

## 25 (высокий уровень, время – 20 минут)

**Тема:** Обработка целых чисел. Проверка делимости

**Что проверяется:**

Умение создавать собственные программы (10–20 строк) для обработки целочисленной информации.

*1.5.2. Цепочки (конечные последовательности), деревья, списки, графы, матрицы (массивы), псевдослучайные последовательности (?).*

*1.1.3. Строить информационные модели объектов, систем и процессов в виде алгоритмов.*

**Что нужно знать:**

- в известных задачах этого типа (не олимпиадных) нет ограничения на время выполнения, по крайней мере, оно несущественно для отрезков, заданных для перебора; поэтому можно использовать простой перебор без оптимизации;
- задачи этого типа предлагается решать с электронных таблиц или собственной программы; как правило, написать правильную программу значительно проще
- пусть необходимо перебрать все целые числа на отрезке  $[a; b]$  и подсчитать, для скольких из них выполняется некоторое условие; общая структура цикла перебора записывается так (Python):

```
count = 0
for n in range(a, b+1):
    if УСЛОВИЕ ВЫПОЛНЕНО:
        count += 1
print( count )
```

Pascal:

```
count := 0;
for n:=a to b do
    if УСЛОВИЕ ВЫПОЛНЕНО then
        count := count + 1;
writeln(count);
```

C++:

```
int count = 0;
for(int n = a; n <= b; n++)
    if( УСЛОВИЕ ВЫПОЛНЕНО )
        count += 1;
std::cout << count;
```

- проверку условия удобно оформить в виде функции, возвращающей логическое значение (True/False), но можно этого и не делать
- проверить делимость числа  $n$  на число  $d$  можно с помощью операции взятия остатка от деления  $n$  на  $x$ : если остаток равен 0, число  $n$  делится на  $x$  нацело
- проверка делимости на языке Python выглядит так:

```
if n % d == 0:
    print("Делится")
else: print("Не делится")
```

- тоже самое на Pascal

```
if n mod d = 0 then
    writeln('Делится')
else writeln('Не делится')
```

- то же самое на C++

```
if( n % d == 0 )
    std::cout << "Делится";
else std::cout << "Не делится";
```

### Количество делителей

- для определения числа делителей натурального числа  $n$  можно использовать цикл, в котором перебираются все возможные делители  $d$  от 1 до  $n$ , при обнаружении делителя увеличивается счётчик делителей:

```
count = 0
for d in range(1, n+1):
    if n % d == 0:
        count += 1
print( count ) # вывести количество делителей
```

- тоже самое на Pascal

```
count := 0;
for d:=1 to n do
    if n mod d = 0 then
        count := count + 1;
writeln( count );
```

- то же самое на C++

```
int count = 0;
for(int d = 1; d <= n; d++)
    if( n % d == 0 ) count ++;
std::cout << count; // вывести количество делителей
```

- если требуется определить не только количество делителей, но и сами делители, нужно сохранять их в массиве
- в языке Python удобно использовать динамический массив: сначала он пуст, а при обнаружении очередного делителя этот делитель добавляется в массив:

```
divs = []
for d in range(1,n+1): # перебор всех возможных делителей
    if n % d == 0:      # если нашли делитель d
        divs.append(d) # то добавили его в массив
```

- в языках Pascal и C++ проще обойтись без динамического массива; здесь есть два варианта:
  - 1) выделить массив достаточного размера для хранения всех делителей; например, количество делителей числа  $n$  явно не превышает  $n$ ;
  - 2) хранить только нужное количество делителей, например, если нас интересуют числа, имеющие 4 делителя, достаточно выделить массив из 4-х элементов, а остальные делители в массив не записывать
- перебор делителей можно оптимизировать, учитывая, что наименьший из пары делителей, таких что  $a \cdot b = n$ , не превышает квадратного корня из  $n$ ; нужно только аккуратно обработать случай, когда число  $n$  представляет собой квадрат другого целого числа;
- отметим, что для чисел, которые предлагаются в вариантах заданий, такая оптимизация не обязательна; более того, усложнение программы может привести к дополнительным ошибкам...

### Простые числа

- простое число  $n$  делится только на 1 и само на себя, причём единица не считается простым числом; таким образом, любое простое число имеет только два делителя
- для определения простоты числа можно считать общее количество его делителей; если их ровно два, то число простое, если не два – не простое:

```

nDel = 0                # количество делителей числа
for d in range(1, n+1): # все возможные делители
    if n % d == 0:
        nDel += 1        # нашли ещё делитель
if nDel == 2:
    print( "Число простое" )
else:
    print( "Число составное" )

```

- работу программы можно ускорить: если уже найдено больше двух делителей, то число не простое и можно досрочно закончить работу цикла с помощью оператора **break**:

```

nDel = 0                # количество делителей числа
for d in range(1, n+1): # все возможные делители
    if n % d == 0:
        nDel += 1        # нашли ещё делитель
        if nDel > 2:      # уже не простое число
            break         # досрочный выход из цикла
if nDel == 2:
    print( "Число простое" )
else:
    print( "Число составное" )

```

- другой вариант – считать количество делителей числа на отрезке  $[2; n-1]$ ; как только хотя бы один такой делитель будет найден, можно завершить цикл, потому что число явно не простое:

```

nDel = 0                # количество делителей на отрезке [2; n-1]
for d in range(2, n):
    if n % d == 0:
        nDel += 1        # нашли делитель
        break           # досрочный выход из цикла
if nDel == 0:
    print( "Число простое" )
else:
    print( "Число составное" )

```

- можно сделать то же самое с помощью логической переменной:

```

prime = True            # сначала считаем число простым
for d in range(2, n):
    if n % d == 0:
        prime = False   # уже не простое
        break           # досрочный выход из цикла
if prime:
    print( "Число простое" )
else:
    print( "Число составное" )

```

- тоже самое на Pascal

```

prime := True;          { сначала считаем число простым }
for d:=2 to n-1 do
    if n mod d = 0 then begin
        prime := False; { уже не простое }
        break          { досрочный выход из цикла }
    end;
if prime then
    writeln( 'Число простое' )

```

```
else
    writeln( 'Число составное' );
```

- то же самое на C++

```
bool prime = true;           // сначала считаем число простым
for( int d = 2; d <= n-1; d++ )
    if( n % d == 0 ) {
        prime = false; // уже не простое
        break;         // досрочный выход из цикла
    }
if( count == 2 )
    std::cout << "Число простое";
else
    std::cout << "Число составное";
```

- в этом задании обычно предлагаются большие числа, поэтому проверка делимости на все числа от 2 до  $n-1$  выполняется очень долго, и на устаревших компьютерах время работы приведённого выше алгоритма может быть слишком велико
- программу можно оптимизировать, если вспомнить, что наименьший из пары делителей, таких что  $a \cdot b = n$ , не превышает квадратного корня из  $n$ ; поэтому можно закончить перебор значением  $\sqrt{n}$ , округлив его до ближайшего целого числа; если на отрезке  $[2; \sqrt{n}]$  не найден ни один делитель, их нет и на отрезке  $[\sqrt{n} + 1, n - 1]$
- следовательно, можно существенно ускорить перебор, изменив конечное значение переменной цикла:

```
for d in range(2, round(sqrt(n))+1):
```

- на языке Pascal:

```
for d:=2 to round(sqrt(n)) do
```

- на языке C++:

```
for( int d = 2; d <= round(sqrt(n)); d++ )
```

### Особенности языка Python

- (В. Ялдыгин) при записи больших чисел в Python можно использовать знаки подчеркивания; например, `7_777_777` обозначает то же самое, что и `7777777`.

### Пример задания:

**Р-04 (Демо-вариант 2023).** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

– символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;  
 – символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность. Например, маске `123*4?5` соответствуют числа `123405` и `12300405`.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^{10}$ , найдите все числа, соответствующие маске `1?2139*4`, делящиеся на 2023 без остатка.

В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 2023.

### Решение (программа на Python, Г. Федченко)

```
s = []
list_c2 = [""] + list(str(n) for n in range(1000)) + \
           list("0" + str(n) for n in range(100)) + \
           list("00" + str(n) for n in range(10))
```

```

for x in "0123456789":
    for y in list_c2:
        n = int(f"1{x}2139{y}4")
        if n % 2023 == 0:
            s.append(n)
s.sort()
for n in s:
    print( n, n // 2023 )

```

Решение (программа на Python, А. Родионов, Т. Цыбин)

```

for i in range(1021394//2023 + 1, 1921399994//2023 + 1):
    num = str(2023 * i)
    if num[0] == '1' and num[-1] == '4' and num[2:6] == '2139':
        print(num, i)

```

Решение (программа на Python, А. Калинин)

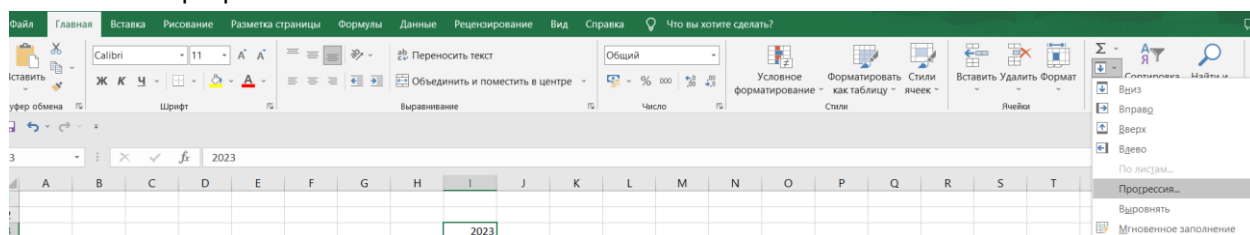
```

from itertools import product
for a in '0123456789':
    for L in range (0, 3+1):
        for i in product('0123456789', repeat = L):
            b = ''.join(i)
            x = int('1' + a + '2139' + b + '4')
            if x%2023==0:
                print (x, x//2023)

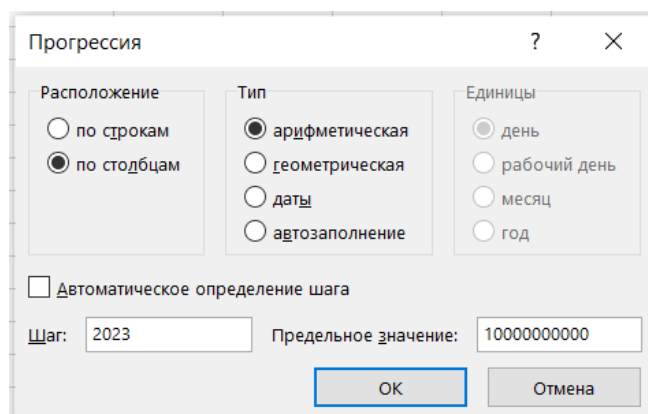
```

Решение (электронные таблицы, PRO100 ЕГЭ)

- 1) Сгенерируем последовательность из всех чисел, которые нам могут подойти. Так как числа должны делиться на 2023, то мы будем проверять не все  $10^{10}$  чисел, а только кратные 2023: 2023, 4046, 6069...
- 2) С помощью «прогрессии» генерируем данные числа. В ячейку записываем число 2023 и нажимаем «прогрессия...»

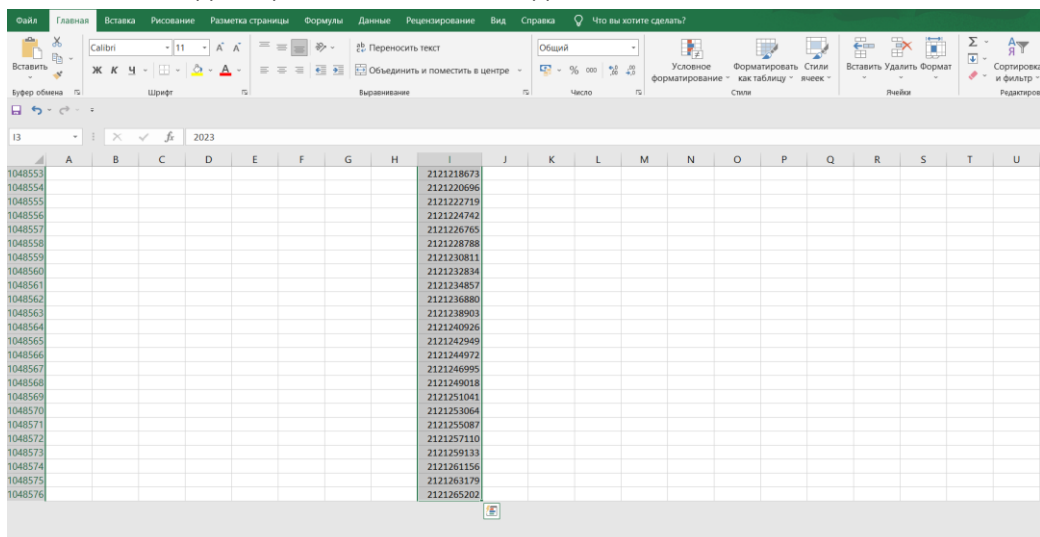


- 3) Выбираем расположение – «По столбцам», тип – арифметическая, шаг - 2023 и предельное значение –  $10^{10}$ .

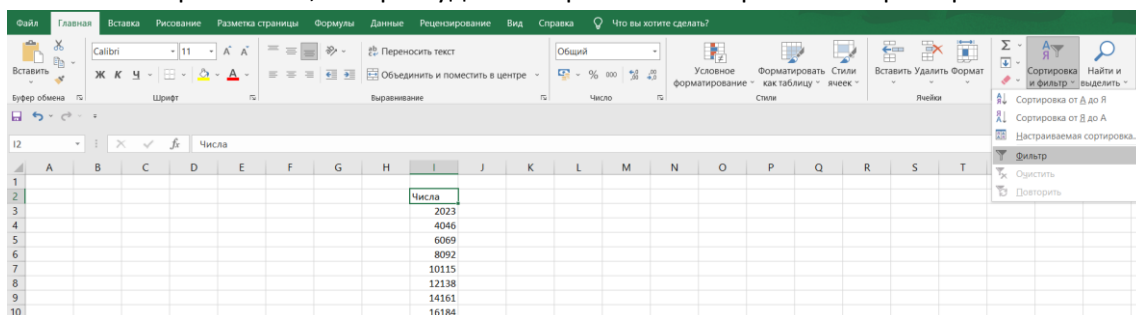


- 4) Последовательность сгенерировалась. Нажимаем ctrl + shift + стрелка вниз. Как мы видим все числа не поместились. Но учитывая маску 1?2139\*4 и предельное значение  $10^{10}$ , все числа,

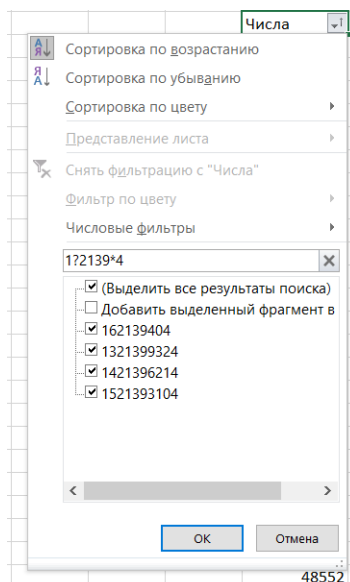
среди которых будем осуществлять поиск, сгенерировались, так как нужные нам числа начинаются с единицы и имеют не более десяти знаков.



5) Осталось выбрать числа, которые удовлетворяют маске. Применяем фильтр:



6) В поле "Поиск" вставляем нужную маску:



7) Нажимаем на Ок и получаем все числа, которые удовлетворяют маске. Осталось для каждого полученного числа найти частное при делении на 2023:

J80150										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2									Числа	
80150									162139404	80148
653190									1321399324	653188
702620									1421396214	702618
752050									1521393104	752048

8) Ответ:

162139404	80148
1321399324	653188
1421396214	702618
1521393104	752048

### Ещё пример задания:

**P-03.** Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку  $[77\,777\,777; 88\,888\,888]$ , у которых ровно пять различных нечётных делителей (количество чётных делителей может быть любым). В ответе перечислите найденные числа, справа от каждого числа запишите его наименьший нечётный делитель, не равный 1.

