

ФИЗИКА В НГУ

Под редакцией Т. В. Меледина, В. С. Черкасского

ШКОЛЬНАЯ ФИЗИКА В ЗАДАЧАХ С РЕШЕНИЯМИ

Часть II

Вступительные задачи в НГУ 1985—2006 гг.

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Физический факультет
Кафедра общей физики**

ШКОЛЬНАЯ ФИЗИКА В ЗАДАЧАХ С РЕШЕНИЯМИ

Часть II Вступительные задачи в НГУ 1985–2006 гг.

Под редакцией Г. В. Меледина, В. С. Черкасского

Редакторы-составители задач: Е. М. Балдин, В. И. Баткин, А. Е. Бондарь, М. Ф. Блинов,
В. П. Бородин, И. И. Воробьев, А. П. Ершов, П. И. Зубков, Д. Е. Иванов, С. М. Ишикаев,
Г. Л. Коткин, Л. А. Лукьянчиков, Б. А. Луговцов, Г. В. Меледин, А. И. Мильштейн,
И. Б. Николаев, О. Я. Савченко, В. Г. Сербо, А. И. Трубачев, Г. В. Федотович, О. Ю. Цвелодуб

**Новосибирск
2007**

ББК 22.3

М 47

УДК 53(075.4)

Школьная физика в задачах с решениями: В 2 ч. / Под ред. Г. В. Меледина, В. С. Черкасского / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2007. Ч. 2. 414 с., 613 рис.

ISBN 978-5-94356-516-8

Часть I содержит свыше пятисот задач письменного экзамена по физике, предлагавшихся поступающим на физический факультет Новосибирского государственного университета с 1966 по 1987 г. Особый интерес представляют задачи-оценки (с 1976 г.) и задачи-демонстрации (с 1972 г.). К большинству задач даны подробные решения. Задачи сгруппированы по тематическому признаку.

Часть II содержит варианты задач по физике, предлагавшихся на вступительных экзаменах с 1985 по 2006 г. в том виде, как они предлагались на вступительных экзаменах в НГУ. В большинстве вариантов указан средний процент решивших задачи. Для большинства задач приведены решения.

Для слушателей и преподавателей подготовительных отделений и курсов, выпускников и старшеклассников общеобразовательных школ, лицеев, колледжей, техникумов; для членов вузовских приемных комиссий, а также лиц, занимающихся самообразованием и изучением методических вопросов преподавания физики в школе и вузе.

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук Б. А. Князев,
д-р физ.-мат. наук Б. А. Луговцов

© Изд. фирма «Физ-мат лит.»,
ВО «Наука», 1985, 1989, с изм. 1994
© Новосибирский государственный
университет, 1966—2007

ISBN 978-5-94356-516-8

Оглавление

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ	4
ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАЧ . . .	5
1985 г.	5
Вариант 51	5
Вариант 52	6
Вариант 53	7
Вариант 54	8
Вариант 55	10
Вариант 56	11
1986 г.	12
Вариант 61	12
Вариант 62	13
Вариант 63	14
Вариант 64	15
Вариант 65	16
Вариант 66	17
1987 г.	18
Вариант 71	18
Вариант 72	19
Вариант 73	21
Вариант 74	22
Вариант 75	23
Вариант 76	24
1988 г.	25
Вариант 81	25
Вариант 82	26
Вариант 83	27

Вариант 84	28
Вариант 85	29
Вариант 86	31
Вариант 87	32
Вариант 88	33
1989 г.	34
Вариант 91	34
Вариант 92	35
Вариант 93	36
Вариант 94	37
Вариант 95	38
Вариант 96	39
1990 г.	40
Вариант 01	40
Вариант 02	41
Вариант 03	42
Вариант 04	43
Вариант 05	44
Вариант 06	45
1991 г.	46
Вариант 11	46
Вариант 12	47
Вариант 13	48
Вариант 14	49
Вариант 15	50
Вариант 16	52
1992 г.	53
Вариант 21	53
Вариант 22	54
Вариант 23	55
Вариант 24	56

Вариант 25	57
Вариант 26	59
1993 г.	60
Вариант 31	60
Вариант 32	61
Вариант 33	63
Вариант 34	64
Вариант 35	65
Вариант 36	66
1994 г.	68
Вариант 41	68
Вариант 43	69
Вариант 44	70
Вариант 46	72
Вариант 40	73
1995 г.	74
Вариант 51 _р —ФФ	75
Вариант 52—ФФ	76
Вариант 53—ФФ	77
Вариант 54—ФЕН	78
Вариант 55—ГГФ	79
1996 г.	80
Вариант 61—ФФ	80
Вариант 62 _р —ФФ	81
Вариант 63 _р —ФФ	82
Вариант 64—ФФ	83
Вариант 65 _р —ФЕН	84
Вариант 66—ФЕН	85
Вариант 67 _р —ГГФ	86
1997 г.	86
Вариант 71 _р —ФФ	86

Вариант 72 _р –ФФ	88
Вариант 73–ФФ	89
Вариант 74–ФФ	90
Вариант 77 _р –ГГФ	91
Вариант 78 _р –ФЕН	92
Вариант 79–ФЕН	93
1998 г.	94
Вариант 81 _р –ФФ	94
Вариант 82 _р –ФФ	95
Вариант 83–ФФ	96
Вариант 84–ФФ	97
Вариант 85 _р –ФЕН	99
Вариант 86–ФЕН	99
Вариант 87 _р –ГГФ	100
Вариант 88–ГГФ	101
1999 г.	102
Вариант 91 _р –ФФ	102
Вариант 92 _р –ФФ	103
Вариант 93–ФФ	104
Вариант 94–ФФ	105
Вариант 95 _р –ФЕН	106
Вариант 96–ФЕН	107
Вариант 97 _р –ГГФ	108
Вариант 98–ГГФ	109
2000 г.	109
Вариант 01 _р –ФФ	109
Вариант 02 _р –ФФ	111
Вариант 03–ФФ	111
Вариант 04–ФФ	113
Вариант 05 _р –ФЕН	114
Вариант 06 _р –ФЕН	115

Вариант 07 _р —ГГФ	116
Вариант 08—ГГФ	117
2001 г.	118
Вариант 11—ФФ	118
Вариант 12—ФФ	119
Вариант 05—ФЕН	120
Вариант 08—ГГФ	121
Вариант 01 _р —ФФ	122
Вариант 02 _р —ФФ	123
Вариант 05 _р —ФЕН	124
Вариант 07 _р —ГГФ	125
2002 г.	126
Вариант 21 _р —ФФ	126
Вариант 22 _р —ФФ	127
Вариант 23 _р —ФФ	128
Вариант 24—ФФ	129
Вариант 25—ФФ	130
Вариант 26 _р —ФЕН	131
Вариант 27—ФЕН	132
Вариант 28 _р —ГГФ	133
Вариант 29—ГГФ	134
2003 г.	135
Вариант 31 _р —ФФ	135
Вариант 32 _р —ФФ	136
Вариант 33 _р —ФФ	137
Вариант 34—ФФ	138
Вариант 35—ФФ	139
Вариант 36 _р —ФЕН	141
Вариант 37 _р —ФЕН	142
Вариант 38—ФЕН	143
Вариант 39 _р —ГГФ	144

Вариант 310 _р —ГГФ	144
Вариант 311—ГГФ	145
2004 г.	146
Вариант 41 _р —ФФ	146
Вариант 42 _р —ФФ	147
Вариант 43 _в —ФФ	149
Вариант 44—ФФ	150
Вариант 45—ФФ	151
Вариант 46 _р —ФЕН	152
Вариант 47 _в —ФЕН	153
Вариант 48—ФЕН	154
Вариант 49 _р —ГГФ	155
Вариант 410 _в —ГГФ	156
Вариант 411—ГГФ	157
2005 г.	158
Вариант 51 _р —ФФ	158
Вариант 52 _р —ФФ	159
Вариант 53 _р —ФФ	160
Вариант 54—ФФ	161
Вариант 55—ФФ	162
Вариант 56 _р —ФЕН	164
Вариант 57 _р —ФЕН	165
Вариант 58—ФЕН	166
Вариант 59 _р —ГГФ	167
Вариант 510 _р —ГГФ	168
Вариант 511—ГГФ	169
2006 г.	170
Вариант 61 _р —ФФ	170
Вариант 62 _р —ФФ	171
Вариант 63—ФФ	172
Вариант 64—ФФ	173

Вариант 65р—ФЕН	174
Вариант 66—ФЕН	175
Вариант 67р—ГГФ	176
Вариант 68—ГГФ	177
ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ, УКАЗАНИЯ	179
1985 г.	179
Вариант 51	179
Вариант 52	180
Вариант 53	182
Вариант 54	184
Вариант 55	185
Вариант 56	186
1986 г.	188
Вариант 61	188
Вариант 62	189
Вариант 63	190
Вариант 64	191
Вариант 65	192
Вариант 66	193
1987 г.	195
Вариант 71	195
Вариант 72	196
Вариант 73	198
Вариант 74	200
Вариант 75	201
Вариант 76	202
1988 г.	204
Вариант 81	204
Вариант 82	205
Вариант 83	206

Вариант 84	207
Вариант 85	208
Вариант 86	210
Вариант 87	212
Вариант 88	213
1989 г.	214
Вариант 91	214
Вариант 92	216
Вариант 93	217
Вариант 94	219
Вариант 95	220
Вариант 96	221
1990 г.	222
Вариант 01	222
Вариант 02	223
Вариант 03	225
Вариант 04	226
Вариант 05	227
Вариант 06	228
1991 г.	229
Вариант 11	229
Вариант 12	230
Вариант 13	232
Вариант 14	233
Вариант 15	235
Вариант 16	236
1992 г.	237
Вариант 21	237
Вариант 22	238
Вариант 23	240
Вариант 24	241

Вариант 25	242
Вариант 26	243
1993 г.	244
Вариант 31	244
Вариант 32	246
Вариант 33	248
Вариант 34	249
Вариант 35	251
Вариант 36	252
1994 г.	253
Вариант 41	253
Вариант 43	254
Вариант 44	256
Вариант 46	257
Вариант 40	258
1995 г.	260
Вариант 51 _р —ФФ	260
Вариант 52—ФФ	261
Вариант 53—ФФ	264
Вариант 54—ФЕН	264
Вариант 55—ГГФ	265
1996 г.	266
Вариант 61—ФФ	266
Вариант 62 _р —ФФ	268
Вариант 63 _р —ФФ	269
Вариант 64—ФФ	270
Вариант 65 _р —ФЕН	271
Вариант 66—ФЕН	273
Вариант 67 _р —ГГФ	274
1997 г.	274
Вариант 71 _р —ФФ	274

Вариант 72 _р –ФФ	277
Вариант 73–ФФ	278
Вариант 74–ФФ	280
Вариант 77 _р –ГГФ	282
Вариант 78 _р –ФЕН	283
Вариант 79–ФЕН	284
1998 г.	286
Вариант 81 _р –ФФ	286
Вариант 82 _р –ФФ	287
Вариант 83–ФФ	289
Вариант 84–ФФ	291
Вариант 85 _р –ФЕН	292
Вариант 86–ФЕН	294
Вариант 87 _р –ГГФ	296
Вариант 88–ГГФ	297
1999 г.	298
Вариант 91 _р –ФФ	298
Вариант 92 _р –ФФ	300
Вариант 93–ФФ	301
Вариант 94–ФФ	304
Вариант 95 _р –ФЕН	305
Вариант 96–ФЕН	306
Вариант 97 _р –ГГФ	308
Вариант 98–ГГФ	309
2000 г.	310
Вариант 01 _р –Ф	310
Вариант 02 _р –ФФ	313
Вариант 03–ФФ	314
Вариант 04–ФФ	319
Вариант 05 _р –ФЕН	322
Вариант 06 _р –ФЕН	324

Вариант 07 _р —ГГФ	326
Вариант 08—ГГФ	327
2001 г.	328
Вариант 11—ФФ	328
Вариант 12-ФФ	329
Вариант 05—ФЕН	331
Вариант 08—ГГФ	333
Вариант 01 _р —ФФ	334
Вариант 02 _р —ФФ	335
Вариант 05 _р —ФЕН	336
Вариант 07 _р —ГГФ	337
2002 г.	337
Вариант 21 _р —ФФ	337
Вариант 22 _р -ФФ	339
Вариант 23 _р -ФФ	340
Вариант 24-ФФ	342
Вариант 25-ФФ	343
Вариант 26 _р —ФЕН	344
Вариант 27—ФЕН	345
Вариант 28 _р —ГГФ	346
Вариант 29—ГГФ	347
2003 г.	347
Вариант 31 _р —ФФ	347
Вариант 32 _р -ФФ	349
Вариант 33 _р -ФФ	350
Вариант 34—ФФ	352
Вариант 35—ФФ	354
Вариант 36 _р —ФЕН	355
Вариант 37 _р —ФЕН	356
Вариант 38—ФЕН	357
Вариант 39 _р —ГГФ	358

Вариант 310 _р —ГГФ	359
Вариант 311—ГГФ	360
2004 г.	361
Вариант 41 _р —ФФ	361
Вариант 42 _р —ФФ	363
Вариант 43 _в —ФФ	365
Вариант 44—ФФ	366
Вариант 45—ФФ	370
Вариант 46 _р —ФЕН	371
Вариант 47 _в —ФЕН	373
Вариант 48—ФЕН	374
Вариант 49 _р —ГГФ	376
Вариант 410 _в —ГГФ	377
Вариант 411—ГГФ	378
2005 г.	379
Вариант 51 _р —ФФ	379
Вариант 52 _р —ФФ	381
Вариант 53 _р —ФФ	383
Вариант 54—ФФ	385
Вариант 55—ФФ	387
Вариант 56 _р —ФЕН	389
Вариант 57 _р —ФЕН	390
Вариант 58—ФЕН	392
Вариант 59 _р —ГГФ	393
Вариант 510 _р —ГГФ	394
Вариант 511—ГГФ	395
2006 г.	396
Вариант 61 _р —ФФ	396
Вариант 62 _р —ФФ	397
Вариант 63—ФФ	397
Вариант 64—ФФ	398

Вариант 65 _р —ФЕН	399
Вариант 66—ФЕН	399
Вариант 67 _р —ГГФ	400
Вариант 68—ГГФ	400
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ . .	401

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

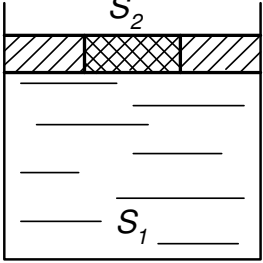
c, u, v — скорость	c — удельная теплоемкость
t, τ — время, интервал времени	λ — удельная теплота парообразования
L, ℓ, d — расстояние	U — внутренняя энергия
H, h — высота	E — напряженность электрического поля
Ω, ω — угловая скорость, круговая частота	Q, q, e — заряд
$\varphi, \alpha, \beta, \gamma$ — угол	σ — поверхностная плотность заряда
g — ускорение свободного падения	W — кинетическая энергия
R, r — радиус	U — напряжение, разность потенциалов
D, d — диаметр, толщина, размер	R — сопротивление
F — сила	C — емкость
M, m — масса	I — ток (сила тока)
k — коэффициент трения	n — показатель преломления
a — ускорение	B — магнитная индукция
S — площадь	Φ — магнитный поток
κ — жесткость	L — индуктивность
T — период	\mathcal{E} — ЭДС
ρ — плотность	R — коэффициент отражения
ρ_0 — плотность воды	F — фокусное расстояние
P — мощность	
η — КПД	
Q — количество теплоты	
p — давление	
p_0 — атмосферное давление	
α — температурный коэффициент линейного расширения	
T, t — температура	
μ — молярная масса	

ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

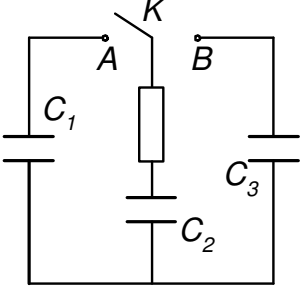
1985 г.

Вариант 51

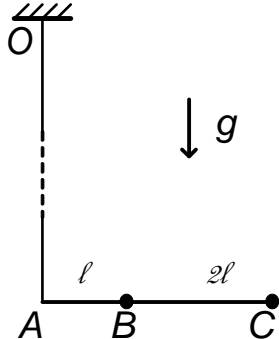
51.1. В цилиндр сечения S_1 налита несжимаемая жидкость, поверх которой помещен поршень. Внутри этого поршня имеется цилиндрическая вставка сечения S_2 . Сила трения между поршнем и вставкой может достигать величины F ; между поршнем и стенками цилиндра трения нет. С какой минимальной силой нужно надавить сверху на вставку, чтобы выдавить ее из поршня? Силы тяжести не учитывать. (46 %)



51.2. В схеме, изображенной на рисунке, напряжение на конденсаторе C_2 равно U , а конденсаторы C_1 и C_3 не заряжены. Ключ K попеременно переключают в положения A и B . Определить, какое количество тепла выделится после очень большого числа переключений. (39 %).



51.3. Стержень ABC , на котором закреплены два одинаковых грузика B и C , подвешен за точку A к очень длинной нити OA ($OA \gg AC$). Стержень удерживали в горизонтальном положении, при этом нить OA была вертикальной, а затем отпустили. Какой будет скорость точки A в момент, когда стержень будет проходить нижнее положение? Весом стержня и нити пренебречь, $AB = \ell$, $BC = 2\ell$. (16 %)



51.4. Пассажир летящего на высоте 10 км самолета видит восходящее солнце. Оцените, через какое время увидит солнце наблюдатель,

стоящий на земле под самолетом.

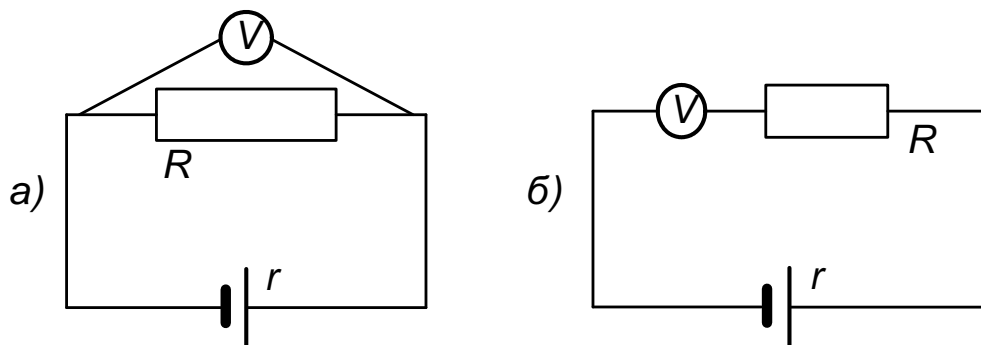
(67 %)

51.5. На наклонной плоскости на равных расстояниях друг от друга размещены ролики. Крайние ролики легко проворачиваются, средний — закреплен. Когда, брусок кладут на средний и нижний ролик, он съезжает. Когда его кладут на верхний и средний — он не съезжает. Объясните явление.

(33 %)

Вариант 52

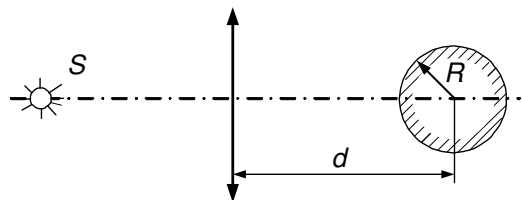
52.1. В цепь, составленную из источника ЭДС с внутренним со-



противлением r и сопротивления R , включается вольтметр, первый раз параллельно сопротивлению R (рис. а), второй раз — последовательно с ним (рис. б). Показания вольтметра оказались одинаковыми. Найдите сопротивление вольтметра.

(61 %)

52.2. Оптическая система состоит из собирающей линзы с фокус-

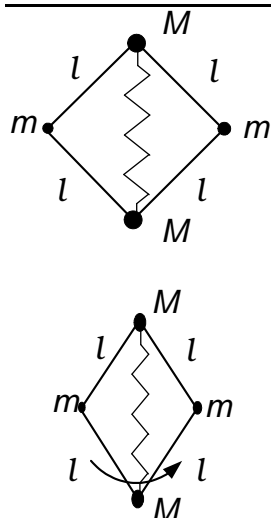


ным расстоянием F и зеркальным шарика радиуса R , центр которого находится на оптической оси линзы на расстоянии d от нее.

Определить расстояние от линзы до точечного источника S , расположенного на оптической оси системы, при котором изображение источника совпадает с самим источником.

(28 %)

52.3. Два шарика массой M каждый скреплены невесомой пружин-



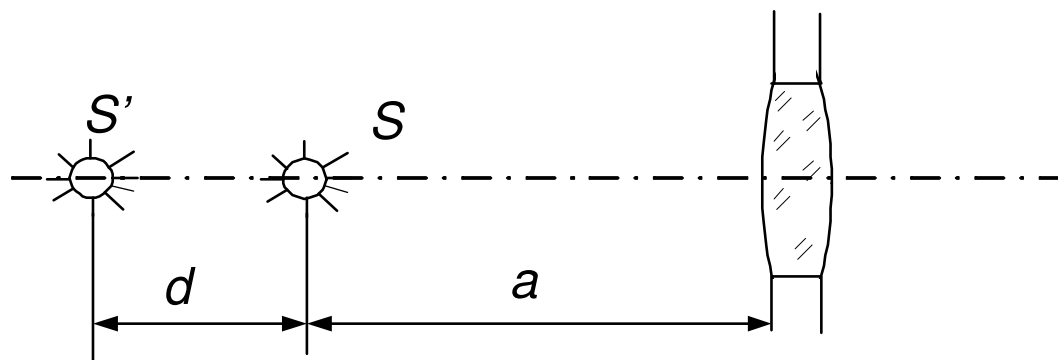
жиной жесткости k . К ним через невесомые нити прикреплены еще два шарика массы m , так что вся система образует квадрат со стороной l , покоящийся на горизонтальном гладком столе. Затем эта связка постепенно раскручивается на столе вокруг ее центра масс до тех пор, пока квадрат не превратится в ромб с углом 60° около шариков массы M . Определить угловую скорость вращения связки. (40 %).

52.4. Как известно, предельный размер детали на киноплёнке определяется размерами кристалликов светочувствительного слоя. С уменьшением размера кристалликов четкость изображения на кинокадре растет. Оцените предельный размер кристалликов, при котором кинозритель перестает замечать рост четкости изображения на экране кинозала. (48 %)

52.5. В холодную колбу наливают горячую воду и на горлышко надевают воздушный шарик. Если взболтать воду, шарик сначала раздувается, а потом падает. Если снова взболтать колбу, эффект раздувания опять повторяется, хотя и слабее. Объясните явление. (51 %).

Вариант 53

53.1. Точечный источник света расположен на главной оптической оси собирающей линзы с круглой диафрагмой на расстоянии a от лин-



зы. С другой стороны линзы расположен экран в месте резкого изображения источника света. Найдите радиус светового пятна на экране, если источник света отодвинуть от линзы на расстояние d (см. рис.). Радиус диафрагмы линзы R , фокусное расстояние F . (72 %)

53.2. В вакууме находится тонкостенный эластичный пузырь радиуса R_1 с газом, внутри которого находится такой же пузырь радиуса R_2 и с таким же газом. Внутренний пузырь лопается. Найдите радиус внешнего пузыря, если температура газа остается постоянной. Считать, что эластичная оболочка создает давление внутри пузыря обратно пропорциональное его радиусу. (46 %)

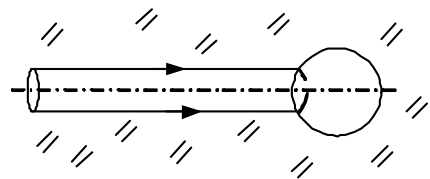
53.3. Два упругих шара одновременно вылетают из вершин A и B равностороннего треугольника в направлении третьей его вершины C с одинаковыми по величине скоростями. Масса шара A втрое больше массы шара B . Каким будет угол между скоростями шаров после удара? (23 %)

53.4. В стакан положили кусочек льда массы $m = 100$ г и накрыли плотно прилегающей крышкой. Оцените силу, которая потребуется, чтобы оторвать крышку от стакана сразу по всему периметру после растаивания льда. (33 %)

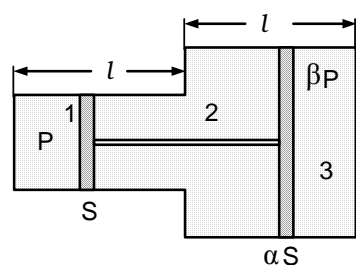
53.5. Шланг, подсоединенный снизу к сосуду с водой, заканчивается двумя одинаковыми отверстиями. Если открыты оба отверстия, бьют два фонтанчика одинаковой высоты. Если теперь закрыть одно из отверстий, то высота второго фонтанчика сначала заметно увеличивается, а потом уменьшается, оставаясь все же выше первоначальной. Объясните явление. (24 %).

Вариант 54

54.1. В веществе с показателем преломления n распространяется

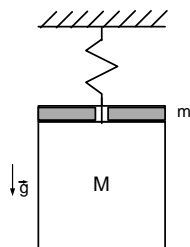


узкий параллельный световой пучок. Сечение пучка — круг. Этот пучок встречается со сферической полостью (пустотой), диаметр которой совпадает с его осью. Во сколько раз пучок будет шире на выходе из полости? (Для малых углов $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$.) (52 %)



54.2. Два цилиндра одинаковой длины ℓ и с площадью сечений: левого, равной S , правого, равной αS (см. рис.), соединены между собой. Посредине каждого цилиндра находятся поршни, соединенные жестким стержнем. Во всех трех отсеках системы находится идеальный газ. Давление в отсеке 1 равно p , а в отсеке 3 — равно βp . Трение пренебрежимо мало, поршни находятся в равновесии. К системе подвели количество теплоты Q так, что температура возросла, оставаясь во всех отсеках одинаковой. Определить изменение давления в отсеке 1. Внутренняя энергия одного моля газа равна cT . Теплоемкость цилиндров и поршней пренебрежимо мала. (23 %)

54.3. На груз массы M , висящий на пружине, кладут перегрузок массы m , удерживая груз в первоначальном положении, а затем его отпускают. Найдите максимальное значение силы, действующей на перегрузок со стороны груза. (29 %)

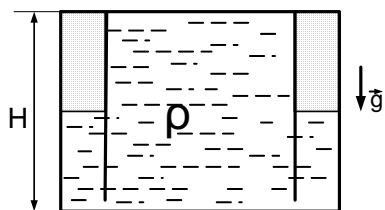


54.4. Оцените мощность, развиваемую при ударе свинцовой пули из малокалиберной винтовки о стальную плиту. Предполагается, что Вы, хорошо представляя явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно числовые значения и получить числовой результат. (48 %)

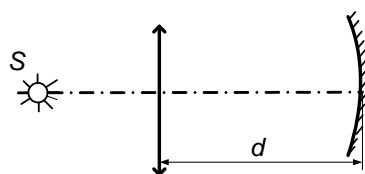
54.5. См. задачу 5 варианта 51. (45 %)

Вариант 55

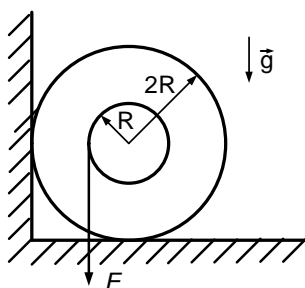
- 55.1. Цилиндрический сосуд с тонкими двойными стенками наполнили до краев жидкостью плотности ρ . Высота сосуда равна H , площадь дна равна S , площадь сечения внутреннего равна $S/2$. Между внутренним цилиндром и дном имеется узкая щель. Найдите значение атмосферного давления, если масса жидкости в сосуде равна m . Стенки сосуда хорошо проводят тепло. (66 %)



- 55.2. Оптическая система состоит из собирающей линзы, имеющей фокусное расстояние F и вогнутого зеркала радиуса R , расположенных на расстоянии d друг от друга так, что их оптические оси совпадают. На каком расстоянии от линзы на оптической оси должен находиться точечный источник света S , чтобы его изображение совпадало с самим источником? (44 %)



- 55.3. У стенки, прижимаясь к ней, лежит катушка радиуса $2R$, на внутренний цилиндр которой намотана нить. За нить тянут вертикально вниз. При каком значении силы натяжения нити F катушка начнет вращаться? Коэффициент трения о пол и стенку одинаковы и равны μ , радиус внутреннего цилиндра равен R . (38 %)



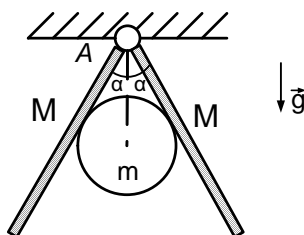
- 55.4. Оцените время соприкосновения ноги футболиста с мячом при сильном ударе. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление и можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно числовые значения и получить числовой результат. (38 %)

- 55.5. См. задачу 5 варианта 52. (57 %)

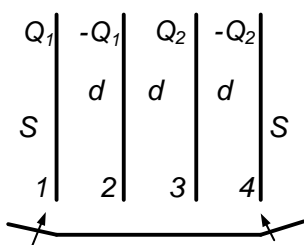
Вариант 56

56.1. Посередине горизонтальной трубки, закрытой с торца, находится поршень. Слева и справа от него при давлении p имеется пар, конденсирующийся при давлении $2p$. Трубку ставят вертикально. При этом объем под поршнем уменьшается в четыре раза. Найдите вес поршня, если его площадь равна S . Трение пренебрежимо мало. Температура в обоих отсеках одинакова и постоянна. (51 %)

56.2. Между двумя одинаковыми досками массы M каждая, шарнирно закрепленными в точке A , удерживается шар массы m . Точка касания доски и шара находится посередине доски. Угол между досками равен 2α . При каком минимальном значении коэффициента трения это возможно? (23 %)



56.3. Четыре одинаковых металлических пластины 1–4 площади S каждая с зарядами $Q_1, -Q_1, Q_2, -Q_2$, соответственно (см. рис.), установлены на равных расстояниях d друг от друга. Внешние пластины 1 и 4 соединяют проводником. Найдите разность потенциалов между внутренними пластинами 2 и 3. Расстояние d мало по сравнению с размерами пластин. (12 %)



56.4. Оцените силу, прикладываемую спортсменом к ядру при толкании.

Предполагается, что Вы, хорошо представляя явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно числовые значения и получить числовой результат. (57 %)

56.5. См. задачу 5 варианта 53. (35 %)

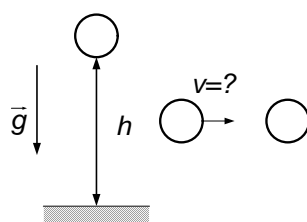
1986 г.

Вариант 61

61.1. Найдите подъемную силу аэростата, наполненного гелием. Масса гелия равна m . Давления и температуры внутри и вне оболочки аэростата одинаковы. Молярная масса гелия — μ , воздуха — μ_b , ускорение свободного падения g . Массой оболочки пренебречь.

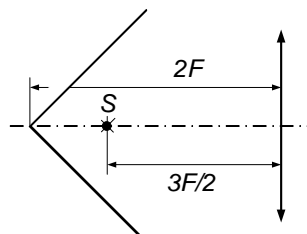
(80 %)

61.2. Елочное украшение — тонкостенный стеклянный шарик — разбивается при падении на каменный пол с минимальной высоты h . С какой минимальной скоростью этот шарик должен налететь на такой же покоившийся до соударения шарик, чтобы шарик разбился?



(49 %)

61.3. Найдите изображения точечного источника S , создаваемые системой из линзы с фокусным расстоянием F и конического зеркала с углом при вершине равным 90° . Ось конуса совпадает с осью линзы. Расстояние между вершиной конуса и линзой равно $2F$, между источником S и линзой равно $3F/2$.



(42 %)

61.4. Оцените, какую мощность развивает велосипедист на финише. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить числовой результат.

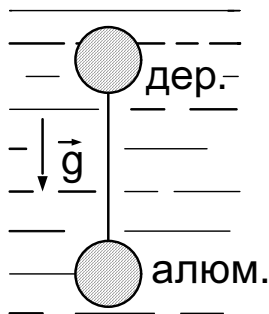
(51 %)

61.5. Колбу с закипевшей водой снимают с плитки. Кипение прекращается. Колбу плотно закрывают резиновой пробкой с продетым сквозь нее массивным медным стержнем. Вода закипает. Объясните явление.

