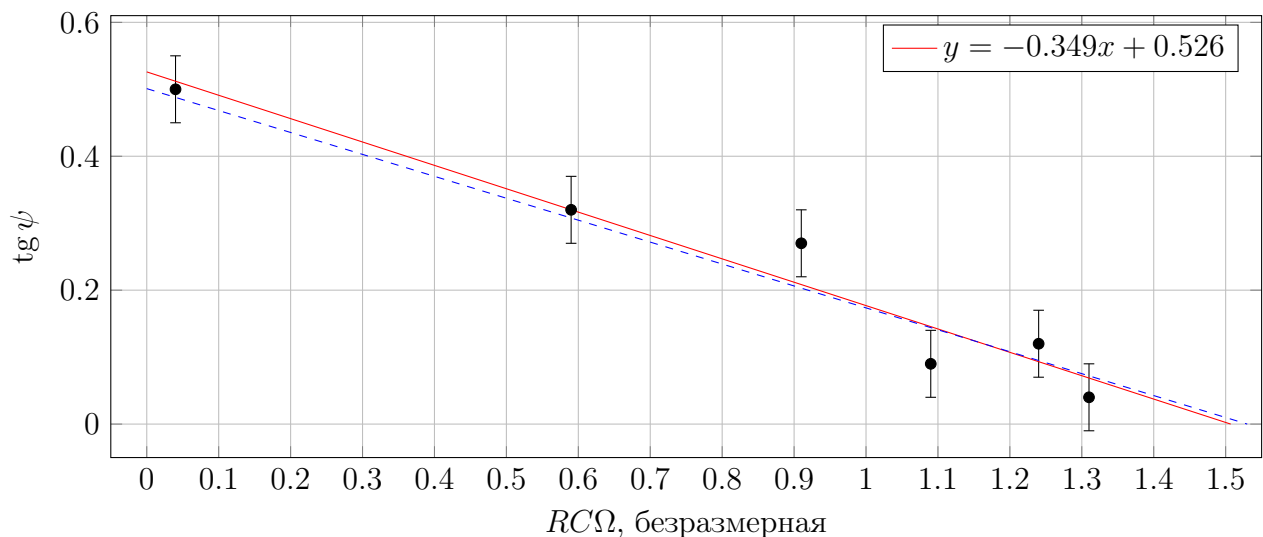
Сдвиг фаз в RC -цепи в зависимости от сопротивления R



По графику определим сопротивление R , для $\psi = \pi/2$. $R =$, при этом рассчитанное значение: $R = 314$ Ом.

Построим график $\operatorname{tg} \psi = f(\frac{1}{\omega R_{\Sigma} C})$, где $R_{\Sigma} = R + r$. Построим также теоретический график (пунктир).

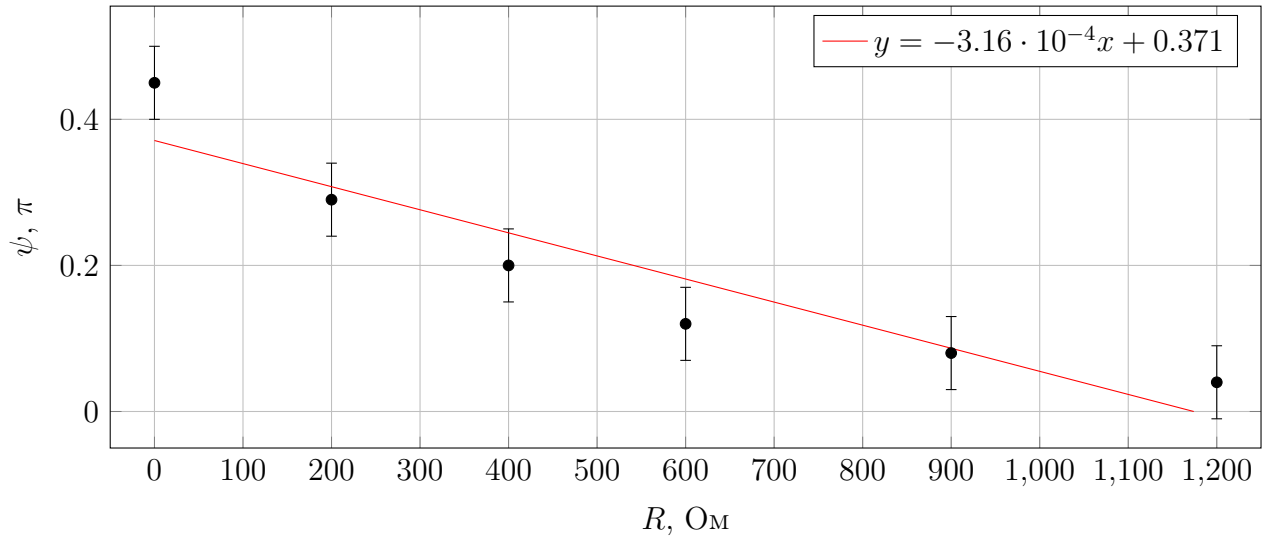
Сдвиг фаз в RC -цепи в зависимости от $RC\Omega$