#### Решение (программа перебирает числа из отрезка, разбор – В.Н. Шубинкин)

- Отметим, что простой перебор (решение «в лоб») для такой задачи будет работать порядка 20 минут, что неприемлемо в условиях экзамена.
- Чтобы написать эффективный алгоритм, обратимся к математике. Известно, что любое число единственным образом (с точностью до порядка сомножителей) представимо в виде произведения простых чисел:  $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_m^{k_m}$ . Здесь  $p_i$  ( $i=1, \dots, m$ ) – различные простые делители, а  $k_i$  ( $i=1, \dots, m$ ) – их кратности (натуральные числа).
- Все делители числа (кроме 1) можно получить, взяв произведения всевозможных комбинаций простых множителей. Например,  $18 = 2 \cdot 3^2$ , поэтому делители числа 18 – это 1 и 2, 3,  $2 \cdot 3 = 6$ ,  $3 \cdot 3 = 9$ ,  $2 \cdot 3^2 = 18$ .
- Рассмотрим случай, когда в разложение числа на простые множители входит ровно два простых нечётных числа каждое в первой степени:  $n = 2^k p_1 p_2$ . Тогда число  $n$  делится на 1,  $p_1$ ,  $p_2$  и произведение  $p_1 p_2$ , т.е. имеет 4 нечётных делителя. Такой случай нам не подходит.
- Попробуем взять одно из простых чисел во второй степени:  $n = 2^k p_1^2 p_2$ . Тогда нечётными делителями числа  $n$  будут: 1,  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_1^2$ ,  $p_1 p_2$ ,  $p_1^2 p_2$ . Это уже 6 делителей. Очевидно, что при увеличении количества нечётных простых делителей мы также получим больше 5 нечётных делителей исходного числа.
- Сделаем ключевой для решения задачи вывод: **если число имеет ровно 5 нечётных делителей, в его разложение на простые множители может входить только 1 нечётное простое число**. Тогда этими делителями будут 1,  $p$ ,  $p^2$ ,  $p^3$ ,  $p^4$ , а само число имеет вид  $n = 2^k p^4$ , где  $k$  – натуральное число или ноль,  $p$  – нечётное простое число.
- Задача свелась к тому, чтобы перебрать числа из отрезка и, убрав из их разложения на простые множители  $2^k$ , определить является ли то что осталось четвёртой степенью простого числа. Наименьшим простым нечётным делителем, отличным от единицы, будет это простое число. Для определения простоты числа воспользуемся вариантом функции `isPrime()` без вещественных чисел (см. идеи в P-02 и P-01).
- Программа на Python:

```

# функция для определения простоты числа
def isPrime( x ):
    if x <= 1: return False
    d = 2
    while d*d <= x:
        if x % d == 0:
            return False
        d += 1
    return True

start, end = 77777777, 88888888
from math import sqrt
# перебираем все числа из отрезка
for n in range(start, end+1):
    x = n
    # убираем из разложения числа x на простые множители все двойки
    while x % 2 == 0: x //= 2
    # находим корень четвёртой степени из того, что осталось
    qX = round(sqrt(sqrt(x)))
    # проверяем, является ли x четвёртой степенью простого числа
    if isPrime(qX) and qX**4 == x:
        print( n, qX )

```

9) Решение на PascalABC.NET с использованием модуля school:

```

uses school;
begin
    var startN := 77777777;
    var endN := 88888888;
    // перебираем числа из отрезка
    for var x0 := startN to endN do begin
        var x := x0;
        // убираем из разложения числа x на простые множители все
        // двойки
        while x.IsEven do x := x div 2;
        // находим корень четвёртой степени из того, что осталось
        var qX := round(sqrt(sqrt(x)));
        // проверяем, является ли x четвёртой степенью простого числа
        if qX.IsPrime and (qX*qX*qX*qX = x) then
            Println( x0, qX );
        end;
    end.

```

10) Ответ:

```

77900162 79
78074896 47
78675968 7
80604484 67
81920000 5
84934656 3
85525504 17

```



**Решение (программа перебирает только простые числа, В.Н. Шубинкин)**

- 1) Основная идея решения та же, но теперь будем перебирать не числа из отрезка, а простые числа. Если при возведении нечётного простого числа в четвёртую степень и умножении его на какую-либо степень двойки (в т.ч. нулевую), получится число, входящее в отрезок из условия, то оно пойдёт в ответ.
- 2) Достаточно перебрать все простые числа, не превосходящие корень четвёртой степени из правого конца отрезка

```
start, end = 77777777, 88888888
primes = [2]
for i in range(3, int(end**0.25) + 1, 2):
    flag = True
    for d in range(2, int(i**0.5) + 1):
        if i % d == 0:
            flag = False
            break
    if flag:
        primes.append(i)
```

- 3) В Python существует конструкция **for... else....** Действия по ветке **else** выполняются в том случае, если цикл завершился без **break**. Зная это, код можно слегка сократить:

```
primes = [2]
for i in range(3, int(end**0.25) + 1, 2):
    for d in range(2, int(i**0.5) + 1):
        if i % d == 0:
            break
    else:
        primes.append(i)
```

- 4) Теперь будем возводить каждое нечётное простое число в четвёртую степень и умножать на два, пока не попадём в нужный отрезок либо не перескочим через него:

```
ans = []
# рассматриваем все простые числа, кроме двойки
for el in primes[1:]:
    num = el**4
    while num <= end:
        if num >= start:
            ans.append((num, el))
        num *= 2
```

- 5) При таком подходе к решению, ответ необходимо отсортировать, так как мы будем получать значения в порядке возрастания простых чисел, а не чисел из отрезка

```
print(*sorted(ans), sep='\n')
```

- 6) Полное решение на Python:

```
start, end = 77777777, 88888888
primes = [2]
for i in range(3, int(end**0.25) + 1, 2):
    for d in range(2, int(i**0.5) + 1):
        if i % d == 0:
            break
    else:
        primes.append(i)
```

```

ans = []
for el in primes[1:]:
    num = el**4
    while num <= end:
        if num >= start:
            ans.append([num, el])
        num *= 2
print(*sorted(ans), sep='\n')

```

7) Полное решение на PascalABC.NET

```

begin
    var startN := 77777777; var endN := 88888888;
    // генерируем список простых чисел
    var primes := new List<integer>;
    primes.Add(2);
    foreach var i in range(3, round(endN**0.25) + 1, 2) do
    begin
        var flag := true;
        for var d := 2 to round(i ** 0.5) do
            if i mod d = 0 then begin
                flag := false;
                break
            end;
        if flag then primes.add(i)
    end;

    // создаём список кортежей пар чисел, которые пойдут в ответ
    var ans := new List<System.Tuple<real,integer>>;
    // перебираем простые числа, кроме двойки
    foreach var el in primes[1:] do
    begin
        // возводим наши простые числа в четвёртую степень...
        var num := el**4;
        // ...и умножаем на 2, пока они не перескочат через наш отрезок
        while num <= endN do
        begin
            // если при этом число попало в отрезок, помещаем его в ответ
            if num >= startN then ans.Add((num, el));
            num *= 2
        end;
    end;
    // сортируем полученные значения
    ans.Sort();
    // выводим на экран ответ
    foreach var par in ans do
        writeln(par)
    end.

```

8) Ответ:

(77900162, 79)

(78074896, 47)

(78675968, 7)  
 (80604484, 67)  
 (81920000, 5)  
 (84934656, 3)  
 (85525504, 17)  
 (88529281, 97)

### Ещё пример задания:

**Р-02 (демо-2021).** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [174457; 174505], числа, имеющие ровно два различных натуральных делителя, не считая единицы и самого числа. Для каждого найденного числа запишите эти два делителя в таблицу на экране с новой строки в порядке возрастания произведения этих двух делителей. Делители в строке таблицы также должны следовать в порядке возрастания.

#### Решение (перебор с помощью программы):

- 11) если число имеет ровно два делителя, отличных от единицы и самого числа, то произведение этих делителей и есть само число; таким образом, строки в таблице должны быть записаны в порядке возрастания чисел, которые они образуют;
- 12) чтобы сами делители в одной строке были записаны в порядке возрастания, нужно выполнять перебор от меньшего числа на отрезке к большему;
- 13) эффективно использовать ускоренный перебор делителей, то есть для числа  $N$  перебирать только числа от 2 до  $q = \sqrt{N}$  (не включая точный квадратный корень, если он существует); все делители – парные, то есть если  $a$  – делитель  $N$ , то  $b = N/a$  – тоже делитель  $N$
- 14) программа была написана при разборе задачи Р-00, она подходит для любого заданного количества делителей; так как здесь нам нужно выводить все делители, кроме единицы и самого числа, цикле перебора делителей начинаем с 2 и включаем  $q = \sqrt{N}$ ; если очередной делитель  $d$  – это точный квадратный корень, добавляем в список делителей только один делитель, если нет – то добавляем пару делителей ( $d, x // d$ ):

```
from math import sqrt
divCount = 2 # нужное количество делителей
for n in range(174457, 174505+1):
    divs = []
    q = int(sqrt(n))
    for d in range(2, q+1):
        if n % d == 0:
            if d == n//d:
                divs = divs + [d]
            else:
                divs = divs + [d, n//d]
            if len(divs) > divCount: break
    if len(divs) == divCount:
        print( *divs )
```

- 15) поскольку делителей всего 2, сортировать их не нужно – первым всегда будет меньший из делителей
- 16) Ответ:

3 58153  
 7 24923  
 59 2957

13 13421

149 1171

5 34897

211 827

2 87251

17) программа на Паскале:

```

const divCount = 2;
var n, count, d, i, j, q: longint;
    divs: array[1..divCount] of longint;
begin
    for n:=174457 to 174505 do begin
        count := 0;
        q := floor(sqrt(n));
        for d:=2 to q do
            if n mod d = 0 then begin
                count := count + 2;
                if count <= divCount then begin
                    divs[count-1] := d;
                    if d <> n div d then
                        divs[count] := n div d;
                    end
                else break
            end;
        if count = divCount then begin
            for i:=1 to divCount do
                write(divs[i], ' ');
            writeln
        end
    end
end.

```

18) программа на C++:

```

#include <iostream>
#include <cmath>
int main()
{
    const int divCount = 2;
    int divs[divCount] = {};
    for( int n = 174457; n <= 174505; n++ ) {
        int count = 0;
        int q = int(sqrt(n));
        for( int d = 2; d <= q; d++ )
            if( n % d == 0 ) {
                count += 2;
                if( count <= divCount ) {
                    divs[count-2] = d;
                    if( d != n / d )
                        divs[count-1] = n / d;
                }
            }
        else break;
    }
}

```

```

        if( count == divCount ) {
            for( int i = 0; i < divCount; i++ )
                std::cout << divs[i] << ' ';
            std::cout << std::endl;
        }
    }
}

```

**Решение (перебор с помощью программы без использования sqrt):**

- 1) при использовании функции для вычисления мы получаем вещественное (не целое) число; вещественные числа (почти всегда) хранятся в памяти компьютера неточно (из-за ограниченного числа разрядов, выделенных на дробную часть), поэтому
  - а) возникает вопрос, куда округлять полученный корень: к меньшему или к большему целому числу?
  - б) нужно аккуратно учесть случай, когда число является полным квадратом другого числа
- 2) для того чтобы вообще избавиться от работы с дробными числами, удобно заменить условие `d <= sqrt(n)` на равносильное условие, использующее только целые значения: `d*d <= n`; при этом, правда, придётся заменить цикл `for` на `while` и вручную увеличивать переменную `d` в конце каждой итерации цикла

- 3) получается такая программа:

```

divCount = 2 # нужное количество делителей
for n in range(174457, 174505+1):
    divs = []
    d = 2
    while d*d <= n:
        if n % d == 0:
            divs.append( d )
            if n//d > d:
                divs.append( n//d )
            if len(divs) > divCount: break
        d += 1
    if len(divs) == divCount:
        print( *divs )

```

- 4) аналогичная программа на Паскале:

```

const divCount = 2;
var n, count, d, i: longint;
    divs: array[1..divCount] of longint;
begin
    for n:=174457 to 174505 do begin
        count := 0;
        d := 2;
        while d*d <= n do begin
            if n mod d = 0 then begin
                count := count + 2;
                if count <= divCount then begin
                    divs[count-1] := d;
                    if d <> n div d then
                        divs[count] := n div d;
                end
            end
            else break
        end
    end
end

```

```

        end;
        d := d + 1;
    end;
    if count = divCount then begin
        for i:=1 to divCount do
            write(divs[i], ' ');
            writeln
        end
    end
end.

```

5) программа на C++:

```

#include <iostream>
#include <cmath>
int main()
{
    const int divCount = 2;
    int divs[divCount] = {};
    for( int n = 174457; n <= 174505; n++ ) {
        int count = 0;
        int d = 2;
        while( d*d <= n ) {
            if( n % d == 0 ) {
                count += 2;
                if( count <= divCount ) {
                    divs[count-2] = d;
                    if( d != n / d )
                        divs[count-1] = n / d;
                }
                else break;
            }
            d += 1;
        }
        if( count == divCount ) {
            for( int i = 0; i < divCount; i++ )
                std::cout << divs[i] << ' ';
            std::cout << std::endl;
        }
    }
}

```

**Решение (программа без массива, И.В. Степанов):**

- 1) учитывая, что в этой задаче нас интересуют только два делителя, можно вместо массива использовать две дополнительных переменные:

```

for i in range (174457, 174505+1):
    k = 0;
    for j in range (2, i):
        if i % j == 0:
            k = k + 1;
            if k == 1: d1 = j
            if k == 2: d2 = j
    if k == 2:

```

```
print( d1, d2 )
```

- 2) вариант программы на Паскале:

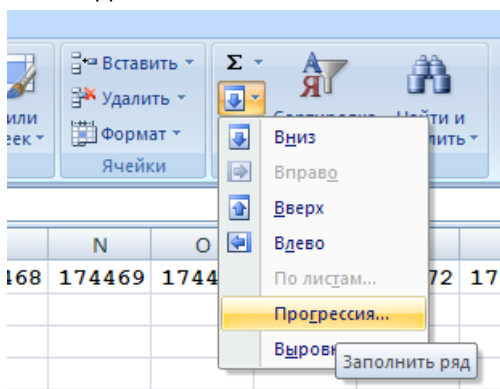
```
var i, j, k, d1, d2: longint;
begin
  for i:=174457 to 174505 do begin
    k := 0;
    for j:= 2 to i-1 do
      if i mod j = 0 then begin
        k:= k + 1;
        if k = 1 then d1:= j;
        if k = 2 then d2:= j;
      end;
    if k = 2 then
      writeln( d1, ' ', d2 );
    end;
  end.
```

**Решение (электронные таблицы, И.В. Степанов):**

- 1) перебор можно организовать и с помощью электронных таблиц, используя функцию ОСТАТ (MOD) ; для этого в первый столбец занесём все делители от 2 до квадратного корня из наибольшего числа ( $\sqrt{174505} \approx 417, \dots$ ), а в первую строку – все натуральные числа заданного отрезка:

	A	B	C	D	E
1		174457	174458	174459	174460
2	2				
3	3				
4	4				
5	5				
6	6				
7	7				

- 2) в Excel для этого можно использовать команду *Заполнить - Прогрессия*:



**Прогрессия**

Расположение:  
☒ по строкам  
☐ по столбцам

Тип:  
☒ арифметическая  
☐ геометрическая  
☐ даты  
☐ автозаполнение

Единицы:  
☒ день  
☐ рабочий день  
☐ месяц  
☐ год

☐ Автоматическое определение шага

Шаг: 1      Предельное значение: 174505

ОК      Отмена

- 3) середину таблицы, начиная с B2, заполняем остатками от деления чисел из первой строки на делители из первого столбца;

	A	B	C	D	E
1		174457	174458	174459	174460
2	2	1	0	1	0
3	3	1	2	0	1
4	4	1	2	3	0

В OpenOffice Calc вместо **ОСТАТ** нужно использовать функцию **MOD**

- 4) ниже 417-й строки считаем для каждого числа количество делителей; нас интересуют числа, у которых один делитель на отрезке [2; 417]; используем функцию **СЧЁТЕСЛИ**, с помощью которой считаем нули в каждом столбце (ноль говорит о том, что число из первой строки разделилось нацело на делитель в первом столбце)

	A	B	C	D	E
415	415	157	158	159	160
416	416	153	154	155	156
417	417	151	152	153	154
418		0	3	1	23

В OpenOffice Calc вместо **СЧЁТЕСЛИ** нужно использовать функцию **COUNTIF**

- 5) для тех чисел, у которых всего один делитель, меньший или равный 417, находим его с помощью функции **ПОИСКПОЗ**; она находит в столбце 0 и определяет его позицию (третий аргумент функции **ПОИСКПОЗ** означает точное совпадение):

	A	B	C	D	E	F
415	415	157	158	159	160	161
416	416	153	154	155	156	157
417	417	151	152	153	154	155
418		0	3	1	23	1
419				3		7

В OpenOffice Calc нужно использовать формулу

**=IF (B418=1;MATCH (0;B1:B417;0);"")**



- 6) теперь вычисляем второй делитель: делим число в первой строке на первый делитель, всё это только для подходящих чисел:

	B420		$\text{=ЕСЛИ(B418=1;B1/B419;"")}$				
	A	B	C	D	E	F	
415	415	157	158	159	160	161	
416	416	153	154	155	156	157	
417	417	151	152	153	154	155	
418		0	3	1	23	1	
419				3		7	
420				58153		24923	

В OpenOffice Calc нужно использовать формулу

$\text{=IF(B418=1;B1/B419;"")}$

- 7) теперь остаётся выписать найденные пары делителей  
8) Ответ:

3 58153  
7 24923  
59 2957  
13 13421  
149 1171  
5 34897  
211 827  
2 87251

### Ещё пример задания:

**P-01.** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [3532000; 3532160], простые числа. Выведите все найденные простые числа в порядке возрастания, слева от каждого числа выведите его номер по порядку.