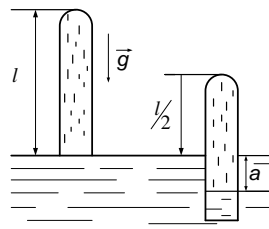
(65 %)

Вариант 62

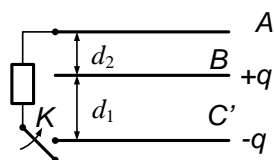
- 62.1. Два шарика одинакового радиуса R , но один из алюминия, другой деревянный, соединенные длинной нитью, медленно тонут в воде, двигаясь с постоянной скоростью. Найдите силу сопротивления воды, действующую на каждый из шариков. Плотность алюминия — ρ_1 , дерева — ρ_2 , воды — ρ_0 . Ускорение свободного падения — g . (78 %)



- 62.2. Пробирка длины ℓ , содержащая воздух и насыщенный водяной пар, касается открытым концом поверхности воды. Пробирку погружают в воду наполовину. При этом поверхность воды в пробирке оказывается на глубине a . Найдите давление насыщенного водяного пара. Температура постоянна, атмосферное давление — p , плотность воды — ρ , ускорение свободного падения — g . (33 %)



- 62.3. Три одинаковые плоские металлические пластины A , B и C площади S каждая расположены параллельно друг другу на расстояниях d_1 и d_2 . Пластины изолированы, и на пластинах B и C находятся заряды $+q$ и $-q$, а пластина A не заряжена. Пластины A и C соединили через сопротивление, замкнув ключ K . Найдите количество теплоты, выделившейся на сопротивлении. (34 %)



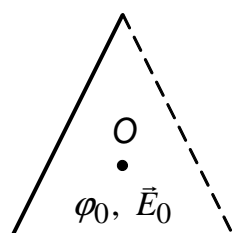
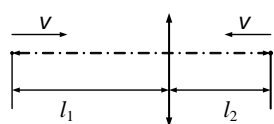
- 62.4. Оцените, на каком расстоянии железнодорожные рельсы кажутся слившимися. Предполагается, что Вы, хорошо представляя явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить числовой результат. (61 %)

- 62.5. Проводящее колесо может свободно вращаться вокруг своей оси, расположенной вертикально. Между центром колеса и его обо-

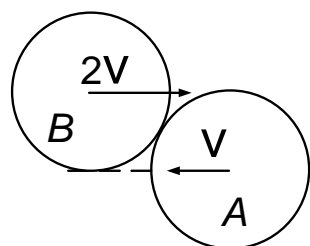
дом имеется постоянная разность потенциалов. Если к колесу поднести магнит, оно начинает вращаться. При смене полюса магнита направление вращения изменяется на противоположное. Объясните явление. (67 %)

Вариант 63

63.1. Вдоль главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 5$ см движутся навстречу друг другу два светлячка, находящиеся по разные стороны линзы. Скорость светлячков одна и та же $v = 2$ см/с. Через какое время первый светлячок встретится с изображением второго, если в начальный момент они находились на расстояниях $l_1 = 20$ см и $l_2 = 15$ см от линзы? (70 %)



63.2. Две стороны правильного треугольника образованы одинаковыми равномерно заряженными палочками. При этом в центре O треугольника потенциал равен φ_0 , а напряженность электрического поля равна \vec{E}_0 . Найдите потенциал φ , а также величину и направление вектора напряженности \vec{E} , которые будут в точке O , если убрать одну из палочек. (63 %)



63.3. Два одинаковых гладких упругих шарика A и B движутся во встречных направлениях со скоростями v и $2v$, причем прямые, проходящие через центры каждого из шариков в направлении их движения, касаются другого шарика. Найдите, под каким углом к первоначальному направлению будет двигаться шарик A после соударения. (36 %)

63.4. Оцените изменение давления в парной после того, как на раскаленные камни плеснули воду из ковша. Предполагается, что Вы, хорошо представляя явление, можете сами задать необходимые величини-

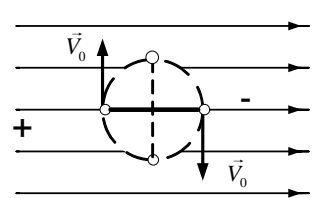
ны, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить числовой ответ. (При оценке считать парную герметичной.) (58 %)

63.5. На наклонной плоскости находится брусок, к которому прикреплена нить, перекинутая через проволочную петлю. На нижнем конце нити закреплен грузик. Свободно висящий грузик не вызывает движение бруска. Если же грузик качнуть, то брусок начинает двигаться. Объясните явление. (71 %)

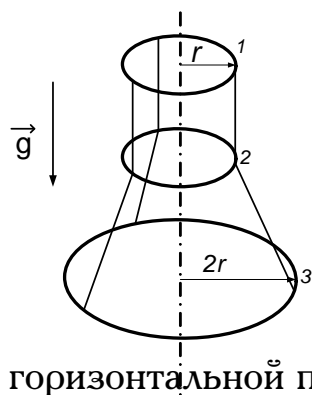
Вариант 64

64.1. Три одинаковые батареи подсоединяют к сопротивлению R , соединив их первый раз параллельно, а второй — последовательно. При этом мощность, выделяемая на сопротивлении во втором случае, в 4 раза превышает мощность, выделяемую в первом случае. Определить внутреннее сопротивление одной батареи. (74 %)

64.2. Два шарика с зарядами $+q$ и $-q$ одинаковой массы m , соединенных невесомым стержнем длины ℓ , движутся по окружности в однородном электрическом поле напряженности E . В тот момент, когда стержень направлен вдоль вектора \vec{E} , заряды имеют скорость v_0 . Найдите силу натяжения стержня в момент, когда он повернулся на 90° . Силу тяжести не учитывать. (46 %)

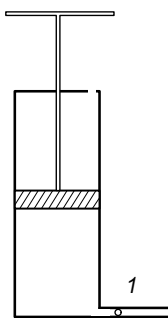


64.3. Три нерастяжимых нити одинаковой длины, прикрепленные к кольцу 1 на одинаковых расстояниях друг от друга и к кольцу 3 аналогичным образом, пропущены внутрь кольца 2, как показано на рисунке. Радиусы колец 1 и 2 одинаковы и равны r , радиус кольца 3 в два раза больше. Все кольца сделаны из одной и той же проволоки. Кольцо 1 удерживают в горизонтальной плоскости, система находится в равновесии. Найдите



расстояние между центрами 2-го и 3-го колец. Трением пренебречь. Ускорение свободного падения g . (33 %)

64.4. Дробинка попала в канал шланга 1 автомобильного насоса (см. рисунок). Оцените скорость, которую она может приобрести при сильном нажатии на ручку насоса.



Предполагается, что Вы, хорошо представляя явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить числовой результат. (60 %)

64.5. Колбу с закипевшей водой снимают с плитки. Кипение прекращается. Колбу плотно закрывают резиновой пробкой с продетым сквозь нее массивным медным стержнем. Вода закипает. Объясните явление. (80 %)

Вариант 65

65.1. Сферу радиуса R посеребрили изнутри и отрезали от нее меньшую часть — сферическое зеркало — так, что плоскость разреза прошла на расстоянии $R/2$ от центра сферы. В центр окружности, образованной линией разреза, поместили точечный источник света. Найдите максимальный угол между световыми лучами, отраженными от сферического зеркала. (61 %)

65.2. Грузик подвешен на трех одинаковых пружинах, закрепленных на горизонтальной линии в точках A , B , C , причем расстояние AB равно BC и равно длине недеформированной пружины. В положении равновесия $\angle ADB = \angle BDC = 30^\circ$. Внезапно пружина AD разорвалась. Найдите величину и направление ускорения грузика сразу после разрыва. Массой пружины пренебречь. Ускорение свободного падения g . (55 %)

65.3. П-образная проволочная рамка подвешена на горизонтальной оси и находится в однородном вертикально направленном магнит-

ном поле с индукцией B . Рамка состоит из стержня длины ℓ , массы m и двух невесомых жестких стержней длины h . Через рамку пропускают кратковременный импульс тока силой J_0 , длительности τ . Определить максимальный угол отклонения рамки от первоначального положения. Смещение рамки за время τ очень мало, ускорение свободного падения g . (46 %)

65.4. Оцените скорость, которую приобрели бы осколки закупоренной бутылки с водой, если бы взаимодействие между молекулами воды внезапно исчезло.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить числовой результат. (37 %)

65.5. На наклонной плоскости находится брусок, к которому прикреплена нить, перекинутая через проволочную петлю. На нижнем конце нити закреплен грузик. Свободно висящий грузик не вызывает движения бруска. Если же грузик качнуть, то брусок начинает двигаться. Объясните явление. (52 %)

Вариант 66

66.1. Пластина, изготовленная из двух квадратных пластин одинакового размера и массы, находится на горизонтальном столе. К точке A пластины прикреплена нить, за которую тянут в горизонтальном направлении с постоянной скоростью. Найдите угол α между линией соединения квадратов AB и нитью, если коэффициенты трения квадратов о стол равны μ_1 и μ_2 . (39 %)

66.2. На поверхности жидкости, налитой в стакан, плавает плоско-выпуклая линза с фокусным расстоянием F . Найдите высоту h жидкости в стакане, если изображение точечного источника света S' , расположенного на расстоянии L от линзы на ее оси, находится на дне

стакана. Показатель преломления жидкости равен n . Расстояние много больше диаметра стакана. (Для малых углов можно считать $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$). (55 %)

66.3. Три одинаковые проводящие пластины A , B и C расположены параллельно друг другу на расстояниях d_1 и d_2 . Вначале на пластине A находится заряд q , а пластины B и C не заряжены. Затем к пластинам B и C присоединяется батарея с ЭДС, равной U , а пластины A и C соединяются проводником. Найдите установившиеся заряды на пластинах. Площадь пластины — S' . (14 %)

66.4. В корпусе подводной лодки образовалось небольшое отверстие. Оцените скорость бьющей из него струи воды.

Предполагается, что Вы, хорошо представляя явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить числовой результат. (60 %)

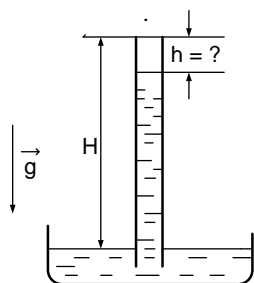
66.5. Проводящее колесо может свободно вращаться вокруг оси, расположенной вертикально. Между центром колеса и его ободом имеется постоянная разность потенциалов. Если к колесу поднести магнит, оно начинает вращаться. При смене полюса магнита направление вращения изменяется на противоположное. Объясните явление. (50 %)

1987 г.

Вариант 71

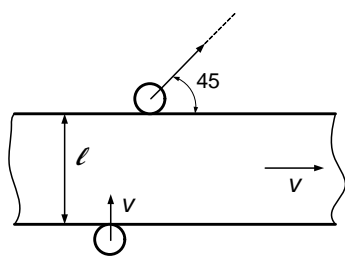
71.1. Из всей проводящей трубки внешнего радиуса b с толщиной стенок a изготовили проволоку квадратного сечения $a \times a$. Определить отношение сопротивления проволоки к сопротивлению, которое имела трубка при подключении электродов к ее торцам. (87 %)

71.2. В трубку барометра, которая была целиком заполнена рту-



тью, впускают снизу порцию воздуха объемом V при атмосферном давлении ρ . Насколько опустится столбик ртути? Внутреннее сечение трубки — S , ускорение свободного падения — g , плотность ртути — ρ . (63 %)

71.3. На горизонтальную шероховатую ленту ширины ℓ , движущуюся со скоростью V , въезжает шайба со скоростью V , направленной перпендикулярно краю ленты.



Шайба съезжает с ленты со скоростью, направленной под углом 45° к краю. Найти коэффициент трения шайбы о ленту. (30 %)

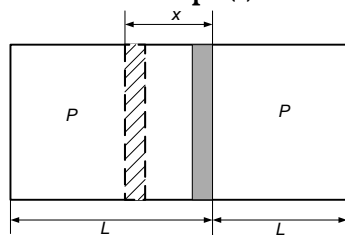
71.4. Оцените размер изображения человека, стоящего в аудитории у доски, на сетчатке Вашего глаза.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильные их числовые значения и получить числовой результат. (81 %)

71.5. Лазерный луч падает на прозрачную плоскопараллельную пластину, одна поверхность которой покрашена так, что способна рассеивать свет во всех направлениях. На пластине видна следующая картина: светлая точка в центре, темный круг с резко очерченной границей и светлый ореол снаружи от круга. Объяснить явление. (33 %)

Вариант 72

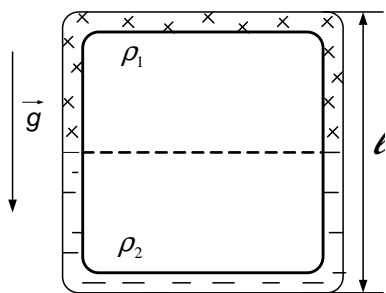
72.1. Посередине закрытой с торцов трубы длиной $2L$ и сечением



S находится поршень. Слева и справа от поршня находятся разные газы при одинаковом давлении P . Насколько сместится поршень, если он становится проницаемым

для одного из газов? Сила трения поршня о трубу равна F . Температуру газа считать постоянной. (51 %)

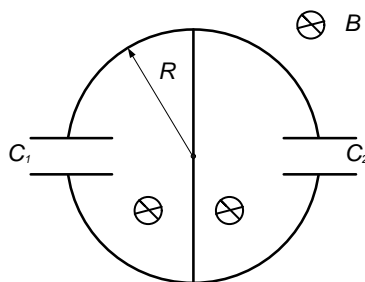
72.2. Узкая трубка постоянного сечения образует квадрат со стороной ℓ , закрепленный в вертикальной плоскости.



Трубка заполнена равными объемами двух, но не проникающих друг в друга жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2 . Вначале более плотная жидкость заполняла верхнюю часть трубки. В некоторый момент

жидкости пришли в движение. Найти их максимальную скорость. Трения нет. Ускорение свободного падения равно g . (55 %)

72.3. Проволочное кольцо радиуса R имеет проводящую перемычку, расположенную вдоль диаметра. В ле-



вую и правую полуокружности включены конденсаторы 1 и 2. Кольцо помещено в нарастающее линейно со временем магнитное поле с индукцией $B(t) = B_0 t/T$, перпендикулярное его плоскости. В некоторый момент

времени перемычку убирают и затем прекращают изменять магнитное поле. Найти установившиеся заряды на конденсаторах. (29 %)

72.4. Оцените, с какой скоростью может бежать по Луне космонавт в легком, удобном скафандре.

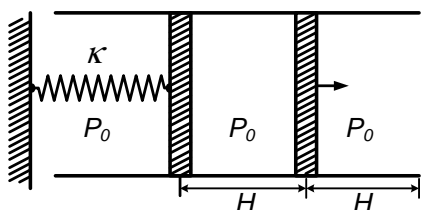
Предполагается, что Вы, хорошо представляя явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить числовой результат. (37 %)

72.5. Две одинаковых бутылки заполнены водой. В одну из них вставляют трубочку, отверстие которой закрыто пальцем. Бутылки одновременно переворачивают и в тот же момент открывают отверстие трубочки. Из бутылки с трубочкой вода вытекает заметно быстрее. Объяснить явление. (91 %)

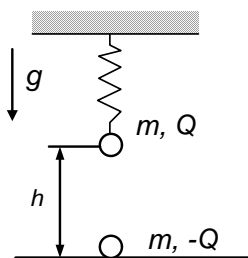
Вариант 73

73.1. Небольшое тело, двигаясь с горизонтальной скоростью на высоте h распалось на две части одинаковой массы. Одна часть упала на землю через время t после распада. Через какое время после распада окажется на земле вторая часть, упавшая позднее? Ускорение свободного падения равно g , сопротивление воздуха пренебрежимо мало. (46 %)

73.2. В горизонтально закрепленной, открытой с торцов трубе сечением S находятся два поршня. В исходном состоянии левый поршень соединен недеформированной пружиной жесткости k со стенкой, давление газа p_0 между поршнями равно атмосферному, расстояние H от правого поршня до края трубы равно расстоянию между поршнями. Правый поршень медленно вытянули до края трубы. Какую силу надо приложить к поршню, чтобы удерживать его в этом положении? Трение пренебрежимо мало, температура постоянна. (48 %)



73.3. Маленький шарик массы m подвешен на пружине жесткости k и несет заряд C . В начальный момент шарик удерживают так, что пружина не деформирована. Под шариком на расстоянии h лежит такой же шарик с зарядом Q . Верхний шарик отпускают. При каком минимальном значении Q нижний шарик подпрыгнет? Ускорение свободного падения равно g . (40 %)



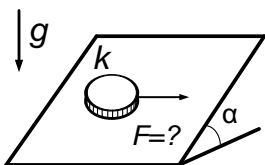
73.4. Рассеянный велосипедист не заметил, как случайно наехал на вертикальную стенку. Оцените, при какой минимальной скорости шина при ударе деформируется до металлического обода.

Предполагается, что Вы, хорошо представляя явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить числовой результат. (35 %)

73.5. В металлический сосуд с подкрашенной жидкостью введена тонкая стеклянная трубка так, что столб жидкости виден в выступающей части трубки. Если поставил сосуд на разогретую плитку, то столбик жидкости в трубке сначала опустится вниз, а потом пойдет вверх. Объяснить явление. (65 %)

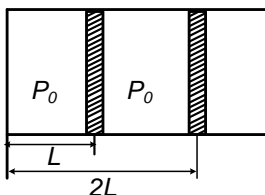
Вариант 74

74.1. На плоскости, образующей угол α с горизонтом, лежит шайба массы m . Какую минимальную силу надо приложить к шайбе в горизонтальном направлении вдоль плоскости, чтобы она сдвинулась? Коэффициент трения равен μ . (49 %)



74.2. Два плоских конденсатора ёмкости C каждый соединены параллельно и заряжены до напряжения V . Пластины одного из конденсаторов могут двигаться свободно навстречу друг другу. Найти их скорость в момент, когда зазор между пластинами конденсатора уменьшится в 2 раза. Масса каждой пластины равна M . Силу тяжести не учитывать. (55 %)

74.3. В цилиндрической трубе на расстояниях L и $2L$ от закрытого торца находятся два поршня, которые могут перемещаться без трения.



В левом отсеке находятся пары воды при давлении p_0 , а в правом — воздух при том же давлении. Давление насыщенных паров воды равно $2p_0$. Правый поршень медленно вдвинули на расстояние a . Насколько сдвинется левый поршень? Температуру паров воды и воздуха считать постоянной. (39 %)

74.4. Лесоруб ударил топором по чурбаку. Топор застрял, войдя в чурбак наполовину. Оцените силу, с которой сжимается лезвие топора.

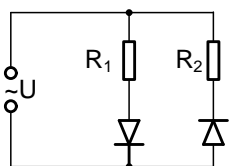
Предполагается, что Вы, хорошо представляя явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно

правильно их числовые значения и получить числовой результат. (36 %)

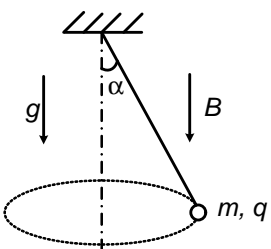
74.5. Лазерный луч падает на прозрачную плоскопараллельную пластину, одна поверхность которой закрашена, так что способна рассеивать свет во всех направлениях. На пластине видна следующая картина: светлая точка в центре, темный круг с резко очерченной границей и светлый ореол снаружи от круга. Объяснить явление. (27 %)

Вариант 75

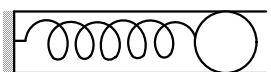
75.1. Два сопротивления R_1 и R_2 и два диода подключены к источнику переменного тока с напряжением U так, как показано на рисунке. Найти среднюю мощность, выделяющуюся в цепи. (42 %)



75.2. В вертикальном направлении создано однородное постоянное магнитное поле индукции B . Шарик массы m с зарядом q , подвешенный на нити длиной ℓ , движется по окружности так, что нить составляет угол α с вертикалью. Найти угловую скорость движения шарика. Ускорение свободного падения равно g . (56 %)



75.3. Детский пружинный пистолет, который можно представить себе в виде пружины конечной массы, прикрепленной к неподвижной стенке, выстреливает шариком со скоростью v . Если выстрелить шариком вдвое большей массы, то скорость его станет равной $\sqrt{\frac{2}{3}}V$. Какова будет скорость, если выстрелить шариком втрое большей массы? (24 %)



75.4. Оцените работу силы сопротивления воздуха при пролете капли дождя расстояния 1 м вблизи поверхности земли.

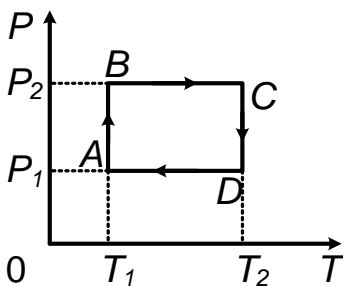
Предполагается, что Вы, хорошо представляя явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно

правильно их числовые значения и получить числовой результат. (52 %)

75.5. Две одинаковых бутылки заполнены водой. В одну из них вставляют трубочку, отверстие которой закрыто пальцем. Бутылки одновременно переворачивают, и в тот же момент открывают отверстие трубочки. Из бутылки с трубочкой вода вытекает заметно быстрее. Объяснить явление. (71 %)

Вариант 76

76.1. Диаграмма циклического процесса для одного моля газа в осях p, T образует прямоугольник $ABCD$, стороны BC и AD которого соответствуют давлениям p_2 и p_1 , а AB и CD — температурам T_1 и T_2 . Найти максимальный и минимальный объемы газа. Газовая постоянная равна R . (83 %)

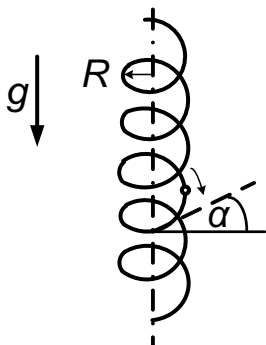


76.2. Два проводящих шара радиусов r и R расположены далеко друг от друга и соединены с обкладками конденсатора емкости C . Шару радиуса r сообщили заряд Q . Какой заряд оказался на другом шаре? (33 %)



Емкостью проводов пренебречь.

76.3. По тонкой проволоочной винтовой спирали, стоящей вертикально, скользит нанизанная на проволоку бусинка. Радиус спирали равен R , угол наклона проволоки к горизонту равен α . Найти установившуюся скорость бусинки, если коэффициент трения ее о проволоку равен μ . Ускорение свободного падения равно g . (36 %)



76.4. Человек наступил нечаянно на лежащие вверх зубьями грабли. Оцените, с какой скоростью грабли ударят его по лбу.

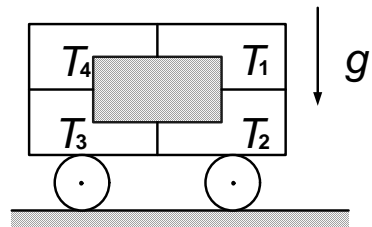
Предполагается, что Вы, хорошо представляя явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить числовой результат. (39 %)

76.5. В металлический сосуд с подкрашенной жидкостью введена тонкая трубка так, что столб жидкости виден в выступающей части трубки. Если поставить сосуд на разогретую плитку, то столбик жидкости в трубке сначала опустится вниз, а потом пойдет вверх. Объяснить явление. (59 %)

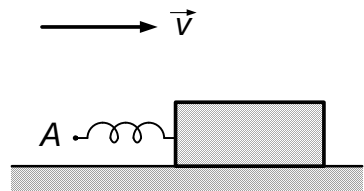
1988 г.

Вариант 81

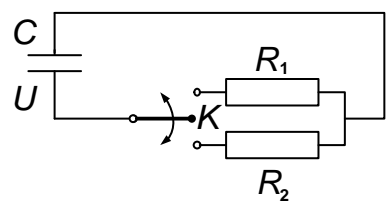
81.1. Груз закреплен на тележке двумя горизонтальными и двумя вертикальными нитями, силы, натяжения которых равны T_1 , T_2 , T_3 и T_4 (см. рис.). С каким ускорением тележка движется по горизонтальной плоскости? (90 %)



81.2. На гладком столе лежит грузик и касающаяся его одним концом пружинка. Другой конец пружинки (А) начинают двигать в сторону грузика с постоянной скоростью v . В момент максимального сжатия пружинки конец А останавливают. С какой скоростью будет двигаться грузик после того, как он отлетит от пружинки? Массой пружинки пренебречь. (42 %)



81.3. Конденсатор емкости C , заряженный до напряжения U , с помощью ключа K поочередно подключают на время t_1 к сопротивлению R_1 и на время t_2 к сопротивлению R_2 . Переключения продолжают до полной разрядки конденсатора. Определить количество теплоты, выделившееся на сопротивлении.



ях R_1 , и R_2 . Промежутки времени t_1 и t_2 очень малы, так что относительные изменения напряжения на конденсаторе за времена, t_1 и t_2 тоже малы. (53 %)

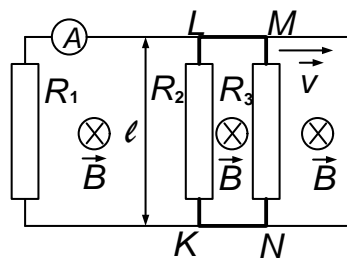
81.4. Оцените максимальную мощность звука милицейского свистка. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильные их числовые значения и получить числовой результат. (32 %)

81.5. Имеются два полупрозрачных зеркала, каждое из которых, как показывают измерения, пропускает приблизительно $1/5$ часть светового потока, а остальной свет отражает. Если на пути пучка света установить оба зеркала так, что их плоскости параллельны, то, казалось бы, они должны пропускать $1/25$ часть падающего потока света, тогда как на самом деле свет ослабляется не в 25 раз, а заметно меньше (примерно в 10 раз). Объяснить явление. (66 %)

Вариант 82

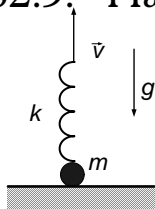
82.1. К телу, лежащему на горизонтальной плоскости, в течение времени τ прикладывают силу \vec{F} , направленную вдоль плоскости, после чего тело движется до остановки время t . Найдите силу трения. (88 %)

82.2. Параллельные проводники, расстояние между которыми равно ℓ , замкнуты с одной стороны на сопротивление R_1 , а с другой стороны разомкнуты. Со скоростью v по ним движется жесткая рамка $KLMN$, перпендикулярные проводникам стороны которой KL и MN имеют сопротивления R_2 и R_3 (см. рисунок). Перпендикулярно плоскости проводников направлено однородное магнитное поле \vec{B} . Найдите ток через амперметр



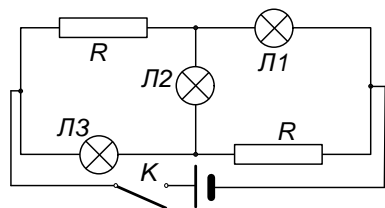
А. Сопротивлением проводников и амперметра пренебречь. (66 %)

- 82.3. На столе лежит грузик массы m , к которому прикреплена пружина жесткости k . Пружину начинают поднимать за свободный конец с постоянной вертикальной скоростью \vec{v} . Найдите максимальное удлинение пружины, если ее начальная деформация равна нулю. (53 %)



82.4. Оцените наибольшую температуру воздуха в стволе гладкоствольного ружья, в который влетает пуля, выпущенная из другого такого же ружья. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильные их числовые значения и получить числовой результат. (70 %)

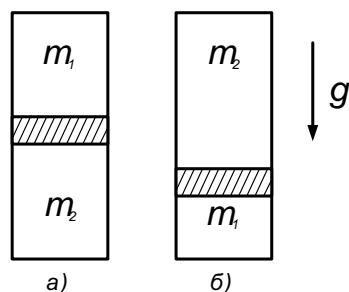
- 82.5. При замыкании ключа K в цепи, схема которой изображена



на рисунке, сначала загорается лампочка Л2 , а потом лампочки Л1 и Л3 . При этом лампочка Л2 гаснет. Объясните явление. Л1 и Л3 одинаковы. (49 %)

Вариант 83

- 83.1. В цилиндрическом сосуде, заполненном газом, может свободно перемещаться тяжелый поршень. В вертикальном положении, изображенном на рис.



а), поршень делит объем цилиндра в отношении 1 : 1. После переворачивания цилиндра на 180° и установления равновесия поршень делит объем в отношении 3 : 1 (см.рис. б)). Найдите

отношение масс газа m_1/m_2 над и под поршнем. Температура поддерживается постоянной. (81 %)

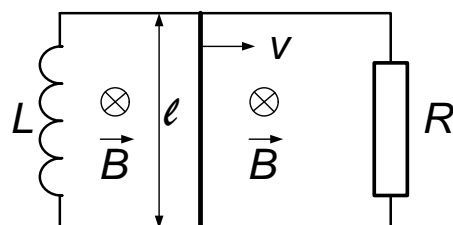
- 83.2. На гладком горизонтальном столе лежат два одинаковых ку-



бика массы m , один из которых приклеен к столу. Кубик отрывается от стола, если к нему приложить горизонтальную силу \vec{F} .

Между кубиками имеется невесомая свободная пружина жесткости k . Незакрепленному кубику сообщили скорость v . С какими скоростями разлетятся кубики после столкновения? (37 %)

83.3. Плоский контур с сопротивлением R и индуктивностью L



замкнут проводящей перемычкой длины ℓ , которая может скользить по двум параллельным проводникам. Контур помещен в однородное магнитное поле \vec{B} , перпендикулярное его плоскости. Перемычку начинают тянуть с постоянной скоростью v . Найдите силу, которая действует на нее в момент времени t .