4.2 RL -цепь.

Для RL -цепи построим график $\psi = f(R+r+R_L)$, где R_L - сопротивление, выставленное катушки индуктивности. Из графика определим сопротивление R для $\psi = \pi/2$.

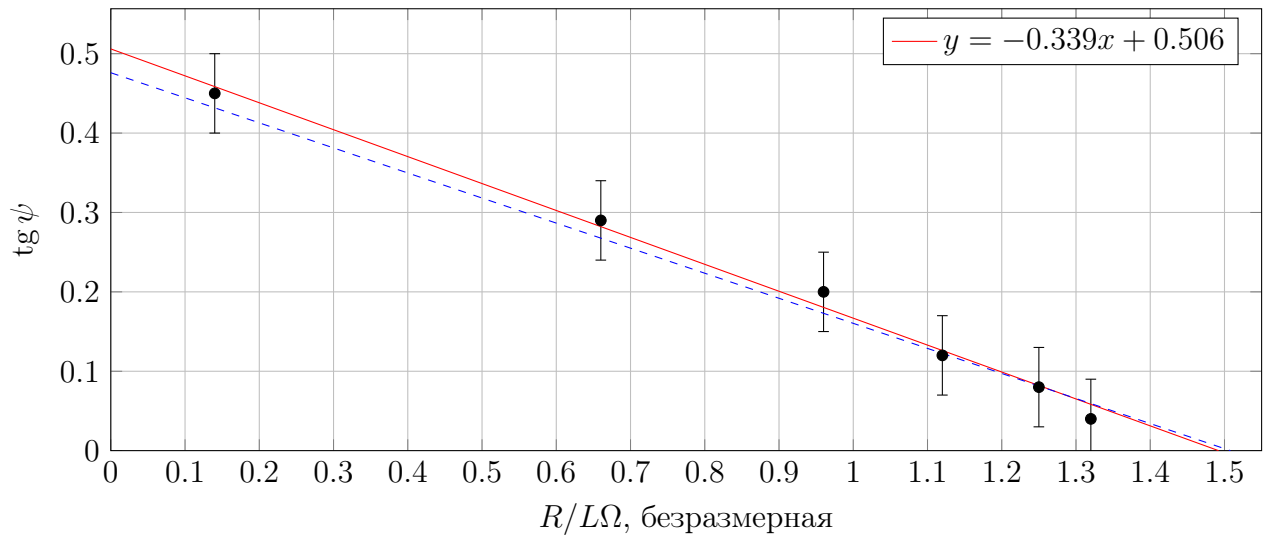
Сдвиг фаз в RL -цепи в зависимости от сопротивления R



По графику определим сопротивление R , для $\psi = \pi/2$. $R =$, при этом рассчитанное значение: $R = 310$ Ом.