- 1) поскольку нужно вывести не только сами числа, но и их порядковые номера, нужно использовать счётчик:

```
count = 0
for n in range(3532000, 3532160+1):
    if число n простое:
        count += 1
        print( count, n )
```

**Решение (простой перебор, может работать очень долго):**

- 1) для определения простоты числа ищем полное количество делителей, если оно равно 2, то число простое:

```
count = 0
for n in range(3532000, 3532160+1):
    nDel = 0
    for d in range(1, n+1):
        if n % d == 0: nDel += 1
        if nDel > 2: break
    if nDel == 2:
        count += 1
        print( count, n )
```

- 2) полная программа а языке Pascal:

```
var n, count, d, nDel: longint;
begin
  count := 0;
  for n:=3532000 to 3532160 do begin
    nDel := 0;
    for d:=1 to n do
      if n mod d = 0 then begin
        nDel := nDel + 1;
        if nDel > 2 then break;
      end;
    if nDel = 2 then begin
      count := count + 1;
      writeln( count, ' ', n )
    end
  end
end.
```

- 3) полная программа а языке C++:

```
#include <iostream>
#include <cmath>
int main()
{
  int count = 0;
  for( int n = 3532000; n <= 3532160; n++ ) {
    int nDel = 0;
    for( int d = 1; d <= n; d++ )
      if( n % d == 0 ) {
        nDel += 1;
        if( nDel > 2 ) break;
      }
    if( nDel == 2 ) {
      count++;
      std::cout << count << ' ' << n << std::endl;
    }
  }
}
```

- 4) Ответ:

```
1 3532007
2 3532019
3 3532021
4 3532033
5 3532049
6 3532091
7 3532103
8 3532121
9 3532147
```

**Решение (ускорение перебора, А.Н. Носкин):**

- 1) идея ускорения времени выполнения программы состоит в том, что все простые числа, кроме 2 являются нечетными числами;

- 2) тогда внешний цикл надо начинать не с числа 3532000, а с числа 3532001, при этом шаг цикла составит +2. Окончанием цикла также можно сделать не число 3532160, а 3532159;
- 3) внутренний цикл также должен иметь шаг +2
- 4) приведем полную программу:

```
count = 0
for n in range(3532001, 3532159+1, 2):
    nDel = 0
    for d in range(1, n+1, 2):
        if n % d == 0: nDel += 1
        if nDel > 2: break
    if nDel == 2:
        count += 1
    print( count, n )
```

**Решение (ускорение перебора, перебор до  $\sqrt{n}$ ):**

- 1) полная программа на языке Python:

```
from math import sqrt
count = 0
for n in range(3532000, 3532160+1):
    prime = True
    for d in range(2, round(sqrt(n))):
        if n % d == 0:
            prime = False
            break
    if prime:
        count += 1
    print( count, n )
```

- 2) **(Б.С. Михлин)** ещё один вариант, в котором вместо функции sqrt используется возведение в степень 0,5:

```
count = 0
for n in range(3532000, 3532160+1):
    for d in range(2, round(n**0.5)+1):
        if n % d == 0:
            break
    else: # else относится к циклу "for d ...", а не к "if"
        # блок выполняется, если не сработал "break"
        count += 1
    print( count, n )
```

- 3) **(Б.С. Михлин)** компактное решение, использующее встроенную функцию **all** – она возвращает логическое значение **True**, если все элементы переданного ей списка равны **True**; возвращает **False**, если хотя бы один из них равен **False**:

```
count=0
for n in range(3532000, 3532160+1):
    # если у 'n' нет делителей от 2 до корня из n
    # (т.е. все 'd' дают остаток отличный от нуля):
    if all( n%d!=0 for d in range(2, round(n**0.5)+1) ):
        count+=1
    print(count, n)
```

- 4) вариант с функцией **isPrime**, которая возвращает логическое значение **True** (истина) для простых чисел и **False** (ложь) для составных:

```

from math import sqrt
def isPrime(n):
    for d in range(2, round(sqrt(n)+1) ):
        if n % d == 0:
            return False
    return True

count = 0
for n in range(3532000, 3532160+1):
    if isPrime(n):
        count += 1
    print( count, n )

```

5) Ответ:

```

1 3532007
2 3532019
3 3532021
4 3532033
5 3532049
6 3532091
7 3532103
8 3532121
9 3532147

```

**Решение (программа на языке Pascal):**

- 5) обратим внимание на заданный отрезок [3532000; 3532160]; числа в нём превышают 32767 – предел для 16-битных целых чисел типа **integer**; поэтому для того, чтобы программа работала правильно на всех системах, вместо **integer** используем тип **longint**, такие переменные всегда занимают 4 байта (диапазон от –2147483648 до 2147483647)
- 6) для каждого числа **n** из заданного диапазона в цикле ищем делители; количество найденных простых чисел хранится в переменной **count**:

```

var n, count, d: longint;
    prime: boolean;
begin
    count := 0;
    for n:=3532000 to 3532160 do begin
        prime := True;
        for d:=2 to round(sqrt(n)) do
            if n mod d = 0 then begin
                prime := False;
                break;
            end;
        if prime then begin
            count := count + 1;
            writeln( count, ' ', n )
        end
    end
end.

```

- 7) вариант с функцией **isPrime**, которая возвращает логическое значение **True** (истина) для простых чисел и **False** (ложь) для составных:

```

var n, count: longint;

```

```

function isPrime( n: integer ): boolean;
var d: longint;
begin
  isPrime := True;
  for d:=2 to round(sqrt(n)) do
    if n mod d = 0 then begin
      isPrime := False;
      break;
    end;
  end;
begin
  count := 0;
  for n:=3532000 to 3532160 do begin
    if isPrime(n) then begin
      count := count + 1;
      writeln( count, ' ', n )
    end
  end
end.

```

6) Ответ:

```

1 3532007
2 3532019
3 3532021
4 3532033
5 3532049
6 3532091
7 3532103
8 3532121
9 3532147

```

**Решение (программа на языке C++):**

8) для того, чтобы использовать математические функции. нужно подключить заголовочный файл `cmath`:

```
#include <cmath>
```

9) полная программа на языке C++:

```

#include <iostream>
#include <cmath>
int main()
{
  int count = 0;
  for( int n = 3532000; n <= 3532160; n++ ) {
    bool prime = true;
    for( int d = 2; d <= round(sqrt(n)); d++ )
      if( n % d == 0 ) {
        prime = false;
        break;
      }
    if( prime ) {
      count++;
      std::cout << count << ' ' << n << std::endl;
    }
  }
}

```

```

    }
}
}

```

- 10) вариант с функцией `isPrime`, которая возвращает логическое значение `true` (истина) для простых чисел и `false` (ложь) для составных:

```

#include <iostream>
#include <cmath>
bool isPrime( int n )
{
    bool prime = true;
    for( int d = 2; d <= round(sqrt(n)); d++ )
        if( n % d == 0 ) {
            prime = false;
            break;
        }
    return prime;
}
int main()
{
    int count = 0;
    for( int n = 3532000; n <= 3532160; n++ )
        if( isPrime(n) ) {
            count++;
            std::cout << count << ' ' << n << std::endl;
        }
}

```

- 11) Ответ:

```

1 3532007
2 3532019
3 3532021
4 3532033
5 3532049
6 3532091
7 3532103
8 3532121
9 3532147

```

### Ещё пример задания:

**P-00.** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [194455; 194500], числа, имеющие ровно 4 различных делителя. Выведите эти четыре делителя для каждого найденного числа в порядке возрастания.

#### Решение (простой перебор):

- 1) поскольку заданный отрезок [194455; 194500] содержит не так много чисел, можно решать задачу простым перебором, особо не заботясь об эффективности вычислений
- 2) при написании программы на языке Python можно поступить так

```

for для всех чисел n в интервале:
    divs = массив всех делителей n

```

```
if len(divs) == 4:
    вывести массив делителей
```

- 3) полная программа на языке Python:

```
for n in range(194455, 194500+1):
    divs = []
    for d in range(1, n+1):
        if n % d == 0:
            divs.append(d)
    if len(divs) == 4:
        print( *divs )
```

- 4) (Б.С. Михлин) построить массив делителей на языке Python можно и с помощью генератора списка:

```
for n in range(194455, 194500+1):
    divs = [d for d in range(1, n+1) if n % d == 0]
    if len(divs) == 4:
        print( *divs )
```

Аналогично можно построить массив делителей, удовлетворяющих заданному условию, например, всех чётных делителей:

```
for n in range(194455, 194500+1):
    divs = [d for d in range(1, n+1)
            if n % d == 0 and d % 2 == 0]
    if len(divs) == 4:
        print( *divs )
```

К сожалению, этот способ сложно использовать в других языках программирования.

- 5) в качестве оптимизации можно прерывать работу внутреннего цикла, когда найден пятый делитель (число  $n$  уже точно не подходит), но это не критично:

```
for n in range(194455, 194500+1):
    divs = []
    for d in range(1, n+1):
        if n % d == 0:
            divs.append(d)
            if len(divs) > 4: break
    if len(divs) == 4:
        print( *divs )
```

- 6) ещё один вариант программы (с функцией, которая возвращает массив делителей):

```
def allDivisors(n):
    divs = []
    for d in range(1, n+1):
        if n % d == 0:
            divs.append(d)
    return divs

for n in range(194455, 194500+1):
    divs = allDivisors(n)
    if len(divs) == 4:
        print( *divs )
```

- 7) Ответ:

1 5 38891 194455

1 163 1193 194459

1 139 1399 194461

1 2 97231 194462  
 1 113 1721 194473  
 1 439 443 194477  
 1 2 97241 194482  
 1 43 4523 194489  
 1 11 17681 194491

#### Решение (ускоренный перебор):

- идея состоит в том, чтобы для определения количества делителей числа  $N$  перебирать только числа до  $q = \sqrt{N}$ ; если число  $q$  целое, его нужно добавить в список делителей, а все остальные делители – парные, то есть если  $a$  – делитель  $N$ , то  $b = N/a$  – тоже делитель  $N$
- получается такая программа, которая подходит для любого заданного количества делителей:

```
from math import sqrt
divCount = 4 # нужное количество делителей
for n in range(194455, 194500+1):
    divs = []
    q = round(sqrt(n))
    if q*q == n:
        divs = [q]
        q -= 1
    for d in range(1, q+1):
        if n % d == 0:
            divs = divs + [d, n//d]
            if len(divs) > divCount: break
    if len(divs) == divCount:
        print( *sorted(divs) )
```

- Ответ:

1 5 38891 194455  
 1 163 1193 194459  
 1 139 1399 194461  
 1 2 97231 194462  
 1 113 1721 194473  
 1 439 443 194477  
 1 2 97241 194482  
 1 43 4523 194489  
 1 11 17681 194491

#### Решение (программа на языке Pascal):

- обратим внимание на заданный отрезок [194455; 194500]; числа в нём превышают 32767 – предел для 16-битных целых чисел типа **integer**; поэтому для того, чтобы программа работала правильно на всех системах, вместо **integer** используем тип **longint**, такие переменные всегда занимают 4 байта (диапазон от –2147483648 до 2147483647)
- поскольку нас интересуют только числа, у которых 4 делителя, можно хранить в памяти только первые 4 найденных делителя, а как только будет найден пятый, заканчивать поиск делителей (число нам точно не подходит); такой подход позволяет отказаться от использования динамических массивов и выделить один массив из 4 элементов:

```
divs: array[1..4] of longint;
```



- 3) для каждого числа  $n$  из заданного диапазона в цикле ищем делители; количество найденных делителей хранится в переменной `count`:

```
count := 0;
for d:=1 to n do           { перебор всех возможных делителей }
  if n mod d = 0 then begin { нашли делитель }
    count := count + 1;
    if count <= 4 then      { сохраняем первые 4 делителя }
      divs[count] := d
    else break             { нашли пятый => выходим }
  end;
```

- 4) полная программа на языке Pascal:

```
var n, count, d, i: longint;
    divs: array[1..4] of longint;
begin
  for n:=194455 to 194500 do begin
    count := 0;
    for d:=1 to n do
      if n mod d = 0 then begin
        count := count + 1;
        if count <= 4 then
          divs[count] := d
        else break
      end;
    if count = 4 then begin
      for i:=1 to 4 do
        write(divs[i], ' ');
      writeln
    end
  end
end.
```

- 5) вариант с функцией `divsNumber`, которая возвращает количество делителей числа:

```
var n, i: longint;
    divs: array[1..4] of longint;
function divsNumber(n: longint): longint;
var count, d: integer; { локальные переменные }
begin
  count := 0;
  for d:=1 to n do
    if n mod d = 0 then begin
      count := count + 1;
      if count <= 4 then
        divs[count] := d
      else break
    end;
  divsNumber := count
end;
begin
  for n:=194455 to 194500 do begin
    if divsNumber(n) = 4 then begin
      for i:=1 to 4 do
```

```

        write(divs[i], ' ');
    writeln
end
end;
end.

```

- 8) ускоренный перебор (до  $q = \sqrt{N}$ ); в отличие от программы на Python, нужно вручную делать сортировку массива, поскольку делители записывались в массив не в порядке возрастания:

```

const divCount = 4;
var n, count, d, i, j, q: longint;
    divs: array[1..divCount] of longint;
begin
    for n:=194455 to 194500 do begin
        count := 0;
        q := round(sqrt(n));
        if q*q = n then begin
            count := count + 1;
            divs[count] := q;
            q := q - 1;
        end;
        for d:=1 to q do
            if n mod d = 0 then begin
                count := count + 2;
                if count <= divCount then begin
                    divs[count-1] := d;
                    divs[count] := n div d;
                end
            end else break
        end;
        if count = divCount then begin
            { сортировка массива divs }
            for i:=1 to divCount do
                for j:=i to divCount-1 do
                    if divs[j] > divs[j+1] then
                        swap( divs[j], divs[j+1] );
                for i:=1 to divCount do
                    write(divs[i], ' ');
                writeln
            end
        end
    end.

```

- 9) Ответ:

```

1 5 38891 194455
1 163 1193 194459
1 139 1399 194461
1 2 97231 194462
1 113 1721 194473
1 439 443 194477
1 2 97241 194482
1 43 4523 194489
1 11 17681 194491

```

**Решение (программа на языке C++):**

- 1) при программировании на языке C++ нужно не забыть, что нумерация элементов массивов начинается с нуля
- 2) полная программа на языке C++:

```
#include <iostream>
int main()
{
    int divs[4] = {};
    for( int n = 194455; n <= 194500; n++ ) {
        int count = 0;
        for( int d = 1; d <= n; d++ )
            if( n % d == 0 ) {
                count ++;
                if( count <= 4 )
                    divs[count-1] = d;
                else break;
            }
        if( count == 4 ) {
            for( int i = 0; i < 4; i++ )
                std::cout << divs[i] << ' ';
            std::cout << std::endl;
        }
    }
}
```

- 3) вариант с функцией **divsNumber**, которая возвращает количество делителей числа и заполняет переданный ей массив первыми 4-мя делителями:

```
#include <iostream>
int divsNumber( int n, int divs[] )
{
    int count = 0;
    for( int d = 1; d <= n; d++ )
        if( n % d == 0 ) {
            count ++;
            if( count <= 4 )
                divs[count-1] = d;
            else break;
        }
    return count;
}
int main()
{
    int divs[4] = {};
    for( int n = 194455; n <= 194500; n++ ) {
        if( divsNumber(n, divs) == 4 ) {
            for( int i = 0; i < 4; i++ )
                std::cout << divs[i] << ' ';
            std::cout << std::endl;
        }
    }
}
```

- 4) ускоренный перебор (до  $q = \sqrt{N}$ ); в отличие от программы на Python, нужно вручную делать сортировку массива, поскольку делители записывались в массив не в порядке возрастания:

```
#include <iostream>
#include <cmath>
int main()
{
    const int divCount = 4;
    int divs[divCount] = {};
    for( int n = 194455; n <= 194500; n++ ) {
        int count = 0;
        int q = round(sqrt(n));
        if( q*q == n ) {
            divs[count] = q;
            count ++;
            q -= 1;
        }
        for( int d = 1; d <= q; d++ )
            if( n % d == 0 ) {
                count += 2;
                if( count <= divCount ) {
                    divs[count-2] = d;
                    divs[count-1] = n / d;
                }
                else break;
            }
        if( count == divCount ) {
            // сортировка массива divs
            for( int i = 0; i < divCount; i++ )
                for( int j = i; j < divCount-1; j++ )
                    if( divs[j] > divs[j+1] ) {
                        int temp = divs[j];
                        divs[j] = divs[j+1];
                        divs[j+1] = temp;
                    }
            for( int i = 0; i < divCount; i++ )
                std::cout << divs[i] << ' ';
            std::cout << std::endl;
        }
    }
}
```

- 5) Ответ:

```
1 5 38891 194455
1 163 1193 194459
1 139 1399 194461
1 2 97231 194462
1 113 1721 194473
1 439 443 194477
1 2 97241 194482
1 43 4523 194489
1 11 17681 194491
```

- 6) (Д. Муфаззалов Ф., г. Уфа) Ускоренный перебор на языке С++ можно осуществлять
- без сортировки, если располагать делители в нужном порядке по мере их получения;
  - без извлечения корня и округления, если преобразовать неравенство  $d < \sqrt{n}$  по правилам математики.

```
#include <iostream>
int main()
{
    const int divCount =4;
    int divs[divCount],i,d;
    for( int n = 194455; n <= 194500; n++ )
    {
        int count = 0;
        for( d = 1; d*d < n; d++ )
            if( n % d == 0 )
            {
                divs[count/2] = d;
                divs[divCount-count/2-1]=n/d;
                count+=2;
                if( count > divCount ) break;
            }
        if (count == divCount && d*d != n)
        {
            for( i = 0; i < divCount; i++ )
                std::cout << divs[i] << ' ';
            std::cout << std::endl;
        }
    }
}
```