(38 %)

83.4. Оцените мощность, расходуемую локомотивом для очистки снежного заноса на железнодорожных путях. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильные их числовые значения и получить числовой результат. (61 %)

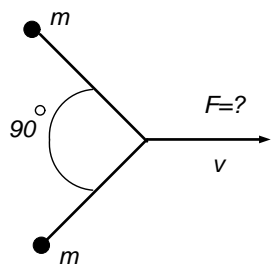
83.5. Имеются два полупрозрачных зеркала, каждое из которых, как показывают измерения, пропускает приблизительно $1/5$ часть светового потока, а остальной свет отражает. Если на пути пучка света установить оба зеркала так, что плоскости их параллельны, то, казалось бы, они должны пропускать $1/25$ часть падающего потока света, тогда как на самом деле свет ослабляется не в 25 раз, а заметно меньше (примерно в 10 раз). Объяснить явление. (89 %)

Вариант 84

84.1. На горизонтальном столе в вершинах равностороннего треугольника лежит три одинаковых воздушных шарика. Когда на них

сверху симметрично положили массивную плиту, шарики сжались в тонкие блины толщиной h . Найдите массу плиты, если начальные давление и объем каждого шарика равны соответственно p и V . Температуру считать постоянной, атмосферным давлением пренебречь. (83 %)

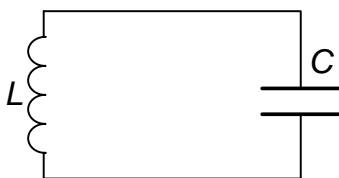
84.2. Два одинаковых грузика массы m каждый лежат на гладкой



плоскости и связаны нерастяжимой нитью длины ℓ . За середину нити перпендикулярно к ней грузики начинают тянуть вдоль плоскости так, что точка приложения силы движется с постоянной скоростью v . Чему равна сила в момент,

когда угол, образуемый нитью, составляет 90° ? (32 %)

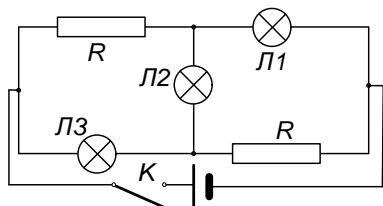
84.3. Амплитуда колебаний тока в идеальном LC - контуре рав-



на J_0 . В момент, когда ток достигает значения $J_0/2$, пластины конденсатора мгновенно сдвигают так, что его емкость удваивается. Найдите новую амплитуду тока. (49 %)

84.4. Оцените силу отдачи, которая действует на плечо при выстреле из ружья. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильные их числовые значения и получить числовой результат. (53 %)

84.5. При замыкании ключа K в цепи, схема которой изображена



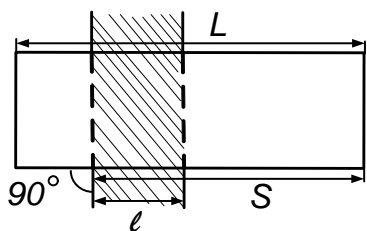
на рисунке, сначала загорается лампочка Л2, а потом лампочки Л1 и Л3. При этом лампочка Л2 гаснет. Объяснить явление; Л1 и Л3 одинаковы. (43 %)

Вариант 85

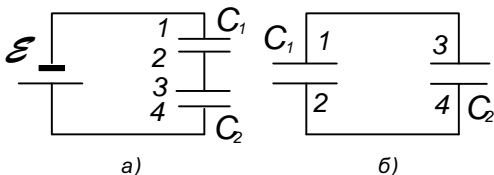
85.1. В сосуде, заполненном воздухом при температуре 300 К, сожгли распыленное химическое соединение. После завершения реак-

ции в нем остался только нагретый азот, давление которого равно начальному давлению воздуха, и твердые окислы, объем которых пренебрежимо мал. Найдите температуру азота, если молярная масса воздуха — 29 г/моль, азота — 28 г/моль, азота в воздухе по массе в 4 раза больше, чем кислорода. (73 %)

85.2. Прямоугольная пластина длины L , двигаясь поступательно со скоростью v по гладкой горизонтальной плоскости, наезжает под углом 90° на шероховатую полосу ширины ℓ и останавливается, пройдя от начала торможения путь S , такой, что $\ell < S < L$. Найдите коэффициент трения поверхностей пластины и полосы. Ускорение свободного падения равно g . (34 %)

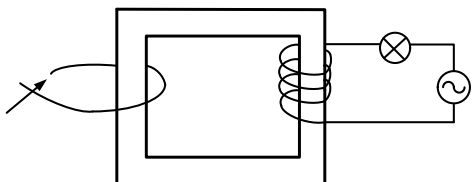


85.3. Два конденсатора емкостью C_1 и C_2 соединили последовательно и зарядили от источника с ЭДС \mathcal{E} (см. рисунок слева). Затем конденсаторы пересоединили параллельно, как показано на рисунке справа. Какая энергия выделится в результате пересоединения? (38 %)



85.4. Оцените, на какую высоту может бить фонтан, если давление воды в подводящей трубе составляет 1,5 атм. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильные их числовые значения и получить числовой результат. (65 %)

85.5. Последовательно с обмоткой трансформатора в цепь переменного тока включена лампа. Если снаружи охватить трансформатор замкнутым проводником, то накал спирали лампы не меняется. Если проводник пропустить внутрь трансформатора, и замкнуть, то лампа горит ярче. Объяснить явление. (40 %)

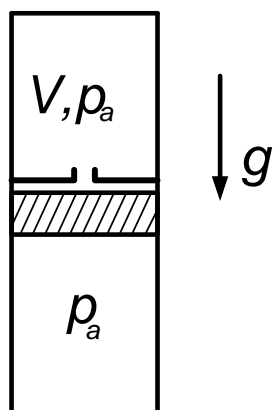


Вариант 86

86.1. Заряженные металлические шарики одинакового радиуса притягиваются, сталкиваются и разлетаются. Когда расстояние между ними достигает первоначального значения, сила отталкивания оказывается в 8 раз меньше исходной силы притяжения. Найдите отношение начальных зарядов. (78 %)

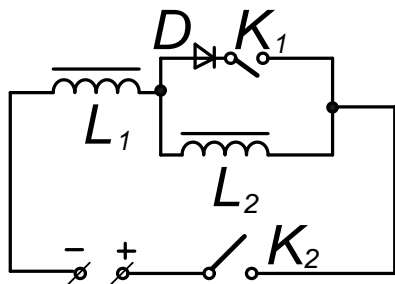
86.2. Пуля пробивает закрепленную доску при минимальной скорости v . С какой скоростью должна лететь пуля для того, чтобы пробить незакрепленную доску? Масса доски — M , масса пули — m , пуля попадает в центр доски. (45 %)

86.3. Тяжелый поршень массы M может свободно перемещаться внутри теплоизолированного вертикального цилиндра сечения S , верхний конец которого закрыт, а нижний открыт на атмосферу. Внутри цилиндра имеется горизонтальная перегородка с маленьким отверстием, отсекающая от атмосферы один моль воздуха, занимающий объем V и имеющий атмосферное давление p_a . Поршень, который вначале прижат снизу к перегородке, отпускают. Принимая, что внутренняя энергия газа равна cT , найти на сколько опустится поршень. (35 %)



86.4. Жидкий раствор бетона налили в кузов самосвала доверху. Оцените, какая доля раствора останется в кузове после резкого торможения. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильные их числовые значения и получить числовой результат. (35 %)

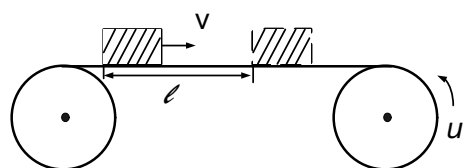
86.5. Два одинаковых электромагнита L_1 и L_2 включены последо-



вательно в цепь постоянного тока. С помощью ключа K_1 параллельно одному из них может в непроводящем направлении подключаться диод D . При замкнутом ключе K_2 к электромагнитам притянута железная пластинка. Если ключ K_1 разомкнут, то при размыкании K_2 пластинка отрывается от магнитов одновременно и падает, сохраняя горизонтальное положение. Если ключ K_2 замкнут, то при размыкании K_2 пластинка вначале отрывается от магнита L_1 , а потом от L_2 , что приводит к ее вращению. Объяснить различие в поведении пластинки в первом и во втором случаях. (66 %)

Вариант 87

87.1. На некотором расстоянии от центра диска радиуса R , вращающегося вокруг вертикальной оси, приклеен небольшой грузик, который отрывается и без трения соскальзывает с поверхности диска за время, равное времени одного оборота. На каком расстоянии от оси был приклеен грузик? (39 %)



87.2. Лента транспортера натянута горизонтально и движется с постоянной скоростью u . Навстречу движению ленты со скоростью v пускают скользить шайбу, которая удаляется от точки пуска на максимальное расстояние ℓ . Через какое время шайба вернется в точку пуска? (18 %)

87.3. В замкнутом сосуде в начальный момент времени содержится равное количество молей кислорода O_2 и водорода H_2 с полным давлением p . После того как между ними до конца прошла химическая реакция с образованием воды, абсолютная температура в сосуде увеличилась в 2 раза. Учитывая, что давление насыщенных паров воды при этой температуре равно $p/2$, найти полное давление в сосуде

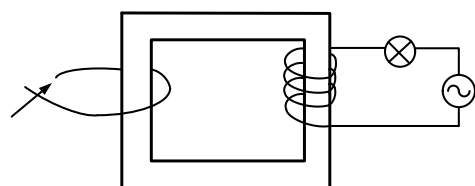
после реакции.

(38 %)

87.4. Оцените силу тока, потребляемого электричкой при разгоне (напряжение на токоподводящем проводе равно 3 кВ). Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильные их числовые значения и получить числовой результат.

(71 %)

87.5. Последовательно с обмоткой трансформатора в цепь переменного тока включена лампа. Если снаружи охватить трансформатор замкнутым проводником, то накал спирали лампы не меняется. Если проводник пропустить внутрь трансформатора и замкнуть, то лампа горит ярче. Объяснить явление.



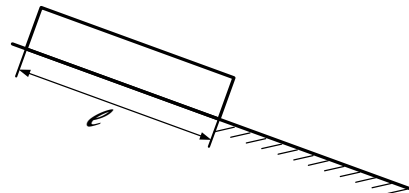
(38 %)

Вариант 88

88.1. При нагревании газа на один градус при постоянном объеме его давление увеличилось на 1 %. Найдите начальную температуру газа.

(88 %)

88.2. На гладком участке наклонной плоскости удерживают доску длины ℓ . Вплотную с нижним краем доски начинается шероховатый участок плоскости. Доску отпускают и после разгона она начинает скользить по шероховатому участку с постоянной скоростью v . Найдите коэффициент трения на шероховатом участке.



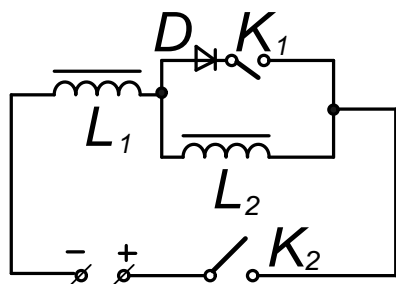
(43 %)

88.3. Заряженный до напряжения U конденсатор разряжается через резистор, сопротивление которого меняется с температурой по закону $R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$, где R_0 — начальное сопротивление. При полной разрядке конденсатора сопротивление удваивается. Найдите

ток через резистор в момент, когда конденсатор разрядится наполовину. Теплоемкость нагрузки постоянна, теплообменом с окружающей средой пренебречь, T_0 — начальная температура. (45 %)

88.4. Оцените время, в течение которого акробат, выполняющий прыжок на пружинной сетке (батуте), находится в соприкосновении с ее поверхностью. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильные их числовые значения и получить числовой результат. (68 %)

88.5. Два одинаковых электромагнита L_1 и L_2 включены последовательно в цепь постоянного тока. С помощью ключа K_1 параллельно одному из них может в непроводящем направлении подключаться диод D . При замкнутом ключе K_2 к электромагнитам притянута железная пластинка. Если ключ K_1 разомкнут, то при размыкании K_2 пластинка отрывается от магнитов одновременно и падает, сохраняя горизонтальное положение. Если ключ K_1 замкнут, то при размыкании K_2 пластинка вначале отрывается от магнита L_1 , а потом от L_2 , что приводит к ее вращению. Объяснить различие в поведении пластинки в первом и во втором случаях. (63 %)



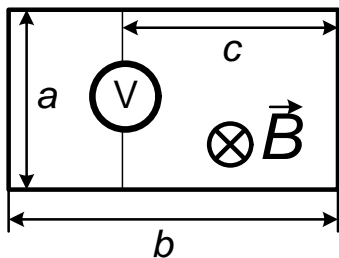
1989 г.

Вариант 91

91.1. В цилиндре без трения движутся три поршня с массами m , M и m . Между поршнями находится газ, масса которого пренебрежимо мала по сравнению с массами поршней. Внешнее давление равно нулю. Найдите ускорение среднего поршня массы M в тот момент, когда крайние поршни имеют ускорения a_1 и a_2 соответственно. (74 %)

91.2. Два одинаковых проводящих диска радиусами R , один из которых несет заряд $+q$, а другой — заряд $-q$, сначала соединяют так, что их оси совпадают, а потом слегка вдоль осей раздвигают. С какой силой взаимодействуют диски после раздвижения? (63 %)

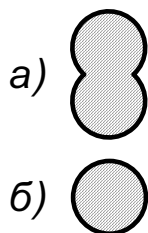
91.3. Из однородной проволоки, обладающей заметным сопротивлением, сделан прямоугольник размером $a \times b$. Перпендикулярно плоскости прямоугольника создается магнитное поле, индукция которого B линейно растет со временем по закону $B = \alpha t$. На расстоянии c от одной из сторон длиной a подключен вольтметр, сопротивление которого очень велико. Какое напряжение покажет вольтметр? (33 %)



твивлением, сделан прямоугольник размером $a \times b$. Перпендикулярно плоскости прямоугольника создается магнитное поле, индукция которого B линейно растет со временем по закону $B = \alpha t$. На расстоянии c от одной из сторон длиной a подключен вольтметр, сопротивление которого очень велико. Какое напряжение покажет вольтметр?

91.4. Оцените плотность пламени свечи. (56 %)

91.5. Если шарик положить на горизонтальное плоское зеркало и осветить сбоку, то на экране видны две тени от шарика, а если положить тонкую шайбу вместо шарика, то видна только одна тень. Объясните явление. (82 %)

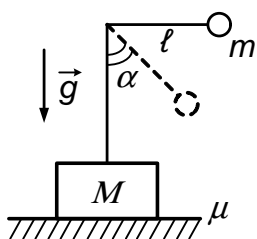


осветить сбоку, то на экране видны две тени от шарика, а если положить тонкую шайбу вместо шарика, то видна только одна тень. Объясните явление.

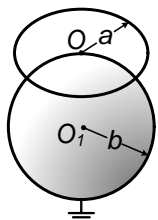
Вариант 92

92.1. В сосуд сечением S , частично заполненный жидкостью с плотностью ρ , положили кубик с ребром длины a и плотностью $\rho_1 < \rho$. На сколько поднимется уровень жидкости в сосуде? (74 %)

92.2. На бруске, находящемся на горизонтальной плоскости, установлен подвес длиной ℓ . Груз подвеса массы m отклонили на угол $\pi/2$ и отпустили. Определите массу бруска M , если он сдвинулся, когда угол между нитью и вертикалью был равным α . Коэффициент трения бруска о плоскость равен μ . (34 %)



- 92.3. В центре уединенного проволочного заряженного кольца радиуса a потенциал равен φ_0 . Это кольцо поднесли к заземленному шару радиуса b так, что только центр O кольца оказался на поверхности шара. Найдите индуцированный на шаре заряд. (22 %)

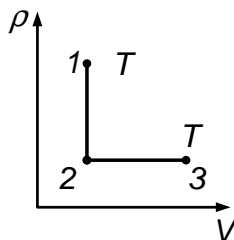


- 92.4. Оцените скорость молекул H_2 в воздухе комнаты. (62 %)

- 92.5. У одного из торцов пластмассового прозрачного стержня с гладкими поверхностями расположен источник света. Около другого — экран. На экране в отсутствие стержня наблюдается монотонная освещенность, а стержень вызывает появление яркого светлого пятна. Объясните явление. (77 %)

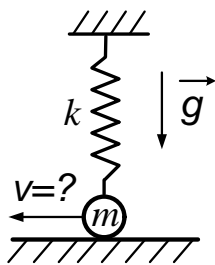
Вариант 93

- 93.1. Газ, имеющий в начальном состоянии 1 температуру T , охлаждают при постоянно объеме, пока давление не уменьшится в n раз. После чего газ нагревают при постоянном давлении до первоначальной температуры T на участке от состояния 2 до состояния 3.



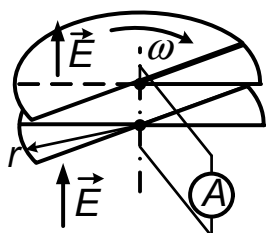
- Найдите совершенную газом работу, если его масса равна m , а молярная масса — μ . (66 %)

- 93.2. Верхняя точка недеформированной пружины жесткости k и длины ℓ прикреплена к потолку, а к нижнему концу пружины прикреплена масса m , лежащая на гладкой горизонтальной плоскости прямо под точкой подвеса. Какую наименьшую скорость нужно сообщить этой массе вдоль плоскости, чтобы она оторвалась от плоскости?



- (61 %)

- 93.3. У переменного конденсатора обкладки состоят из двух пар



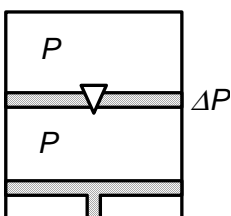
соприкасающихся полудисков одинакового радиуса r . Подвижные полудиски верхней и нижней обкладок вращаются с угловой скоростью ω , то полностью перекрывая неподвижные, то образуя с ними полные диски. Конденсатор помещен во внешнее электрическое поле напряженности \vec{E} , перпендикулярное обкладкам. Конденсатор замкнут проводом с нулевым сопротивлением. Какой ток идет по нему? Постройте график зависимости тока от времени. Зазор между обкладками мал в сравнении с их радиусом. (25 %)

93.4. В горизонтальной бетонной дорожке образовался метровой ширины глубокий провал из-за убранный когда-то плиты. Оцените, с какой скоростью должен двигаться футбольный мяч, чтобы он все-таки преодолел этот провал. (50 %)

93.5. В жидкий азот опущены две пластины: металлическая и пенопластовая. Смоченная водой тряпка крепко примерзает к вынутой замороженной металлической пластине и очень плохо к пенопластовой. Объясните явление. (34 %)

Вариант 94

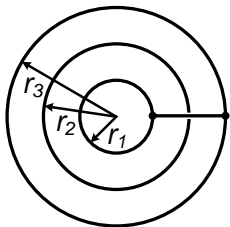
94.1. На неподвижное гладкое горизонтальное бревно намотана не закрепленная цепь длины ℓ и массы M . К ее свободно концу подвешено ведро массы m . Ведро отпускают. Найдите скорость ведра в момент, когда цепь полностью соскользнет с бревна. Радиус бревна считать малым, сопротивление воздуха не учитывать. (52 %)



94.2. Цилиндрический сосуд разделен посередине перегородкой с клапанами и закрыт сверху наглухо, а с низу — поршнем. В обоих отсеках, равных по объему, находится воздух при одинаковых температуре и давлении p . Клапан отрегулирован так, что открывается при перепаде давлений Δp . Поршень медленно смещают,

так, что объем нижнего отсека уменьшается вдвое, а потом возвращают в исходное положение. Температура воздуха в цилиндре поддерживается постоянной. Каким окажется в итоге давление воздуха в нижнем отсеке? (36 %)

94.3. Три проводящих сферы радиусов r_1 , r_2 , r_3 расположены концентрически и изолированы ($r_1 < r_2 < r_3$). На средней сфере имеется заряд Q , на двух других зарядов нет. Центральную и наружную сферы соединяют проводником, изолированным от средней сферы. Какой заряд окажется на наружной сфере? (13 %)



94.4. Гимнаст подтягивается на перекладине. Оцените силу, действующую при этом на кость в локтевом суставе. (37 %)

94.5. Если шарик положить на горизонтальное плоское зеркало и осветить сбоку, то на экране видны две тени от шарика, а если положить шайбу вместо шарика, то видна только одна тень. Объясните явление. (73 %)

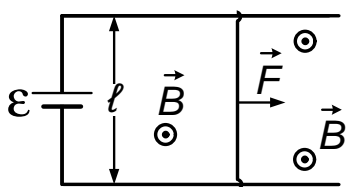
Вариант 95

95.1. Катер, движущийся со скоростью v прямо навстречу волнам, испытывает ν ударов о гребни волн в единицу времени. При изменении курса на угол θ и той же скорости катера число ударов в единицу времени стало равно ν' . Какова скорость волн? (63 %)

95.2. Невесомая незакрепленная сжатая пружина находится между двумя неподвижными брусками массой m_1 и m_2 . Бруски отпускают и пружина, распрямляясь, расталкивает их, причем брусок массы m_1 получает скорость v_1 . Определить скорость пружины. Трением о стол пренебречь. (30 %)



95.3. Источник с ЭДС \mathcal{E} и нулевым внутренним сопротивлением



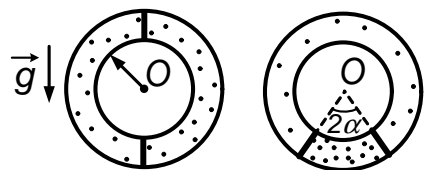
подключен к двум параллельным проводникам, по которым может скользить без трения перемычка длины ℓ (см. рисунок). Магнитное поле с индукцией \vec{B} перпендикулярно плоскости проводников. К перемычке приложена сила \vec{F} перпендикулярно перемычке. Найдите мощность, развиваемую силой F при установившейся скорости перемычки. Сопротивление перемычки — R . (48 %)

95.4. Оцените максимальный угол отклонения отвеса вблизи самых высоких гор на Земле. (54 %)

95.5. У одного из торцов пластмассового прозрачного стержня с гладкими стенками расположен источник света. Около другого — экран. На экране в отсутствие стержня монотонная освещенность, а стержень приводит к появлению яркого светового пятна. Объясните явление. (62 %)

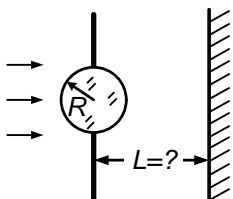
Вариант 96

96.1. В трубке с газом сечения S изогнутой в виде кольца радиуса R находятся два одинаковых поршня, которые могут двигаться без трения. Сначала один из поршней стоит вверху, а другой внизу (см. рисунок слева). Верхний поршень соскальзывает и оба поршня переходят в устойчивое состояние равновесия (рисунок справа). Определить вес поршня, если они расположились под углом $2\alpha = \pi/3$.



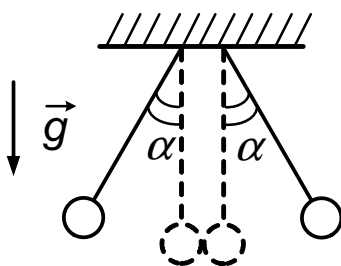
Начальное давление газа в трубке p . Температуру газа считать постоянной. Радиус кольца много больше диаметра трубки. (63 %)

96.2. Отверстие в непрозрачной стенке закрыто стеклянным шариком радиуса R . Перпендикулярно стенке падает свет (см. рисунок). На каком расстоянии от центра шарика надо расположить экран, чтобы радиус



светового пятна на нем был равен R ? Показатель преломления стекла $n < \sqrt{2}$. Отражением света от внутренней поверхности шарика пренебречь. (18 %)

96.3. Два шарика с разными массами, но равными радиусами, подвешены на нитях одинаковой длины. Шарик



отклоняют в разные стороны на угол α (см. рис.) и отпускают одновременно. После упругого столкновения шариков один из них останавливается. На какой угол отклонится

другой шарик?

(47 %)

96.4. Пуля выпущена из пневматического ружья в мишень, удаленную на 100 м по горизонтали. Оцените, на какое расстояние она отклонится из-за бокового ветра. (35 %)

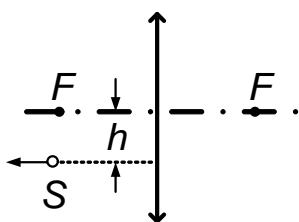
96.5. В жидкий азот опущены две пластины: металлическая и деревянная. Смоченная водой тряпка крепко примерзает к вынутой охлажденной металлической пластине и очень плохо — к деревянной. Объясните явление. (70 %)

1990 г.

Вариант 01

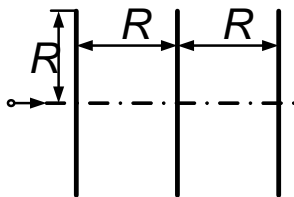
01.1. Ускорение свободного падения у поверхности планеты равно g_0 , а на высоте h над поверхностью — g . Найдите радиус планеты. (87 %)

01.2. Точечный источник света S передвигается параллельно опти-



ческой оси собирающей линзы с фокусным расстоянием F на расстоянии h от оси. Под каким углом к главной оптической оси линзы будет двигаться изображение источника S^* . (85 %)

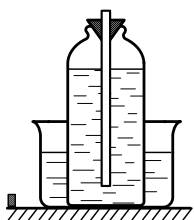
01.3. Через три одинаковых равномерно заряженных кольца вдоль



их общей оси летит заряженная частица. В центре среднего кольца она имеет скорость v , а в центрах крайних — скорость u . Расстояние между соседними кольцами равно радиусу колец. Определите скорость частицы на очень большом расстоянии от колец. (38 %)

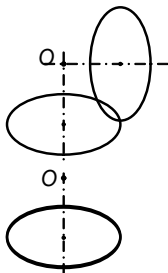
01.4. Оцените среднее расстояние между молекулами воздуха в аудитории. (63 %)

01.5. Через дно сосуда проходит трубка, закрытая пробкой. В сосуд наливают воду, накрывают его вторым сосудом и затем переворачивают эту систему. Вода из первого сосуда почти не выливается. Если вынуть пробку из трубки, то вода из первого сосуда выливается, но не полностью. Объясните явление. (50 %)

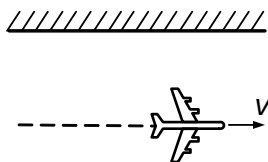


Вариант 02

02.1. Два одинаковых равномерно заряженных тонких кольца, сначала расположены так, что их оси пересекаются под прямым углом в точке O . Затем кольца совмещают. Во сколько раз изменится напряженность поля в точке O , находящейся на расстоянии радиуса от центра колец? (68 %)



02.2. Самолет движется вдоль отвесной стены. Под каким углом к направлению движения самолета пилот слышит эхо, отраженное от этой стены? Скорость звука — c , скорость самолета — v ? (78 %)



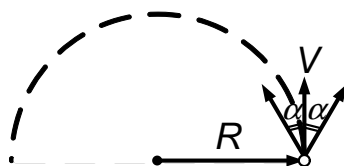
02.3. Ствол пружинной пушки направлен под углом 45° к гладкому полу. Масса снаряда равна массе пушки. Определите отношение высот подъема снаряда при выстрелах из незакрепленной и закрепленной пушки. (32 %)

02.4. Оцените, какой максимальный вес покажут пружинные весы при взвешивании массы 1 кг в космическом корабле, движущемся по околоземной орбите (13 %)

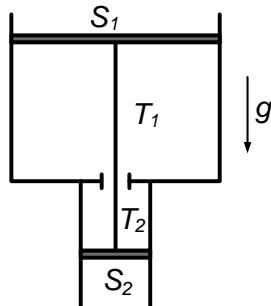
02.5. Луч лазера пропускают через брусок из оргстекла. На экране наблюдается яркое пятно света. После того как к бруску в некотором месте прикасаются мокрой тряпкой, пятно света на экране исчезает. Прикосновение сухой тряпкой подобного эффекта не вызывает. Объясните явление. (64 %)

Вариант 03

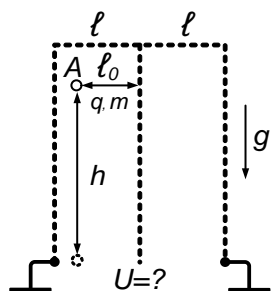
03.1. Мотоциклист едет ночью по окружности радиуса R со скоростью v . Свет фары образует конус с углом раствора 2α . В течение какого времени видит свет фары наблюдатель, находящийся на очень большом расстоянии? (76 %)



03.2. Длинная вертикальная труба с сечением S_1 в верхней части и S_2 — в нижней, перекрыта поршнями, соединенными жестким стержнем. В верхней части трубы поддерживается температура газа T_1 , а в нижней — некоторая неизвестная температура T_2 . Поршни находятся в равновесии. Какой должна быть температура T_2 , чтобы при смещении поршней равновесие не нарушилось? (14 %)



03.3. Три плоские параллельные сетки расположены вертикально на расстояниях ℓ друг от друга. Две крайние заземлены, а на средней поддерживается неизвестный потенциал U . Из точки A , отстоящей на расстоянии ℓ от средней сетки, начинает падать частица массы m с зарядом q . Падая, она дважды



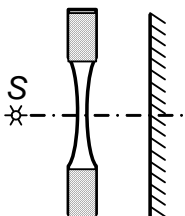
проходит через сетку, не задевая ее. Опустившись на расстояние h частица оказывается под точкой A . Чему равен потенциал U ? (32 %)

03.4. Гребец, сидящий в лодке, привязанной веревкой к берегу за корму, гребет изо всех сил. Оцените натяжение верёвки. (18 %)

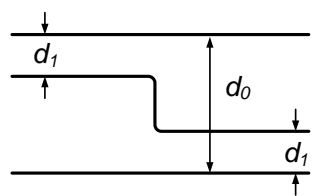
03.5. Световод состоит из множества круглых стеклянных волокон, собранных в пучок. Если луч лазера ввести в такой световод параллельно его оси, то выходящий из другого конца свет дает на экране пятно круглой формы. Если вводить свет под углом к оси световода, то на экране появляется кольцо света. Объясните явление. (38 %)

Вариант 04

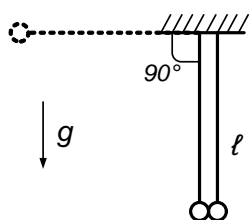
04.1. Рассеивающая линза вставлена в отверстие радиуса R в непрозрачной стенке. Точечный источник света S расположен в фокусе линзы. Чему равен радиус освещенной области на экране, удаленном на фокусное расстояние? (32 %)



04.2. В плоский конденсатор с расстоянием между пластинами d_0 вставлена изогнутая в середине проводящая пластина. Расстояние от этой пластины до ближайших обкладок d_1 . Во сколько раз изменилась емкость конденсатора? (44 %)

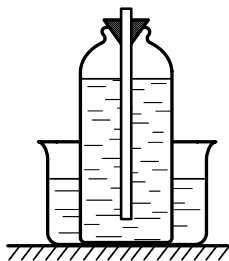


04.3. Если мячик падает с высоты h на твердый пол, то он отскакивает на высоту $h/3$. Пусть на нитях длины ℓ подвешены рядом два таких мячика. Один отклоняют на угол 90° и отпускают. На какие углы отклонятся мячики после удара? (28 %)



04.4. Детский воздушный шарик надут водородом и свободно висит в воздухе. Оцените толщину его растянутой резиновой оболочки. (33 %)

04.5. Через дно сосуда проходит трубка, закрытая пробкой. В со-

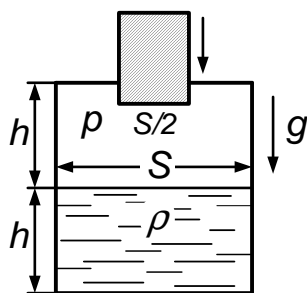


суд наливают воду, накрывают его вторым сосу-
дом и затем переворачивают эту систему. Вода
из первого сосуда не выливается. Если вынуть
пробку из трубки, то вода из первого сосуда вы-
ливается, но не полностью. Объясните явление.

(44 %)

Вариант 05

05.1. В герметичный сосуд с высотой $2h$ и сечением S налита



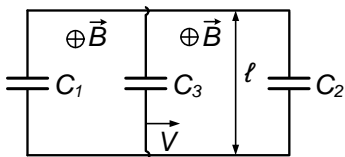
жидкость плотностью ρ до высоты h . Над
жидкостью имеется газ с давлением p . Че-
рез отверстие в верхней крышке на расстояние,
равное $1,5h$, вдвигается невесомый поршень с
сечением $0,5S$. Найдите силу F , с которой на-
до удерживать поршень. Температуру газа счи-
тать постоянной. Наружное давление газа равно p .

(53 %)

05.2. Летевший вертикально вверх снаряд взорвался на макси-
мальной высоте. Осколки снаряда выпадают на землю в течение вре-
мени τ . Найдите скорость осколков в момент взрыва. Ускорение сво-
бодного падения равно g .

(58 %)

05.3. Между двумя параллельными шинами включены конденса-
торы емкостью C_1 и C_2 . Проводящая пере-



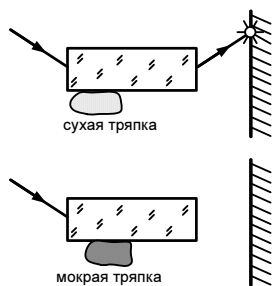
мычка длины ℓ с конденсатором емкости C_3
касается шин. Перпендикулярно плоскости
шин направлено однородное магнитное поле

с индукцией B . Перемычка движется с постоянной скоростью v . Най-
дите заряд на конденсаторе C_2 .

(22 %)

05.4. Оцените угол отклонения пули веткой кустарника. (14 %)

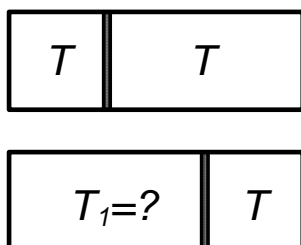
05.5. Луч лазера пропускают через брусок из оргстекла. На экране



наблюдается яркое пятно света. После того как к бруску прикасаются мокрой тряпкой, пятно света на экране исчезает. Прикосновение сухой тряпкой подобного эффекта не вызывает. Объясните явление. (60 %)

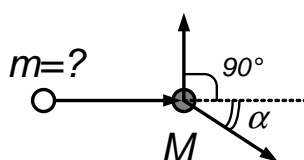
Вариант 06

06.1. Сосуд разделен подвижным поршнем на объемы $V/3$ и $2V/3$,



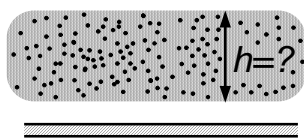
содержащие газ температуры T . До какой температуры T_1 нужно нагреть газ слева от поршня, чтобы отношение объемов стало обратным? Справа температура газа поддерживается прежней. (80 %)

06.2. После упругого столкновения с покоящейся частицей массы



M налетающая частица полетела под прямым углом к первоначальному направлению движения, а частица M под углом α к этому направлению. Найдите массу m налетающей частицы. (56 %)

06.3. Металлическую, изолированную, первоначально незаряженную пластину в течение времени τ освещают



ультрафиолетовым светом. Под его действием из пластины вылетает облако электронов, начальная скорость которых перпендикулярна пластине и равна v_0 . Полное число электронов, вылетевших с единицы площади пластины, — n , заряд электрона — e , его масса — m . Найдите толщину облака h через время t после окончания облучения. (22 %)

06.4. Оцените силу давления света настольной лампы на стол.

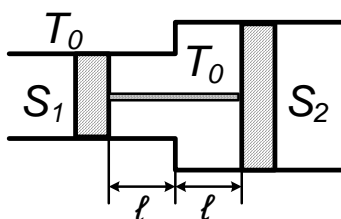
(30 %)

06.5. Световод состоит из множества круглых стеклянных волокон, собранных в пучок. Если луч лазера ввести в такой световод параллельно его оси, то выходящий из другого конца свет дает на экране пятно круглой формы. Если вводить свет под углом к оси световода, то на экране появляется кольцо света. Объясните явление. (31 %)

1991 г.

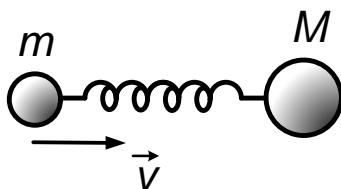
Вариант 11

11.1. Две открытые с обоих концов трубы сечениями S_1 и S_2 состыкованы между собой (см. рисунок). В них вставлены соединенные стержнем поршни, которые при комнатной температуре T_0 в



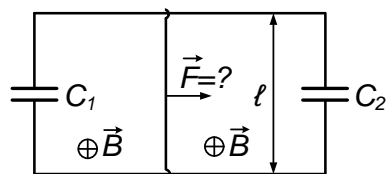
положении равновесия находятся на одинаковом расстоянии от стыка труб. До какой величины надо понизить температуру воздуха между поршнями, чтобы правый поршень сместился влево до упора? Трением поршней о трубы пренебречь. (68 %)

11.2. Шарики с массами m и M соединены легкой недеформированной пружиной. Шарику массы m сообщили скорость v в направление шарика M . В момент максимального растяжения пружина порвалась. Какое количество теплоты выделилось к моменту окончания колебаний? (44 %)



лоты выделилось к моменту окончания колебаний?