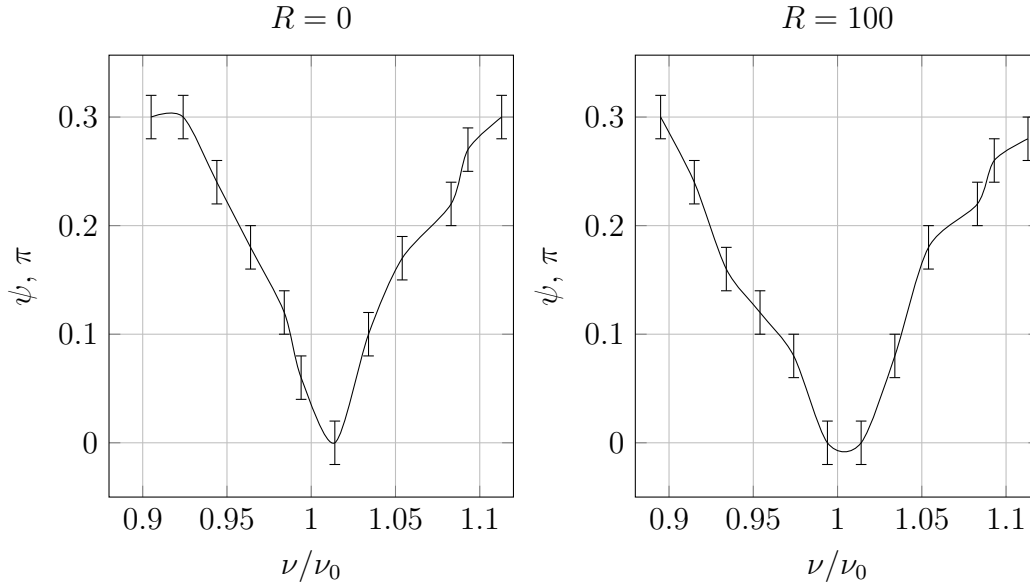
Построим график $\text{tg } \psi = f(\frac{\omega L}{R_1})$, где $R_1 = R + r + R_L$. Построим также теоретический график (пунктир).

Сдвиг фаз в RL -цепи в зависимости от $R/L\Omega$



4.3 Поиск добротности контура.

Найдем добротность колебательного контура при $R = 0\Omega$ и $R = 100\Omega$. Для этого измерим $\Delta\nu$ при сдвиге фаз $\psi = \pi/4$. Тогда $Q = \nu_0/(2\Delta\nu)$.



Добротность найденная из графиков:

$$Q_1 = \frac{\nu_0}{2\Delta\nu} = \frac{1006\Gamma_{\Pi}}{2 \cdot 18\Gamma_{\Pi}} = 27.9$$

$$Q_2 = \frac{\nu_0}{2\Delta\nu} = \frac{1006\Gamma_{\Pi}}{2 \cdot 20\Gamma_{\Pi}} = 25.15$$

Найдем добротность контура вторым способом: рассчитаем добротность через параметры контура R, L, C .

$$Q_{\text{теор}} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{12.43\text{Ом}} \sqrt{\frac{0.5\text{мГн}}{0.5\text{мкФ}}} = 25.5$$

Оценим погрешность:

$$\begin{aligned} \sigma(Q) &= \sqrt{\left(\frac{\sigma(r)}{r}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma(L)}{L}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma(C)}{C}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{0.01}{12.4}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{0.05}{50 \cdot 10^{-3}}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{10^{-6}}{0.5 \cdot 10^{-6}}\right)^2} = 0.7. \\ \varepsilon(Q) &= \frac{\sigma(Q)}{Q} = \frac{0.7}{25.5} = 0.027 = 2.7\%. \end{aligned}$$

4.4 Сопротивление магазина R_M при сдвиге фаз $\pi/2$.

Построим векторную диаграмму фазовращателя; с ее помощью рассчитаем сопротивление магазина R_M , при котором сдвиг фаз между током и напряжением равен $\pi/2$. Сравним результат с экспериментом.

Воспользуемся рис. В.7.

Сдвиг фаз между током и напряжением равен $\pi/2$. Сопротивление магазина найдем при условии что вектора тока и напряжения на векторной диаграмме перпендикулярны, тогда получим $R_M = 310 \text{ Ом}$, что не отличается от эксперимента: см пункт 4.1, 4.2.

5 Сведем результаты эксперимента в таблицу.

Таблица 6 – Итоговая таблица.

			Q	Q	
$L_{\text{кат}}$	R_M	R_{Σ}	Рез. кривая	$f(LCR)$	Фазовращ. $R_M(\psi = \pi/2)$
50 мГн	0	12.4 Ом	27.9	25.5	Эксп
50 мГн	100	145.1 Ом	25.15	25.5	Теор

6 Вывод.

Изучили влияние на сдвиг фаз между током и напряжением в цепи переменного тока индуктивности, активного сопротивления и ёмкости. Полученное экспериментальным способом добротность не сильно отличается от теоретической.

Таблица 7 – Итоги.

R, Ω	Q	$\sigma(Q)$	$\varepsilon(Q)$
0	27.9	0.7	2.7%
100	25.15	0.7 Ом	2.7%