- 7) (Д. Муфаззалов Ф., г. Уфа) Сортировки можно избежать и если хранить только половину меньших делителей, а другую половину получать при выводе:

```
#include <iostream>
int main()
{
    const int divCount = 4;
    int divs[divCount/2],i,d;
    for( int n = 194455; n <= 194500; n++ ) {
        int count = 0;
        for( d = 1; d*d < n; d++ )
            if( n % d == 0 ) {
                divs[count/2] = d;
                count += 2;
                if( count > divCount ) break;
            }
        if (count == divCount && d*d != n ) {
            for( i = 0; i < divCount/2; i++ )
                std::cout << divs[i] << ' ';
            for( i--; i>=0; i-- )
                std::cout << n/divs[i] << ' ';
            std::cout << std::endl;
        }
    }
}
```

- 8) (Д. Муфаззалов Ф., г. Уфа) Программа с ускоренным перебором, не зависящая от четности количества делителей

```
#include <iostream>
int main()
{
    const int divCount =4;
    int divs[divCount],i,d;
    for( int n = 194455; n <= 194500; n++ ) {
        int count = 0;
        for( d = 1; d*d < n; d++ )
            if( n % d == 0 ) {
                divs[count/2] = d;
                count+=2;
                if( count > divCount ) break;
            }
        if( d*d == n ) {
            divs[count/2] = d;
            count++;
        }
        if (count == divCount) {
            for( i = 0; i < divCount/2; i++ )
                std::cout << divs[i] << ' ';
            if( divCount % 2 )
                std::cout << divs[divCount/2] << ' ';
            for( i--; i>=0; i-- )
                std::cout << n/divs[i] << ' ';
            std::cout << std::endl;
        }
    }
}
```