11.3. Между двумя параллельными шинами включены емкости C_1 и C_2 . Проводящая перемычка массы m касается шин, расстояние между которыми ℓ , и может без трения скользить вдоль них (см. рисунок). Перпендикулярно плоскости,



в которой расположены шины, имеется однородное магнитное поле с индукцией B . Какую силу F вдоль них надо прикладывать к перемычке

ке, чтобы она двигалась с постоянным ускорением a ? Сопротивлением шин и переключки пренебречь. (33 %)

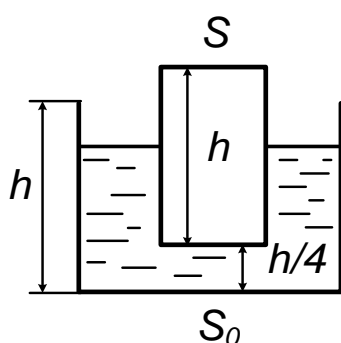
11.4. Утром через маленькое отверстие в шторе, закрывающей окно, на противоположную стену падает луч солнечного света. Оцените, на какое расстояние за минуту переместится пятно света по стене.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (57 %)

11.5. Однородная спираль подключена к источнику напряжения и разогрета до красного каления. Половину спирали растягивают. Растянутая половина заметно темнеет, а нерастянутая становится ярче. Объясните явление. (25 %)

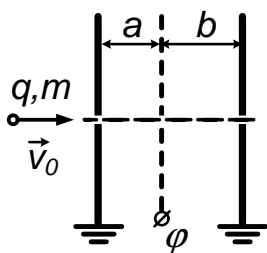
Вариант 12

12.1. В стакан, наполовину заполненный жидкостью плотности ρ



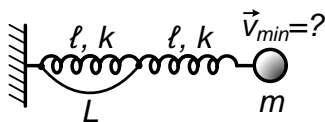
опускают вертикально удерживаемый цилиндр, по высоте равный высоте стакана, цилиндр оказывается в равновесии, когда от его нижнего края до дна остается четверть высоты стакана. Чему равна плотность материала цилиндра, если его сечение — S , сечение стакана — S_0 ? Трения нет. (65 %)

12.2. На расстояниях a — от левой и b — от правой заземленных



пластин параллельно им расположена незаряженная сетка (см. рисунок). Через малые отверстия в пластинах пролетают частицы с зарядом q и массой m , скорость которых \vec{v}_0 перпендикулярна пластинам. На сколько изменится время пролета этих частиц, если на сетку подать потенциал φ ? (43 %)

12.3. Две одинаковые пружины жесткости k и длины ℓ в недеформированном состоянии соединены последовательно. Концы пружины, прикрепленной к стенке, связаны нитью длины $L > \ell$, рвущейся при натяжении T . Какую наименьшую скорость нужно сообщить массе m на конце второй пружины, чтобы нить порвалась? (45 %)

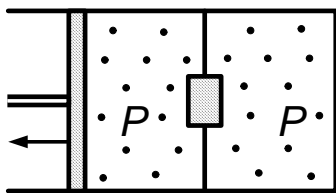


12.4. Оцените, во сколько раз увеличивается при использовании бинокля расстояние, с которого еще можно различить слабый источник света ночью. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (34 %)

12.5. В сосуд наливают доверху кипятка и закрывают пробкой. Пробка держится. Если из сосуда отпить половину горячей вода и снова закрыть пробкой, то она через некоторое время выскакивает. Объясните явление. (48 %)

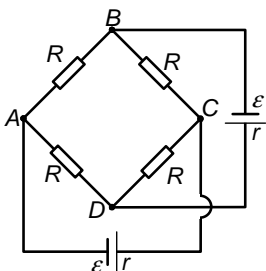
Вариант 13

13.1. Цилиндр разделен на два равных отсека перегородкой с отверстием, заткнутым пробкой. Пробка вылетает при перепаде давления ΔP . С одного конца цилиндр закрыт наглухо, с другого — поршнем. В обоих отсеках в начальный момент времени находится газ под давлением P . Поршень начинают медленно вытягивать, так что температура газа не меняется. После вылета пробки движение превращают. Найдите установившееся давление в сосуде. (65 %)



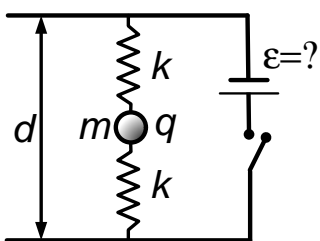
После вылета пробки движение превращают. Найдите установившееся давление в сосуде. (65 %)

13.2. На рисунке показана мостовая схема из четырех одинаковых



сопротивлений R и из двух одинаковых батареек с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r . Найдите величины токов, текущих через сопротивления. (57 %)

13.3. Между двумя одинаковыми сжатыми на x_0 пружинами

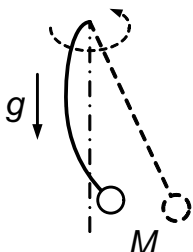


жесткости k находится шарик массы m , заряда q . Пружины прикреплены к двум параллельным проводящим пластинам, расстояние между которыми d . Пружина рвется, если растягивающая сила превысит величину T . Найдите, какую ЭДС должен иметь источник, чтобы при его подключении к пластинам одна из пружин порвалась. Силой тяжести пренебречь, пружины не проводящие.

(26 %)

13.4. Оцените максимальное время лунного затмения (до Луны примерно $4 \cdot 10^5$ км). Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (42 %)

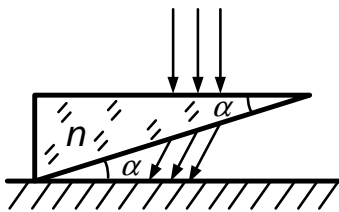
13.5. Один и тот же груз прикрепляют к тонкой нити, а потом к



толстому гибкому шнуру той же длины. При вращении вокруг вертикальной оси с некоторой угловой скоростью нить прямолинейна, а шнур заметно изогнут. Объясните явление. (43 %)

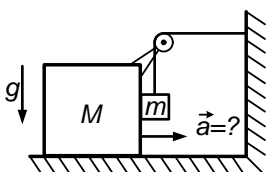
Вариант 14

14.1. На стеклянную призму по нормали к горизонтальной грани



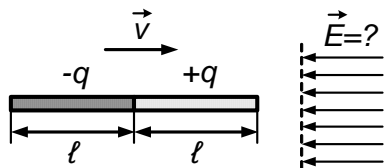
падает круглый пучок света. Найдите отношение продольного и поперечного размера пятна света на горизонтальной плоскости, расположенной за призмой, если угол при вершине α , а коэффициент преломления n . (49 %)

14.2. Опускаясь вниз груз массы m подтягивает брусок массы M .



Найдите ускорение бруска. Трением в системе и массой блока пренебречь. (43 %)

14.3. Какое минимальное по величине однородное электрическое



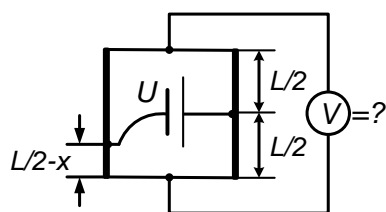
поле нужно создать, чтобы отразить движущийся на него со скоростью \vec{v} (см. рисунок) стержень, одна половина которого равномерно заряжена положительным зарядом $+q$, а другая отрицательным зарядом $-q$? Масса стержня — M , длина — 2ℓ . (41 %)

14.4. Открытую трехлитровую банку опустили с девятого этажа на первый. Оцените, на сколько изменилась масса воздуха в банке. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (53 %)

14.5. Однородная спираль подключена к источнику напряжения и разогрета до красного каления. Половину спирали растягивают. Растянутая половина заметно темнеет, а нерастянутая становится ярче. Объясните явление. (35 %)

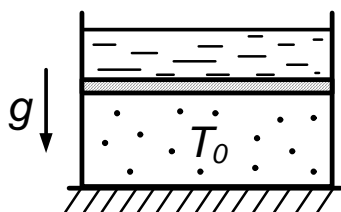
Вариант 15

15.1. Один полюс батареи, создающей напряжение U , соединен с



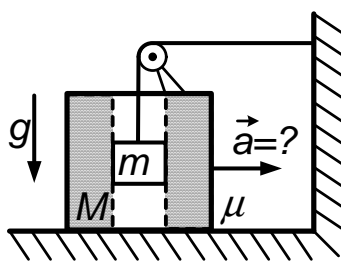
серединой однородного стержня длины L , а другой подключен на расстоянии x от середины второго такого же стержня. Найдите показание идеального вольтметра, подсоединенного к концам стержней. Сопротивлением проводов по сравнению с сопротивлением стержней пренебречь. (67 %)

15.2. В теплоизолированном сосуде под легким теплопроводящим



поршнем находится газ с температурой T_0 , а над поршнем — жидкость с той же температурой. В сосуд доливают жидкость. Общая масса жидкости увеличивается в k раз. Найдите начальную температуру долитой жидкости, если после установления теплового равновесия положение поршня не изменилось. Удельная теплоемкость жидкости постоянна, теплоемкостями сосуда, поршня и газа, а также давлением над жидкостью пренебречь. (70 %)

15.3. Груз массы m , двигаясь вдоль вертикального гладкого канала



в бруске массы M , вызывает горизонтальное движение всей системы. Найдите ускорение бруска, считая блок невесомым, а нить невесомой и нерастяжимой. Коэффициент трения бруска о пол — μ . (30 %)

15.4. Оцените массу железного метеорита, который при падении на Землю сохраняет не менее 90 % первоначальной скорости при входе в атмосферу. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (24 %)

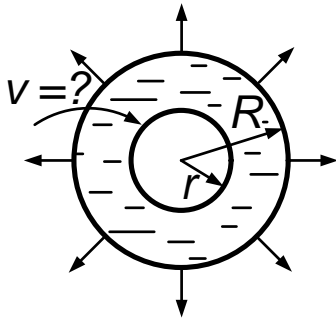
15.5. В сосуд наливают доверху кипятка и закрывают пробкой. Пробка держится. Если из сосуда отлить половину горячей воды и снова закрыть пробкой, то она через некоторое время выскакивает.

Объясните явление.

(37 %)

Вариант 16

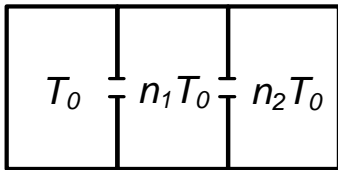
16.1. Сферический слой несжимаемой жидкости расширяется сим-



метричным образом. В некоторый момент времени скорость наружной сферической поверхности радиуса R равна V . С какой скоростью движется внутренняя сферическая поверхность жидкости, имеющая в этот момент радиус r ?

(45 %)

16.2. Сосуд разделен на три равных отсека с теплоизолирующими

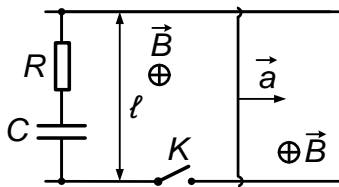


перегородками, в которых сделаны небольшие отверстия. Вначале во всех отсеках температура газа одинакова. Затем, поддерживая в первом отсеке прежнюю температуру,

во втором — увеличивают ее в n_1 раз, в третьем — в n_2 раз. Определить, во сколько раз по сравнению с первоначальным увеличится давление в сосуде.

(40 %)

16.3. Между двумя параллельными проводниками включены по-



следовательно емкость C и сопротивление R . Проводящая перемычка касается проводников. Перпендикулярно плоскости имеется однородное магнитное поле B . Перемычку начинают двигать с постоянным ускорением a . Через какое время после на-

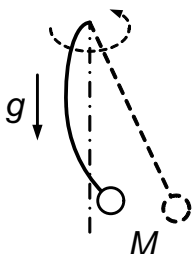
чала движения надо замкнуть ключ K , чтобы в цепи шел постоянный ток?

(38 %)

16.4. Оцените время, через которое удвоится малый начальный угол отклонения от вертикали швабры, поставленной на ручку и отпущенной после этого. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для ре-

шения величины, выбрать достаточно правильно числовые значения и получить численный результат. (57 %)

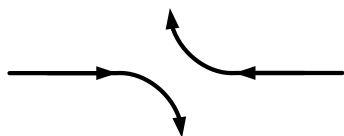
- 16.5. Один и тот же груз прикрепляют к тонкой нити, а потом к толстому гибкому шнуру той же длины. При вращении вокруг вертикальной оси с некоторой угловой скоростью нить прямолинейна, а шнур заметно изогнут. Объясните явление. (21 %)



1992 г.

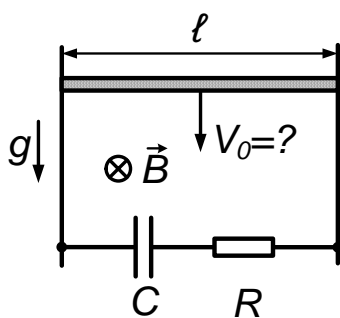
Вариант 21

- 21.1. Самолеты летят навстречу с одинаковыми скоростями v . Завидев друг друга на расстоянии L , пилоты начинают разворот по окружностям, оставаясь в горизонтальной плоскости и не меняя величины скорости. Найти минимальное расстояние между самолетами, если повороты выполняются с одинаковыми ускорениями a . (61 %)



- 21.2. В объеме v_0 при температуре T_0 и давлении p находится воздух с некоторым количеством озона O_3 . После долгого выдерживания в тени озон полностью превратился в молекулярный кислород O_2 . При том же давлении температура воздуха стала равна T , а объем — V . Найдите начальное число молей озона. (62 %)

- 21.3. Между вертикальными проводящими рельсами на расстоянии ℓ друг от друга последовательно включены емкость C и сопротивление R . Перпендикулярно плоскости приложено однородное магнитное поле индукции \vec{B} . Сверху рельсы замкнуты горизонтальной идеально проводящей планкой массы m . Планку толкают



вниз, и она начинает скользить по рельсам без трения. При какой на-

чальной скорости планки v_0 в цепи будет течь постоянный ток? Ускорение свободного падения равно g . (43 %)

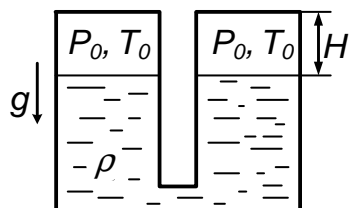
21.4. Наливая молоко, Вы пролили часть его на клеенку и обнаружили, что под слоем молока еле заметен ее рисунок. Оцените размер шариков жира в молоке. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать все необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (22 %)

21.5. На наклонной плоскости соприкасаются два цилиндра, нижний медленно спускается без вращения. В случае малого наклона плоскости верхний цилиндр вращается, что хорошо видно по метке на торце. В случае сильного наклона — верхний цилиндр не вращается. Объясните явление. (60 %)

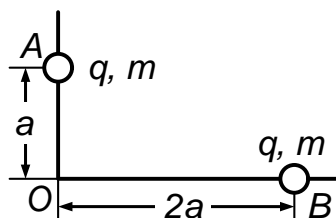
Вариант 22

22.1. Параллельно оси конического зеркала пущен луч света. При каком угле раствора конуса 2α свет вернется строго по первоначальному пути, отразившись только три раза? (95 %)

22.2. Два одинаковых сосуда сверху герметически закрыты, а внизу сообщаются через узкий канал. В них налита жидкость плотности ρ . Над жидкостью находятся два одинаковых столба газа высотой H с одинаковыми начальной температурой T_0 и давлением P_0 . До какой температуры T надо нагреть газ в одном сосуде, чтобы жидкость в другом сосуде поднялась на высоту h , если температура столба воздуха в этом сосуде сохраняется равной T_0 ? Давлением паров жидкости пренебречь. Ускорение свободного падения равно g . (69 %)



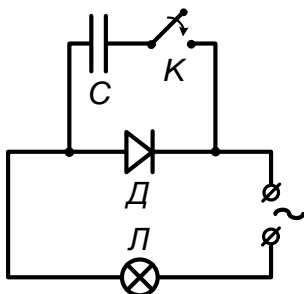
22.3. Две одинаковые бусинки с массами m и зарядами q могут



двигаться без трения вдоль взаимно перпендикулярных стержней OA и OB . В начальный момент бусинки находятся на расстояниях a и $2a$ от точки O и скорости их равны нулю. Найти отношение ускорений бусинок в начале движения. Какой будет скорость бусинки на стержне OA , когда ее расстояние от точки O достигнет величины $2a$? (47 %)

22.4. Оцените минимальный размер округлого астероида, который не сможет покинуть космонавт, подпрыгнув изо всех сил. (Гравитационная постоянная $G \cong 7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$.) Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать все необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильно их значения и получить численный результат. (64 %)

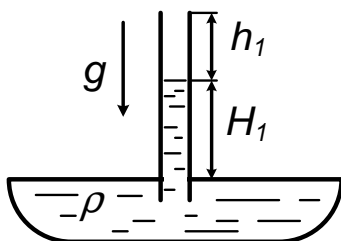
22.5. Электрическая лампочка L подключена через диод D к



источнику переменного напряжения (к сети). Параллельно диоду при помощи ключа K может быть присоединен конденсатор C . При замкнутом ключе лампочка горит заметно ярче, чем при разомкнутом. Объясните явление. (70 %)

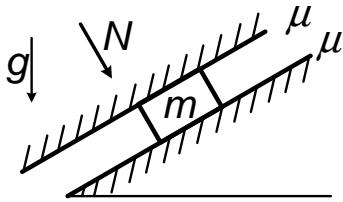
Вариант 23

23.1. Трубка погружена открытым концом в сосуд с ртутью плотности ρ . Высота столбика воздуха в ней —



h_1 , а высота столбика ртути от уровня в сосуде — H_1 . Затем трубку погружают еще глубже в ртуть, так что через достаточно большое время эти высоты устанавливаются равными h_2 и H_2 соответственно. Найдите атмосферное давление. (86 %)

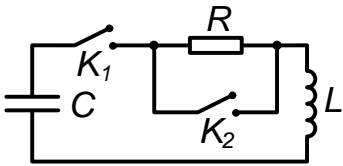
23.2. Тело массы m соскальзывает с наклонной плоскости с уско-



стями одинаковы и равны μ .

рением α . Каким будет ускорение, если тело прижать с силой N плоскостью, параллельной наклонной плоскости? Коэффициенты трения скольжения между телом и плоскостями одинаковы и равны μ . (70 %)

23.3. Конденсатор емкости после замыкания ключа K_1 начинает



разряжаться через сопротивление R и индуктивность L . В момент, когда ток в цепи достигает максимального значения, равного J_0 , замыкают ключ K_2 . Чему равны напря-

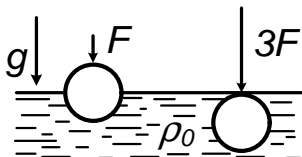
жение на индуктивности непосредственно перед замыканием ключа K_2 и максимальный ток при последующих колебаниях? (30 %)

23.4. На рычажных весах в открытых сосудах при температуре 0°C уравновешены лед и литр воды. Лед растаял. Оцените, сколько воды нужно добавить и куда, чтобы восстановить равновесие. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать все необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (44 %)

23.5. В прозрачный цилиндрический сосуд с водой опущен вертикальный непрозрачный цилиндр. Затем его обводят по окружности так, что поверхность цилиндра касается стенки сосуда. В некоторый момент кажется, что цилиндр «заполнил» весь сосуд. Объясните явление. (44 %)

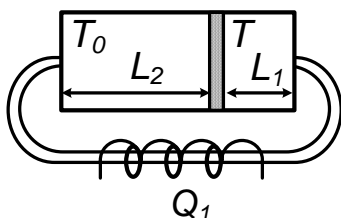
Вариант 24

24.1. На шар, наполовину погруженный в жидкость плотности ρ_0 ,



действует сила F , направленная вниз. При увеличении силы до $3F$ он погружается полностью. Определите плотность шара. (90 %)

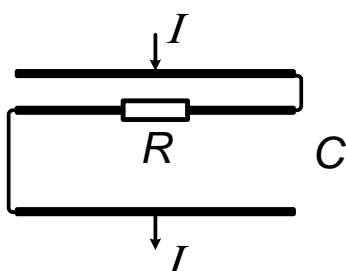
24.2. При медленном движении поршня газ из левого отсека



цилиндра переходит по трубке-теплообменнику в правый отсек, нагреваясь от температуры T_0 до температуры T . При смещении поршня на L_1 от правой стенки газ получил

тепло Q_1 . Сколько еще тепла получит газ при смещении поршня на L_2 вплотную до левой стенки цилиндра? Трением поршня о стенки цилиндра пренебречь. (40 %)

24.3. Между пластинами конденсатора емкости C вставлена



такая же металлическая пластина, разрезанная пополам. Одна из половин соединена с верхней пластиной, другая — с нижней, а между собой они соединены сопротивлением R . Через конденсатор пропускают ток I .

Найти суммарный заряд на вставленной пластине, если расстояния от нее до нижней и верхней пластин относятся как 3 : 1. (57 %)

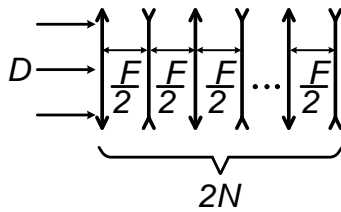
24.4. Оцените фокусное расстояние кинопроектора, используемого для показа фильмов в этой аудитории.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать все необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (60 %)

24.5. На наклонной плоскости соприкасаются два цилиндра, нижний медленно спускается без вращения. В случае малого наклона плоскости верхний цилиндр вращается, что хорошо видно по метке на торце. В случае сильного наклона — верхний цилиндр не вращается. Объясните явление. (65 %)

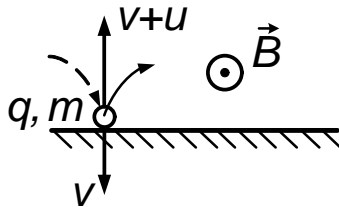
Вариант 25

25.1. Имеются N собирающих линз с фокусным расстоянием F и



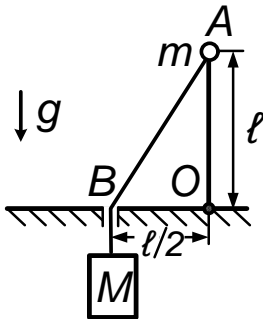
N рассеивающих линз с фокусным расстоянием $-F/2$. Линзы установлены поочередно так, что расстояние между соседними линзами равно $F/2$. Вдоль оси в систему входит параллельный пучок света диаметром D . Найдите диаметр выходящего пучка. (55 %)

25.2. Частица с зарядом q и массой m налетает на неподвижную



стенку со скоростью v перпендикулярно ее поверхности. Одновременно магнитное поле индукции \vec{B} параллельно стенке. Стенка отражает частицу, увеличивая ее скорость при каждом отражении на величину u . Найти расстояние между точками первого и k -го отражения частицы от стенки. (55 %)

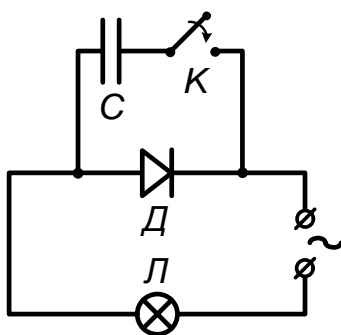
25.3. Невесомый стержень OA длины ℓ с грузиком массы m на



конце может вращаться без трения вокруг точки O , расположенной на поверхности стола. Другой грузик массы M прикреплен к массе m при помощи нерастяжимой нити, пропущенной через отверстие в столе на расстоянии $OB = \ell/2$ от точки O . В начальный момент стержень вертикален, его скорость равна нулю. Далее стержень отпускают. Найти скорость грузика m в момент, когда он касается поверхности стола. Ускорение свободного падения равно g . (41 %)

25.4. Оцените, во сколько раз среднее расстояние между молекулами пара над кипящей водой больше, чем между молекулами воды. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать все необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (42 %)

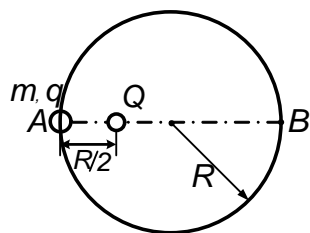
25.5. Электрическая лампочка подключена через диод к источ-



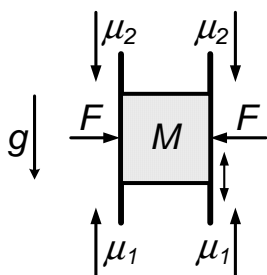
нику переменного напряжения (к сети). Параллельно диоду при помощи ключа может быть присоединен конденсатор. При замкнутом ключе лампочка горит заметно ярче, чем при разомкнутом. Объясните явление. (78 %)

Вариант 26

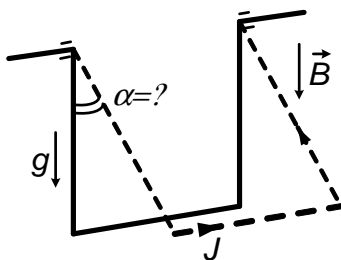
- 26.1. На непроводящем кольце радиуса R находится бусинка массы m с зарядом q . Неподвижный заряд Q расположен внутри кольца на расстоянии $R/2$ от бусинки на одном с ней диаметре. Определите, какую скорость будет иметь бусинка в противоположной точке кольца, если ее отпустить. Трения нет. (67 %)



- 26.2. Между двумя вертикальными плоскостями зажат «кубик» массы M . Если его двигать вверх, то коэффициенты трения между ним и плоскостями равны μ_1 , если вниз — μ_2 . Причем $\mu_2 > \mu_1$. Одна из плоскостей начинает колебаться в вертикальном направлении. При какой сжимающей силе F «кубик» станет подниматься вверх против силы тяжести? Ускорение свободного падения равно g . (58 %)



- 26.3. П-образная рамка с равными сторонами из тонкой проволоки, масса на единицу длины которой ρ , свободно висит на шарнирном соединении в вертикальном однородном магнитном поле индукции \vec{B} . На какой максимальный угол отбросит рамку, если по ней пустить постоянный ток J ? Ускорение свободного падения равно g . (23 %)



- 26.4. В насыщенные пары воды при 100°C поместили толстую

металлическую пластину, охлажденную до температуры жидкого азота. Оцените время, за которое на пластине намерзнет лед толщиной 0,1 мм. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать все необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (15 %)

26.5. В прозрачный цилиндрический сосуд с водой опущен вертикальный непрозрачный цилиндр. Затем его обводят по окружности так, что поверхность цилиндра касается стенки сосуда. В некоторый момент кажется, что цилиндр «заполнил» весь сосуд. Объясните явление. (28 %)

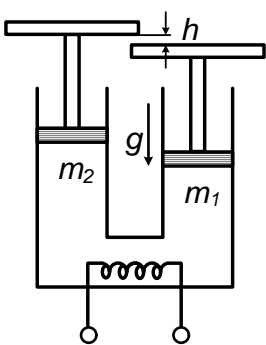
1993 г.

Вариант 31

- 31.1. На круглую в сечении перекладину надета петля из тонкой легкой однородной нити. К петле с помощью невесомого крюка A на тонкой же нити подвешен груз, который постепенно увеличивают до разрыва нити. Определите, при каких значениях угла α (см. рисунок) порвется петля, а при каких нить, соединяющая груз с крюком. (63 %)

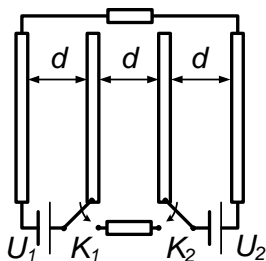


- 31.2. Сосуд с газом объемом V_0 перекрыт двумя поршнями с массами m_1 и m_2 ($m_1 < m_2$), площади которых одинаковы и равны S . Атмосферное давление P_A . Поршни снабжены горизонтальными платформами, которые могут зацепляться друг за друга (см. рисунок). В исходном состоянии поршни удерживаются от опускания упорами, расстояние между платформами h . Газ в объеме медленно нагревают



и при температуре T_1 начинает подниматься более легкий поршень с массой m_1 . При какой температуре T_2 начнет подниматься поршень с массой m_2 ? Ускорение свободного падения равно g . (55 %)

31.3. Четыре металлических пластины площади S расположены



параллельно друг другу на равных расстояниях d и соединены в электрическую схему, показанную на рисунке. В исходном состоянии ключи K_1 и K_2 находятся в положении, при которых средние пластины соединены с источниками ЭДС напряжением U_1 и U_2 . Наружные пластины соединены через верхний резистор. Затем ключи одновременно переключаются так, что средние пластины отключаются от источников ЭДС и подключаются к нижнему резистору. Найти полное количество тепла, выделившееся в схеме после переключения. (24 %)

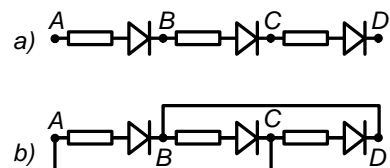
31.4. Оцените минимальную работу, которую нужно затратить, чтобы накачать велосипедную шину.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать все необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (50 %)

31.5. Луч лазера проходит через прямоугольный сосуд, заполненный водой, и дает светящееся пятно на экране, которое при вращениях сосуда смещается. Объясните, почему если между сосудом и экраном поместить линзу, то пятно перестанет смещаться. (63 %)

Вариант 32

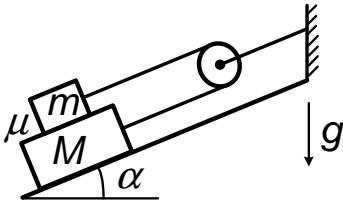
32.1. Через три одинаковых диода и три одинаковых сопротивления, соединенных последовательно в



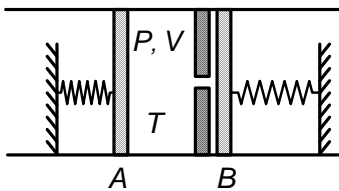
цепь и подключенных к источнику постоянного напряжения (см. рисунок вверху), течет

ток. Во сколько раз изменится ток, если точки A и C и точки B и D соединить проводниками с пренебрежимо малыми сопротивлениями (см. рисунок внизу). (71 %)

32.2. На гладкой наклонной плоскости, имеющей угол α относительно горизонта, лежит доска массы M . На доске находится брусок массы m . Доска и брусок связаны нерастяжимой невесомой нитью, перекинутой через блок, закрепленный на вершине наклонной плоскости. Коэффициент трения между бруском и доской μ . При каких отношениях M/t они будут неподвижны? (44 %)



32.3. Гладкий теплоизолированный цилиндр сечения S с неподвижной перегородкой закрыт с двух сторон подвижными поршнями (A и B). В отсутствие газа они поджимаются к перегородке пружинами одинаковой жесткости, но закрепленными на разных расстояниях от перегородки. Под поршень A поместили газ (его объем — V , давление — P , температура — T), а затем открыли тонкий канал в перегородке, после чего весь газ был медленно выдавлен в другой отсек. Какой объем займет газ, если известно, что в отсутствие газа поршень A оказывает на перегородку давление $P/2$, а поршень B лишь касается ее? Газ можно считать теплоизолированным. Внутренняя энергия газа U связана с его температурой T соотношением $U = CT$, где C — заданная постоянная. Атмосферное давление не учитывать. (29 %)



32.4. С помощью стекла от очков солнечный свет сфокусировали в пятно радиуса 1 мм. Оцените, на сколько нужно сместить вдоль оси стекло очков, чтобы радиус пятна вырос вдвое.