- 9) В задаче на поиск чисел с четырьмя делителями массив не нужен вовсе. Для таких чисел достаточно найти минимальный делитель, отличный от единицы, а остальные будут равны единице, самому числу и частному от деления самого числа на найденный делитель. Если число имеет хотя бы 2 делителя больше единицы и меньше корня из этого числа, то оно не имеет ровно 4 делителя.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int div,d,count;
    for( int n = 194455; n <= 194500; n++ ) {
        for( d = 2,count = 0; d*d < n && count < 2; d++ )
            if( n % d == 0 && !count++ ) div = d;
        if (count == 1)
            cout << 1 << ' ' << div << ' '
                << n/div << ' ' << n << endl;
    }
}
```

### Задачи для тренировки:





- 
- 31) Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [1820348; 2880927], числа, имеющие ровно 5 различных делителей. Выведите эти делители для каждого найденного числа в порядке возрастания.
- 32) **(Б.С. Михлин)** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [394441; 394505], числа, имеющие максимальное количество различных делителей. Если таких чисел несколько, то найдите **минимальное** из них. Выведите количество делителей найденного числа и два наибольших делителя в порядке убывания.
- 33) **(Б.С. Михлин)** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [286564; 287270], числа, имеющие максимальное количество различных делителей. Если таких чисел несколько, то найдите **максимальное** из них. Выведите количество делителей найденного числа и два наибольших делителя в порядке убывания.
- 34) **(Б.С. Михлин)** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [586132; 586430], числа, имеющие максимальное количество различных делителей. Найдите **минимальное** и **максимальное** из таких чисел. Для каждого из них в отдельной строке выведите количество делителей и два наибольших делителя в порядке убывания.
- 35) **(Б.С. Михлин)** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [394480; 394540], числа, имеющие максимальное количество различных делителей. Выведите информацию о таких числах, расположив их в порядке возрастания. Для каждого числа выведите его порядковый номер, количество делителей и два наибольших делителя в порядке убывания.
- 36) **(Б.С. Михлин)** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [194441; 196500] числа (в порядке возрастания) с нечётным количеством делителей. Для каждого такого числа выведите его порядковый номер (начиная с единицы), само число, количество его делителей и делитель, квадрат которого равен этому числу.
- 37) **(Б.С. Михлин)** Напишите программу, которая ищет среди нечётных целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [248015; 251575] числа (в порядке возрастания) с нечётным количеством делителей. Для каждого такого числа выведите его порядковый номер (начиная с единицы), само число, количество его делителей и делитель, квадрат которого равен этому числу.
- 38) **(Б.С. Михлин)** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [268220; 270335] число с максимальной суммой делителей, имеющее не более четырех делителей. Для найденного числа выведите сумму делителей, количество делителей и все делители в порядке убывания.
- 39) **(Б.С. Михлин)** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [573213; 575340] число с минимальной суммой делителей, имеющее ровно четыре делителя. Для найденного числа выведите сумму делителей и наибольший нетривиальный делитель (не равный самому числу).
- 40) Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [2943444; 2943529], простые числа. Выведите все найденные простые числа в порядке возрастания, слева от каждого числа выведите его номер по порядку.
- 41) Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [4671032; 4671106], простые числа. Выведите все найденные простые числа в порядке возрастания, слева от каждого числа выведите его номер по порядку.
- 42) Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [4202865; 4202923], простые числа. Выведите все найденные простые числа в порядке возрастания, слева от каждого числа выведите его номер по порядку.
-



- 58) Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [6080068; 6080176], простые числа. Выведите все найденные простые числа в порядке возрастания, слева от каждого числа выведите его номер по порядку.
- 59) Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [7178551; 7178659], простые числа. Выведите все найденные простые числа в порядке возрастания, слева от каждого числа выведите его номер по порядку.
- 60) **(А.Н. Носкин)** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [3532000; 3532160], простые числа. Выведите все найденные простые числа в порядке убывания, слева от каждого числа выведите его номер по порядку.
- 61) **(А.Н. Носкин)** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [2532000; 2532160], простые числа. Выведите все найденные простые числа в порядке убывания, слева от каждого числа выведите его номер по порядку.
- 62) **(А.Н. Носкин)** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [1532040; 1532160], простые числа. Выведите все найденные простые числа в порядке убывания, слева от каждого числа выведите его номер по порядку.
- 63) **(А.Н. Носкин)** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [2532000; 2532160] первые пять простых чисел. Выведите найденные простые числа в порядке возрастания, слева от каждого числа выведите его номер по порядку.
- 64) **(А.Н. Носкин)** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [2532000; 2532160], простые числа. Найдите все простые числа, которые заканчиваются на цифру 7. Выведите их в порядке возрастания, слева от каждого числа выведите его номер по порядку.
- 65) **(А.Н. Носкин)** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [2532000; 2532160], простые числа. Найдите все простые числа, но выведите на экран только каждое третье простое число (то есть числа с порядковыми номерами 1, 4, 7, 10, ...). Вывод осуществите в порядке возрастания, слева от каждого числа выведите его собственный порядковый номер среди всех простых чисел.
- 66) **(Б.С. Михлин)** Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [194441; 196500] простые числа (т.е. числа у которых только два делителя: 1 и само число), оканчивающиеся на 93. Для каждого простого числа выведите его порядковый номер (начиная с единицы), а затем – само число.
- 67) **(П.Е. Финкель, г. Тимашевск)** Уникальным назовём число, если у него только третья и пятая цифры чётные. Для интервала [33333;55555] найдите количество таких чисел, которые не делятся на 6, 7, 8 и разность максимального и минимального из них. В ответе укажите два числа: сначала количество чисел, а потом разность.
- 68) **(П.Е. Финкель, г. Тимашевск)** Уникальным назовём число, если у него только первые две цифры нечётные. Для интервала [57888;74555] найдите количество таких чисел, которые не делятся на 7, 9, 13, и разность максимального и минимального из них. В ответе укажите два числа: сначала количество чисел, а потом разность.
- 69) **(П.Е. Финкель, г. Тимашевск)** Уникальным назовём число, если у него только последние три цифры нечётные. Для интервала [64444;77563] найдите количество таких чисел, которые не делятся на 9, 13, 17, и разность максимального и минимального из них. В ответе укажите два числа: сначала количество чисел, а потом разность.
- 70) **(Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа)** Совершенным называется число, натуральное число, равное сумме всех своих собственных делителей (то есть всех положительных делителей, отличных от самого числа) (например, число  $6=1+2+3$ ). ) Выведите каждое совершенное число из диапазона [2; 10000] и

количество его собственных делителей в порядке возрастания. Вывод каждого совершенного числа начинайте с новой строки. Числа в строке разделяйте пробелом.

- 71) (Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа) Определите количество составных натуральных чисел из диапазона [2; 20000], у которых количество простых собственных делителей больше трех.
- 72) (Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа) Найдите в диапазоне [2; 20000] числа, каждое из которых имеет максимальное количество простых делителей среди всех таких чисел. Выведите минимальное из таких чисел и через пробел количество его простых делителей.
- 73) (Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа) Число называется избыточным, если оно меньше суммы своих собственных делителей (то есть всех положительных делителей, отличных от самого числа). Определите количество избыточных чисел из диапазона [2; 20000].
- 74) (Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа) Число называется недостаточным, если оно больше суммы своих собственных делителей (то есть всех положительных делителей, отличных от самого числа). Определите количество недостаточных чисел из диапазона [2; 30000].
- 75) (Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа) Выведите каждое почти совершенное число из диапазона [1000; 20000] в порядке возрастания по одному в строке. Число называется почти совершенным, если оно больше суммы своих собственных делителей (то есть всех положительных делителей, отличных от самого числа) на единицу.
- 76) (Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа) Два числа называются дружественными если сумма собственных делителей (то есть всех положительных делителей, отличных от самого числа) любого из них равна другому числу. Например, числа 220 и 284 дружественные. Выведите в порядке возрастания числа в диапазоне [2; 30000], имеющие дружественное число, большее чем само это число, и через пробел это дружественное число. Каждое следующее число из указанного диапазона выводите на новой строке.
- 77) (Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа) Определите количество простых чисел в диапазоне [2; 20000].
- 78) (Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа) Определите количество простых чисел в диапазоне [2; 200000].
- 79) (Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа) Определите количество простых чисел в диапазоне [2; 3577000].
- 80) (Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа) Найдите в диапазоне [2; 10000000] числа, каждое из которых имеет максимальное количество простых делителей среди всех чисел этого отрезка. Выведите минимальное из найденных чисел и через пробел количество его простых делителей.
- 81) (Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа) Число называется суперсовершенным, если сумма всех делителей суммы всех его делителей равна произведению самого числа на 2. например, число 16 суперсовершенное. Его делители: 1, 2, 4, 8, 16. Их сумма равна 31. Делители числа 31:  $1+31=32$ .  $32=16 \cdot 2$ . Выведите каждое суперсовершенное число из диапазона [2; 263000] в порядке возрастания по одному в строке.
- 82) (Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа) Собственными делители числа – это все его положительные делители, отличные от самого числа. Число называется полусовершенным, если сумма всех или некоторых его собственных делителей совпадает с самим этим числом. Выведите все полусовершенные числа из диапазона [300; 350] в порядке возрастания по одному в строке.
- 83) (Д.Ф. Муфаззалов, г. Уфа) Собственными делители числа – это все его положительные делители, отличные от самого числа. Число называется полусовершенным, если сумма всех или некоторых его собственных делителей совпадает с самим этим числом. Определите количество полусовершенных чисел в диапазоне [2; 2000].
- 84) (С.А. Скопинцева) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [87921; 88187], найдите числа, сумма цифр которых кратна 14, а произведение цифр кратно 18 и не равно 0. Для каждого найденного числа запишите сумму и произведение его цифр в таблицу на экране с новой строки в порядке возрастания произведения цифр.

- 85) (К. Амеличев) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [3661; 33625], найдите числа, имеющие ровно один натуральный делитель, не считая единицы и самого числа. Ответом будет количество найденных чисел.
- 86) (К. Амеличев) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [4986; 32599], числа, имеющие ровно два различных натуральных делителя, не считая единицы и самого числа. Ответом будет сумма найденных чисел.
- 87) (К. Амеличев) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [2945; 18294], найдите числа, не делящиеся на вторую степень ни одного числа, кроме единицы. Ответом будет сумма цифр найденных чисел.
- 88) (К. Амеличев) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [2031; 14312], найдите числа, которые не содержат цифру 2, если записать их в системе счисления с основанием 11. Ответом будет максимум среди найденных чисел.
- 89) (К. Амеличев) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [2948; 20194], найдите числа, которые являются простыми. Ответом будет максимум среди найденных чисел.
- 90) (К. Амеличев) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [3594; 21891], найдите числа, имеющие ровно два различных натуральных делителя, не считая единицы и самого числа. Ответом будет максимум среди найденных чисел.
- 91) (К. Амеличев) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [4099; 26985], найдите числа, имеющие ровно один натуральный делитель, не считая единицы и самого числа. Ответом будет сумма цифр найденных чисел.
- 92) (К. Амеличев) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [1060; 18813], найдите числа, которые являются простыми. Ответом будет сумма найденных чисел.
- 93) (К. Амеличев) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [1686; 13276], найдите числа, все цифры которых нечетные. Ответом будет сумма цифр найденных чисел.
- 94) (К. Амеличев) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [3159; 31584], найдите числа, которые являются простыми. Ответом будет сумма цифр найденных чисел.
- 95) (К. Амеличев) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [1395; 22717], найдите числа, все цифры которых расположены в порядке неубывания. Ответом будет сумма найденных чисел.
- 96) (Е. Джобс) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [81234; 134689], найдите числа, имеющие ровно три различных натуральных делителя, не считая единицы и самого числа. Для каждого найденного числа запишите в таблицу на экране с новой строки сначала наименьший, а потом наибольший из этих делителей.
- 97) (Е. Джобс) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [135790; 163228], найдите числа, сумма натуральных делителей которых больше 460000. Для каждого найденного числа запишите количество делителей и их сумму. В качестве делителей не рассматривать числа 1 и исследуемое число. Так, например, для числа 8 учитываются только делители 2 и 4.
- 98) (Е. Джобс) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [228224; 531135], найдите числа, среди делителей которых есть хотя бы 4 различных куба натуральных нечетных чисел. Для каждого найденного числа запишите в ответе само число, количество таких делителей и наибольший из них. В качестве делителей не рассматривать число 1 и само исследуемое число. Так, например, для числа 8 учитываются только делители 2 и 4.
- 99) (Е. Джобс) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [333555; 777999], найдите числа, среди делителей которых есть ровно 35 двузначных чисел. Для каждого найденного числа запишите в ответе само число, наименьший и наибольший из его двузначных делителей. Так, например, для числа 36 учитываются только делители 12 и 18.



- 
- 100) (Е. Джобс) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [326496; 649632], найдите числа, у которых количество четных делителей равно количеству нечетных делителей. При этом в каждой из таких групп делителей не менее 70 элементов. Для каждого найденного числа запишите само число и минимальный делитель, больший 1000.
- 101) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [125697; 190234], найдите числа, которые представляют собой произведение двух различных простых делителей. Запишите в ответе количество таких чисел и максимальное из них.
- 102) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [268312; 336492], найдите числа, которые представляют собой произведение двух различных простых делителей. Запишите в ответе количество таких чисел и минимальное из них.
- 103) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [351627; 428763], найдите числа, которые представляют собой произведение двух различных простых делителей. Запишите в ответе количество таких чисел и их среднее арифметическое. Для среднего арифметического запишите только целую часть числа.
- 104) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [412567; 473265], найдите числа, которые представляют собой произведение двух различных простых делителей. Запишите в ответе количество таких чисел и то из них, которое ближе всего к их среднему арифметическому.
- 105) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [523456; 578925], которые представляют собой произведение двух различных простых делителей. Найдите такое из этих чисел, у которого два простых делителя меньше всего отличаются друг от друга. В ответе запишите простые делители этого числа в порядке возрастания. Если подходящих чисел несколько, запишите в ответе делители наименьшего из них.
- 106) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [631632; 684934], которые представляют собой произведение двух различных простых делителей. Найдите такое из этих чисел, у которого два простых делителя больше всего отличаются друг от друга. В ответе запишите простые делители этого числа в порядке возрастания. Если подходящих чисел несколько, запишите в ответе делители наименьшего из них.
- 107) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [153732; 225674], которые представляют собой произведение двух различных простых делителей. В ответе запишите количество таких чисел и такое из них, простые делители которого отличаются друг от друга меньше всего. Если чисел с наименьшей разностью делителей несколько, запишите в ответе наименьшее из них.
- 108) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [238941; 315675], которые представляют собой произведение двух различных простых делителей. В ответе запишите количество таких чисел и такое из них, простые делители которого отличаются друг от друга больше всего. Если чисел с наибольшей разностью делителей несколько, запишите в ответе наименьшее из них.
- 109) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [173225; 217437], найдите числа, которые представляют собой произведение двух различных простых делителей, заканчивающихся на одну и ту же цифру. Запишите в ответе количество таких чисел и минимальное из них.
- 110) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [237981; 309876], найдите числа, которые представляют собой произведение двух различных простых делителей, заканчивающихся на одну и ту же цифру. Запишите в ответе количество таких чисел и максимальное из них.
- 111) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [264871; 322989], найдите числа, которые представляют собой произведение двух различных простых делителей, заканчивающихся на одну и ту же цифру. Запишите в ответе количество таких чисел и их среднее арифметическое. Для среднего арифметического запишите только целую часть числа.
-

- 112) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [298435; 363249], найдите числа, которые представляют собой произведение двух различных простых делителей. Запишите в ответе количество таких чисел и то из них, которое ближе всего к их среднему арифметическому.
- 113) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [309829; 365874], которые представляют собой произведение двух различных простых делителей. Найдите такое из этих чисел, у которого два простых делителя меньше всего отличаются друг от друга. В ответе запишите простые делители этого числа в порядке возрастания. Если подходящих чисел несколько, запишите в ответе делители наименьшего из них.
- 114) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [326359, 421986], которые представляют собой произведение двух различных простых делителей. Найдите такое из этих чисел, у которого два простых делителя больше всего отличаются друг от друга. В ответе запишите простые делители этого числа в порядке возрастания. Если подходящих чисел несколько, запишите в ответе делители наименьшего из них.
- 115) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [478392; 502439], которые представляют собой произведение двух различных простых делителей. В ответе запишите количество таких чисел и такое из них, простые делители которого отличаются друг от друга меньше всего. Если чисел с наименьшей разностью делителей несколько, запишите в ответе наименьшее из них.
- 116) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [356738; 404321], которые представляют собой произведение двух различных простых делителей. В ответе запишите количество таких чисел и такое из них, простые делители которого отличаются друг от друга больше всего. Если чисел с наибольшей разностью делителей несколько, запишите в ответе наименьшее из них.
- 117) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [105673; 220784], которые представляют собой произведение трёх различных простых делителей. В ответе запишите количество таких чисел и максимальное из них.
- 118) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [158928; 345293], которые представляют собой произведение трёх различных простых делителей. В ответе запишите количество таких чисел и минимальное из них.
- 119) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [236228; 305283], которые представляют собой произведение трёх различных простых делителей. В ответе запишите количество таких чисел и их среднее арифметическое (только целую часть числа).
- 120) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [278932; 325396], которые представляют собой произведение трёх различных простых делителей, оканчивающихся на одну и ту же цифру. В ответе запишите количество таких чисел и максимальное из них.
- 121) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [318216; 369453], которые представляют собой произведение трёх различных простых делителей, оканчивающихся на одну и ту же цифру. В ответе запишите количество таких чисел и минимальное из них.
- 122) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [356712; 420901], которые представляют собой произведение трёх различных простых делителей, оканчивающихся на одну и ту же цифру. В ответе запишите количество таких чисел и их среднее арифметическое (только целую часть числа).
- 123) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [416782; 498324], которые представляют собой произведение трёх различных простых делителей, оканчивающихся на одну и ту же цифру. В ответе запишите количество таких чисел и разницу между максимальным и минимальным из них.

- 124) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [536792; 604298], которые представляют собой произведение трёх различных простых делителей, оканчивающихся на одну и ту же цифру. В ответе запишите количество таких чисел и такое из них, для которого разность наибольшего и наименьшего простых делителей максимальна.
- 125) Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [485617; 529678], которые представляют собой произведение трёх различных простых делителей, оканчивающихся на одну и ту же цифру. В ответе запишите количество таких чисел и такое из них, для которого разность наибольшего и наименьшего простых делителей минимальна.
- 126) Назовём нетривиальным делителем натурального числа его делитель, не равный единице и самому числу. Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [152346; 957812] и имеющие ровно три нетривиальных делителя. Для каждого найденного числа запишите в ответе само число и его наибольший нетривиальный делитель. Найденные числа расположите в порядке возрастания.
- 127) Назовём нетривиальным делителем натурального числа его делитель, не равный единице и самому числу. Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [1523467; 4157812] и имеющие ровно три нетривиальных делителя. Для каждого найденного числа запишите в ответе само число и его наибольший нетривиальный делитель. Найденные числа расположите в порядке возрастания.
- 128) Назовём нетривиальным делителем натурального числа его делитель, не равный единице и самому числу. Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [4234679; 10157812] и имеющие ровно три нетривиальных делителя. Для каждого найденного числа запишите в ответе само число и его наибольший нетривиальный делитель. Найденные числа расположите в порядке возрастания.
- 129) Назовём нетривиальным делителем натурального числа его делитель, не равный единице и самому числу. Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [12034679; 23175821] и имеющие ровно три нетривиальных делителя. Для каждого найденного числа запишите в ответе само число и его наибольший нетривиальный делитель. Найденные числа расположите в порядке возрастания.
- 130) Назовём нетривиальным делителем натурального числа его делитель, не равный единице и самому числу. Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [50034679; 92136895] и имеющие ровно три нетривиальных делителя. Для каждого найденного числа запишите в ответе само число и его наибольший нетривиальный делитель. Найденные числа расположите в порядке возрастания.
- 131) Назовём нетривиальным делителем натурального числа его делитель, не равный единице и самому числу. Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [106732567; 152673836] и имеющие ровно три нетривиальных делителя. Для каждого найденного числа запишите в ответе само число и его наибольший нетривиальный делитель. Найденные числа расположите в порядке возрастания.