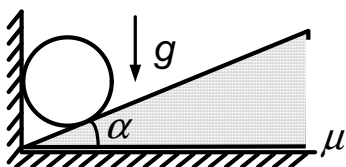
Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать все необходимые для решения задачи величины, выбрать

достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (65 %)

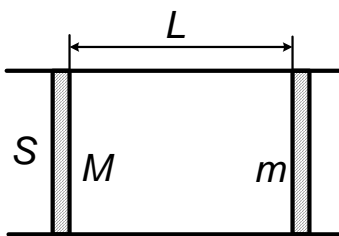
32.5. Из двух одинаковых сосудов через одинаковые отверстия в дне вытекает вода. Объясните, почему из сосуда, к отверстию которого подсоединена длинная трубка, вода вытекает быстрее, чем из сосуда с короткой трубкой. (55 %)

Вариант 33

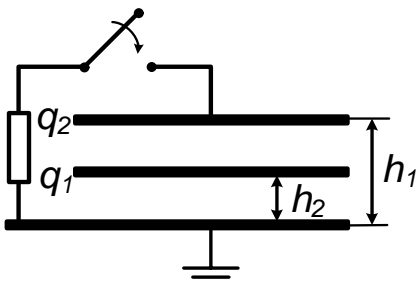
33.1. На горизонтальном полу лежит клин, вершина которого касается вертикальной стенки. Сверху на клин кладут массивное бревно, вес которого много больше веса клина (см. рисунок). При каком угле α клин не сдвинется с места, если коэффициент трения клина о горизонтальную плоскость равен μ , а трение бревна о стенку и клин отсутствует? (76 %)



33.2. В трубе сечения S могут свободно двигаться без трения два поршня массы M и m . Начальное расстояние между поршнями — L . Атмосферное давление — P_a . Газ, находящийся между поршнями, полностью откачали, после чего поршни отпустили. Сколько энергии перейдет в тепло при их абсолютно неупругом соударении? (70 %)



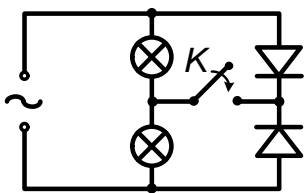
33.3. Две одинаковые металлические пластины площади S расположены одна над другой параллельно заземленной металлической плоскости на расстояниях h_1 и h_2 от нее. Вначале пластины имеют заряды q_1 и q_2 . Верхнюю пластину соединяют с плоскостью через сопротивление. Какое количество теплоты выделится на сопротивлении? (16 %)



33.4. Оценить силу, которая действует на плечо со стороны приклада при выстреле из ружья.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать все необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (56 %)

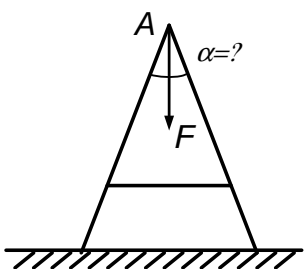
33.5. Схема, состоящая из двух лампочек и двух диодов (см. рис),



включена в сеть переменного тока. Объясните, почему при замыкании ключа K лампочки начинают гореть ярче. (54 %)

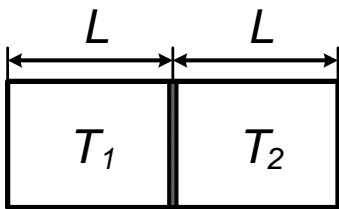
Вариант 34

34.1. На гладком полу стоит стремянка, половинки которой в



точке A соединены шарнирно и посередине связаны веревкой. К точке A прикладывают некоторую силу F , направленную вниз. При каком угле α (см. рисунок) натяжение веревки будет также равно F ? (40 %)

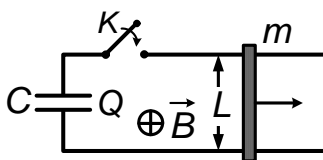
34.2. В середине горизонтальной теплопроводящей трубы, закры-



той с торцов, находится теплопроводящий поршень, который может смещаться без трения. В обеих половинах имеется газ при одинаковых давлениях и температурах T_1 и T_2

соответственно. Найти смещение поршня после установления теплового равновесия, если длина трубы равна $2L$. (77 %)

34.3. К двум проводящим рельсам, установленным на расстоянии



друг от друга, подключен конденсатор емкости C с зарядом Q . Рельсы замкнуты планкой массы m , которая обладает некоторым сопротивлением и может скользить по рельсам без трения. Схема находит-

ся на рисунке. Найти смещение планки после замыкания ключа K .

ся в однородном постоянном магнитном поле \vec{B} , перпендикулярном плоскости рельсов. Сколько тепла выделится в планке в течение всего времени после замыкания ключа? (27 %)

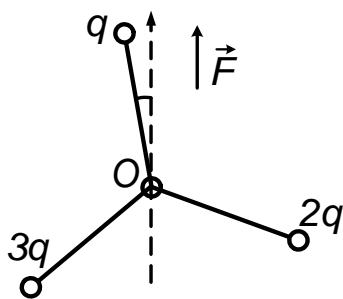
34.4. При первом ударе молотком гвоздь заходит в бревно на 10 % длины. Оцените необходимое число ударов по гвоздю, чтобы забить его полностью.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать все необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (74 %).

34.5. Луч лазера проходит через прямоугольный сосуд, заполненный водой, и дает светящееся пятно на экране, которое при вращениях сосуда смещается. Объясните, почему если между сосудом и экраном поместить линзу, то пятно перестанет смещаться. (48 %).

Вариант 35

35.1. Три непроводящих стержня одинаковой длины, на концах



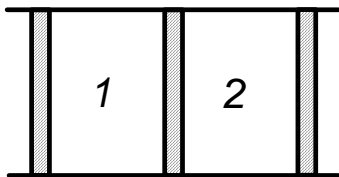
которых закреплены заряды q , $2q$ и $3q$, образуют вертушку (см. рисунок). Углы между стержнями одинаковы. Вертушка может свободно вращаться в горизонтальной плоскости вокруг оси, проходящей через точку O .

В плоскости вертушки имеется однородное электрическое поле напряженности \vec{E} . Какой угол будет между направлением поля и стержнем с зарядом q , когда вертушка придет в равновесие? (48 %)

35.2. При падении теннисного мячика на неподвижную ракетку с высоты h он подскакивает на высоту в α раз меньше. С какой скоростью надо двигать ракетку в момент удара, чтобы мячик подскочил на

ту же высоту, с какой упал? Поверхность ракетки, от которой отскакивает мячик, все время горизонтальна. Ускорение свободного падения равно g . (24 %)

35.3. В теплоизолированной трубе имеются три поршня, которые



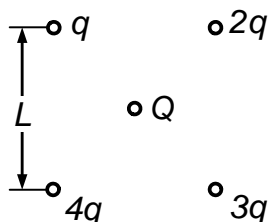
могут двигаться без трения. Средний поршень — теплопроводящий, а два крайних — не проводят тепло. Слева и справа от среднего поршня находятся газы 1 и 2 в количестве один и два моля, соответственно. Температура газа 1 в начале в два раза выше, чем газа 2, а объемы, занимаемые ими, одинаковы. Во сколько раз после установления теплового равновесия изменится суммарный объем, занимаемый обоими газами, если наружное давление не меняется? Внутренняя энергия одного моля первого газа равна $3/2RT$, одного моля второго — $5/2RT$. (29 %)

35.4. Оцените силу натяжения струны гитары. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать все необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (50 %)

35.5. Из двух одинаковых сосудов через одинаковые отверстия в дне вытекает вода. Объясните, почему из сосуда, к отверстию которого подсоединена длинная трубка, вода вытекает быстрее, чем из сосуда с короткой трубкой. (55 %)

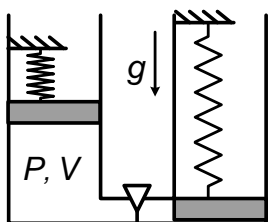
Вариант 36

36.1. В вершинах квадрата со стороной L расположены заряды q ,



$2q$, $3q$ и $4q$, а в центре квадрата — заряд Q . Найти силу, действующую на заряд Q . (85 %)

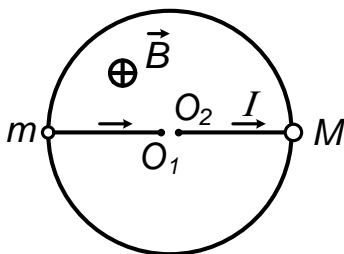
36.2. Два одинаковых цилиндра закрыты поршнями, прижимаемыми ко дну пружинами одинаковой жесткости.



Пружины закреплены так, что в исходном состоянии (без газа) левый поршень оказывает на дно цилиндра давление P_0 , а правый — едва касается

дна. Пространство под левым поршнем объемом V заполняют газом под давлением P , а затем открывают тонкую трубку, соединяющую цилиндры. Газ полностью выдавливается в правый цилиндр. Какой объем он там займет? Температура газа остается постоянной. Атмосферное давление в силу тяжести не учитывать. (44 %)

36.3. Перпендикулярно окружности радиуса R , сделанной из проводящей проволоки, включено постоянное однородное магнитное поле B . Два проводящих невесомых стержня присоединены к изолированным друг от друга шарнирам в центре окружности. Другие концы стержней прикреплены к бусинкам с массами m и M , которые могут без трения скользить по окружности, осуществляя электрический контакт.



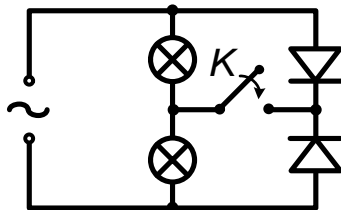
Два проводящих невесомых стержня присоединены к изолированным друг от друга шарнирам в центре окружности. Другие концы стержней прикреплены к бусинкам с массами m и M , которые могут без

трения скользить по окружности, осуществляя электрический контакт. От одного шарнира O_1 к другому O_2 по цепи, составленной стержнями и окружностью, пускают постоянный ток I . В начале бусинки расположены на противоположных концах окружности. Затем их отпускают. Какое количество тепла выделится при неупругом соударении бусинок? (47 %)

36.4. Разыгравая жребий, монету щелчком подбросили в воздух, придав ей быстрое вращение. Оцените, какое максимальное количество оборотов сделает монета.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать все необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (61 %)

36.5. Схема, состоящая из двух лампочек и двух диодов (см. рисунок), включена в сеть переменного тока.



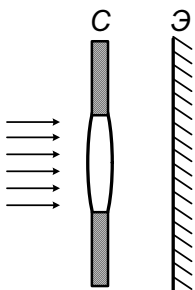
Объясните, почему при замыкании ключа лампочки начинают гореть ярче.

(54 %)

1994 г.

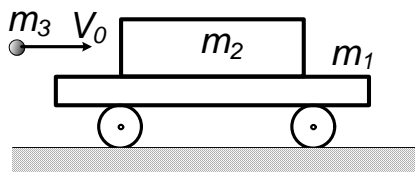
Вариант 41

41.1. В светонепроницаемой стенке (С) имеется отверстие диаметром D , в которое вставлена собирающая линза (см. рисунок). Параллельный пучок света, падающий перпендикулярно стенке, проходит через линзу и создает на экране световое пятно радиусом $2D$. Какой будет размер пятна, если расстояние от стенки до экрана (Э) увеличить вдвое?



(73 %).

41.2. На тележке массы m_1 стоит ящик с песком массы m_2 ,



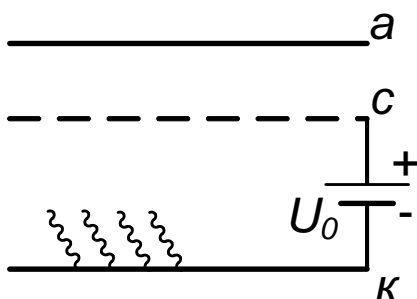
коэффициент трения между ними μ .

В ящик попадает и застревает в нем пуля массы m_3 , летящая горизонтально со

скоростью v_0 . На какое расстояние сдвинется ящик относительно тележки?

(44 %)

41.3. Катод (k) и анод (a) фотоэлемента представляют собой две



пластины площади S , находящиеся на расстоянии d друг от друга. На расстоянии $2/3d$ от катода размещена проводочная сетка (c). Между сеткой и катодом включена ЭДС напряжением U_0 , полярность указана на рисунке. Какой

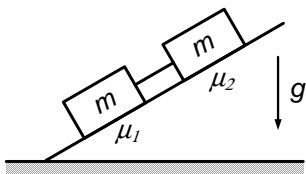
максимальный заряд может накопиться на аноде, если катод облучать светом с частотой ν ? Работа выхода материала катода равна A . Заряд электрона равен $-e$, постоянная Планка $-h$. (31 %)

41.4. Оцените среднюю силу, с которой водяные капли действуют на зонтик во время сильного дождя. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать все необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (45 %)

41.5. Два шара подвешены на нитях одинаковой длины. Шары отклоняют и отпускают. В нижней точке они сталкиваются и почти упруго отскакивают друг от друга. Если теперь один из шаров зажать в нижней точке, а второй снова отклонить и отпустить, то при ударе о закрепленный шар, он почти полностью останавливается. Объясните явление. (38 %)

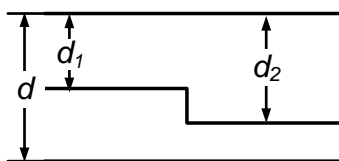
Вариант 43

43.1. На наклонной плоскости покоятся два тела с одинаковой массой m , соединенные нитью. Коэффициенты трения тел о плоскость равны μ_1 и μ_2 ($\mu_2 > \mu_1$). Угол наклона медленно увеличивают. Най-



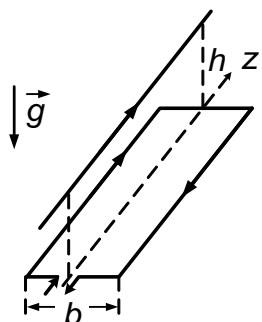
дите натяжение нити в момент, когда тела начнут соскальзывать вниз. Ускорение свободного падения равно g . (74 %)

43.2. Пространство между идеально проводящими металлическими пластинами, находящимися на малом расстоянии d_1 заполнено проводящей жидкостью. При этом сопротивление между



пластинами равно R . Затем зазор ввели изогнутую посередине тонкую идеально проводящую фольгу и расположили ее, как показано на рисунке. Найдите сопротивление между внешними пластинами в такой системе. Краевыми эффектами пренебречь. (55 %)

43.3. На горизонтальном столе удерживают прямоугольную



массивную рамку с током. Ширина рамки — b . Вдоль оси рамки \vec{Z} на высоте h проходит провод с таким же по величине током. Рамку отпускают, и она начинает скользить по столу. Опыт повторяют при различных значениях тока. Найдите максимально возможное начальное ускорение

рамки, при котором ее движение будет происходить без отрыва от стола. Коэффициент трения рамки о стол равен μ . Ускорение свободного падения равно g . (35 %)

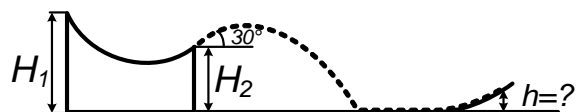
43.4. Оцените, на какое время хватит аквалангисту баллона со сжатым воздухом на глубине 40 м. Начальное давление воздуха в баллоне 100 атм.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать все необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (68 %)

43.5. В широкий тонкостенный стакан налито немного чистой воды, а в более узкий — подкрашенная жидкость. Узкий стакан опускают соосно в широкий, после чего видно, что цвет воды в широком стакане стал таким же, как и цвет жидкости в узком стакане. Затем стакан с подкрашенной жидкостью вынимают и вода в широком сосуде принимает свой естественный вид. Объясните явление. (48 %)

Вариант 44

44.1. Лыжник съезжает с трамплина и после приземления на

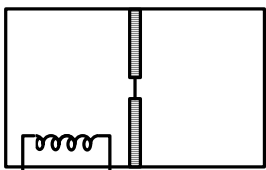


горизонтальную плоскость вкатывается по инерции в гору (см. рисунок). Определите высоту h , на

которую вкатится лыжник, если точка старта находится на высоте H_1 ,

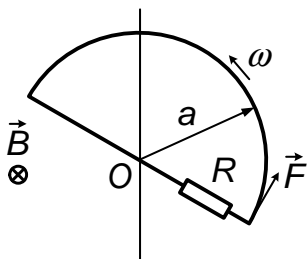
точка отрыва от трамплина на высоте — H_2 , угол подъема плоскости трамплина относительно горизонта в точке отрыва равен 30° . Трением лыж о снег и сопротивлением воздуха пренебречь. (73 %).

44.2. Теплоизолированный сосуд объёмом V разделён тепло-



проницаемой перегородкой на две равные части. В обеих частях находится одинаковый газ при давлении p_0 . В перегородке имеется небольшое отверстие, закрытое тонкой мембраной. В одной из частей начинают нагревать газ, подводя к нему постоянную мощность N . Через время t мембрана лопается, и в этот момент нагрев прекращается. Найдите установившееся давление. Известно, что внутренняя энергия одного моля газа $U = CT$, где C — постоянная величина, T — температура газа. Газовая постоянная равна R . (67 %)

44.3. В полупространстве слева от вертикальной плоскости име-



ется однородное магнитное поле B , направленное перпендикулярно плоскости рисунка. Проволочная рамка, имеющая форму границы полукруга радиуса a , вращается с угловой скоростью ω вокруг оси, проходящей через центр круга O , как показано на рисунке. В рамку включено сопротивление R . Определите силу F , которую необходимо прикладывать к рамке по касательной к окружности, чтобы поддерживать угловую скорость вращения неизменной. (41 %).

44.4. Оцените, на сколько поднимется нос лодки, если человек перейдет с её середины на корму.

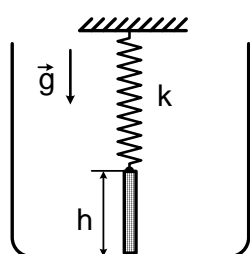
Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их значения и получить численный результат. (38 %).

44.5. Два шара подвешены на нитях одинаковой длины. Шары отклоняют и отпускают. В нижней точке они сталкиваются и почти

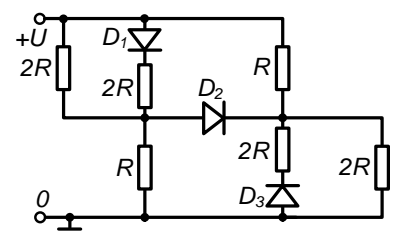
упруго отскакивают друг от друга. Если теперь один из шаров зажать в нижней точке, а второй снова отклонить и отпустить, то при ударе о закрепленный шар он почти полностью останавливается. Объясните явление. (31 %).

Вариант 46

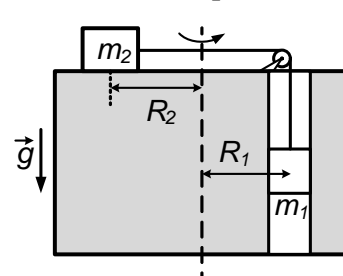
46.1. На пружине жесткости k висит, едва касаясь широкого дна сосуда (не давит), стержень длины h , сечения S , плотности ρ . В сосуд наливают воду плотности ρ_0 до высоты h . На сколько высунется стержень из воды? Считать, что начальное удлинение пружины больше h . Ускорение свободного падения g . (88 %)



46.2. Схему, представленную на рисунке, подключили к источнику напряжения U , как показано на рисунке. Определите выделяющуюся в схеме мощность. Считать диоды D_1, D_2, D_3 идеальными. Диод пропускает ток при знаке «+» у основания треугольника и знаке «−» у острия. (60 %).



46.3. В горизонтальной «карусели» имеется вертикальный канал на расстоянии R_1 от оси, в который свободно входит тело массой m_1 . Соединенное с ним нитью, проходящей через ось вращения, тело массой m_2 находится на поверхности карусели на расстоянии R_2 от оси вращения и может перемещаться без трения вдоль радиуса. При каких частотах вращения карусели тела, отпущенные из указанного положения, не будут смещаться? Коэффициент трения тела m_1 со стенками канала равен μ . (51 %).



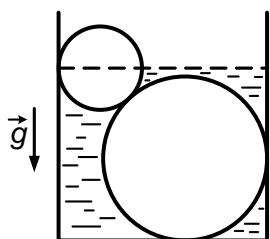
46.4. Оцените силу, которая подействует на человека, если он упадёт с мостика высотой 1 м и ударится животом о воду.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их значения и получить численный результат. (60 %).

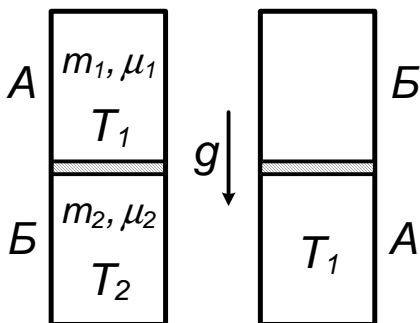
46.5. В широкий тонкостенный стакан налито немного чистой воды, а в более узкий — подкрашенная жидкость. Узкий стакан опускают соосно в широкий, после чего видно, что цвет воды в широком стакане стал таким же, как и цвет жидкости в узком стакане. Затем стакан с подкрашенной жидкостью вынимают, и вода в широком сосуде принимает свой естественный вид. Объясните явление. (47 %).

Вариант 40

40.1. Два шара лежат в сосуде, как показано на рисунке. Радиус нижнего шара в 2 раза больше верхнего. Если в сосуд налить воды с плотностью ρ_0 до середины верхнего шара, то нижний перестает давить на дно. Найдите плотность материала, из которого изготовлены шары. Трения о боковые стенки нет. (89 %).



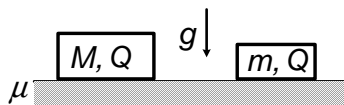
40.2. Вертикальный цилиндрический сосуд разделен пополам неподвижным поршнем. В верхнем отсеке А находится газ массы m_1 с молярной массой μ_1 при температуре T_1 . В нижнем отсеке В находится другой газ массы m_2 с молярной массой μ_2 при температуре T_2 . После переворачивания сосуда, для восстановления прежних объемов газов, пришлось изменить температуру в отсеке В. При этом температура в отсеке А не изменилась и осталась равной T_1 . Найдите новую



После переворачивания сосуда, для восстановления прежних объемов газов, пришлось изменить температуру в отсеке В. При этом температура в отсеке А не изменилась и осталась равной T_1 . Найдите новую

температуру в отсеке B и давление газа в нем. Вес поршня — P , сечение — S . (63 %).

40.3. На плоскости с коэффициентом трения μ лежат неподвижно два тела массы M и m , заряженные разноименными электрическими зарядами Q и $-Q$. Тело массы m начинают медленно дви-



гать к другому телу до тех пор, пока оно не начнет скользить дальше само. В тот момент, когда тело массы сдвигается с места, электрические заряды быстро убирают. Во сколько раз должны отличаться массы, чтобы тела коснулись друг друга при их дальнейшем движении? Считать собственные размеры тел малыми. (47 %).

40.4. Оцените, с какого расстояния космонавт, улетающий от Земли, будет видеть ее такой же звездочкой, какой с Земли виден искусственный спутник. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения величины, выбрать достаточно правильно их числовые значения и получить численный результат. (52 %).

40.5. На некотором расстоянии от длинного постоянного магнита установлена вращающаяся магнитная стрелка, которая показывает направление вдоль магнита. При разведении половинок магнита стрелка меняет направление на противоположное. Объясните явление. (51 %).

1995 г.

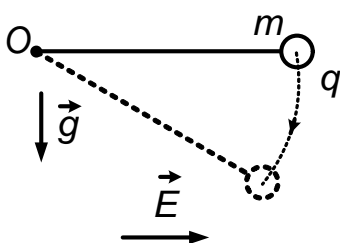
Начиная с 1995 г. в НГУ стали проводить репетиционные экзамены. В этом и последующих вариантах задачи, предлагавшиеся на репетиционных экзаменах отмечаются буквой «р» в номере и указывается для поступления на какой факультет предлагались те или иные варианты (ФФ — физический факультет, ФЕН — факультет естественных наук, ГГФ — геолого-геофизический факультет).

Вариант 51р—ФФ

51.1. После выпуска части газа из баллона давление в нем уменьшилось в α раз, а температура понизилась в β раз. Найти оставшуюся в баллоне долю газа (m/m_0). Газ считать идеальным.

51.2. Протон массой m_p налетает со скоростью v_0 по прямой с большого расстояния на покоящееся ядро некоторого химического элемента и упруго рассеивается на нём. Оказалось, что после такого взаимодействия разлетевшиеся частицы имеют равные по величине и противоположные по направлению скорости. Найти эту скорость и массу ядра. К какому химическому элементу относится это ядро?

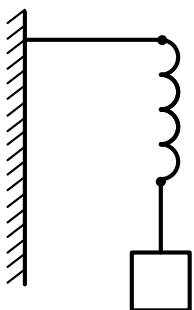
51.3. Маятник, имеющий на конце нити массу m с зарядом q , находится в поле тяжести и однородном электрическом поле напряженности \vec{E} , перпендикулярном вектору ускорения свободного падения \vec{g} . Маятник отклоняют до горизонтального положения в плоскости векторов \vec{E} и \vec{g} (см. рисунок) и отпускают. Найти натяжение нити, когда маятник будет проходить положение равновесия (в данных полях).



51.4. Оценить, во сколько раз освещённость на дне колодца в пасмурный день меньше, чем на поверхности Земли.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их значения и получить численный результат.

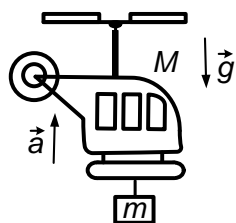
51.5. К одному из концов длинной тонкой нити прикреплен грузик, а другой её конец к жесткой опоре через небольшой отрезок упругой резины. В свободном состоянии грузик висит на нити в поле тяжести Земли на достаточно большой высоте от пола. Если грузик поднять вертикально вверх на полную длину нити и затем от-



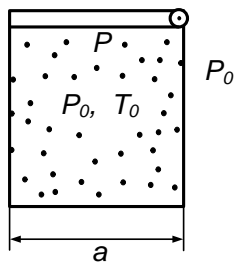
пустить, то при падении вниз он растягивает резинку (не касаясь пола), но нитка остается целой. Если же конец нити привязать непосредственно к опоре, убрав отрезок резинки, то при падении грузика с прежней высоты нить обрывается. Объяснить: в чем состоит причина столь сильного различия в результатах этих опытов?

Вариант 52—ФФ

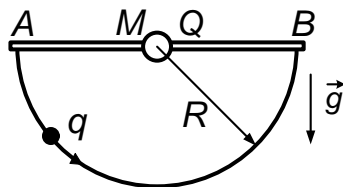
- 52.1. Вертолет массы M вместе с грузом массы m , висающим на тросе, взлетает вертикально вверх с ускорением \vec{a} . В процессе взлета трос обрывается. Определить ускорение вертолета сразу после обрыва троса. Ускорение свободного падения равно g . (80 %)



- 52.2. В прямоугольной банке с дном в виде квадрата со стороной a , находится газ при температуре T_0 и давлении P_0 . Крышка, шарнирно соединенная с боковой стороной банки, герметично прижимается к ней под действием собственного веса P . До какой температуры надо нагреть газ в банке, чтобы он начал выходить, приоткрыв крышку? Атмосферное давление P_0 . (44 %)



- 52.3. На тонкой спице находится бусинка с массой M и с зарядом Q . Найти минимальный коэффициент трения μ между бусинкой и спицей, при котором бусинка не сдвинется, если передвигать по полуокружности радиуса R из точки A в точку B заряд q . Размерами тел пренебречь. (30 %)



- 52.4. Оценить, во сколько раз масса океана превосходит массу воздушной оболочки Земли.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильные их числовые значения и получить

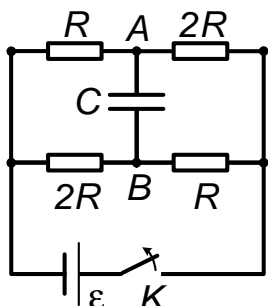
численный результат.

(62 %)

52.5. При стрельбе из рогатки вертикально вверх для растягивания резины используется подвешивание одного и того же груза. Если толщину резины уменьшить вдвое, то высота подъема тела, вылетающего из рогатки, существенно увеличивается. Объяснить явление. (68 %)

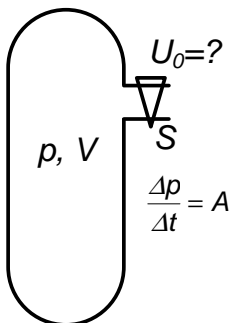
Вариант 53—ФФ

53.1. К источнику ЭДС \mathcal{E} присоединены цепочка сопротивлений



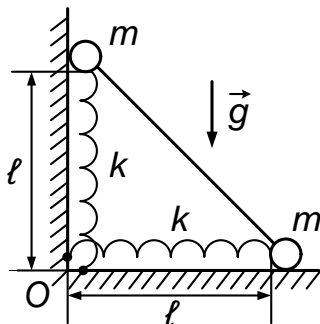
и емкость C согласно схеме, представленной на рисунке. Найти количество энергии, которое выделится на сопротивлении с величиной $2R$, присоединенном к точке B , после отключения источника размыканием ключа K . (57 %)

53.2. Из баллона через ventиль вытекает газ так, что давление



медленно меняется с известной неизменной скоростью $\frac{p}{t} = A$. Температура газа при этом поддерживается постоянной. Объем баллона — V , площадь отверстия в ventиле — S . Найти скорость истечения газа U_0 в момент времени, когда давление газа приняло значение p . (34 %)

53.3. Две пружины жесткости k закреплены в вершине O угла,



образованного горизонтальным полом и вертикальной стенкой. Противоположные концы пружин прикреплены к центрам двух тел массы m , соединенных невесомым стержнем. Вначале пружины недеформированы и имеют длину ℓ . С какой горизонтальной силой \vec{F} надо удерживать нижнее тело, чтобы расстояние от него до точки O было в два раза меньше, чем у верхнего? Стержень с массами может двигаться только в вертикальной плоскости. Трения нет. (57 %)

Стержень с массами может двигаться только в вертикальной плоскости. Трения нет. (57 %)

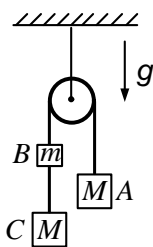
53.4. Дети стреляют горошинами, выдувая их ртом через трубку. Оцените максимальное расстояние, на которое могут улетать эти горошины.

Предполагается, что вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать достаточно правильные их числовые значения и получить численный результат. (64 %)

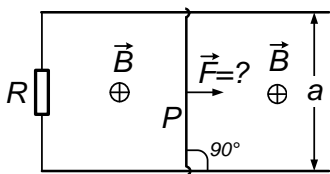
53.5. При стрельбе из рогатки вертикально вверх для растягивания резины используется подвешивание одного и того же груза. Если толщину резины уменьшить вдвое, то высота подъема тела, вылетающего из рогатки, существенно увеличивается. Объяснить явление. (74 %)

Вариант 54—ФЕН

54.1. Грузики A , B и C скреплены нитью, переброшенной через блок, как это показано на рисунке. Масса тел A и C равна M , а тела B — m . Система тел движется под действием тяжести при отсутствии сил трения. Найти силу натяжения нити между телами B и C . Ускорение свободного падения равно g .



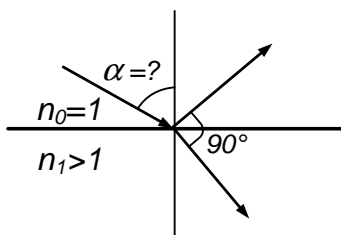
54.2. Начальные точки двух параллельных проводников, лежа-



щих в плоскости рисунка на расстоянии a друг от друга, соединены между собой сопротивлением R . Перпендикулярно плоскости направлено однородное магнитное поле

\vec{B} . Какую силу \vec{F} следует приложить к перемычке P , скользящей по проводникам без трения, чтобы обеспечить заданную скорость её перемещения \vec{v} ? Сопротивления проводников и перемычки, замыкающей проводники, считать равными нулю.

54.3. На плоскую границу раздела воздуха и стекла падает

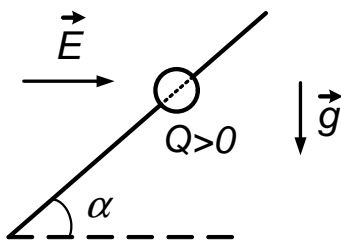


световой луч. При этом преломленный и отраженный лучи оказываются перпендикулярными друг другу. Показатель преломления стекла — n_1 , а показатель преломления воздуха следует принять равным 1. Найти угол падения исходного луча.

54.4. Чем похожи и чем различаются между собой закон Кулона и закон всемирного тяготения?

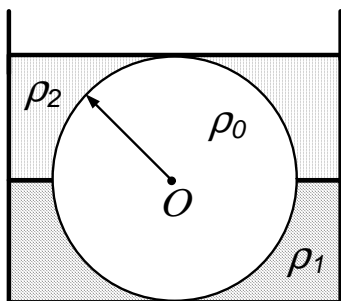
Вариант 55—ГГФ

55.1. В поле тяжести с ускорением свободного падения \vec{g} под углом α к горизонту установлена тонкая непроводящая спица, как это показано на рисунке. На спицу нанизана бусинка с массой m и зарядом Q . Какое горизонтальное однородное электрическое поле \vec{E} следует создать, чтобы бусинка оставалась в состоянии покоя? Считать, что вектор напряженности электрического поля \vec{E} и спица лежат в одной плоскости с вектором \vec{g} . Трением бусинки о спицу пренебречь.



здать, чтобы бусинка оставалась в состоянии покоя? Считать, что вектор напряженности электрического поля \vec{E} и спица лежат в одной плоскости с вектором \vec{g} . Трением бусинки о спицу пренебречь.

55.2. На дне сосуда лежит шарик с радиусом R , изготовленный из вещества с плотностью ρ_0 . В сосуд наливают жидкость с плотностью ρ_1 до уровня, равного радиусу шарика. Затем в сосуд доливают более легкую жидкость с плотностью ρ_2 ($\rho_2 < \rho_1$) так, чтобы жидкости не смешивались, и граница первой жидкости не смещалась. Оказалось, что после того, как шарик скрылся под поверхностью жидкости, давление его на дно сосуда обратилось в нуль. Чему равна плотность верхней жидкости ρ_2 ?



Оказалось, что после того, как шарик скрылся под поверхностью жидкости, давление его на дно сосуда обратилось в нуль. Чему равна плотность верхней жидкости ρ_2 ?

55.3. От источника напряжения с нулевым внутренним сопротивлением на электрическую лампочку подано постоянное напряжение

100 В. При этом в лампочке выделяется мощность 100 Вт. Какое по величине сопротивление надо включить последовательно с лампочкой, чтобы в ней выделялась мощность 25 Вт? Зависимостью сопротивления от температуры пренебречь.