- 132) Назовём нетривиальным делителем натурального числа его делитель, не равный единице и самому числу. Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [247264322; 369757523] и имеющие ровно три нетривиальных делителя. Для каждого найденного числа запишите в ответе само число и его наибольший нетривиальный делитель. Найденные числа расположите в порядке возрастания.
- 133) Назовём нетривиальным делителем натурального числа его делитель, не равный единице и самому числу. Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [358633892; 535672891] и имеющие ровно три нетривиальных делителя. Для каждого найденного числа запишите в ответе



- само число и его наибольший нетривиальный делитель. Найденные числа расположите в порядке возрастания.
- 134) Назовём нетривиальным делителем натурального числа его делитель, не равный единице и самому числу. Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку  $[525784203; 728943762]$  и имеющие ровно три нетривиальных делителя. Для каждого найденного числа запишите в ответе само число и его наибольший нетривиальный делитель. Найденные числа расположите в порядке возрастания.
- 135) (**Е. Джобс**) Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку  $[321654; 654321]$ , числа у которых есть только нечетные делители, количество которых больше 70. Делители 1 и само число не учитываются. Для каждого найденного числа запишите само число и максимальный по величине делитель.
- 136) (**Е. Джобс**) Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку  $[25317; 51237]$ , которые имеют хотя бы 6 различных простых делителей. Делители 1 и само число не учитываются. Запишите в ответе для каждого найденного числа само число и его максимальный простой делитель.
- 137) Рассмотрим произвольное натуральное число, представим его всеми возможными способами в виде произведения двух натуральных чисел и найдём для каждого такого произведения разность сомножителей. Например, для числа 18 получим:  $18 = 18 \cdot 1 = 9 \cdot 2 = 6 \cdot 3$ , множество разностей содержит числа 17, 7 и 3. Подходящей будем называть пару сомножителей, разность между которыми не превышает 90. Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку  $[500000; 1000000]$ , у которых есть не менее трёх подходящих пар сомножителей. В ответе перечислите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого запишите наибольший из всех сомножителей, образующих подходящие пары.
- 138) Рассмотрим произвольное натуральное число, представим его всеми возможными способами в виде произведения двух натуральных чисел и найдём для каждого такого произведения разность сомножителей. Например, для числа 18 получим:  $18 = 18 \cdot 1 = 9 \cdot 2 = 6 \cdot 3$ , множество разностей содержит числа 17, 7 и 3. Подходящей будем называть пару сомножителей, разность между которыми не превышает 110. Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку  $[1000000; 1500000]$ , у которых есть не менее трёх подходящих пар сомножителей. В ответе перечислите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого запишите наибольший из всех сомножителей, образующих подходящие пары.
- 139) Рассмотрим произвольное натуральное число, представим его всеми возможными способами в виде произведения двух натуральных чисел и найдём для каждого такого произведения разность сомножителей. Например, для числа 18 получим:  $18 = 18 \cdot 1 = 9 \cdot 2 = 6 \cdot 3$ , множество разностей содержит числа 17, 7 и 3. Подходящей будем называть пару сомножителей, разность между которыми не превышает 120. Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку  $[2000000; 3000000]$ , у которых есть не менее трёх подходящих пар сомножителей. В ответе перечислите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого запишите наибольший из всех сомножителей, образующих подходящие пары.
- 140) (**А. Рулин**) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку  $[854321; 1087654]$ . Найдите числа, нетривиальные делители которых образуют арифметическую прогрессию с разностью  $d = 10$ . В ответе для каждого такого числа (в порядке возрастания) запишите сначала само число, а потом – его минимальный нетривиальный делитель.
- 141) (**А. Рулин**) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку  $[834567; 1143210]$ . Найдите числа, нетривиальные делители которых образуют арифметическую прогрессию с разностью  $d = 2$ . В ответе для каждого такого числа (в порядке возрастания) запишите сначала само число, а потом – его максимальный нетривиальный делитель.

- 142) (**А. Рулин**) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [862346; 1056242]. Найдите числа, нетривиальные делители которых образуют арифметическую прогрессию с разностью  $d = 100$ . В ответе для каждого такого числа (в порядке возрастания) запишите сначала само число, а потом – его максимальный нетривиальный делитель.
- 143) (**Е. Джобс**) Для интервала [33333;55555] найти все простые числа, сумма цифр которых больше 35. Запишите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого – сумму его цифр.
- 144) (**Е. Джобс**) Для интервала [33333;55555] найдите числа, которые кратны сумме своих простых собственных делителей (меньших самого числа). В качестве ответа приведите в порядке возрастания числа, для которых сумма простых делителей больше 250, после каждого числа запишите сумму его простых собственных делителей.
- 145) (**С.О. Куров**) Среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [1000000; 1300000], найдите числа, у которых все цифры меньше тройки, а сумма цифр кратна десяти. Из всех таких чисел необходимо отобрать 10-е, 20-е, 30-е и так далее. Расположите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа укажите количество его собственных делителей (не равных 1 и самому числу).
- 146) Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [100 000 000; 101 000 000], у которых ровно три различных чётных делителя. В ответе перечислите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите его второй по величине нетривиальный делитель (не равный 1 и самому числу). Первым по величине считается меньший из нетривиальных делителей числа.
- 147) Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [103 000 000; 104 000 000], у которых ровно три различных чётных делителя. В ответе перечислите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите его второй по величине нетривиальный делитель (не равный 1 и самому числу). Первым по величине считается меньший из нетривиальных делителей числа.
- 148) Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [113 000 000; 114 000 000], у которых ровно три различных чётных делителя. В ответе перечислите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите его второй по величине нетривиальный делитель (не равный 1 и самому числу). Первым по величине считается меньший из нетривиальных делителей числа.
- 149) Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [55 000 000; 60 000 000], у которых ровно пять различных нечётных делителей (количество чётных делителей может быть любым). В ответе перечислите найденные числа, справа от каждого числа запишите его наибольший нечётный делитель.
- 150) Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [105 000 000; 115 000 000], у которых ровно пять различных нечётных делителей (количество чётных делителей может быть любым). В ответе перечислите найденные числа, справа от каждого числа запишите его наибольший нечётный делитель.
- 151) Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [78 000 000; 85 000 000], у которых ровно пять различных нечётных делителей (количество чётных делителей может быть любым). В ответе перечислите найденные числа, справа от каждого числа запишите его наибольший нечётный делитель.
- 152) Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [63 000 000; 75 000 000], у которых ровно пять различных нечётных делителей (количество чётных делителей может быть любым). В ответе перечислите найденные числа, справа от каждого числа запишите его наибольший нечётный делитель.

- 153) **(А. Богданов)** Найдите наименьшее натуральное число, которое имеет ровно 1600 делителей. В ответе запишите сначала само число и затем его наибольший простой делитель. Подсказка: используйте основную теорему арифметики.
- 154) **(А. Богданов)** Найдите наименьшее натуральное число, которое имеет ровно 1200 делителей. В ответе запишите сначала само число и затем его наибольший простой делитель. Подсказка: используйте основную теорему арифметики.
- 155) **(А. Богданов)** Найдите наименьшее натуральное число, которое имеет ровно 1000 делителей. В ответе запишите сначала само число и затем его наибольший простой делитель. Подсказка: используйте основную теорему арифметики.
- 156) **(А. Богданов)** Найдите наименьшее натуральное число, которое имеет ровно 729 делителей. В ответе запишите сначала само число и затем его наибольший простой делитель. Подсказка: используйте основную теорему арифметики.
- 157) **(А. Богданов)** Найдите наименьшее натуральное число, которое имеет ровно 512 делителей. В ответе запишите сначала само число и затем его наибольший простой делитель. Подсказка: используйте основную теорему арифметики.
- 158) **(Е. Джобс)** Найдите возрастающую последовательность из 5 чисел, начинающуюся с 700000, такую, что каждый следующий элемент – это минимальное число, количество делителей которого превосходит количество делителей предыдущего числа. Для каждого элемента последовательности запишите сначала само число, а затем количество его натуральных делителей.
- 159) Рассматриваются возрастающие последовательности из 5 идущих подряд чисел, больших 700000, такие, что количество делителей каждого следующего числа превосходит количество делителей предыдущего числа. Найдите такую последовательность, которая начинается с наименьшего возможного числа. Для каждого числа из этой последовательности запишите сначала само число, а затем количество его натуральных делителей.
- 160) **(Е. Джобс)** Напишите программу, которая находит 6 простых чисел наиболее приближенные к числу 10000000 (10 миллионов). Причем 3 найденных числа должны быть меньше 10000000, остальные 3 числа – больше. Найденные числа расположите в порядке возрастания. В качестве ответа выведите пары чисел – расстояние от найденного числа до 10000000 и само число.
- 161) Найдите все натуральные числа,  $N$ , принадлежащие отрезку  $[150\,000\,000; 300\,000\,000]$ , которые можно представить в виде  $N = 2^m \cdot 3^n$ , где  $m$  – чётное число,  $n$  – нечётное число. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа – сумму  $m+n$ .
- 162) Найдите все натуральные числа,  $N$ , принадлежащие отрезку  $[150\,000\,000; 300\,000\,000]$ , которые можно представить в виде  $N = 2^m \cdot 3^n$ , где  $m$  – нечётное число,  $n$  – чётное число. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа – сумму  $m+n$ .
- 163) Найдите все натуральные числа,  $N$ , принадлежащие отрезку  $[100\,000\,000; 300\,000\,000]$ , которые можно представить в виде  $N = 2^m \cdot 5^n$ , где  $m$  – чётное число,  $n$  – нечётное число. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа – сумму  $m+n$ .
- 164) Найдите все натуральные числа,  $N$ , принадлежащие отрезку  $[100\,000\,000; 300\,000\,000]$ , которые можно представить в виде  $N = 2^m \cdot 5^n$ , где  $m$  – нечётное число,  $n$  – чётное число. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа – сумму  $m+n$ .
- 165) Найдите все натуральные числа,  $N$ , принадлежащие отрезку  $[100\,000\,000; 300\,000\,000]$ , которые можно представить в виде  $N = 2^m \cdot 7^n$ , где  $m$  – чётное число,  $n$  – нечётное число. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа – сумму  $m+n$ .
- 166) Найдите все натуральные числа,  $N$ , принадлежащие отрезку  $[100\,000\,000; 300\,000\,000]$ , которые можно представить в виде  $N = 2^m \cdot 7^n$ , где  $m$  – нечётное число,  $n$  – чётное число. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа – сумму  $m+n$ .

- 167) (**Н. Плотцын**) Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку  $[3; 1000000]$  последовательности подряд идущих составных чисел длиной не менее 90. Для каждой найденной последовательности запишите в порядке возрастания простые числа, стоящие на границах данных последовательностей. В ответе запишите эти пары простых чисел в порядке возрастания первого числа в паре.
- 168) (**А. Кабанов**) Обозначим через  $S$  сумму всех натуральных делителей целого числа, кроме единицы и самого числа. Если таких делителей у числа нет, то считаем значение  $S$  равным нулю. Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 150000 в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых значение  $S$  при делении на 13 даёт остаток 10. Программа должна найти и первые 7 таких чисел. Для каждого из них запишите в отдельной строке сначала само число, затем значение  $S$ . Строки выводятся в порядке возрастания найденных чисел.
- 169) (**А. Кабанов**) Обозначим через  $S$  сумму **простых** делителей целого числа, не считая самого числа. Если таких делителей у числа нет, то считаем значение  $S$  равным нулю. Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 250000 в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых значение  $S$  не равно нулю и кратно 17. Программа должна найти первые 5 таких чисел. Для каждого из них в отдельной строке сначала выводится само число, затем значение  $S$ . Строки выводятся в порядке возрастания найденных чисел.
- 170) (**А. Кабанов**) Обозначим через  $M$  разность максимального и минимального натуральных делителей целого числа, не считая единицы и самого числа. Если таких делителей у числа нет, то считаем значение  $M$  равным нулю. Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 350000, в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых значение  $M$  при делении на 23 даёт в остатке 9. Запишите первые 6 найденных чисел в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите соответствующее значение  $M$ .
- 171) (**А. Кабанов**) Обозначим через  $M$  разность максимального и минимального числа среди **простых** делителей целого числа, не считая самого числа. Если таких делителей у числа нет, то считаем значение  $M$  равным нулю. Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 450000, в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых значение  $M$  при делении на 29 даёт в остатке 11. Выведите первые 4 найденных числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите соответствующее значения  $M$ .
- 172) (**А. Кабанов**) Обозначим через  $F$  целую часть среднего арифметического всех натуральных делителей целого числа, кроме единицы и самого числа. Если таких делителей у числа нет, то считаем значение  $F$  равным нулю. Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 550000, в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых значение  $F$  при делении на 31 даёт в остатке 13. Выведите первые 5 найденных чисел в порядке возрастания и справа от каждого числа – соответствующее значение  $F$ .
- 173) (**А. Кабанов**) Обозначим через  $F$  целую часть среднего арифметического всех **простых** делителей целого числа, не считая самого числа. Если таких делителей у числа нет, то считаем значение  $F$  равным нулю. Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 650000, в порядке возрастания и ищет среди них такие, для которых значение  $F$  при делении на 37 даёт в остатке 23. Выведите первые 4 найденных числа в порядке возрастания и справа от каждого числа – соответствующее значение  $F$ .
- 174) (**С. Неретин**) Пифагоровой тройка назовём тройку чисел  $(a, b, c)$ , такую что  $a \leq b \leq c$  и  $a^2 + b^2 = c^2$ . Найдите все пифагоровы тройки, в которых все числа находятся в диапазоне  $[1; 5000]$ . Запишите в ответе количество подходящих троек, а затем – значение  $c$  для тройки, в которой сумма  $a+b+c$  максимальна.

- 175) (**Б. Баобабa**) Числа-близнецы — это такие простые числа, которые отличаются друг от друга на 2. Найдите все пары чисел-близнецов в диапазоне [3 000 000; 10 000 000]. В ответе запишите количество найденных пар и среднее арифметическое последней пары.
- 176) (**А. Комков**) Пусть  $A$  – абсолютное значение разности максимального четного и максимального нечетного делителей числа, не считая единицы и самого числа. Если хотя бы одного из таких делителей у числа нет, то считаем значение  $A$  равным нулю. Напишите программу, которая перебирает целые числа, большие 250156, в порядке возрастания и ищет среди них первые 5, для которых значение  $A$  является простым числом, оканчивающимся на 9. Для каждого из найденных чисел в отдельной строке сначала выводить само число, затем значение  $A$ . Строки выводятся в порядке возрастания найденных чисел.
- 177) (**А. Комков**) Обозначим через  $S$  сумму делителей числа, не являющихся простыми, кроме единицы и самого числа. Если таких делителей у числа нет, то  $S$  равно нулю. Напишите программу, которая перебирает нечетные целые числа, меньшие 912673, в порядке убывания и ищет среди них первые 5 чисел, которые кратны  $S$ . Для каждого из найденных чисел в отдельной строке сначала выводится само число, затем значение  $S$ . Строки выводятся в порядке убывания найденных чисел.
- 178) Найдите 5 чисел больших 500000, таких, что среди их делителей есть число, оканчивающееся на 8, при этом этот делитель не равен 8 и самому числу. В качестве ответа приведите 5 наименьших чисел, соответствующих условию. Формат вывода: для каждого из найденных чисел в отдельной строке запишите само число, а затем минимальный делитель, оканчивающийся на 8, не равный 8 и самому числу.
- 179) Найдите 5 чисел больших 800000, таких, что сумма их наименьшего и наибольшего нетривиальных делителей (не считая единицы и самого числа) делится на 138. В качестве ответа приведите 5 наименьших составных (не простых) чисел, соответствующих условию. Формат вывода: для каждого из найденных чисел в отдельной строке запишите само число, а затем сумму его наименьшего и наибольшего нетривиальных делителей.
- 180) (**Л. Шастин**) Среди чисел, больших 520000, найти такие, для которых сумма всех нетривиальных делителей (не считая единицы и самого числа) образует число-палиндром (например, число 1221: если его «перевернуть», получается то же самое число). Вывести первые пять чисел, удовлетворяющих вышеописанному условию, справа от каждого числа вывести его максимальный нетривиальный делитель.
- 181) (**А. Богданов**) Среди чисел, больших куба максимального простого двузначного числа, найдите 5 минимальных чисел, у которых есть ровно три различных трехзначных делителя, оканчивающихся на 3. Для каждого из 5 найденных чисел выводится само число, а затем его минимальный трехзначный делитель, оканчивающийся на 3.
- 182) (**Л. Шастин**) Последовательность Люка – это последовательность чисел, в которых каждое последующее число образуется из суммы двух предшествующих ему чисел. Первые два числа в последовательности Люка: 2, 1. Найдите все простые числа Люка, принадлежащие отрезку  $[10^6; 10^9]$ . Для каждого найденного числа выведите сначала номер числа в последовательности Люка, а затем само число.
- 183) Обозначим через  $P(N)$  – произведение 5 наименьших различных нетривиальных делителей натурального числа  $N$  (не считая единицы и самого числа). Если у числа  $N$  меньше 5 таких делителей, то  $P(N)$  считается равным нулю. Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 200 000 000, для которых  $P(N)$  оканчивается на 1 и не превышает  $N$ . В ответе для каждого найденного числа запишите сначала значение  $P(N)$ , а затем – наибольший делитель, вошедший в произведение  $P(N)$ .



- 184) Обозначим через  $P(N)$  – произведение 5 наименьших различных нетривиальных делителей натурального числа  $N$  (не считая единицы и самого числа). Если у числа  $N$  меньше 5 таких делителей, то  $P(N)$  считается равным нулю. Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 300 000 000, для которых  $P(N)$  оканчивается на 31 и не превышает  $N$ . В ответе для каждого найденного числа запишите сначала значение  $P(N)$ , а затем – наибольший делитель, вошедший в произведение  $P(N)$ .
- 185) Обозначим через  $P(N)$  – произведение 5 наименьших различных нетривиальных делителей натурального числа  $N$  (не считая единицы и самого числа). Если у числа  $N$  меньше 5 таких делителей, то  $P(N)$  считается равным нулю. Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 400 000 000, для которых  $P(N)$  оканчивается на 17 и не превышает  $N$ . В ответе для каждого найденного числа запишите сначала значение  $P(N)$ , а затем – наибольший делитель, вошедший в произведение  $P(N)$ .
- 186) Обозначим через  $P(N)$  – произведение 5 наименьших различных нетривиальных делителей натурального числа  $N$  (не считая единицы и самого числа). Если у числа  $N$  меньше 5 таких делителей, то  $P(N)$  считается равным нулю. Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 500 000 000, для которых  $P(N)$  оканчивается на 91 и не превышает  $N$ . В ответе для каждого найденного числа запишите сначала значение  $P(N)$ , а затем – наибольший делитель, вошедший в произведение  $P(N)$ .
- 187) Пусть  $S(N)$  – сумма двух наибольших нетривиальных делителей числа  $N$  (не считая единицы и самого числа). Если у числа  $N$  меньше двух таких делителей, то  $S(N)$  считается равным 0. Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 10 000 000, для которых  $S(N)$  меньше, чем 100 000, и кратно 31. В ответе запишите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите соответствующее ему значение  $S(N)$ .
- 188) Пусть  $S(N)$  – сумма двух наибольших нетривиальных делителей числа  $N$  (не считая единицы и самого числа). Если у числа  $N$  меньше двух таких делителей, то  $S(N)$  считается равным 0. Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 10 000 000, для которых  $S(N)$  меньше, чем 100 000, и десятичная запись этого числа оканчивается на 112. В ответе запишите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите соответствующее ему значение  $S(N)$ .
- 189) Пусть  $S(N)$  – сумма трёх наибольших нетривиальных делителей числа  $N$  (не считая единицы и самого числа). Если у числа  $N$  меньше трёх таких делителей, то  $S(N)$  считается равным 0. Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 10 000 000, для которых  $S(N)$  – простое число. В ответе запишите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите соответствующее ему значение  $S(N)$ .
- 190) Пусть  $S(N)$  – сумма трёх наибольших нетривиальных делителей числа  $N$  (не считая единицы и самого числа). Если у числа  $N$  меньше трёх таких делителей, то  $S(N)$  считается равным 0. Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 10 000 000, для которых  $S(N)$  – полный квадрат какого-либо числа. В ответе запишите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите соответствующее ему значение  $S(N)$ .
- 191) Пусть  $S(N)$  – сумма трёх наибольших нетривиальных делителей числа  $N$  (не считая единицы и самого числа). Если у числа  $N$  меньше трёх таких делителей, то  $S(N)$  считается равным 0. Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 10 000 000, для которых десятичная запись  $S(N)$  содержит не менее 4-х цифр 7. В ответе запишите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите соответствующее ему значение  $S(N)$ .
- 192) Пусть  $S(N)$  – сумма трёх наибольших нетривиальных делителей числа  $N$  (не считая единицы и самого числа). Если у числа  $N$  меньше трёх таких делителей, то  $S(N)$  считается равным 0. Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 10 000 000, для которых в десятичной записи  $S$

- (N) все цифры расположены в порядке неубывания. В ответе запишите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите соответствующее ему значение  $S(N)$ .
- 193) Пусть  $D(N)$  – седьмой по величине (считая с наибольшего) нетривиальный делитель натурального числа  $N$  (нетривиальными считаются все делители, кроме 1 и самого числа). Например,  $D(1000) = 40$ . Если у числа  $N$  меньше 7 различных нетривиальных делителей, то принимаем  $D(N) = 0$ . Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 400 000 000, для которых  $D(N) > 0$ . В ответе запишите для каждого найденного  $N$  сначала значение  $D(N)$ , а затем общее количество нетривиальных делителей (в порядке возрастания соответствующих чисел  $N$ ).
- 194) Пусть  $D(N)$  – шестой по величине (считая с наибольшего) нетривиальный делитель натурального числа  $N$  (нетривиальными считаются все делители, кроме 1 и самого числа). Например,  $D(1000) = 50$ . Если у числа  $N$  меньше 6 различных нетривиальных делителей, то принимаем  $D(N) = 0$ . Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 300 000 000, для которых  $D(N) > 0$ . В ответе запишите для каждого найденного  $N$  сначала значение  $D(N)$ , а затем общее количество нетривиальных делителей (в порядке возрастания соответствующих чисел  $N$ ).
- 195) Пусть  $D(N)$  – шестой по величине (считая с наибольшего) нетривиальный делитель натурального числа  $N$  (нетривиальными считаются все делители, кроме 1 и самого числа). Например,  $D(1000) = 50$ . Если у числа  $N$  меньше 6 различных нетривиальных делителей, то принимаем  $D(N) = 0$ . Найдите 5 наибольших натуральных чисел, меньших 500 000 000, для которых  $D(N) > 0$ . В ответе запишите для каждого найденного  $N$  сначала значение  $D(N)$ , а затем общее количество нетривиальных делителей (в порядке возрастания соответствующих чисел  $N$ ).