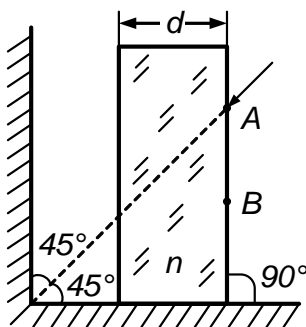
55.4. Что Вы знаете о магнитном поле Земли и о том, как оно используется в практической деятельности людей?

1996 г.

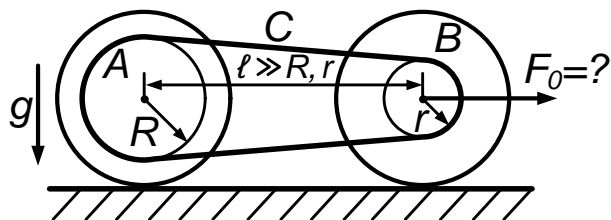
Вариант 61—ФФ

61.1. В цилиндре под поршнем находится порошок, частички которого несжимаемы, но могут очень легко крошиться при нагрузке. Поры между частицами вначале занимали 40 % объема и были заполнены газом при давлении P_0 . Поршнем произвели сжатие, уменьшив объем под ним на четверть. Найдите давление под поршнем, считая, что он не пропускает газ. Температура постоянна.

61.2. Луч света, направленный в точку A по биссектрисе прямого угла, образованного двумя плоскими зеркалами, проходит сначала сквозь плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной d и показателем преломления n , расположенную параллельно одному из зеркал. После этого, отразившись от обоих зеркал, луч снова проходит через пластинку и выходит из нее в точке B . Найдите расстояние AB .



61.3. Тележка массы m имеет два колеса одинакового радиуса,



коэффициент трения скольжения между колесами и дорогой μ . Колеса соединены цепью C , надетой на звездочки A и B радиусов R и r (как в велосипе-

де); $\ell \gg R, r$. Найдите минимальную горизонтальную силу \vec{F}_0 , которая может сдвинуть тележку с места. Ускорение свободного падения равно g . Трением качения пренебречь.

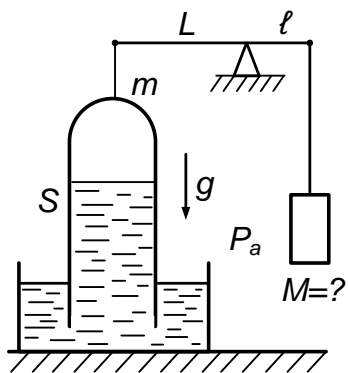
61.4. Оцените расстояние до Луны и скорость перемещения по ее поверхности светового пятна от луча лазера, неподвижно закрепленного на Земле.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их Числовые значения и получить численный результат.

61.5. В длинный узкий мелкий лоток наливают воду. У одного конца лотка на поверхность воды аккуратно помещают легкий диск. Между диском и ближним к нему концом лотка насыпают стиральный порошок. Сразу после этого диск начинает двигаться к противоположному концу лотка. После остановки диска стиральный порошок вновь засыпают, теперь уже между ним и другим концом лотка. Диск остается неподвижным. Объясните явление.

Вариант 62р—ФФ

62.1. На разноплечных весах к одному плечу длиной L подвешена



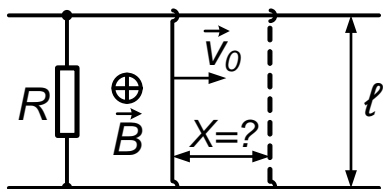
тонкостенная длинная трубка массы m и сечения S . Трубка запаяна сверху, а нижним концом опущена в чашку с ртутью. Над ртутью в трубке — вакуум. Какую массу M нужно подвесить к другому плечу длиной ℓ , чтобы весы были в равновесии. Атмосферное давление P_a ,

а ускорение свободного падения g .

62.2. За нижний конец вертикально висящего шеста массы M уцепилась обезьяна массы m . Шест обрывается и падает вниз, а обезьяна

карабкается по нему вверх, оставаясь, все время на неизменной начальной высоте h , над землей. Через какое время после обрыва нижний конец шеста коснется земли?

62.3. Два параллельных проводящих рельса, расстояние между



которыми равно ℓ , замкнуты проводящей перемычкой массы m , которая может скользить по ним без трения. На одном конце рельсы соединены через сопротивление R . Перпендикулярно плоскости рельсов имеется однородное магнитное поле индукции \vec{B} . Найдите расстояние, на которое сместится перемычка, если сообщить ей начальную скорость v_0 .

62.4. Предположим, что атмосфера Земли сконденсировалась. Оцените толщину слоя сконденсировавшегося воздуха.

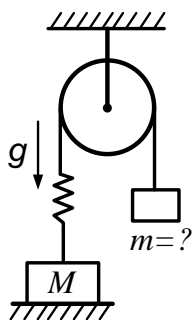
Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

62.5. Бутылку заполнили водой наполовину. Плотно закрыв горлышко пальцем, ее перевернули и опустили в тарелку с водой так, чтобы горлышко бутылки оказалось под уровнем воды в тарелке. Палец убрали. Объясните, почему вода удерживается в бутылке.

Вариант 63р—ФФ

63.1. В цилиндре, закрытом поршнем, находится газ объемом V_0 . Сдвинув поршень, объем газа уменьшили на величину V . При этом давление оказалось в n раз больше, чем в случае, когда начальный объем увеличили на ΔV . Температура поддерживается постоянной. Найдите ΔV .

63.2. К одному концу нити, перекинутой через блок, присоединен



груз массы m , а к другому концу через пружину — груз массы M . Груз M лежит на полу, а груз m поддерживают так, что пружина не растянута. Груз m отпустили. При каком минимальном значении m груз M оторвется от пола?

63.3. Две одинаковые большие металлические плоскопараллельные пластины, сложенные вместе, находятся в перпендикулярном их поверхности однородном электрическом поле напряженностью \vec{E} . Какая сила будет действовать на каждую из пластин, если их слегка развести? Площадь пластины — S .

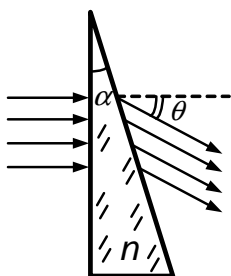
63.4. Оцените, при каком внешнем давлении пуля не вылетит из ствола ружья после выстрела.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

63.5. Бутылку заполнили водой наполовину. Плотнo закрыв горлышко пальцем, ее перевернули и опустили в тарелку с водой так, чтобы горлышко бутылки оказалось под уровнем воды в тарелке. Палец убрали. Объясните, почему вода удерживается в бутылке.

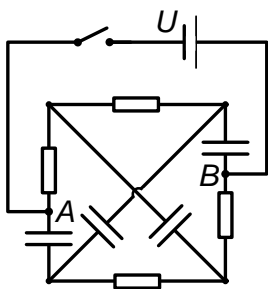
Вариант 64—ФФ

64.1. Пучок параллельных световых лучей падает по нормали на



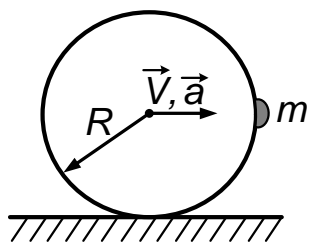
плоскую грань стеклянной призмы с показателем преломления n и выходит из призмы под углом θ к первоначальному направлению падения. Угол α при вершине призмы так мал, что $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$. Найдите этот малый угол.

64.2. Какой заряд пройдет через источник питания с постоянным напряжением U после подключения к точкам A и B электрической цепи, изображенной на рисунке? Емкость каждого из конденсаторов равна C .



напряжением U после подключения к точкам A и B электрической цепи, изображенной на рисунке? Емкость каждого из конденсаторов равна C .

64.3. Колесо радиуса R катится по дороге без проскальзывания с ускорением \vec{a} . В некоторый момент времени прилипший к ободу комочек грязи массы m находится в передней точке колеса. Найдите равнодействующую сил, приложенных к этому комку, если скорость оси колеса в этот момент равна \vec{V} .



ускорением \vec{a} . В некоторый момент времени прилипший к ободу комочек грязи массы m находится в передней точке колеса. Найдите равнодействующую сил, приложенных к этому комку, если скорость оси колеса в этот момент равна \vec{V} .

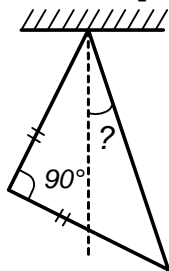
64.4. Вы надежно закрыли отверстие велосипедного насоса и изо всех сил быстро сжали в нем воздух. Оцените максимальную температуру воздуха в насосе, которой можно достичь в этом случае.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

64.5. В плоскую кювету с жидкостью опускают пробирку, в которой находится металлическое колечко. При освещении системы в ее изображении на экране колечка в пробирке практически не видно. В пробирку наливают ту же жидкость, при этом на экране появляется отчетливое изображение колечка. Объясните явление.

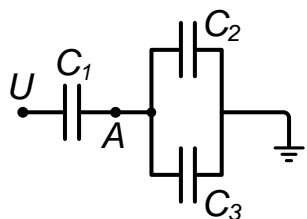
Вариант 65р—ФЕН

65.1. Из трех тонких однородных прямых стержней образовали равнобедренный прямоугольный треугольник и подвесили его за острый угол. Найдите угол между вертикалью и гипотенузой треугольника в положении равновесия.



равнобедренный прямоугольный треугольник и подвесили его за острый угол. Найдите угол между вертикалью и гипотенузой треугольника в положении равновесия.

- 65.2. В схеме, составленной из трех конденсаторов с емкостями C_1 , C_2 и C_3 , потенциал слева равен U , а справа схема заземлена. Найдите потенциал точки A , расположенной между конденсатором C_1 и парой конденсаторов C_2 и C_3 .

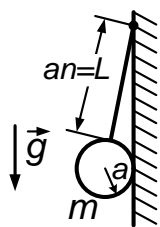


- 65.3. Атмосфера на Венере состоит преимущественно из углекислого газа CO_2 , имеющего температуру у поверхности, равную 700 К, и создающего давление ≈ 100 атм (10^7 Па). Во сколько раз плотность атмосферы на Венере превышает плотность воздуха на Земле у ее поверхности? Земную атмосферу можно принять находящейся при нормальных условиях. Отношение молярных масс CO_2 и воздуха равно 44 : 29.

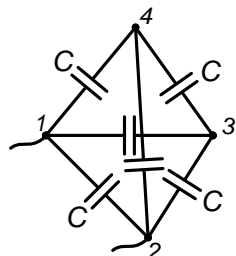
- 65.4. Коротко, не более, чем на страничку, опишите физику и химию электролиза.

Вариант 66—ФЕН

- 66.1. Шар массы m подвешен на нити, второй конец которой закреплен на вертикальной стенке. Длина нити L в n раз больше радиуса шара a . Найдите силу \vec{T} натяжения нити и силу \vec{N} давления шара на стенку. Сила трения пренебрежимо мала.



- 66.2. Во все ребра проволочного тетраэдра с вершинами 1, 2, 3 и 4 включены одинаковые конденсаторы емкостью C . Между вершинами 1 и 2 создано напряжение U . Найдите заряды на обеих пластинах каждого из конденсаторов.



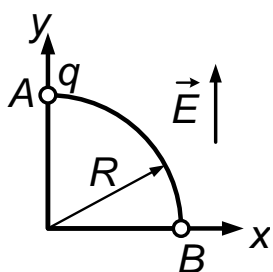
- 66.3. В сосуде находится вода при температуре $T = 300$ К. Какое создалось бы давление в нем, если предположить, что взаимодействие между молекулами воды мгновенно исчезло? Плотность воды

$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$, ее молярная масса $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Газовая постоянная $R = 8 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$.

66.4. Укажите причину появления поверхностного натяжения в жидкостях и приведите несколько примеров его проявления.

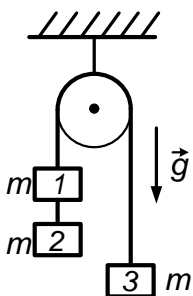
Вариант 67р–ГГФ

67.1. Какую работу надо совершить, чтобы переместить заряд q



в горизонтальной плоскости по дуге окружности радиуса R из точки A на оси Y в точку B на оси X в однородном электрическом поле напряженностью \vec{E} , направленной вдоль оси Y ? Центр окружности в точке O .

67.2. На невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через блок, подвешены три одинаковых груза массы m . Найдите разницу сил натяжения $T_1 - T_2$ на участках нити, поддерживающих крайние грузы 1 и 2. Ускорение свободного падения g .



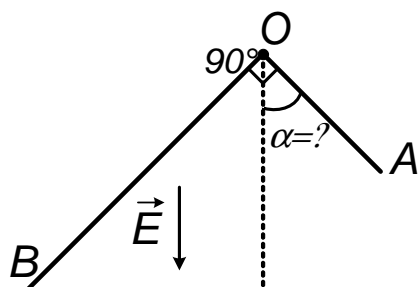
67.3. Из закрытого баллона, где находится газ при постоянной температуре, израсходовали η -ю долю его массы. Во сколько раз после этого уменьшилось давление газа в баллоне?

67.4. Укажите, от каких факторов зависит ускорение g свободного падения на Земле.

1997 г.

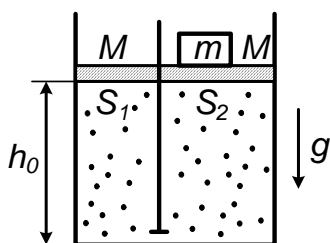
Вариант 71р–ФФ

71.1. Однородный равномерно заряженный прут, согнутый под



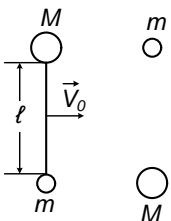
прямым углом, расположен в горизонтальной плоскости и может свободно вращаться в ней без трения вокруг вертикальной закрепленной оси, проходящей через вершину угла O . Часть прута AO в n раз короче части OB . Прут находится в горизонтально направленном однородном электрическом поле \vec{E} . Найти угол α между AO и направлением электрического поля.

71.2. Два вертикальных цилиндра с сечениями S_1 и $S_2 > S_1$



сообщаются между собой снизу через узкий короткий канал. Цилиндры наполнены газом и плотно закрыты сверху поршнями одинаковой массы M . Поршни могут перемещаться без трения. Они находятся в равновесии на одинаковой высоте h_0 , и при этом на поршне с большим сечением находится дополнительный груз массы m . На какой высоте h установится этот поршень, если груз m убрать? Температура газа постоянна, ускорение свободного падения g .

71.3. Невесомый стержень длины ℓ с телами массы m и M ,



закрепленными на его концах, движется поступательно со скоростью \vec{V}_0 , перпендикулярной к его оси. Найти натяжение стержня после того, как к этим телам одновременно прилипнут два первоначально покоившихся тела с такими же массами M и m (см. рисунок).

71.4. Дети стреляют косточками от слив, сжимая их между пальцами. Оцените максимальное расстояние, на которое могут улететь эти косточки.

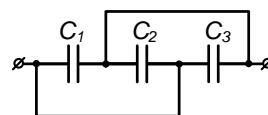
Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

71.5. К заряженному конденсатору подключают первоначально незаряженный конденсатор меньшей емкости, соединяя их выводы A , B и a , b соответственно. В момент подсоединения между выводами конденсаторов проскакивает искра, сопровождающаяся характерным щелчком. Затем второй конденсатор «переворачивают» и снова подключают, соединяя на этот раз выводы A , B и b , a соответственно. Процедура «переворачивания» и подсоединения повторяется многократно, каждый раз сопровождаясь проскакиванием искры. Если же второй конденсатор такой же, как первоначально заряженный, то искры наблюдаются только при первых двух подсоединениях, после чего полностью прекращаются. Объясните явление.

Вариант 72р—ФФ

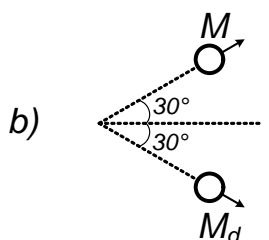
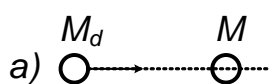
72.1. Найти эквивалентную емкость изображенной

цепи, включающей емкости C_1 , C_2 и C_3 .



72.2. Автомобиль движется с равномерной скоростью. Расположенные на дороге позади и впереди него датчики зарегистрировали различную продолжительность T_1 и T_2 соответственно длительности звука гудка автомобиля. Найти скорость автомобиля, если скорость звука в воздухе равна c .

72.3. Дейтрон (ядро дейтерия — тяжелого изотопа водорода)



массы M_d вдвое больше массы протона M_p налетает на неподвижное ядро массы M (см. рисунок вверх). После упругого соударения дейтрон и ядро разлетаются (см. рисунок вниз) под углом 30° каждый к направлению первоначального движения дейтрона. Найти массу ядра. Какой это элемент?

72.4. Маятниковые часы с периодом колебаний установлены на Земле. Точно такие же часы установили на высотном воздушном ша-

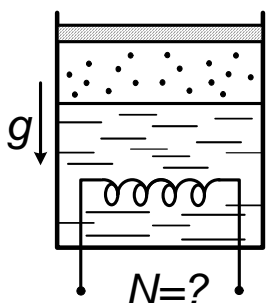
ре, находящемся над полюсом Земли на высоте 10 км. Оцените, на сколько разойдутся показания часов за одни сутки.

72.5. К заряженному конденсатору подключают первоначально незаряженный конденсатор меньшей емкости, соединяя их выводы A , B и a , b соответственно. В момент подсоединения между выводами конденсаторов проскакивает искра, сопровождающаяся характерным щелчком. Затем второй конденсатор «переворачивают» и снова подключают, соединяя на этот раз выводы A , B и b , a соответственно. Процедура «переворачивания» и подсоединения повторяется многократно, каждый раз сопровождаясь проскакиванием искры. Если же второй конденсатор такой же, как первоначально заряженный, то искры наблюдаются только при первых двух подсоединениях, после чего полностью прекращаются. Объясните явление.

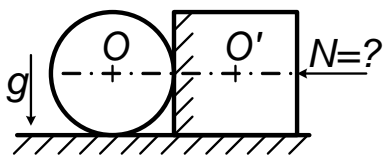
Вариант 73—ФФ

73.1. Дымовая шашка падает вертикально с высоты H_0 с нулевой начальной скоростью. Дым сносится ветром, который дует горизонтально на всех высотах с постоянной скоростью V_0 . На сколько он будет снесен относительно вертикальной траектории шашки на высоте h над поверхностью земли в момент падения шашки на землю? Ускорение свободного падения g .

73.2. В вертикальном теплоизолированном сосуде под поршнем массы M находится жидкость со своим насыщенным паром. Какую мощность N необходимо подводить к нагревателю в жидкости, чтобы поршень поднимался с постоянной скоростью v ? Температура внутри сосуда равна T , молярная масса μ , теплота парообразования λ . Внешнее давление отсутствует. Газовая постоянная равна R .



73.3. На горизонтальной поверхности лежат касающиеся друг



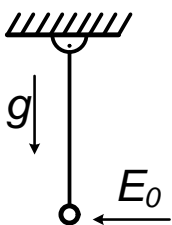
друга кубик и цилиндр массы M каждый. С какой минимальной горизонтальной силой F , направленной вдоль прямой OO' , проходящей через центры тел, надо толкать кубик, чтобы при движении системы цилиндр не вращался? Коэффициенты трения обоих тел о поверхность и между собой одинаковы и равны μ .

73.4. Оцените сопротивление и мощность бытовой электрической лампочки накаливания сразу после ее включения. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

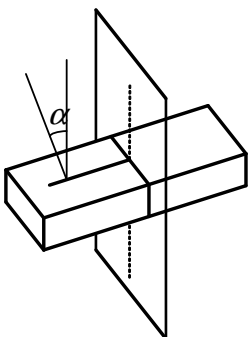
73.5. Параллельный пучок света освещает предмет. На экране имеется изображение его тени, полученное с помощью линзы. Если поместить между предметом и линзой матовое стекло непосредственно вблизи предмета, то изображение на экране сохраняется. Если матовое стекло приближать к линзе, то изображение постепенно расплывается и затем исчезает. Объясните явление.

Вариант 74—ФФ

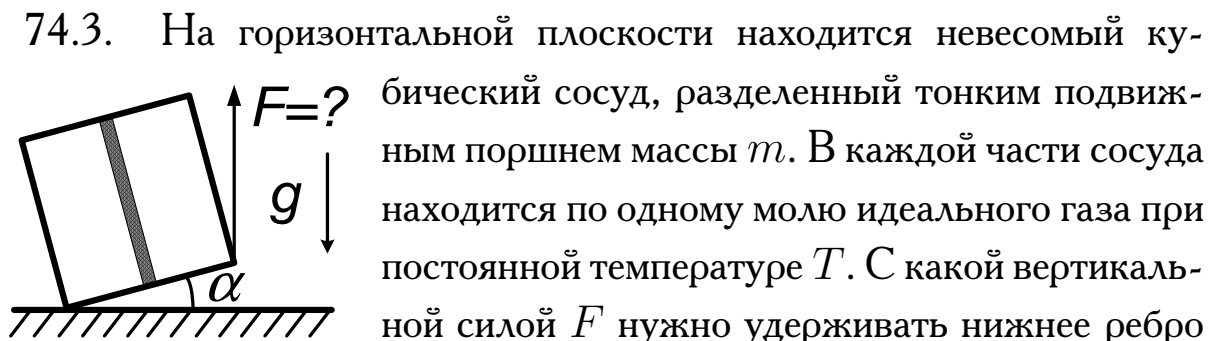
74.1. На невесомом стержне длины L висит маленький шарик массы m с зарядом Q . На короткое время τ включается постоянное горизонтальное электрическое поле напряженностью E_0 . Найдите максимальный угол отклонения стержня от вертикали.



74.2. Плоскопараллельная пластинка из стекла с показателем преломления n и толщиной d вставлена в перпендикулярный ей экран. В плоскости, перпендикулярной к экрану, на пластинку под углом α к нормали к ней падает тонкий луч света в точку, находящуюся на расстоянии ℓ от экрана. На нем по обе



стороны от пластинки видна система светящихся точек. Найдите расстояние между соседними точками, а также между самыми дальними из них.



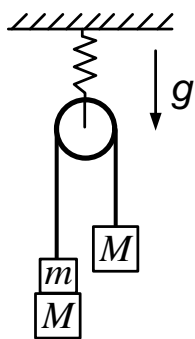
74.4. Человек стоит на непроводящем резиновом коврике, лежащем на земле, и держится рукой за оголенный провод бытовой электрической сети. Оцените величину тока, проходящего через руку.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

74.5. На столе лежат один на другом два журнала, придавленные небольшим грузом. Нижний журнал закреплен, а к верхнему привязана нить с подвешенным к ней другим грузом. Если этот груз отпустить, то журнал соскальзывает. Если же вставить некоторое количество страниц одного журнала между страницами другого, то при прежних условиях журнал останется неподвижным. Объясните явление.

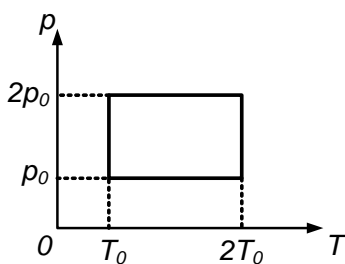
Вариант 77р—ГГФ

77.1. Неподвижный невесомый блок подвешен за ось при помощи



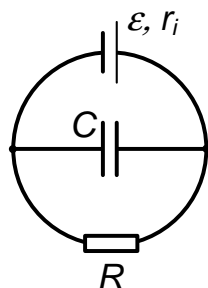
пружины. Когда к концам нити, перекинутой через блок, прикреплены одинаковые грузы массы M , то растяжение пружины равно $\Delta\ell$. Каким будет растяжение пружины, если к концам нити прикрепить грузы масс M и $M + t$ соответственно и плавно их отпустить? Ускорение свободного падения равно g .

77.2. На графике в осях p и T изображен цилиндрический процесс, который совершает один моль идеального газа. Диапазон изменения температуры — от T_0 до $2T_0$, а давления — от p_0 до $2p_0$.



Найти разницу между максимальным и минимальным объемами, занимаемыми газом в ходе процесса. Газовая постоянная равна R .

77.3. В цепи, изображенной на рисунке, к источнику ЭДС \mathcal{E} с внутренним сопротивлением r_i параллельно подсоединены сопротивление R и конденсатор C . В цепи течет постоянный ток. Определить заряд на конденсаторе.

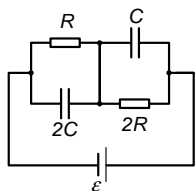


77.4. В чем разница между массой и весом тела? Мерой каких физических величин они служат?

Вариант 78р—ФЕН

78.1. Если запустить вокруг планеты Меркурий, не имеющей атмосферы, низколетящий спутник почти вплотную к ее поверхности, то период обращения спутника составит $T \simeq 5 \cdot 10^3$ с. Постоянная всемирного тяготения равна $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Н м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$. Найти среднюю плотность $\bar{\rho}$ планеты.

78.2. В изображенной цепи установился постоянный ток. ЭДС



батареи равен \mathcal{E} . Найти ток, текущий через сопротивления R и $2R$, и электрический заряд на конденсаторах C и $2C$.

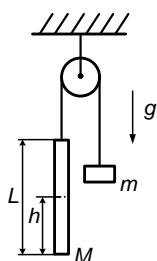
78.3. Чистую воду массы $m = 1$ кг переохладили до $t_1 = -10^\circ\text{C}$ (это вполне возможно). Для начала процесса кристаллизации в нее бросили маленький кусочек льда. После этого вода частично обратилась в лед, выделив соответствующее количество тепла. Найти массу льда в образовавшейся смеси льда с водой. Удельная теплоемкость воды $C_v = 4 \cdot 10^3 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}$, у льда вдвое ниже. Удельная теплота образования льда $\lambda = 3 \cdot 10^5 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}$.

78.4. Сформулируйте основные положения молекулярно-кинетической теории. Каков порядок величины минимальных значений масс и размеров молекул?

Вариант 79—ФЕН

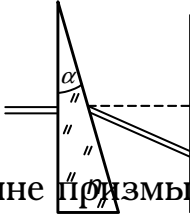
79.1. В открытом сосуде Дьюара вместимостью $V = 10$ л осталось $v = 1$ л жидкого азота плотностью $\rho = 8 \cdot 10^2 \text{ кг м}^{-3}$. Сосуд по ошибке прочно закупорили. Азот в нем постепенно прогревается и, испаряясь, превращается в газ. Разорвется ли сосуд Дьюара после прогрева азота до комнатной температуры, если он выдерживает давление газа изнутри не более $P_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ Па}$? Молярная масса азота $\mu = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, газовая постоянная равна $R = 8,3 \text{ Дж/(моль К)}$.

79.2. Нить перекинута через невесомый блок с неподвижной осью. К одному ее концу прикреплен груз массы m , а к другому — однородный прямой стержень длины L и массы M . Найдите силу натяжения в стержне в сечении A на расстоянии h от его нижнего конца. Ускорение свободного падения равно g .



79.3. К сопротивлению R , подключенному к источнику с внутренним сопротивлением r_i , подсоединяют сопротивление r один раз параллельно, а другой — последовательно. При каком r выделяющиеся на нем мощности будут одинаковы?

79.4. По нормали к вертикальной грани стеклянной призмы

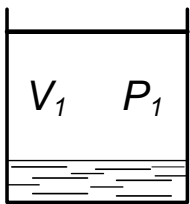


падает узкий луч света. Пройдя сквозь призму и преломившись, этот луч создает светлое пятно на вертикальном экране. Острый угол α при вершине призмы мал, показатель преломления стекла $n > \frac{1}{3\alpha}$ (при этом $\sin 3\alpha \approx 3\alpha$). Покажите, что многократные отражения в этой призме не приводят к появлению новых световых пятен на экране.

1998 г.

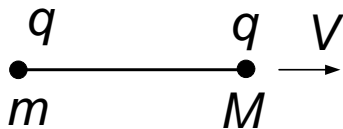
Вариант 81р—ФФ

81.1. В сосуде в объеме V_1 между поршнем и поверхностью



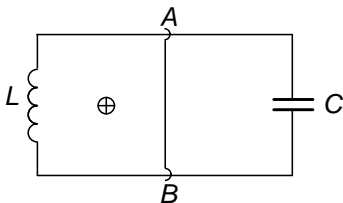
воды суммарное давление воздуха и насыщенного пара равно P_1 . Когда, сдвигая поршень, этот объем уменьшили до V_2 , то в сосуде установилось давление P_2 . Чему равно давление насыщенного пара? Температура в процессе не изменялась.

81.2. Связанные нитью шарики массы m и M , которые имеют



одинаковые заряды q , летят по направлению нити с равными скоростями V . Нить пережигают. Какова была длина нити, если после разлета шарик массы m остановился?

81.3. К двум параллельным проводам с одной стороны присоеди-



нена катушка индуктивности L , а с другой — незаряженный конденсатор емкости C . Силовые линии однородного магнитного поля

перпендикулярны плоскости рисунка. Проводящую перемычку AB , которая замыкает провода, начинают двигать с постоянным ускорением. Через какое время после начала движения перемычки энергии в индуктивности и в емкости станут одинаковыми?

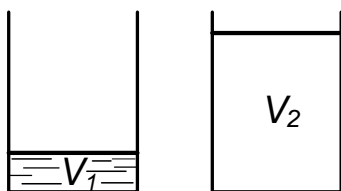
81.4. В велосипедный насос набирают воду, а затем выливают ее с помощью поршня. Оцените максимальную скорость струи.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

81.5. Пластинку из сырого картофеля толщиной примерно 10 мм протыкают стеклянной трубкой. Затем пробку, образовавшуюся в трубке, затапливают на 10—15 мм внутрь. Вторую пробку формируют, протыкая картофельную пластинку другим концом трубки. Затем эту пробку начинают медленно толкать внутрь трубки. Первая пробка вначале движется медленно, а у конца трубки характер ее движения резко меняется. Объясните наблюдаемое явление.

Вариант 82р—ФФ

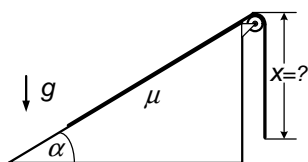
82.1. В сосуде под массивным подвижным поршнем находится



жидкость, которая занимает объем V_1 . Когда жидкость полностью испарилась, объем пара под поршнем достиг значения V_2 . Какая доля вещества (по массе) находилась в сосуде в

виде жидкости, когда объем под поршнем равнялся V ? Температура в процессе не изменялась.

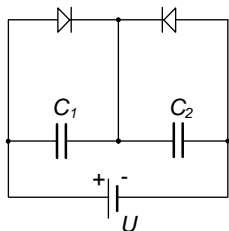
82.2. Часть однородного каната лежит на клине, образующим с



горизонталью угол α , а другая, перекинута через блок, свисает вертикально. Коэффициент трения каната о плоскость равен μ ($\mu < \tan \alpha$).

При какой длине x свисающей части канат будет находится в покое? Длина всего каната равна L . Размером блока пренебречь.

82.3. На вход электрической цепи с первоначально незаряжен-



ными конденсаторами C_1 и C_2 подано с источника постоянное напряжение U , полярность которого показана на рисунке. Какие заряды окажутся на конденсаторах? Какие заряды окажут-

ся на конденсаторах после изменения полярности напряжения? Диоды идеальные. Стрелка в изображении диода показывает направление, в котором он пропускает ток.

82.4. На какую глубину в водоеме надо погрузить детский резиновый мячик, чтобы он начал тонуть?

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

82.5. Пластинку из сырого картофеля толщиной примерно 10 мм протыкают стеклянной трубкой. Затем пробку, образовавшуюся в трубке, затапливают на 10–15 мм внутрь. Вторую пробку формируют, протыкая картофельную пластинку другим концом трубки. Затем эту пробку начинают медленно толкать внутрь трубки. Первая пробка вначале движется медленно, а у конца трубки характер ее движения резко меняется. Объясните наблюдаемое явление.

Вариант 83—ФФ

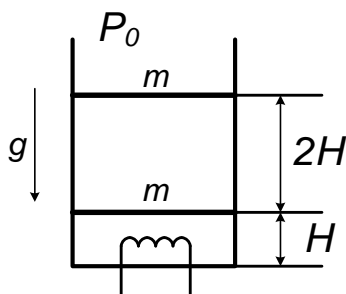
83.1. Тело на пружине, второй конец которой прикреплен к оси, движется по окружности. При скорости тела V_1 длина пружины ℓ_1 , а при скорости V_2 длина пружины ℓ_2 . Чему равна длина ненапряженной пружины ℓ ? Влиянием силы тяжести пренебречь.

83.2. На горизонтальную пластинку площади S с отрицательным зарядом $-Q$ оседают из воздуха пылинки, масса каждой из которых

m , а заряд $+q$. Какова наибольшая масса слоя пыли, осевшей на пластину? Ускорение свободного падения g .

83.3. В вертикально стоящем цилиндре сечения S находится одноатомный газ. Расстояние между дном и нижним поршнем равно H , а между нижним и верхним поршнями $2H$. Стенки цилиндра и верхний поршень не проводят тепло. Нижний поршень, теплоемкостью которого можно пренебречь, является теплопроводящим. На какое расстояние сместится каждый из поршней, после того как к газу подвели тепло Q ? Внешнее давление постоянно и равно P_0 , ускорение свободного падения g .

83.4. Оцените, сколько воды должно испариться при кипении,



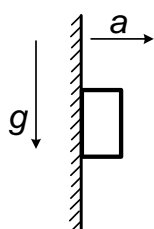
чтобы заполненный образовавшимся при этом паром детский воздушный шарик начал подниматься в воздухе. Считать, что пар не успевает остыть. Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами

задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

83.5. В цилиндрический стакан с водой вставляют непроницаемую для воды прозрачную воронку. При этом свет от лампы, находящейся под дном стакана, почти не попадает на экран, расположенный над стаканом. Когда воронку заполняют водой, свет начинает проходить через систему. Объясните явление.

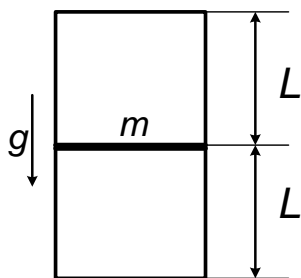
Вариант 84—ФФ

84.1. Вертикальная стенка движется горизонтально с ускорением



a , толкая перед собой брусок. Определите величину минимально возможного коэффициента трения между бруском и стенкой, при котором брусок не падает. Ускорение свободного падения g .

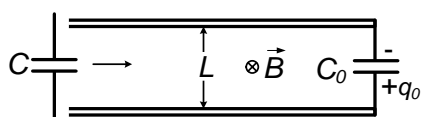
84.2. Вертикально стоящий сосуд с газом разделен тонким подвижным поршнем массы m и сечения S на две



части, высоты L каждая. Вначале температура в них была одинакова. После того как температуру в обеих частях увеличили вдвое, поршень поднялся на высоту h . Определить начальное

значение давления в верхней части сосуда. Ускорение свободного падения g .

84.3. Два длинных рельса, имеющих конечные сопротивления,



расположены на расстоянии L друг от друга и соединены конденсатором емкости C_0 с зарядом q_0 . Перпендикулярно

плоскости рельсов создано однородное магнитное поле индукции B . К рельсам подлетает незаряженный конденсатор емкости C и массы m , выводы которого начинают без трения скользить по рельсам. Найти начальную скорость перемычки, если она в процессе движения приходит в состояние покоя.

84.4. Оцените разницу показаний пружинных весов при взвешивании килограммовой гири в самолете, летящем вначале по маршруту Москва—Новосибирск, а потом Новосибирск—Москва.

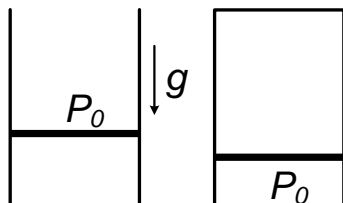
Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

84.5. В цилиндрический стакан с водой вставляют непроницаемую для воды прозрачную воронку. При этом свет лампы, находящейся под дном стакана, почти не попадает на экран, расположенный над стаканом. Когда воронку заполняют водой, свет начинает проходить через систему. Объясните явление.

Вариант 85р—ФЕН

85.1. Тело запущено под углом 45° к горизонту со скоростью V . На каком расстоянии от точки запуска будет находиться тело в момент, когда ее вертикальная компонента скорости уменьшится в два раза?

85.2. В открытом сосуде под подвижным массивным поршнем находится газ. После того как сосуд медленно перевернули на 180° , объем газа под поршнем удвоился. Каково было давление газа вначале? Давление атмосферы равно P_0 , температура в системе поддерживается постоянной.

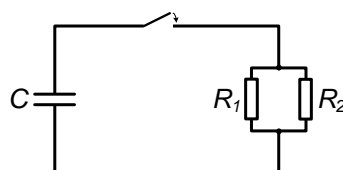


находится газ. После того как сосуд медленно перевернули на 180° , объем газа под поршнем удвоился. Каково было давление газа вначале? Давление атмосферы равно P_0 ,

температура в системе поддерживается постоянной.

85.3. Шарики массы m и M с одинаковыми зарядами q соединены легким стержнем длины L . Система вначале покоится. Включается однородное электрическое поле E , направленное перпендикулярно стержню. Чему будет равна сила натяжения стержня в момент, когда он повернется на 90° ?

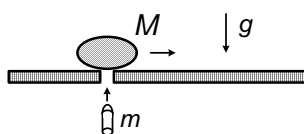
85.4. Конденсатор емкости C , имеющий вначале разность потенциалов на обкладках U , разряжается



через два сопротивления R_1 и R_2 , которые соединены параллельно. Какое количество тепла выделится на каждом сопротивлении?

Вариант 86—ФЕН

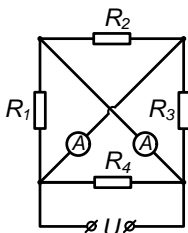
86.1. По горизонтальной поверхности стола с постоянной скоростью V движется тело массы M . Снизу в него



через отверстие попадает пуля массы m , летящая со скоростью U вертикально вверх, и застревает.

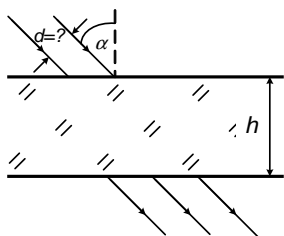
В результате столкновения тело «подпрыгивает». На каком расстоянии от точки столкновения тело приземлится на поверхность стола?

86.2. Электрическая цепь, состоящая из четырех сопротивлений,

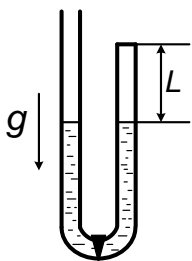


величины которых указаны на рисунке, и двух амперметров, подключена к источнику напряжения U . Какие токи покажут амперметры, если их сопротивления можно пренебречь?

86.3. На стеклянную плоскопараллельную пластину толщиной h под углом α падает параллельный пучок света — смесь красного и голубого. Показатель преломления стекла для этих цветов n_1 и n_2 соответственно. При какой предельной ширине пучка d из пластины выйдут два пучка чисто красного и чисто голубого цветов?



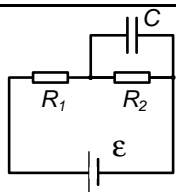
86.4. U-образная вертикально расположенная трубка внизу перекрыта краном. Один конец трубки запаян, а другой открыт. В обоих коленях находится на одном уровне жидкость плотности ρ . В запаянной части трубки имеется воздух при давлении $\frac{P_0}{2}$. На какое расстояние опустится уровень в запаянной части трубки, если кран медленно открыть? Атмосферное давление — P_0 . Начальная длина запаянного участка трубки с воздухом — L . Ускорение свободного падения — g . Температура поддерживается постоянной.



Вариант 87р—ГГФ

87.1. Горизонтально затопленную в емкость с ртутью стеклянную пробирку длиной 1,52 м, медленно поднимают за запаянный конец. Пробирка полностью заполнена ртутью. Открытый конец остается все время погруженным у самой поверхности. Какой предельный угол с горизонтом может образовать трубка, чтобы ртуть еще не начинала выливаться из нее? Атмосферное давление — 760 мм ртутного столба. Капиллярными явлениями пренебречь.

87.2. Цепь из двух сопротивлений, конденсатора и батарейки



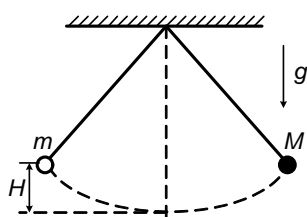
постоянного напряжения изображена на рисунке. Найти установившийся заряд на конденсаторе, если $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ома}$, $C = 10^{-6} \text{ Ф}$, $\mathcal{E} = 30 \text{ В}$.

87.3. Сосуд с газом разделен перегородкой на два отсека: объем первого равен $2V$, давление газа в нем — $2P$, а для второго отсека — V и P соответственно. Во сколько раз увеличится масса газа во втором отсеке после того, как в перегородке открыли отверстие и подождали, пока все установится? Температура в системе поддерживается постоянной.

87.4. Напишите формулу для силы Лоренца. При каких условиях эта сила действует? Опишите движение заряда под действием однородного магнитного поля.

Вариант 88—ГГФ

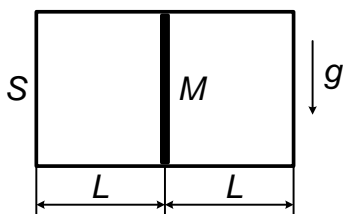
88.1. Два небольших шарика массы m и M подвешены на нитях



одинаковой длины к одной точке. Их отвели симметрично в разные стороны, подняв на высоту H , и одновременно отпустили. Произошел неупругий удар, в результате которого

шарики склеились в нижней точке. На какую высоту h они поднимутся, двигаясь вместе?

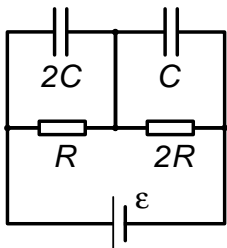
88.2. Герметичный цилиндрический сосуд сечения S и длины $2L$



лежит на горизонтальной плоскости. Тонкий подвижный поршень массы M делит сосуд на две равные части. В обеих половинах сосуда находится идеальный газ с давлением

P_0 . Сосуд медленно развернули и установили вертикально. На какое расстояние x при этом сдвинется поршень от своего первоначального положения? Температура поддерживается постоянной.

- 88.3. Найти заряды q_1 и q_2 на конденсаторах в изображенной на рисунке схеме. Конденсаторы имеют емкости $2C$ и C , сопротивления равны R и $2R$, ЭДС равна \mathcal{E} . Сопротивлением проводов и внутренним сопротивлением источника ЭДС пренебречь.

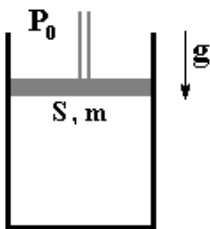


- 88.4. а) Сформулируйте закон Гука для упругих деформаций;
 б) Какова энергия сжатой пружины?
 в) Как зависит период колебаний груза на пружине от его массы и коэффициента жесткости пружины?

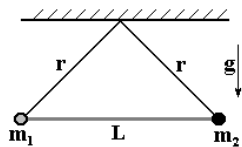
1999 г.

Вариант 91р—ФФ

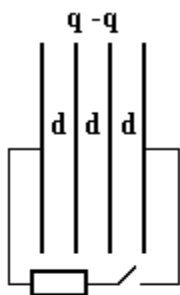
- 91.1. Вертикально стоящий цилиндр перекрыт поршнем площади S и массы m . Между поршнем и цилиндром есть трение. Поршень начнет опускаться, если на него надавить с силой F_1 , и подниматься, если потянуть вверх с силой F_2 . Найдите давление газа в цилиндре, если атмосферное давление P_0 .



- 91.2. Невесомый стержень длины L соединяет точечные грузы массой m_1 и m_2 , которые каждая подвешены к общей точке на потолке на нитях длины r . Стержень привели в горизонтальное положение и отпустили. Найдите ускорения грузов в первый момент времени.



- 91.3. Внутренние металлические пластины заряжены зарядами q и $-q$ соответственно. Внешние исходно незаряженные металлические пластины соединяют через сопротивление. Какой заряд пройдет через сопротивление, и какое количество теплоты выделится в нем? Расстояние между соседними пластинами — d , площадь



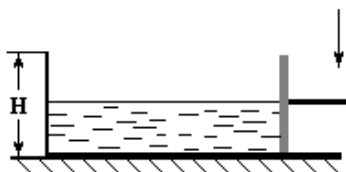
каждой пластины — S . Линейный размер пластин много больше расстояния между ними.

91.4. Для спасения людей при пожаре используют аварийные брезентовые полотна, удерживаемые спасателями по периметру. Оцените, с какой высоты может упасть человек, не ударившись при торможении о землю.

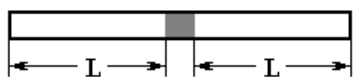
91.5. К одному концу упругой стальной линейки прикреплен груз, а другой конец жестко зафиксирован так, что линейка вертикальна. Отклоняя груз, вызывают его колебания. Один раз опыт проводят при верхнем положении груза, а другой — при нижнем. Объясните, почему периоды колебаний при примерно одинаковой амплитуде заметно отличаются.

Вариант 92р—ФФ

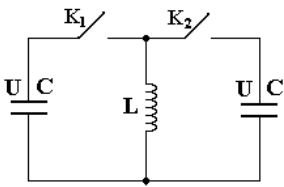
92.1. Открытый сверху бак, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда высотой H , заполнен водой до половины. Одна из стенок бака является поршнем. Передвигая поршень, поднимают уровень воды до верха бака. Найти величину минимальной работы, которая требуется для этого, если масса воды равна m . Трением между поршнем и дном бака пренебречь.



92.2. В центре запаянной с обоих концов трубки находится пробка, разделяющая трубку на две части длиной L каждая. Трубку медленно нагревают. Когда температура достигает значения T , пробка начинает перемещаться влево. При температуре $2T$ она сдвинется на $L/3$. При какой температуре пробка окажется сдвинутой влево на расстояние $2L/5$? Считать, что сила трения не зависит от температуры.



92.3. Два одинаковых конденсатора емкости C заряжены до



напряжения U каждый. Вначале замыкают ключ K_1 . В момент, когда ток через катушку индуктивности L достигает максимума, замыкают ключ K_2 . Найти наибольший ток через катушку.

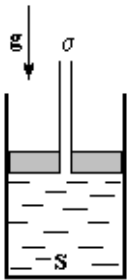
92.4. Оценить силу торможения, действующую на автомобиль, который въезжает в неглубокую лужу на асфальте.

92.5. К одному концу упругой стальной линейки прикреплен груз, а другой конец жестко зафиксирован так, что линейка вертикальна. Отклоняя груз, вызывают его колебания. Один раз опыт проводят при верхнем положении груза, а другой — при нижнем. Объясните, почему периоды колебаний при примерно одинаковой амплитуде заметно отличаются.

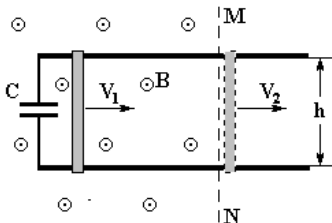
Вариант 93—ФФ

93.1. Ракета стартует под углом α к горизонту. Найти ее ускорение, если реактивная струя образует угол β с направлением ее взлета. Ускорение свободного падения — g .

93.2. В вертикально стоящем цилиндре сечением S на поверхности жидкости плотности ρ удерживают поршень массы m с открытой длинной трубкой сечением σ . Поршень отпускают. Какое количество теплоты выделится по окончании движения поршня? Ускорение свободного падения g .



93.3. Переключатель массы m соединяет рельсы, к левым концам которых присоединены выводы незаряженного конденсатора емкости C . Расстояние между рельсами h . Слева от плоскости MN создано однородное магнитное поле с индукцией B . Справа магнитного поля нет. Переключателю внезапно сообщают скорость



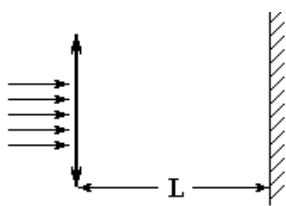
V_1 . Какой ток будет течь через переключку сразу после ее выхода из поля, если ее скорость в этот момент равна V_2 ? Сопротивление переключки R , сопротивлением рельсов пренебречь.

93.4. Тонну золота взвесили с хорошей точностью сначала зимой на морозе, а позже при июльской жаре. Оцените, насколько разошлись показания весов. Эффект теплового расширения золота мал. Золото примерно в двадцать раз тяжелее воды.

93.5. В стеклянной трубке, расположенной под углом к горизонту, находится неподвижная цепочка. Если трубку медленно вращать вокруг ее оси, цепочка выскальзывает из трубки через верхний конец. Объясните наблюдаемое явление.

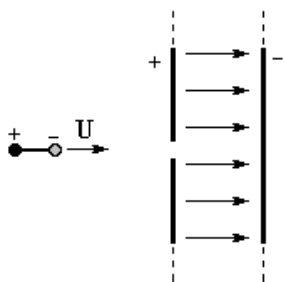
Вариант 94—ФФ

94.1. Если к выходному отверстию лазера приложить тонкую собирающую линзу, то радиус пятна на экране увеличится в 2 раза.



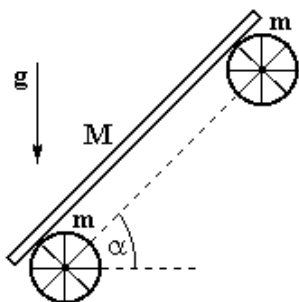
Найдите фокусное расстояние линзы, если расстояние между лазером и экраном равно L .

94.2. «Гантелька» представляет собой тонкий массивный непроводящий стержень с закрепленными на его концах одинаковыми по величине и противоположными по знаку зарядами. Вдали от конденсатора она была сориентирована перпендикулярно пластинам и имела скорость U . Когда «гантелька»



влетела в заряженный плоский конденсатор через малое отверстие в центре пластины, ее скорость оказалась равной V . Какую скорость имела бы «гантелька» в конденсаторе, если бы его полярность была изменена на противоположную? Поле тяжести пренебречь.

94.3. Два одинаковых валика, представляющие собой тонкостен-



ные цилиндры массы m , могут вращаться без трения на закрепленных горизонтально осях, которые расположены в плоскости, наклоненной под углом α к горизонту. На валики осторожно кладут доску массы M , так

что расстояния от ее концов до точек касания с валиками одинаковы. Определите коэффициент трения между валиками и доской, при котором доска не будет проскальзывать относительно валиков в первый момент времени.

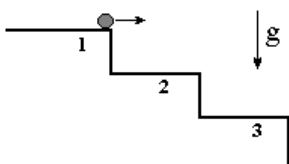
94.4. Оцените отношение массы кислорода, содержащегося в молекулах воды океанов Земли к массе кислорода в атмосфере Земли.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

94.5. В стеклянной трубке, расположенной под углом к горизонту, находится неподвижная цепочка. Если трубку медленно вращать, цепочка выскальзывает из трубки через верхний конец. Объясните наблюдаемое явление.

Вариант 95р–ФЕН

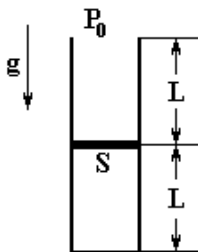
95.1. Скользящий по верхней ступеньке лестницы шарик срывается с нее и через время T упруго ударяется о вторую ступеньку. Через какое время после этого произойдет следующий удар, если он



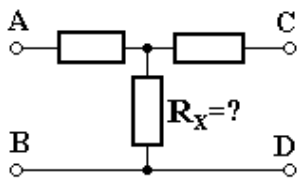
приходится на третью ступеньку? Высота ступенек одинакова.

95.2. После удара шайба скользит по льду к бортику, находящемуся на расстоянии L . Упруго отразившись от бортика, она проходит исходное положение со скоростью в два раза меньшей начальной. На каком расстоянии от бортика шайба остановится?

- 95.3. Цилиндрический вертикальный стакан длины $2L$ и площади сечения S разделен пополам невесомым тонким подвижным поршнем. Сверху на поршень начинают медленно наливать жидкость плотности ρ . Какой объем жидкости можно налить в этот стакан, если внешнее давление P_0 , а температура постоянна?



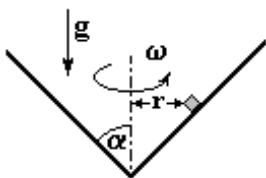
- 95.4. Найти величину сопротивления R_X , если величина сопротивления при измерении между контактами A и B равно 29 Ом , между контактами C и D — 25 Ом , а между контактами A и B при «коротком замыкании» контактов C и D — 20 Ом .



Вариант 96—ФЕН

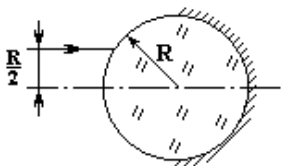
- 96.1. Шарик объема V с внутренней полостью плавает на поверхности жидкости, погрузившись на одну треть своего объема. После проникновения жидкости в полость и полного ее заполнения шарик затонул. При этом уровень жидкости в сосуде не изменился. Определите объем полости и плотность материала шарика, если плотность жидкости ρ .

- 96.2. Внутри конуса, который вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, находится небольшое тело на расстоянии r от нее. Угол раствора конуса равен 2α . При каких значениях коэффициента трения μ тело будет вращаться вместе с конусом?



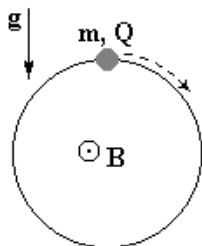
Ускорение свободного падения g . Известно, что $\frac{\omega^2 r}{g} < \text{ctg } \alpha$.

- 96.3. Половина внешней поверхности прозрачного шара посеребрена. Каким должен быть его показатель преломления, чтобы луч света, запущенный параллельно оси симметрии на расстоянии половины радиуса



шара после однократного отражения вышел параллельно первоначальному направлению?

96.4. Тонкое вертикально расположенное кольцо радиуса R



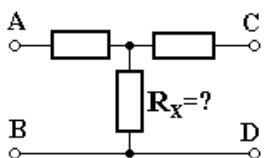
находится в однородном магнитном поле, перпендикулярном его плоскости. Из верхней точки отпускают нанизанную на кольцо бусинку, которая начинает скользить вниз без трения. Бусинка заряжена положительным зарядом Q и имеет массу m . При какой величине индукции магнитного поля B бусинка, проходя нижнюю точку, не будет давить на кольцо? Ускорение свободного падения g .

Вариант 97р—ГГФ

97.1. В герметичном сосуде, заполненном воздухом с давлением P_0 , половину всего объема занимал резиновый шарик, надутый тоже воздухом. После того как шарик лопнул и установилась прежняя температура, давление в сосуде оказалось на 10 % больше начального. Какое давление воздуха было в шарике до его разрыва?

97.2. Тело толкнули по наклонной плоскости вниз. После упругого удара о выступ внизу, оно поднялось до начальной высоты H . С какой скоростью толкнули тело? Коэффициент трения μ , угол наклона плоскости к горизонту α , ускорение свободного падения g .

97.3. Найти значение сопротивления R_X , если величина

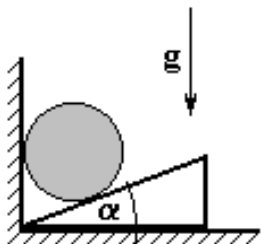


сопротивления при измерении между контактами A и B равно 30 Ом, между контактами C и D — 40 Ом, а между контактами A и C — 50 Ом.

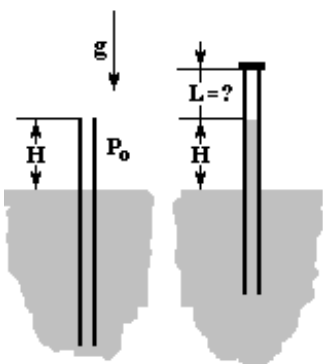
97.4. Записать уравнение Клапейрона—Менделеева. Определить массу 1 м^3 водорода при нормальных условиях.

Вариант 98—ГГФ

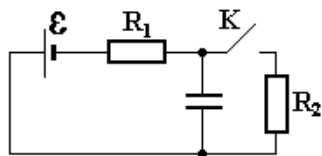
- 98.1. На полу у стенки лежит легкий клин с углом α при основании. Сверху положили массивное бревно. При каком минимальном коэффициенте трения между клином и полом клин не сдвинется? Трением между бревном и клином пренебречь.



- 98.2. Длинную трубку опускают в жидкость плотности ρ так, что часть трубки высотой H находится над поверхностью. Затем трубку плотно закрывают сверху. На какую высоту L надо приподнять верхний конец закрытой трубки, чтобы высота столба жидкости в ней стала равной H ? Атмосферное давление равно P_0 . Ускорение свободного падения g .



- 98.3. Источник ЭДС \mathcal{E} подключен к конденсатору через сопротивление R_1 . Ключ K замыкают, и через сопротивление R_2 начинает течь ток. Определить величину этого тока сразу после замыкания и по истечении большого промежутка времени.

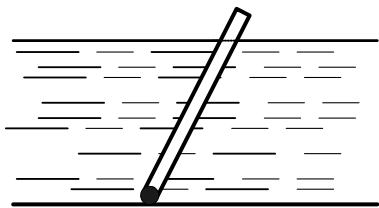


- 98.4. а) Дайте определение магнитному потоку.
 б) Сформулируйте закон электромагнитной индукции Фарадея. Напишите его математическую формулировку.
 в) Чему равен магнитный поток через площадку 1 м^2 на поверхности Земли на магнитном полюсе? Индукция магнитного поля Земли на полюсе $\approx 10^{-4} \text{ Тл}$.

2000 г.

Вариант 01р—ФФ

- 01.1. В узкой пробирке длины L и сечения S находится тяжелый



шарик, так что пробирка погружена наполовину в жидкость плотности ρ и касается дна, как показано на рисунке. Найти массу пустой пробирки.

01.2. Из баллона с сжиженным газом заполнили газом сосуд объема V_0 . Когда температура в баллоне и сосуде приняла снова исходное значение T , давление в сосуде стало P_0 , а объем жидкости в баллоне уменьшился на V . Найдите давление насыщенного пара над жидкостью в баллоне, если ее плотность — ρ , а молярная масса — μ .

01.3. Незаряженная неподвижная частица распалась в магнитном поле с индукцией B на две частицы с массами m_1 и m_2 и зарядами q и $-q$. Найти время, через которое частицы встретятся, если кулоновским взаимодействием осколков пренебречь.

01.4. Водород находится в закрытом сосуде объемом 1 л при комнатной температуре и атмосферном давлении. Сосуд выдерживает давление 10 атм. Оценить, какую часть электронов надо удалить из газа в сосуде, чтобы он лопнул. Заряд электрона $e \approx 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, коэффициент пропорциональности в законе Кулона

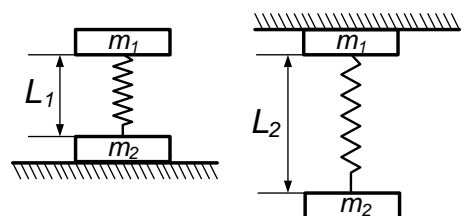
$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}.$$

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

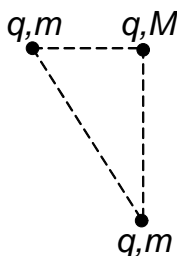
01.5. Полиэтиленовая цилиндрическая упаковка от фотопленки выскальзывает при попытке разрезать ее ножницами, в то время как полиэтиленовая пластинка той же толщины, что и стенки коробочки, легко разрезается. Объясните демонстрируемое явление.

Вариант 02р-ФФ

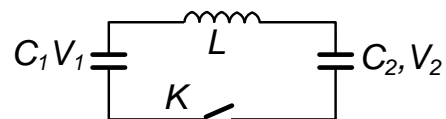
02.1. Два груза с массами m_1 и m_2 соединены невесомой пружиной. Если груз 2 положить на опору, оставив груз 1 висеть над ним, то пружина сожмется до длины L_1 . Если же придержать груз 1, заставив груз 2 висеть на пружине, то она растянется до длины L_2 . Какова длина пружины в ненапряженном состоянии?



02.2. Три частицы с одинаковыми зарядами находятся в вершинах равнобедренного прямоугольного треугольника. При какой массе M частицы, находящейся в вершине прямого угла, все частицы при разлете будут находиться в вершинах подобного треугольника? Массы двух остальных частиц равны m .



02.3. Конденсатор с емкостью C_1 заряжен до напряжения V_1 , а с емкостью C_2 — до напряжения V_2 . Какой максимальный ток будет в цепи после замыкания ключа? Индуктивность равна L .



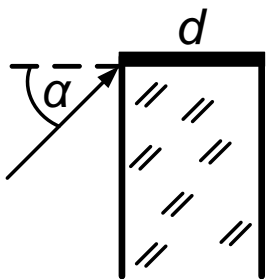
02.4. Оценить силу притяжения двух половинок Земли.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

02.5. Полиэтиленовая цилиндрическая упаковка от фотопленки выскальзывает при попытке разрезать ее ножницами, в то время как полиэтиленовая пластинка той же толщины, что и стенки коробочки, легко разрезается. Объясните демонстрируемое явление.

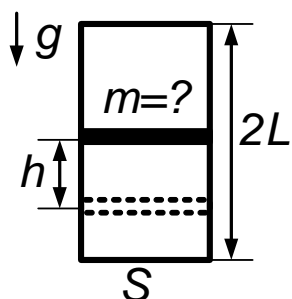
Вариант 03—ФФ

03.1. Плоскопараллельная прозрачная пластина толщины d



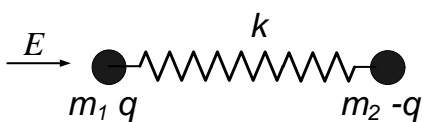
с показателем преломления $n > 1$ ограничена сверху зеркальной гранью, перпендикулярной ее сторонам. Луч света падает на пластину вблизи ребра, образованного стороной и верхней гранью, под углом α с нормалью к пластине. На каком расстоянии от верхней грани выйдет свет с другой стороны пластины?

03.2. Цилиндрический теплоизолированный сосуд высотой $2L$ и



площадью основания S стоит вертикально в поле тяжести (ускорение свободного падения g). Сосуд в начальный момент разделен на две одинаковые части теплопроводящим поршнем массы m , а в каждой из половинок находится газ с давлением P_0 . Затем поршень отпускают, и он после затухания колебаний опускается на расстояние h от первоначального положения. Найти массу m поршня. Толщиной и теплоемкостью поршня пренебречь. Внутренняя энергия газа с давлением P и объемом V равна $E = \alpha PV$, где α — некоторая константа.

03.3. Два тела с массами m_1 и m_2 и зарядами q и $-q$ соединены



пружиной жесткости k и находятся в состоянии покоя (пружина не растянута). Мгновенно включается электрическое поле E , направленное вдоль пружины. Найти максимальные значения скоростей первого и второго тела при последующем движении. Электрическим взаимодействием тел между собой пренебречь.

03.4. Оценить относительное изменение периода обращения Земли вокруг оси ($\Delta T/T$), при котором относительное изменение веса тела ($\Delta P/P$) будет равно 10 %.

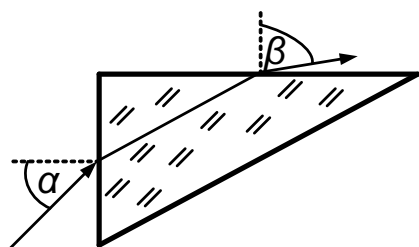
Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины,

выбрать их числовые значения и получить численный результат.

03.5. Деревянный стержень подвешен на нити над сосудом с водой. При подъеме сосуда стержень погружается в воду сначала вертикально, затем наклоняется, а при дальнейшем подъеме остается горизонтальным. Объясните демонстрируемое явление.

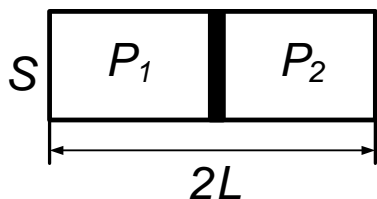
Вариант 04—ФФ

04.1. Луч, падающий на грань прямоугольной призмы, образует



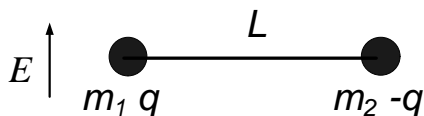
угол α с нормалью к грани в точке падения, а луч, выходящий из смежной грани после двойного преломления, образует угол β с нормалью к этой грани. Найти показатель преломления материала призмы.

04.2. Теплоизолированный сосуд длины $2L$ разделен в начальный



момент на две одинаковые части теплопроводящим поршнем. Давление газа в одной половине сосуда равно P_1 , в другой — P_2 , а температура в сосуде — T . Затем поршень отпускают. Найти, на сколько он сместится после затухания колебаний, и какая будет конечная температура в сосуде. Толщиной и теплоемкостью поршня пренебречь. Внутренняя энергия газа с давлением P и объемом V равна $E = \alpha PV$, где α — некоторая константа.

04.3. Два тела с массами m_1 и m_2 и зарядами q и $-q$ соединены



легким стержнем длины L и находятся в состоянии покоя. Стержень выдерживает максимальную силу растяжения T .

Мгновенно включается электрическое поле E , направленное перпендикулярно стержню. Найти максимальное E , при котором стержень при последующем движении тел не разрушится.

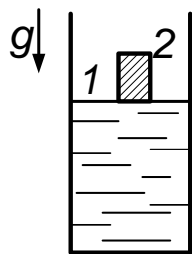
04.4. Оценить относительные изменения периодов колебаний маятников $((T - T_0)/T_0)$, находящихся в поездах, идущих вдоль экватора с запада на восток и с востока на запад по отношению к периоду колебаний маятника T_0 в стоящем поезде.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

04.5. Деревянный стержень подвешен на нити над сосудом с водой. При подъеме сосуда стержень погружается в воду сначала вертикально, затем наклоняется, а при дальнейшем подъеме остается горизонтальным. Объясните демонстрируемое явление.