- 196) Пусть  $D(N)$  – пятый по величине (считая с наибольшего) нетривиальный делитель натурального числа  $N$  (нетривиальными считаются все делители, кроме 1 и самого числа). Например,  $D(1000) = 100$ . Если у числа  $N$  меньше пяти различных нетривиальных делителей, то принимаем  $D(N) = 0$ . Найдите 5 наибольших натуральных чисел, меньших 100 000 000, для которых  $D(N) > 0$ . В ответе запишите для каждого найденного  $N$  сначала значение  $D(N)$ , а затем общее количество нетривиальных делителей (в порядке возрастания соответствующих чисел  $N$ ).
- 197) Пусть  $D(N)$  – шестой по величине (считая с наибольшего) нетривиальный **чётный** делитель натурального числа  $N$  (нетривиальными считаются все делители, кроме 1 и самого числа). Например,  $D(1000) = 40$ . Если у числа  $N$  меньше 6 различных нетривиальных чётных делителей, то принимаем  $D(N) = 0$ . Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 300 000 000, для которых  $D(N) > 0$ . В ответе запишите для каждого найденного  $N$  сначала значение  $D(N)$ , а затем общее количество нетривиальных чётных делителей (в порядке возрастания соответствующих чисел  $N$ ).
- 198) Пусть  $D(N)$  – пятый по величине (считая с наибольшего) нетривиальный **чётный** делитель натурального числа  $N$  (нетривиальными считаются все делители, кроме 1 и самого числа). Например,  $D(1000) = 100$ . Если у числа  $N$  меньше пяти различных нетривиальных чётных делителей, то принимаем  $D(N) = 0$ . Найдите 5 наибольших натуральных чисел, меньших 100 000 000, для которых  $D(N) > 0$ . В ответе запишите для каждого найденного  $N$  сначала значение  $D(N)$ , а затем общее количество нетривиальных чётных делителей (в порядке возрастания соответствующих чисел  $N$ ).
- 199) Пусть  $D(N)$  – шестой по величине (считая с наибольшего) нетривиальный **нечётный** делитель натурального числа  $N$  (нетривиальными считаются все делители, кроме 1 и самого числа). Например,  $D(315) = 15$ . Если у числа  $N$  меньше 6 различных нетривиальных нечётных делителей, то принимаем  $D(N) = 0$ . Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 200 000 000, для которых  $D(N) > 0$ . В ответе запишите для каждого найденного  $N$  сначала значение  $D(N)$ , а затем общее количество нетривиальных нечётных делителей (в порядке возрастания соответствующих чисел  $N$ ).

- 200) Пусть  $D(N)$  – пятый по величине (считая с наибольшего) нетривиальный **нечётный** делитель натурального числа  $N$  (нетривиальными считаются все делители, кроме 1 и самого числа). Например,  $D(315) = 21$ . Если у числа  $N$  меньше пяти различных нетривиальных нечётных делителей, то принимаем  $D(N) = 0$ . Найдите 5 наибольших натуральных чисел, меньших 300 000 000, для которых  $D(N) > 0$ . В ответе запишите для каждого найденного  $N$  сначала значение  $D(N)$ , а затем общее количество нетривиальных нечётных делителей (в порядке возрастания соответствующих чисел  $N$ ).
- 201) Особыми будем называть нетривиальные делители числа, сумма цифр которых равна 20. Нетривиальными считаются все делители, кроме 1 и самого числа. Пусть  $D(N)$  – шестой по величине (считая с наибольшего) особый делитель натурального числа  $N$ . Если у числа  $N$  меньше 6 различных особых делителей, то принимаем  $D(N) = 0$ . Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 400 000 000, для которых  $D(N) > 0$ . В ответе запишите для каждого найденного  $N$  сначала значение  $D(N)$ , а затем общее количество особых делителей (в порядке возрастания соответствующих чисел  $N$ ).
- 202) Особыми будем называть нетривиальные делители числа, сумма цифр которых равна 17. Нетривиальными считаются все делители, кроме 1 и самого числа. Пусть  $D(N)$  – пятый по величине (считая с наибольшего) особый делитель натурального числа  $N$ . Если у числа  $N$  меньше пяти различных особых делителей, то принимаем  $D(N) = 0$ . Найдите 5 наибольших натуральных чисел, меньших 300 000 000, для которых  $D(N) > 0$ . В ответе запишите для каждого найденного  $N$  сначала значение  $D(N)$ , а затем общее количество особых делителей (в порядке возрастания соответствующих чисел  $N$ ).
- 203) Особыми будем называть нетривиальные делители числа, все цифры которых чётные. Нетривиальными считаются все делители, кроме 1 и самого числа. Пусть  $D(N)$  – шестой по величине (считая с наибольшего) особый делитель натурального числа  $N$ . Если у числа  $N$  меньше 6 различных особых делителей, то принимаем  $D(N) = 0$ . Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 400 000 000, для которых  $D(N) > 0$ . В ответе запишите для каждого найденного  $N$  сначала значение  $D(N)$ , а затем общее количество особых делителей (в порядке возрастания соответствующих чисел  $N$ ).
- 204) Особыми будем называть нетривиальные делители числа, все цифры которых нечётные. Нетривиальными считаются все делители, кроме 1 и самого числа. Пусть  $D(N)$  – пятый по величине (считая с наибольшего) особый делитель натурального числа  $N$ . Если у числа  $N$  меньше пяти различных особых делителей, то принимаем  $D(N) = 0$ . Найдите 5 наибольших натуральных чисел, меньших 300 000 000, для которых  $D(N) > 0$ . В ответе запишите для каждого найденного  $N$  сначала значение  $D(N)$ , а затем общее количество особых делителей (в порядке возрастания соответствующих чисел  $N$ ).
- 205) (**М. Фирсов**) Простой палиндром – это число, которое читается одинаково слева направо и справа налево, и при этом является простым, то есть не имеет делителей, кроме 1 и самого себя. Примеры простых палиндромов – 101, 131, 151 и т.д. Все простые палиндромы на отрезке  $[100; 1\,000\,000\,000]$  распределили по группам с одинаковыми произведениями цифр (если в числе есть цифра 0, она не учитывается в произведении: для числа 16061 произведением цифр будет 36). Найдите 5 самых больших по значению чисел в группе с наибольшим количеством элементов. Расположите эти числа в порядке возрастания.
- 206) (**А. Кабанов**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.



Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^9$ , найдите все числа, соответствующие маске  $1?34567?9$  и делящиеся на 17 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — соответствующие им частные от деления на 17.

- 207) (А. Кабанов) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^9$ , найдите все числа, соответствующие маске  $123*567?$  и делящиеся на 169 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — соответствующие им частные от деления на 169.

- 208) (А. Кабанов) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^6$ , найдите все числа, соответствующие маске  $12*45*$  и делящиеся на число 51 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — соответствующие им частные от деления на 51.

- 209) (И. Женецкий) Назовём J-простым число, которое отличается не более, чем на 5, от числа, являющегося степенью двойки. Например, 11 является J-простым числом, т.к. оно простое и от отличается на 3 от числа  $8 = 2^3$  (и на 5 от числа  $16 = 2^4$ ). Найдите все J-простые числа в диапазоне [99999; 1048571] и выведите их в порядке возрастания. Справа от каждого числа выведите ближайшее число, которое является степенью двойки.

- 210) (PRO100 ЕГЭ) Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку [1 000 000 000 ; 2 000 000 000], которые заканчиваются на цифру 8 и имеют больше 100 различных нечётных делителей (количество чётных делителей может быть любым). И при этом число должно делиться на каждое из чисел: 7, 13, 17, 23, 29, но не делиться ни на 3, ни на 5. В ответе запишите найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа — его наибольший нечётный делитель.

- 211) (Б. Михлин) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425. Найдите все натуральные числа, делящиеся нацело на  $79_{16}$ , шестнадцатеричный код которых соответствует маске  $1?DED?CED$ . В ответе запишите найденные числа в десятичной системе счисления в порядке убывания, а справа от каждого числа — соответствующее частное от деления на  $79_{16}$ .

- 212) (Б. Михлин) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123^*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425. Найдите все натуральные числа, делящиеся нацело на  $BA_{16}$ , шестнадцатеричный код которых соответствует маске  $1?DED?BABA$ . В ответе запишите найденные числа в десятичной системе счисления в порядке убывания, а справа от каждого числа – соответствующее частное от деления на  $BA_{16}$ .

213) (**Б. Михлин**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123^*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425. Найдите все натуральные числа, делящиеся нацело на  $114_8$ , восьмеричный код которых соответствует маске  $1?345?700$ . В ответе запишите найденные числа в десятичной системе счисления в порядке убывания, а справа от каждого числа – соответствующее частное от деления на  $114_8$ .

214) (**Б. Михлин**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123^*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425. Найдите все натуральные числа, делящиеся нацело на  $101101_2$ , двоичный код которых соответствует маске  $1?1?1?1?1?1$ . В ответе запишите найденные числа в десятичной системе счисления в порядке убывания, а справа от каждого числа – соответствующее частное от деления на  $101101_2$ .

215) (**Б. Михлин**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123^*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425. Найдите все натуральные числа, делящиеся нацело на 148, троичный код которых соответствует маске  $2?1?2?1?2?1$ . В ответе запишите найденные числа в десятичной системе счисления в порядке убывания, а справа от каждого числа – соответствующее частное от деления на 148.

216) (**Досрочный ЕГЭ-2022**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^9$ , найдите все числа, соответствующие маске  $12345?6?8$  и делящиеся на 17 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — соответствующие им частные от деления на 17.

217) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $2 \cdot 10^9$ , найдите все числа, соответствующие маске  $1*586?6$ , запись которых в системе счисления с основанием 7 представляет собой палиндром (не меняется при перестановке цифр в обратном порядке). В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — суммы цифр их семеричной записи.

218) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^9$ , найдите все числа, соответствующие маске  $3?458*3$ , у которых в девятеричной записи цифры идут в порядке невозрастания. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — суммы цифр их девятеричной записи.

219) (В. Селезнев) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Среди натуральных чисел, больших 2352000, найдите числа, все простые делители которых, выписанные без пробелов по возрастанию, образуют число, соответствующее маске « $10*29$ ». Например, число 234566 имеет 3 простых делителя: 2, 17, 6899, они образуют число 2176899, которое соответствует маске « $21*9$ ». В ответе укажите первые 5 найденных чисел в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите его наибольший простой делитель.

220) (В. Селезнев) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Среди натуральных чисел, больших 3850000, найдите числа, все простые делители которых, выписанные без пробелов по возрастанию, образуют число, соответствующее маске « $27*1?1$ ». Например, число 234566 имеет 3 простых делителя: 2, 17, 6899, они образуют число 2176899, которое соответствует маске « $21*9$ ». В ответе укажите первые 5 найденных чисел в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите его наибольший простой делитель.

221) (В. Селезнев) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Среди натуральных чисел, больших 4679000, найдите числа, все простые делители которых, выписанные без пробелов по возрастанию, образуют число, соответствующее маске « $27*39?$ » или « $34*2?7$ ». Например, число 234566 имеет 3 простых делителя: 2, 17, 6899, они образуют число 2176899, которое соответствует маске « $21*9$ ». В ответе укажите первые 5 найденных чисел в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите его наибольший простой делитель.

222) Пусть  $N(k) = 750\,000 + k$ , где  $k$  – натуральное число. Найдите пять наименьших значений  $k$ , при которых  $N(k)$  имеет нечётное количество различных чётных делителей. В ответе запишите

- найденные значения  $k$  в порядке возрастания, справа от каждого значения запишите число чётных делителей  $N(k)$ .
- 223) Пусть  $N(k) = 75\,000\,000 + k$ , где  $k$  – натуральное число. Найдите пять наименьших значений  $k$ , при которых  $N(k)$  имеет нечётное количество различных чётных делителей. В ответе запишите найденные значения  $k$  в порядке возрастания, справа от каждого значения запишите число чётных делителей  $N(k)$ .
- 224) Пусть  $N(k) = 750\,000\,000 + k$ , где  $k$  – натуральное число. Найдите пять наименьших значений  $k$ , при которых  $N(k)$  имеет нечётное количество различных чётных делителей. В ответе запишите найденные значения  $k$  в порядке возрастания, справа от каждого значения запишите число чётных делителей  $N(k)$ .
- 225) Пусть  $N(k) = 1\,850\,000\,000 + k$ , где  $k$  – натуральное число. Найдите пять наименьших значений  $k$ , при которых  $N(k)$  имеет нечётное количество различных чётных делителей. В ответе запишите найденные значения  $k$  в порядке возрастания, справа от каждого значения запишите число чётных делителей  $N(k)$ .
- 226) **(Е. Джобс)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.
- Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^9$ , найдите все числа, соответствующие маске  $1*5*9$ , значения разрядов в которых идут в строго возрастающем порядке, и делящиеся на 21 без остатка. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа — частное от его деления на 21.
- 227) **(Д. Муфаззалов)** На отрезке  $[200; 2022]$  найдите пять наибольших составных натуральных чисел, минимальный простой делитель которых больше числа 10. Выведите найденные числа в порядке убывания, справа от каждого числа – его минимальный простой делитель.
- 228) **(Д. Муфаззалов)** На отрезке  $[2022; 20222022]$  найдите пять наибольших составных натуральных чисел, минимальный простой делитель которых больше числа 100. Выведите найденные числа в порядке убывания, справа от каждого числа – его минимальный простой делитель.
- 229) **(Д. Муфаззалов)** На отрезке  $[20222022; 121332132]$  найдите пять наибольших составных натуральных чисел, минимальный простой делитель которых больше числа 999. Выведите найденные числа в порядке убывания, справа от каждого числа – его минимальный простой делитель.
- 230) **(Д. Муфаззалов)** На отрезке  $[2; 14]$  найдите пять наибольших натуральных чисел, факториал каждого из которых имеет нечетное количество простых делителей. Выведите найденные числа в порядке убывания, справа от каждого числа – количество простых делителей его факториала.
- 231) **(Д. Муфаззалов)** На отрезке  $[22; 2022]$  найдите пять наибольших натуральных чисел с суммой цифр, кратной числу 22, факториал каждого из которых имеет нечетное количество простых делителей. Выведите найденные числа в порядке убывания, справа от каждого числа – количество простых делителей его факториала.
- 232) **(Д. Муфаззалов)** На отрезке  $[2022; 20222022]$  найдите пять наибольших натуральных чисел с суммой цифр, кратной числу 22, факториал каждого из которых имеет количество простых делителей, кратное числу 2022. Выведите найденные числа в порядке убывания, справа от каждого числа – количество простых делителей его факториала.
- 233) **(Д. Муфаззалов)** На отрезке  $[20222022; 50222022]$  найдите пять наибольших натуральных чисел с суммой цифр, кратной числу 22, факториал каждого из которых имеет количество простых

делителей, кратное числу 2022. Выведите найденные числа в порядке убывания, справа от каждого числа – количество простых делителей его факториала.

- 234) Пусть  $N(k) = 9\,500\,000 + k$ , где  $k$  – натуральное число. Найдите пять наименьших значений  $k$ , при которых  $N(k)$  нельзя представить в виде произведения трёх натуральных чисел, больших 1. В ответе запишите найденные значения  $k$  в порядке убывания, справа от каждого значения запишите наибольший делитель  $N(k)$ , не равный самому числу.
- 235) Пусть  $N(k) = 19\,500\,000 + k$ , где  $k$  – натуральное число. Найдите пять наименьших значений  $k$ , при которых  $N(k)$  нельзя представить в виде произведения трёх натуральных чисел, больших 1. В ответе запишите найденные значения  $k$  в порядке убывания, справа от каждого значения запишите наибольший делитель  $N(k)$ , не равный самому числу.
- 236) Пусть  $N(k) = 500\,000\,000 + k$ , где  $k$  – натуральное число. Найдите пять наименьших значений  $k$ , при которых  $N(k)$  нельзя представить в виде произведения трёх натуральных чисел, больших 1. В ответе запишите найденные значения  $k$  в порядке убывания, справа от каждого значения запишите наибольший делитель  $N(k)$ , не равный самому числу.
- 237) (**Е. Джобс**) Найдите все натуральные числа, кратные 103, в десятичной записи которых цифры идут в строго возрастающем порядке. В качестве ответа запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа укажите частное от его деления на 103.
- 238) (**И. Женецкий**) Назовём «идеальным» такое простое число, в десятичной записи которого нет нулей и из которого можно получить не менее 12 других простых чисел, каждый раз переставляя только две цифры. Найдите и выпишите в порядке возрастания первые пять идеальных чисел, больших, чем 1 411 111 111. Справа от каждого числа запишите наибольшее простое число, которое может быть получено из него перестановкой пары цифр.
- 239) (**А. Агафонцев**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.
- Среди натуральных чисел, больших 65000, найдите первые 7 чисел, удовлетворяющих маске  $6*97*5?$  и имеющих не менее 4 чётных делителей. Запишите в ответе найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите сумму его чётных делителей.
- 240) (**А. Агафонцев**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.
- Среди чисел не превышающих  $10^7$ , найдите 5 наибольших чисел, удовлетворяющих маске  $9?*55*7$ . Выведите эти числа в порядке возрастания, справа от каждого числа выведите остаток от деления суммы его делителей на 21.
- 241) (**А. Агафонцев**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.
- Найдите наименьшие 7 чисел, удовлетворяющих маске  $?6*6*?6$  и при этом кратных 6, 7 и 8. Выведите эти числа в порядке возрастания, справа от каждого числа выведите сумму его делителей.



- 242) (**А. Агафонцев**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.
- Найдите 7 наибольших чисел, меньших  $10^7$ , которые кратны 217 и удовлетворяют маске  $14?4^*$ . Выведите эти числа в порядке возрастания, справа от каждого числа выведите сумму его нечётных делителей.
- 243) (**М. Фирсов**) На отрезке  $[100\,000; 500\,000]$  найдите такие числа, у которых больше 3 различных простых делителей, причем все они образуют арифметическую прогрессию с разностью отличной от нуля. В качестве ответа запишите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите произведение количества простых делителей на разность их арифметической прогрессии.
- 244) (**М. Фирсов**) Пусть  $D(N)$  – наибольший делитель числа  $N$ , отличный от самого числа, и  $Q(N)$  – записанная в обратном порядке сумма всех его простых сомножителей (необязательно различных). Найдите первые 5 натуральных чисел  $N$ , для которых  $N + D(N) + Q(N) > 202122$ . В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого запишите сумму  $D(N) + Q(N)$  для этого  $N$ .
- 245) (**А. Бычков**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность;
  - символ «F» означает любое число, входящее в последовательность Фибоначчи.
- Найдите все натуральные числа, не превышающие  $10^9$ , которые соответствуют маске  $73^*5F486F$  и делятся на 43 без остатка. В ответе запишите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого — соответствующее частное от деления на 43.
- Примечание.* Числа Фибоначчи – это ряд чисел, в котором первое и второе число равны единице, а каждое следующее число равно сумме двух предыдущих чисел ряда: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...
- 246) (**Л. Шастин**) Пусть  $P(N)$  – сумма всех простых делителей числа  $N$ , а  $E(N)$  – сумма всех его чётных делителей. Обозначим  $M(N) = |P(N) - E(N)|$  (модуль разности). Найдите 5 наименьших чисел, больших  $100\,000\,000$ , у которых количество простых делителей совпадает с количеством чётных делителей. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — соответствующие им значения  $M(N)$ .
- 247) (**Е. Джобс**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.
- Найдите 5 минимальных чисел, больших  $700\,000$ , которые кратны 13 и не подходят ни под одну из трех масок:  $*0??3^*$ ,  $*4??2$  и  $*1^*$ . Найденные числа запишите в порядке возрастания, справа от каждого числа укажите сумму значений разрядов.
- 248) (**ЕГЭ-2022**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^8$ , найдите все числа, соответствующие маске  $1234*7$ , делящиеся на 141 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 141.

- 249) (**ЕГЭ-2022**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^8$ , найдите все числа, соответствующие маске  $12*4?65$ , делящиеся на 161 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 161.

- 250) (**А. Богданов**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Найдите 5 наименьших натуральных чисел, которые кратны 73 и соответствуют маске  $12345*76$ . Выведите эти числа в порядке возрастания, справа от каждого числа выведите результат деления числа на 73.

- 251) (**Е. Джобс**) Найдите числа большие 800000, сумма и произведение делителей которых нечётны.

В ответе укажите наименьшие 6 таких чисел, количество делителей которых больше 10. Для каждого найденного числа выведите количество его делителей. В ответе запишите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите количество его делителей.

- 252) (**Е. Джобс**) Найдите числа большие 1000000, сумма и произведение делителей которых нечётны.

В ответе укажите наименьшие 6 таких чисел, количество делителей которых больше 40. Для каждого найденного числа выведите количество его делителей. В ответе запишите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите количество его делителей.

- 253) Найдите числа большие 2000000, сумма и произведение делителей которых нечётны. В ответе укажите наименьшие 6 таких чисел, количество делителей которых больше 30. В ответе запишите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите его наибольший делитель, являющийся простым числом.

- 254) (**К. Багдасарян**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «Р» означает произвольное простое число, возможно, с нулями впереди;

Например, маске  $?1P2$  соответствуют числа 11132, 210132, 810032 и т.д.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^7$ , найдите все числа, соответствующие маске  $9P?$ , делящиеся на 9998 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 9998.

- 255) (**К. Багдасарян**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться символ «Р», означающий произвольное простое число (возможно, с нулями впереди).

Например, маске  $1P2$  соответствуют числа 1132, 10132, 10032 и т.д. Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^7$ , найдите все числа, соответствующие маске  $3P1$ , делящиеся на 9797 без

остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 9797.

256) (К. Багдасарян) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «Ч» означает ровно одну произвольную четную цифру;
- символ «Н» означает ровно одну произвольную нечетную цифру;

Например, маске ?ЧН2 соответствуют числа 7232, 8612, 4492 и т.д. Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^8$ , найдите все числа, соответствующие маске 12Ч4Н6?8, делящиеся на 92 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 92.

257) (К. Багдасарян) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «Ч» означает ровно одну произвольную четную цифру;
- символ «Н» означает ровно одну произвольную нечетную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске \*ЧН2 соответствуют числа 7232, 612, 444692 и т.д. Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^8$ , найдите все числа, соответствующие маске 123\*НЧ56, делящиеся на 206 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 206.

258) (К. Багдасарян) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «Ч» означает ровно одну произвольную четную цифру;
- символ «Н» означает ровно одну произвольную нечетную цифру.

Например, маске ЧН2 соответствуют числа 232, 612, 692 и т.д. Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^7$ , найдите все числа, соответствующие маске 1ЧНЧНЧН, делящиеся на 4023 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 4023.

259) (К. Багдасарян) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «Ч» означает ровно одну произвольную четную цифру;
- символ «Н» означает ровно одну произвольную нечетную цифру.

Например, маске Ч?Н2 соответствуют числа 2912, 6012, 6772 и т.д. Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^8$ , найдите все числа, соответствующие маске 11Ч??Н11, делящиеся на 2023 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 2023.

260) (М. Ишимов) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске 123\*4?5 соответствуют числа 123405 и 12300405. Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^7$ , найдите все числа, соответствующие маске 3\*52?, у которых нечётное количество делителей. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в



порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им максимальные делители, не считая самого числа.

261) (**PRO100 ЕГЭ**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $17 \cdot 10^6$ , найдите все числа, соответствующие маске  $*1?*?68*$ , делящиеся на 161 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы каждое пятисотое найденное число, начиная с первого, в порядке возрастания (1-е, 501-е, 1001-е...), а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 161. считая самого числа.

262) (**М. Ишимов**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300405. Среди натуральных чисел, превышающих  $10^9$ , найдите 5 наименьших чисел, соответствующие маске  $1*2*7*04$  и имеющих ровно 45 делителей. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им максимальные делители, не считая самого числа.

263) (**М. Ишимов**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300405. Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^9$ , найдите все числа, соответствующие маске  $15*3*09$  и имеющие ровно 9 делителей. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им максимальные делители, не считая самого числа.

264) (**М. Ишимов**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300405. Найдите все натуральные числа, квадраты которых не превышают  $10^{10}$  и соответствуют маске  $4*1?009$ . В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им квадраты.

265) **(Д. Статный)** Найдите все четные натуральные числа, принадлежащие полуинтервалу  $[100\ 000\ 000; 1\ 000\ 000\ 000)$ , у которых ровно 39 делителей. В ответ запишите сначала наименьшие 5, а затем – наибольшие 5 таких чисел в порядке возрастания; справа от каждого числа укажите его максимальный нечётный делитель.

266) **(Д. Статный)** Найдите все натуральные числа, принадлежащие отрезку  $[10\ 000\ 000; 60\ 000\ 000]$ , у которых количество делителей – простое число. В ответе запишите первые 7 чисел с

наибольшим количеством делителей, справа от каждого числа запишите количество его делителей. Отсортируйте числа по убыванию количества делителей, а числа с одинаковым количеством делителей – по возрастанию самих чисел.

- 267) **\*(Д. Статный)** Среди натуральных чисел, принадлежащих отрезку  $[35\,000\,000; 100\,000\,000]$ , найдите все числа, имеющие ровно 5 нечётных делителей (количество чётных делителей неважно). В ответ запишите первые 5 таких чисел в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите его максимальный нечётный делитель.
- 268) **\*(Д. Статный)** Среди натуральных чисел, принадлежащих промежутку  $[35\,000\,000; 100\,000\,000]$ , найдите все числа, имеющие ровно 3 делителя, отличных от 1 и самого числа. В ответ запишите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите его максимальный делитель, отличный от самого числа.
- 269) **\*(Д. Статный)** Среди натуральных чисел, принадлежащих промежутку  $[100\,000\,000; 500\,000\,000]$ , найдите все числа, имеющие ровно 7 делителей, отличных от 1 и самого числа. В ответ запишите 5 наибольших подходящих чисел в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите его максимальный делитель, отличный от самого числа.
- 270) **\*(Д. Статный)** Среди натуральных чисел, принадлежащих промежутку  $[100\,000\,000; 200\,000\,000]$ , найдите все числа, имеющие ровно 7 делителей, делящихся на 2022 и отличных от самого числа. В ответ запишите 5 наименьших и 5 наибольших найденных чисел в порядке возрастания, справа от них укажите их максимальный делитель, отличный от самого числа.
- 271) **\*(Д. Статный)** Среди натуральных чисел, принадлежащих промежутку  $[100\,000\,000; 1\,000\,000\,000]$ , найдите все числа, имеющие ровно 15 делителей, делящихся на 7 и отличных от самого числа. В ответ запишите 5 наименьших и 5 наибольших найденных чисел в порядке возрастания, справа от них укажите их максимальный делитель, отличный от самого числа.
- 272) **\*(Д. Статный)** Среди натуральных чисел, принадлежащих промежутку  $[100\,000\,000; 150\,000\,000]$ , найдите все числа, у которых 3 наименьших делителя, отличных от 1 и самого числа, попарно простые. В ответ укажите первые 7 найденных чисел в порядке возрастания, а справа от них – максимальный делитель, отличный от самого числа.
- 273) **\*(Д. Статный)** Среди натуральных чисел, принадлежащих промежутку  $[100\,000\,000; 1\,000\,000\,000]$ , найдите все числа, у которых первые 6 делителей, отличные от 1 и самого числа, попарно простые и взаимно просты в совокупности. В ответ укажите последние 5 чисел в порядке возрастания, а справа от них – максимальный делитель, отличный от самого числа.
- 274) **(В. Петров)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.
- Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300405.
- Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^9$ , найдите все числа, семеричная запись которых соответствует маске  $?213*5664$ , делящиеся на  $333_{10}$  без остатка. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа – соответствующие им частные от деления на  $333_{10}$ . Все числа в ответе запишите в десятичной системе счисления.
- 275) **(Е. Джобс)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.
- Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300405.

Найдите все числа, кратные 519 и меньшие  $10^{13}$ , соответствующие маске  $32*54?123$ , в которых 1) чётное количество цифр, среди которых нет нулей; 2) сумма цифр первой половины числа равна сумме цифр второй половины числа. Запишите в ответе найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа укажите частное от его деления на 519.

276) (**М. Ишимов**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300405.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^8$ , найдите все числа, которые делятся на сумму нечётных цифр числа и соответствующие маске  $124*5*79$ . В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — сумму всех цифр этого числа.

277) (**Д. Статный**) Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^9$ , найдите все числа, делящиеся на 2023, у которых первые 6 делителей, отличные от самого числа и единицы, попарно просты (не имеют общих делителей, кроме 1). В ответ укажите в порядке возрастания наименьшие 5 таких чисел, а также наибольшие 5 таких чисел. Справа от каждого числа укажите его максимальный делитель, отличный от самого числа.

278) (**Д. Статный**) Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^9$ , найдите все числа, у которых первые две и последние две цифры одинаковые (как, например, у числа **1123411** — все четыре выделенные цифры одинаковые) и которые имеют ровно 117 делителей. Справа от каждого числа укажите его максимальный делитель, отличный от самого числа.

279) (**Н. Сафронов**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425. Найдите все натуральные числа, не превосходящие  $10^7$ , соответствующие маске  $12*348$ , которые делятся на 12 без остатка и имеют ровно 12 делителей. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа — максимальный делитель, не равный самому числу.

280) (**Д. Муфаззалов**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425. Найдите все натуральные числа, не превосходящие число  $2023^2$ , соответствующие маске  $*2*0*2*3*$ , записи которых в системах счисления с основаниями 2 и 8 являются палиндромами. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа — сумму цифр в его записи в системе счисления с основанием 8.

281) (**Д. Муфаззалов**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123^*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425. Найдите все натуральные числа, не превосходящие число  $50 \cdot 2023^3$ , соответствующие маске  $*2023^*$ , записи которых в системах счисления с основаниями 2 и 8 являются палиндромами. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа — сумму цифр в его записи в системе счисления с основанием 8.

282) **(Д.Ф. Муфаззалов)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123^*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425. Найдите все натуральные числа, не превосходящие число  $10 \cdot 2023^3$ , соответствующие маске  $*2^*02^*3^*$ , записи которых в системах счисления с основаниями 5 и 25 являются палиндромами. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа — сумму цифр в его записи в системе счисления с основанием 8.

283) **(Д. Муфаззалов)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123^*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425. Найдите все натуральные числа, не превосходящие число  $10 \cdot 2023^3$ , соответствующие маске  $*2??3^*$ , записи которых в системах счисления с основаниями 3, 9 и 27 являются палиндромами. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа — сумму цифр в его записи в системе счисления с основанием 8.

284) **(Д. Муфаззалов)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123^*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425. Найдите все натуральные числа, не превосходящие число  $2023^3$ , соответствующие маске  $*2^*0$ , записи которых в системах счисления с основаниями 3 и 7 являются палиндромами. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа — сумму цифр в его записи в системе счисления с основанием 8.

285) **(Д. Муфаззалов)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123^*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425. Найдите все натуральные числа, не превосходящие число  $2023^2$ , соответствующие маске  $20^*23$ , записи которых как минимум в двух системах счисления с натуральными основаниями в диапазоне  $[2; 36]$  являются палиндромами. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого числа — сумму оснований систем счисления из указанного диапазона, в которых запись этого числа является палиндромом.

- 286) **(А. Богданов)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.
- Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425. Найдите девятизначные числа, отвечающих маске « $1*1*1?$ », которые делятся на 19, 6 и 2023. В ответе запишите пять наибольших найденных чисел в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите частное от его деления на 2023.
- 287) **(Н. Сафронов)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.
- Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.
- Найдите все натуральные числа, не превосходящие  $10^7$ , для которых выполняются одновременно все условия: 1) соответствуют маске  $*2?2*$ ; 2) являются палиндромами; 3) делятся на число 53 без остатка; 4) количество делителей больше 30.
- В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа – сумму его делителей.
- 288) **(А. Рогов)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.
- Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.
- Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^8$ , найдите все числа, соответствующие маске  $1?58*129$ , которые делятся без остатка только на одно из чисел 117, 119, 121.
- В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите результат его деления на то из чисел 117, 119, 121, на которое это число делится без остатка.
- 289) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.
- Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.
- Найдите все натуральные числа, не превышающие  $10^{10}$ , которые соответствуют маске  $12?345*9$  и при этом без остатка делятся на 7181. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого запишите частное от его деления на 7181.
- 290) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:
- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
  - символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.
- Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите все натуральные числа, не превышающие  $10^{10}$ , которые соответствуют маске  $12*135*9$  и при этом без остатка делятся на 5321. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого запишите частное от его деления на 5321.

291) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите все натуральные числа, не превышающие  $10^{10}$ , которые соответствуют маске  $202*47*6$  и при этом без остатка делятся на 9573. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого запишите частное от его деления на 9573.

292) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите все натуральные числа, не превышающие  $10^{10}$ , которые соответствуют маске  $1*1298*6$  и при этом без остатка делятся на 4329. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого запишите частное от его деления на 4329.

293) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите все натуральные числа, не превышающие  $10^{10}$ , которые соответствуют маске  $19*105*9$  и при этом без остатка делятся на 9601. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого запишите частное от его деления на 9601.

294) (**А. Богданов**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите все натуральные числа, не превышающие  $10^{10}$ , которые соответствуют маске  $1?1?1?1*1$  и при этом без остатка делятся на 2023, а сумма цифр каждого числа равна 22. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого запишите частное от его деления на 2023.

295) (**Д. Статный**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.



Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^9$ , найдите все числа, соответствующие маске  $6323*353?$ , делящиеся на 28 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — соответствующие им результаты деления этих чисел на 28.

296) (**PRO100 ЕГЭ**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^{10}$ , найдите все числа, соответствующие маске  $9?979*8$ , делящиеся на 50068 без остатка и содержащие хотя бы одну цифру 0. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — соответствующие им результаты деления этих чисел на 50068.

297) (**Р. Сорокин**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите все натуральные числа, не превышающие  $10^6$ , кратные 3131, которые имеют ровно три делителя, соответствующих маске  $2*5*$ . Количество делителей, не соответствующих данной маске, может быть любым.

В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого число — его наибольший делитель, соответствующий маске  $2*5*$ .

298) (**Р. Сорокин**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «#» означает любую последовательность четных цифр произвольной длины; в том числе «#» может задавать и пустую последовательность.
- символ «?» означает одну любую цифру.

Например, маске  $1\#9?$  соответствуют числа 190, 146891.

Найдите все натуральные числа, которые не превышают  $10^{11}$ , соответствуют маске  $123\#45?67$  и делятся на 257. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого число — частное от деления этого числа на 257.

299) (**Р. Сорокин**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «@» означает любую последовательность нечетных цифр произвольной длины; в том числе «@» может задавать и пустую последовательность.
- символ «?» означает одну любую цифру.

Например, маске  $1@9?$  соответствуют числа 190, 13591, 1753992.

Найдите все натуральные числа, которые не превышают  $10^{11}$ , соответствуют маске  $78?56@321$  и делятся на 279. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, а справа от каждого число — частное от деления этого числа на 279.

300) (**Д. Статный**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

— символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите все числа, не превышающие  $10^{10}$ , которые соответствуют маске  $8*80*06$  и при этом без остатка делятся на 4546. В ответе запишите каждое 60-е число, считая от 1-го (1-е, 61-е, 121-е и т. д.) в порядке возрастания, справа от каждого запишите частное от его деления на 4546.

301) **(А. Богданов)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

— символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

— символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите все натуральные числа, не превышающие  $10^{10}$ , которые соответствуют маске  $1?2*0*2?1$  и при этом содержат ровно три делителя. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите его второй по величине делитель.

302) **(Pro100 ЕГЭ)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

— символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

— символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^{10}$ , найдите все числа, соответствующие маске  $9?979*8$ , делящиеся на 50068 без остатка и содержащие хотя бы одну цифру 0. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа – результат его деления на 50068.

303) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

— символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

— символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^{10}$ , найдите все числа, соответствующие маске  $2?5432*1$ , делящиеся на 1017 без остатка и содержащие хотя бы одну цифру 9. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа – результат его деления на 1017.

304) **\*(А. Богданов)** Обозначим символом # последовательность цифр, сумма которых равна простому числу  $P$ . Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^{10}$ , найдите все числа, соответствующие маске  $1234\#$  с **разными**  $P$  и делящиеся на  $(P+2)^3$ . Если для какого-то  $P$  найдется несколько чисел, то запишите минимальное из них. В ответе запишите найденные числа в порядке возрастания. Справа от каждого числа запишите соответствующее ему значение  $P$ .

305) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

— символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

— символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.



Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^{10}$ , найдите все числа, соответствующие маске  $1?359*0$ , которые делятся на 4019 без остатка и у которых сумма цифр – простое число. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа – результат его деления на 4019.

306) (**Р. Ягафаров**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^8$ , найдите все числа, соответствующие маске  $12?5*5??$ , которые представляют собой произведение двух различных простых чисел и делятся на 311 без остатка. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа – результат его деления на 311.

307) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^7$ , найдите все числа, соответствующие маске  $12*4*8?$ , которые представляют собой произведение двух различных простых делителей, причём сумма этих делителей – простое число. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа – сумму его простых делителей.

308) (**А. Богданов**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой может встречаться символ «#», означающий любое число, которое делится без остатка на куб суммы своих цифр.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^{10}$ , найдите все числа, соответствующие маске  $1234\#$ , делящиеся на 137 без остатка. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа – частное от его деления на 137.

309) (**А. Богданов**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^9$ , найдите все числа, соответствующие маске  $20*23$ , которые кратны 2023, причём сумма цифр каждого такого числа кратна 7 и меньше 20. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа – частное от его деления на 2023.

310) (**Е. Джобс**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите первые пять чисел, больших 500 000, сумма делителей которых соответствует маске «\*7?». Найденные числа выведите в порядке возрастания, справа от каждого запишите найденную сумму делителей.

311) (Е. Джобс) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите все числа, меньшие  $10^6$ , которые имеют ровно 24 делителя, соответствующих маске  $4^*$ , и максимальный делитель таких чисел, соответствующий маске.

В ответе укажите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа выведите его максимальный делитель, соответствующий маске  $4^*$ .

312) (Е. Джобс) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите все числа, меньшие  $10^{12}$ , соответствующие маске  $123?4^*5679$  и делящиеся без остатка на 4013. В качестве ответа приведите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа выведите результат его деления на 4013.

313) (ЕГЭ-2023) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите все числа, меньшие  $10^8$ , соответствующие маске  $3?1^*57$  и делящиеся без остатка на 2023. В качестве ответа приведите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа выведите результат его деления на 2023.

314) (ЕГЭ-2023) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите все числа, меньшие  $10^8$ , соответствующие маске  $1^*2??76$  и делящиеся без остатка на 1923. В качестве ответа приведите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа выведите результат его деления на 1923.

315) (ЕГЭ-2023) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите все числа, меньшие  $10^8$ , соответствующие маске  $12^*34?5$  и делящиеся без остатка на 2025. В качестве ответа приведите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа выведите результат его деления на 2025.

- 316) **(Е. Джобс)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно **одну нечётную цифру, кратную 3**;
- символ «\*» означает любую последовательность **чётных** цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123^*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Найдите все числа, меньшие  $10^9$ , соответствующие маске  $24^*68?35$  и делящиеся без остатка на 13. В качестве ответа приведите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа выведите результат его деления на 13.

- 317) **(А. Рогов)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123^*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^4$ , найдите все числа, соответствующие маске  $*2?2$ , которые можно разложить на произведение ровно 7 простых множителей. Например, число 20 можно разложить на произведение  $2 \cdot 2 \cdot 5$ , где присутствует три простых множителя. В ответе запишите все найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа — соответствующий ему максимальный множитель из разложения на простые множители.

- 318) **(А. Богданов)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123^*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди десятиразрядных чисел, кратных 2023 и соответствующих маске « $1^*1$ », найдите числа с максимальной суммой цифр. В ответ запишите найденные числа в порядке убывания, справа от каждого числа запишите частное от деления на 2023.

- 319) **\*\* (С. Чайкин)** Найдите пять наибольших натуральные чисел  $N$ , не превышающих  $10^{11}$ , которые являются *антипростыми* числами. В ответе перечислите найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите число его делителей.

*Примечание:* Антипростое число — это натуральное число, количество делителей которого больше чем у любого натурального числа меньше его.

- 320) **PRO100-ЕГЭ)** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123^*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, больших 65000, найдите первые 7 чисел, удовлетворяющих маске  $6^*97^*5?$  и имеющих не менее 4 чётных делителей. Запишите в ответе найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите сумму его чётных делителей.

321) (**PRO100-ЕГЭ**) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «А» означает ровно одну произвольную **чётную** цифру;
- символ «В» означает любую последовательность **нечётных** цифр произвольной длины; в том числе «В» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске 123В4А5 соответствуют числа 123405 и 12399405.

Среди натуральных чисел, не превышающих  $10^{10}$ , найдите все числа, соответствующие маске 1А2157В4, делящиеся на 133 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им результаты деления этих чисел на 133.

322) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске 123\*4?5 соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, меньших  $10^9$ , найдите числа, удовлетворяющих маске 3\*51?5\*7 и делящиеся на 2423, у которых сумма цифр – простое число. Запишите в ответе найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите частное от его деления на 2423.

323) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске 123\*4?5 соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, меньших  $10^9$ , найдите числа, удовлетворяющих маске 9\*31?5\*7 и делящиеся на 2801, у которых сумма цифр – простое число. Запишите в ответе найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите частное от его деления на 2801.

324) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске 123\*4?5 соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, меньших  $10^9$ , найдите числа, удовлетворяющих маске 5\*35?5\*1 и делящиеся на 2273, у которых сумма цифр – простое число. Запишите в ответе найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите частное от его деления на 2273.

325) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске 123\*4?5 соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, меньших  $10^9$ , найдите числа, удовлетворяющих маске 7\*15?3\*7 и делящиеся на 2267, у которых сумма цифр – простое число. Запишите в ответе найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите частное от его деления на 2267.

326) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске  $123*4?5$  соответствуют числа 123405 и 12300425.

Среди натуральных чисел, меньших  $10^9$ , найдите числа, удовлетворяющих маске  $7*53?3*1$  и делящиеся на 2627, у которых сумма цифр – простое число. Запишите в ответе найденные числа в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите частное от его деления на 2627.