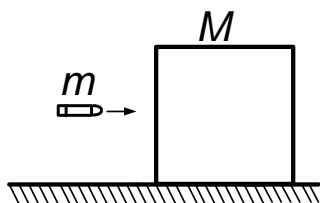
Вариант 05р—ФЕН

05.1. Сосуд с жидкостью плотности ρ закрыт двумя подвижными



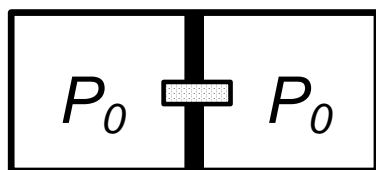
поршнями с площадью S_1 и S_2 . Площадь основания равна $S_1 + S_2$, как показано на рисунке. Какую работу надо совершить, чтобы вдавить поршень 2 внутрь жидкости? Массой поршней и толщиной первого поршня пренебречь. Толщина второго поршня равна h .

05.2. Куб массы M с ребром a стоит на гладкой горизонтальной



поверхности. В центр куба попадает пуля массы m . При какой минимальной скорости пуля пролетит через куб, если сила трения, действующая на пулю со стороны куба, равна F .

05.3. В сосуде с объемом V находится газ при давлении P_0 .



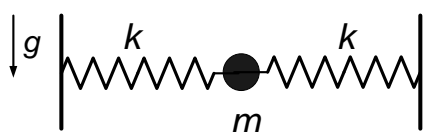
Сосуд разделен пополам тонким поршнем с площадью S , в котором есть небольшое отверстие, закрытое пробкой. Пробка выскакивает при перепаде давления P_1 . На-

сколько надо сместить поршень, чтобы пробка выскочила? Температура газа не меняется.

05.4. На нижнем конце неподвижной вертикально расположенной в поле тяжести спицы закреплена бусинка с зарядом q_1 . Вторая бусинка с зарядом q_2 и массой m может свободно двигаться вдоль спицы. В начальный момент времени вторая бусинка имела нулевую скорость и находилась на высоте h над первой. Найти максимальную скорость второй бусинки. Ускорение свободного падения — g .

Вариант 06р—ФЕН

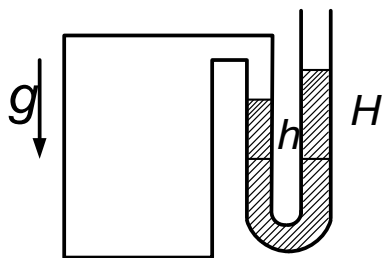
06.1. Тело массой m прикреплено двумя одинаковыми пружинами



жесткостью k к вертикальным стенкам, расстояние между которыми равно $2L$.

В начальный момент тело находилось в покое, а пружины были горизонтальны и не растянуты. Найти ускорение тела в момент, когда угол между пружинами будет равен α . Ускорение свободного падения равно g .

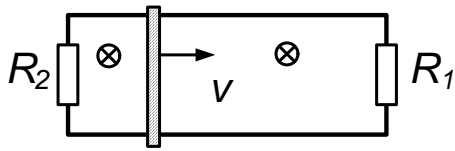
06.2. Сосуд с воздухом соединен с левым коленом U-образной



трубки, в которой находится жидкость плотности ρ . Уровни жидкости в левом и правом коленях вначале равны. Площадь сечения трубки S . Суммарный объем воздуха в сосуде и левом колене

V . В правое колено добавим некоторое количество жидкости, после чего установившийся уровень в правом колене повысился на H , а в левом колене на h . Найти величину атмосферного давления. Температура не меняется.

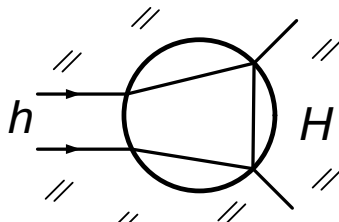
06.3. По параллельным проводящим горизонтальным рельсам,



замыкаемым на концах сопротивлениями R_1 и R_2 , может без трения двигаться проводящая перемычка массы m .

Система находится в однородном магнитном поле, направленном перпендикулярно плоскости, образуемой рельсами. В начальный момент скорость перемычки равна v . Какая энергия выделится на каждом из сопротивлений к моменту остановки перемычки? Сопротивлением рельсов и перемычки пренебречь.

06.4. Узкий параллельный пучок света шириной h , идущий в

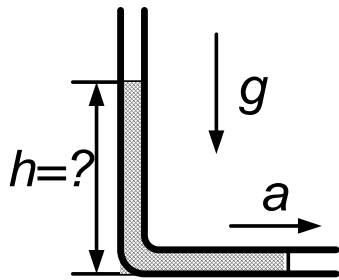


среде с показателем преломления n , проходит симметрично относительно центра O сферического воздушного ($n = 1$) пузырька радиуса $R \gg h$. Во сколько раз увеличится

ширина H пучка при выходе из пузырька? Углы в задаче малы, так что $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$.

Вариант 07р–ГГФ

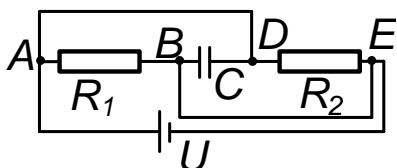
07.1. Узкую трубку, согнутую под углом 90° , двигают с ускорением



a вдоль ее горизонтальной части. В трубку налита жидкость. Концы открыты. На какую высоту h относительно горизонтальной части трубки поднимется уровень жидкости в ее вертикальной части? Полная дли-

на столбика жидкости ℓ , ускорение свободного падения равно g .

07.2. Конденсатор емкости C и сопротивления R_1 и R_2 включены



в электрическую цепь, как показано на рисунке. Участки AD и BE закорочены. Найти токи J_1 и J_2 через сопротивления

R_1 и R_2 , а также заряд на конденсаторе. Внутренним сопротивлением батареи с постоянной ЭДС U пренебречь.

07.3. Один конец натянутого растяжимого троса закреплен на застрявшем автомобиле, другой привязан к прочному дереву. Расстояние между деревом и автомобилем $L = 20$ м. Трос медленно потянули за середину перпендикулярно его начальной ориентации и сместили середину троса на расстояние $\ell = 0,1$ м. В этот момент сила, приложенная к тросу, равна F . Во сколько раз эта сила меньше силы, действующей на автомобиль?

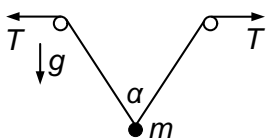
07.4. а) Что называется первой космической скоростью?

б) Выведите формулу для первой космической скорости V_1 и вычислите ее значение для Земли.

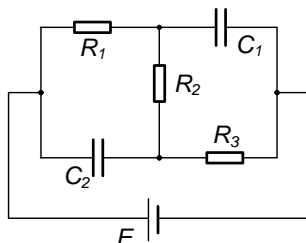
в) Космическая станция «Мир» находится на высоте около 300 км над поверхностью Земли и движется практически по круговой орбите. Больше или меньше ее скорость, чем V_1 ? Почему?

Вариант 08—ГГФ

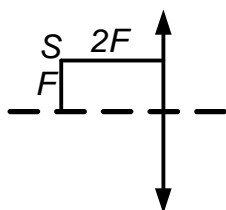
08.1. К телу массой m прикреплены две веревки. Веревки перекинуты через блоки, и за каждую из них тянут с силой T . При этом тело поднимается вертикально. Найти ускорение тела в момент, когда угол между веревками будет равен $\alpha = 60^\circ$. Ускорение свободного падения равно g .



08.2. Схема, изображенная на рисунке, состоит из трех сопротивлений R_1 , R_2 , R_3 , двух конденсаторов с емкостями C_1 , C_2 и источника ЭДС \mathcal{E} . Найти установившийся в цепи ток J и заряды на конденсаторах q_1 , q_2 .



08.3. Точка S находится на расстоянии $2F$ от собирающей линзы с фокусным расстоянием F и на расстоянии F от ее главной оптической оси. Найти расстояние SS_1 между точкой S и ее изображением S_1 .



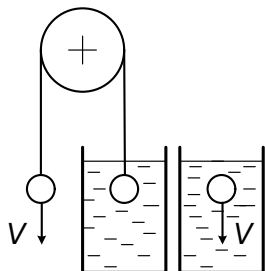
08.4. Сформулируйте:

- а) первый закон Ньютона;
- б) третий закон Ньютона;
- в) второй закон Ньютона, запишите формулу.

2001 г.

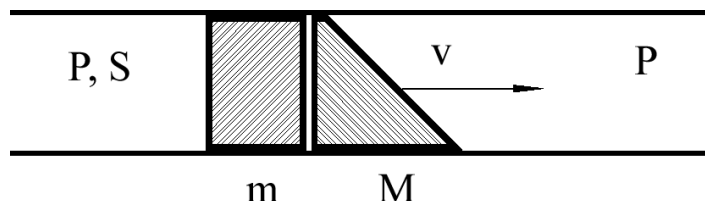
Вариант 11—ФФ

- 11.1. Два одинаковых шара плотности ρ соединены невесомой нитью, переброшенной через блок. Правый шар, погруженный в вязкую жидкость плотности ρ_0 , поднимается с установившейся скоростью v . Определите отношение ρ/ρ_0 , если установившаяся скорость свободно падающего



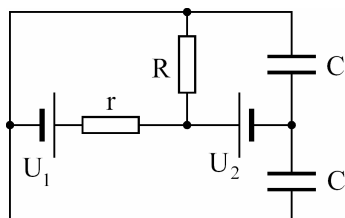
в жидкости шара также равна \vec{v} . Ускорение свободного падения g .

- 11.2. Два поршня разной формы, но одинакового сечения S с мас-



сами m и M расположены вплотную друг к другу в длинной трубе с сечением S , наполненной газом с давлением P . Правому поршню сообщают скорость v . Найдите максимальное расстояние между поршнями. Поршни движутся в трубе без трения, газ в область между поршнями не проникает, изменением давления газа пренебречь.

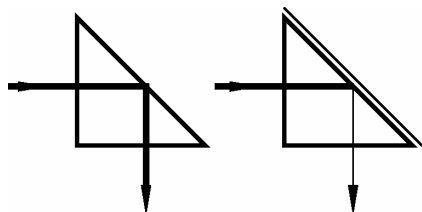
- 11.3. Определите заряды на конденсаторах в цепи, изображенной



на рисунке. Внутренним сопротивлением батареек пренебречь. До включения в цепь заряд на пластинах конденсаторов был равен нулю.

11.4. Оцените время прохождения сигнала при разговоре по спутниковому телефону, использующему спутник, находящийся на геостационарной орбите (т. е. постоянно «висящий» над одной точкой земной поверхности).

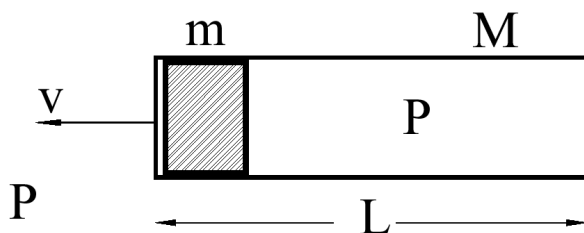
11.5. Пучок света от лазера падает на боковую грань равнобедренной прямоугольной призмы и выходит под углом 90° . Если к наклонной грани приложить сухую черную бумагу, то ничего не изменится. Однако если приложить мокрую черную бумагу, то интенсивность выходящего из призмы света резко уменьшится. Объясните демонстрируемое явление.



Вариант 12—ФФ

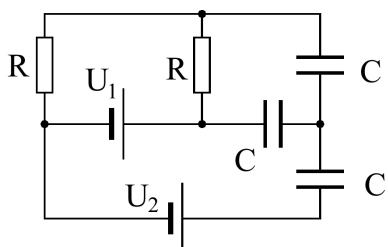
12.1. В начальный момент времени первый из двух одинаковых упругих шаров отпускают с нулевой скоростью с высоты h , а второй выстреливают с поверхности земли со скоростью \vec{v} вертикально вверх. Через какое время после столкновения второй шар упадет на землю? Ускорение свободного падения равно g .

12.2. Поршень массы m расположен вплотную ко дну открытой



пробирки с массой M и сечением S . Какую начальную скорость V надо сообщить пробирке, чтобы поршень из нее вылетел? Поршень в пробирке движется без трения, воздух в область между поршнем и дном пробирки не проникает. Длина пробирки равна L , атмосферное давление — P .

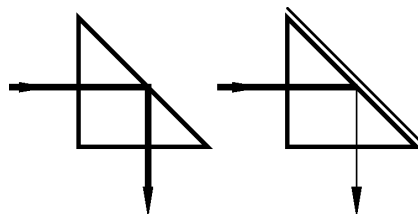
12.3. Определите заряды на конденсаторах в цепи, изображенной



на рисунке. Внутренним сопротивлением батареек пренебречь. До включения в цепь заряд на пластинах конденсаторов был равен нулю.

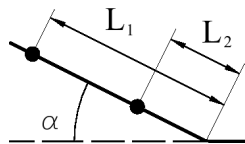
12.4. Оцените максимальную широту местности, где можно разговаривать по спутниковому телефону, использующему спутник, находящийся на геостационарной орбите (т. е. постоянно «висящий» над одной точкой земной поверхности).

12.5. Пучок света от лазера падает на боковую грань равнобедренной прямоугольной призмы и выходит под углом 90° . Если к наклонной грани приложить сухую черную бумагу, то ничего не изменится. Однако если приложить мокрую черную бумагу, то интенсивность выходящего из призмы света резко уменьшится. Объясните демонстрируемое явление.



Вариант 05—ФЕН

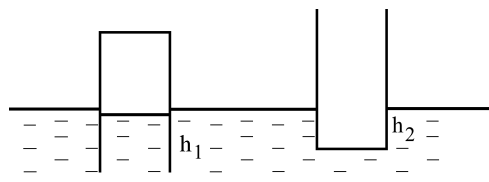
13.1. Две бусинки находятся на изогнутой под углом α спице на



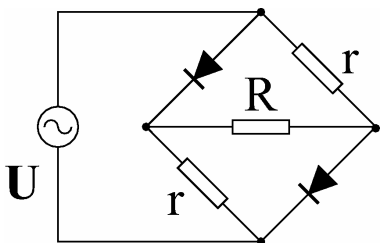
расстояниях L_1 и L_2 от места изгиба. Их одновременно отпускают с нулевой начальной скоростью. Через какое время

левая бусинка догонит правую? Трением пренебречь. Ускорение свободного падения — g .

13.2. Цилиндрический стакан высоты H , опущенный вверх дном в жидкость плотности ρ , плавает погруженным до глубины h_1 . Стакан, плавающий дном вниз, погружен до глубины h_2 . Найдите атмосферное давление. Ускорение свободного падения равно g .

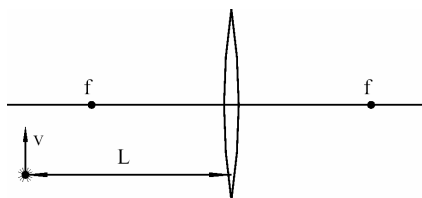


13.3. Схема, состоящая из диодов и сопротивлений, подключена к



источнику переменного тока. Определите, какая часть полной тепловой мощности, выделяющейся в цепи, приходится на сопротивление R . Сопротивлением диодов в прямом направлении пренебречь.

13.4. Точечный источник света движется с постоянной скоростью

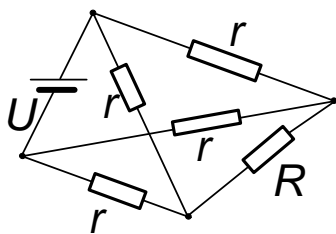


v в плоскости, перпендикулярной оптической оси линзы и расположенной на расстоянии L от линзы. Найдите скорость изображения, если фокусное расстояние линзы равно f .

Вариант 08—ГГФ

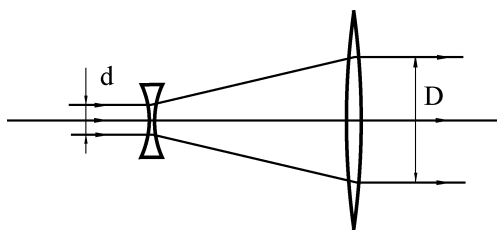
14.1. Оцените массу атмосферы Венеры. Массу и радиус R Венеры считать равными земным. $R = 6\,400$ км, ускорение свободного падения 10 м/с^2 , давление у поверхности планеты — 10^7 Па.

14.2. Найдите тепловую мощность, выделяющуюся в схеме, изо-



браженной на рисунке. Схема состоит из четырех одинаковых сопротивлений r , одного сопротивления R и батарейки с ЭДС U . Внутренним сопротивлением батарейки пренебречь.

14.3. Оптическая система состоит из двух соосных линз, одна из



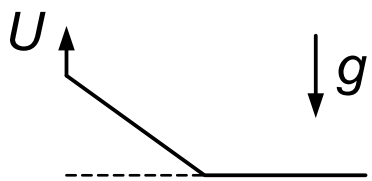
которых — рассеивающая с фокусным расстоянием f_1 , а другая — собирающая с фокусным расстоянием f_2 . Параллельный пучок света, падающий вдоль оптической оси на рассеивающую линзу,

остается параллельным и после выхода из системы. Найдите расстояние между линзами и отношение диаметров пучков света на входе и выходе из системы.

14.4. На горизонтальной плоскости находится брусок массы M . Коэффициент трения скольжения между бруском и плоскостью равен μ . К бруску прикладывают силу F под углом α к горизонту. Изобразить график зависимости силы трения от величины силы F . Рассмотреть случаи $\alpha > 0$ и $\alpha < 0$.

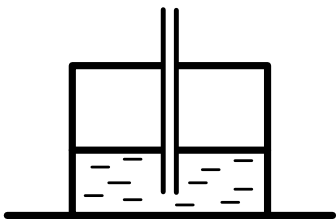
Вариант 01р–ФФ

15.1. На конце линейки длины L , лежащей на горизонтальной плоскости, находится маленький грузик.



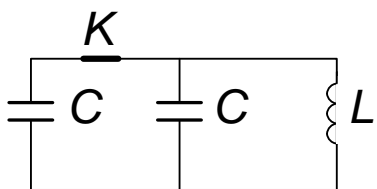
Линейку начинают поднимать за тот же конец с постоянной скоростью u , направленной вверх. Через какое время t грузик начнет соскальзывать? Коэффициент трения между грузиком и линейкой μ .

15.2. В отверстие в дне перевернутого стакана, стоящего на горизонтальной плоскости, вставлена длинная тонкая трубка. Через трубку в стакан вливают воду. Высота стакана —



H , площадь поперечного сечения — S , масса — M . Какой объем воды можно влить в стакан до момента, когда она начнет вытекать из-под стакана? Атмосферное давление — P .

15.3. В изображенном на рисунке колебательном контуре,



состоящем из катушки с индуктивностью L и двух конденсаторов с емкостями C , происходят колебания с максимальным током в катушке I . В момент,

когда ток в катушке равен $I/2$, ключ K размыкают. Определите максимальный заряд на конденсаторе, оставшемся в цепи.

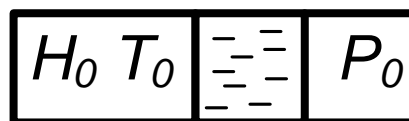
15.4. Оцените время лобового соударения двух футбольных мячей. Избыточное давление в мяче равно атмосферному.

15.5. Концы сложенной вдвое тонкой проволоки закреплены так, что она слегка натянута. За середину этой проволоки с помощью петли прикреплена такая же, но одиночная проволока. Если достаточно сильно потянуть за вторую проволоку, то порвется сложенная вдвое первая проволока. Объясните демонстрируемое явление.

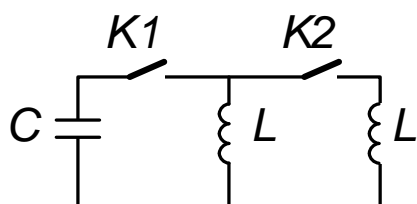
Вариант 02p—ФФ

16.1. Колесо катится без проскальзывания с постоянной скоростью v . С верхней точки обода колеса срывается камешек. Через какое время колесо наедет на этот камешек? Радиус колеса — R , ускорение свободного падения — g .

16.2. В горизонтально расположенной цилиндрической пробирке с сечением S на расстоянии H_0 от дна находится водяная «пробка», которая может без трения перемещаться внутри пробирки. Температура пробирки — T_0 . При нагревании пробирки до температуры T расстояние от дна до водяной пробки увеличилось до H . Найдите изменение массы пара в левой части пробирки. Молярная масса пара — μ , атмосферное давление — P_0 . Газовая постоянная равна R .



16.3. В цепи, изображенной на рисунке, заряд на конденсаторе с



емкостью C равен Q . Ток в катушках с индуктивностями L отсутствует. Ключ $K1$ замыкают. В момент, когда заряд на конденсаторе станет равным $Q/2$, раз-

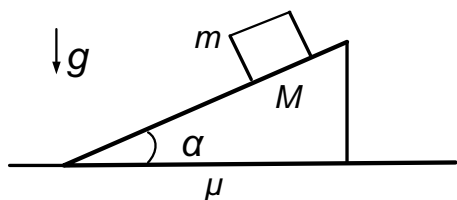
мыкают ключ $K2$. Определите максимальный ток в цепи после замыкания ключа $K2$.

16.4. Эквилибрист стоит на доске, лежащей горизонтально на футбольном мяче. Оцените, насколько сожмется мяч под весом эквилибриста. Избыточное давление в мяче равно атмосферному.

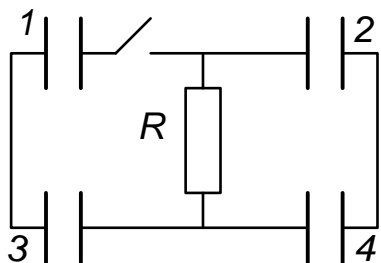
16.5. Концы сложенной вдвое тонкой проволоки закреплены так, что она слегка натянута. За середину этой проволоки с помощью петли прикреплена такая же, но одиночная проволока. Если достаточно сильно потянуть за вторую проволоку, то порвется сложенная вдвое первая проволока. Объясните демонстрируемое явление.

Вариант 05р–ФЕН

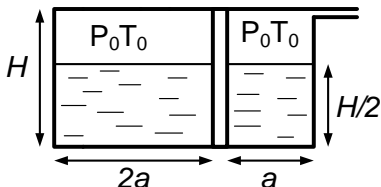
17.1. Клин массы M с углом α при основании стоит на горизонтальной плоскости. Коэффициент трения между клином и плоскостью μ . По наклонной поверхности клина соскальзывает без трения тело массы m . При каком минимальном μ клин будет оставаться неподвижным?



17.2. В схеме, изображенной на рисунке, емкости первого и четвертого конденсаторов равны C_1 , а второго и третьего — C_2 . До замыкания ключа заряд на первом конденсаторе был равен Q , а на остальных — нулевой. Найдите установившиеся заряды на конденсаторах после замыкания ключа.

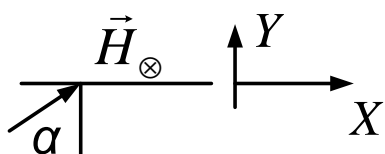


17.3. Сосуд, изображенный на рисунке, разделен на две части тонкой подвижной герметичной перегородкой. Обе части сосуда заполнены жидкостью до половины высоты, температура и давление воздуха в обеих частях сосуда одинаковы и равны



T_0 и атмосферному давлению P_0 . До какой температуры надо нагреть воздух в сосуде, чтобы жидкость начала выливаться из правой части сосуда? Плотность жидкости равна ρ . Испарением жидкости пренебречь.

17.4. Частица с зарядом q и массой m влетает в область простран-



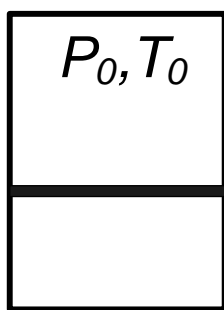
ства $Y > 0$ с магнитным полем H , направленным параллельно оси Z . Скорость частицы V лежит в плоскости XY

и направлена под углом α к оси Y . Найдите расстояние между точками влета и вылета частицы из области магнитного поля.

Вариант 07р—ГГФ

18.1. Сколько суток было бы в году, если бы Земля вращалась вокруг своей оси с такой угловой скоростью, что вес тел на экваторе был бы равен нулю? Радиус Земли $R = 6\,400$ км, ускорение свободного падения на полюсе $g = 10$ м/с².

18.2. На дне закрытого цилиндрического сосуда под невесомым

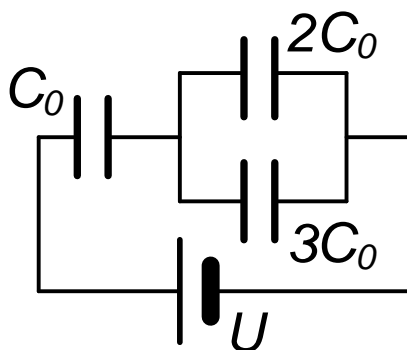


поршнем находится один моль жидкого азота. Пространство над поршнем заполнено воздухом при давлении P_0 и температуре T_0 . Определите высоту подъема поршня после того, как весь азот испарится и приобретет температуру T_0 . Объем сосуда — V , высота — H .

18.3. Найдите заряды на конденсаторах в схеме, изображенной на рисунке. $C_0 = 1,2 \cdot 10^{-5}$ Ф, $U = 5$ В.

18.4. а) Дайте определение работы силы F на небольшом участке пути ΔS ; векторы силы и перемещения не совпадают по направлению.

б) Найдите работу силы сопротивления воздуха, действующей на 100-метровом участке траектории на парашютиста, совершающего за-

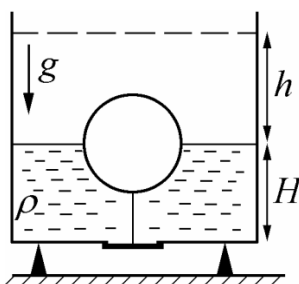


тяжной прыжок. Масса парашютиста — 100 кг, скорость падения считать постоянной.

2002 г.

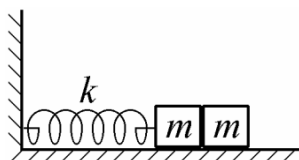
Вариант 21р–ФФ

21.1. Сосуд заполнен жидкостью плотности ρ до уровня H .



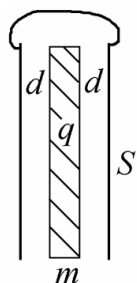
Отверстие площади S в дне перекрыто снизу пластинкой, которая связана нитью с поплавком, наполовину погруженным в жидкость. С какой силой пластинка давит на дно, если при повышении уровня жидкости на величину h (при которой поплавок полностью погружен) жидкость начинает выдавливаться из отверстия? Ускорение свободного падения — g . Массами поплавок, нити и пластинки пренебречь.

21.2. Пружина жесткости k связывает тело массы m со стенкой.



Второе тело такой же массы m прислонено к первому. Пружину деформируют, смещая тела на расстояние x по направлению к стенке, а затем отпускают. Найдите расстояние между телами в момент, когда первое остановится. Трения нет.

21.3. Внутри плоского конденсатора, обкладки которого соеди-



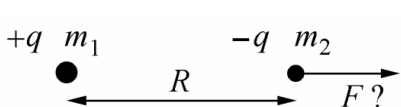
нены, находится металлическая пластина массы m . Зазоры между пластиной и обкладками конденсатора вначале одинаковы и равны d . Пластине сообщают заряд q , а обеим обкладкам вместе — противоположный заряд $(-q)$, так что суммарный заряд системы нулевой. Из-за небольшого начального смещения пластина начинает двигаться к одной из обкладок. Найдите максимальную скорость пластины. Площадь пластины и обкладок S , тяжести нет. Обкладки считать неподвижными.

21.4. Литровая банка с ровным краем поставлена вверх дном на плоский поднос, покрытый тонким слоем воды. Оцените, на сколько надо нагреть банку, чтобы из нее начал пробулькивать воздух.

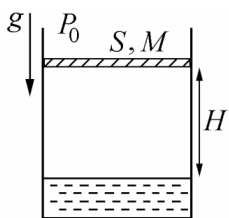
21.5. Закрытая пробирка, на дне которой закреплен груз, медленно всплывает в трубке, заполненной водой. Если же пробирку перевернуть грузом вверх, то она не всплывает. Объяснить результат эксперимента.

Вариант 22р—ФФ

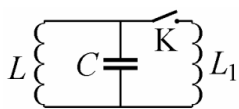
22.1. Точечные тела с массами m_1 и m_2 , имеющие разноименные заряды $(+q)$ и $(-q)$, находятся на расстоянии R друг от друга. С какой силой надо тянуть тело m_2 , чтобы расстояние между телами при движении не изменялось?



22.2. В цилиндрическом сосуде в равновесии под поршнем массы $M = 50$ кг и площади $S = 1$ дм² находятся вода и воздух при температуре 100°C . Высота поршня над поверхностью воды $H = 20$ см. На какое расстояние опустится поршень, если температуру внутри понизить до 7°C ? Атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Давлением пара воды при 7°C можно пренебречь.



22.3. В момент, когда в колебательном контуре из индуктивности



L и конденсатора C ток достиг максимального значения J , замыкают ключ K , подсоединив индуктивность L_1 . Определить максимальный ток в ин-

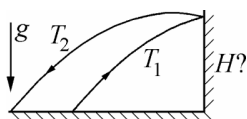
дуктивности L_1 .

22.4. Оцените механическую мощность, которую в спокойном состоянии развивает Ваше сердце.

22.5. Закрытая пробирка, на дне которой закреплен груз, медленно всплывает в узкой трубке, заполненной водой. Если же пробирку перевернуть грузом вверх, то она не всплывает. Объяснить результат эксперимента.

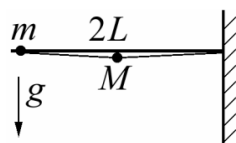
Вариант 23р—ФФ

23.1. Тело после броска через время T_1 упруго отскакивает



от стенки и падает на землю еще через время T_2 . Найдите высоту H точки удара.

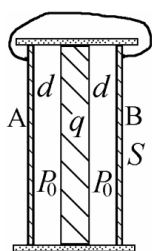
23.2. В стене укреплен горизонтальный стержень, по которому



без трения может двигаться бусинка массы m . Бусинка соединена со стенкой нитью длины $2L$, к середине которой привязан груз массы M .

Вначале нить натянута. Грузы отпускают. Какие скорости наберут груз и бусинка перед ударом о стенку? Ускорение свободного падения g , размерами тел можно пренебречь.

23.3. Металлический поршень помещен в трубу из диэлектрика,



площадь сечения которой — S . По обе стороны от поршня труба перекрыта металлическими пластинами A и B , соединенными проводником. Труба заполнена газом; вначале давление по обе стороны поршня P_0 , а расстояния между поршнем и пластинами равны d .

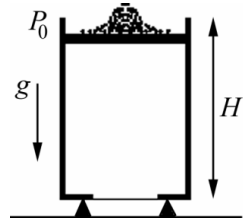
Поршню сообщают электрический заряд q , а обеим металлическим пластинам вместе — противоположный заряд $(-q)$, так что суммарный заряд системы нулевой. Найдите все положения равновесия поршня. Трением пренебречь, температура постоянна. Расстояние d мало по сравнению с размерами пластин.

23.4. Оцените, сколько воздушных шариков, наполненных водородом, потребуется, чтобы поднять Ваш вес.

23.5. Шарик для настольного тенниса, скатываясь с наклонной плоскости, которая упирается в вертикальную стенку, при небольшом наклоне плоскости отскакивает от стенки. Если же наклон велик, шарик перестает отскакивать, хотя высота, с которой он спускается, увеличилась. Объяснить результат эксперимента.

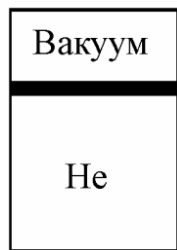
Вариант 24—ФФ

24.1. Вертикальный, хорошо проводящий тепло цилиндр высоты H перекрывают поршнем. В дне цилиндра имеется широкое отверстие, заклеенное бумагой, которая рвется при перепаде давления ΔP . На поршень медленно насыпают песок. Найдите, с какой скоростью поршень ударится о дно цилиндра после разрыва бумаги.



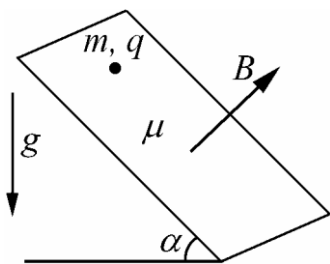
Атмосферное давление P_0 . Ускорение свободного падения g .

24.2. В замкнутом цилиндрическом теплоизолированном сосуде



под подвижным тяжелым поршнем находится гелий, над поршнем — вакуум. Затем гелий начинает просачиваться в верхнюю часть сосуда через маленький зазор. Найдите установившуюся температуру газа, когда поршень опустится на дно сосуда. Начальная температура газа T_0 . Теплоемкостью цилиндра и поршня пренебречь.

24.3. По наклонной плоскости в однородном магнитном поле с



индукцией B соскальзывает шайба массы m , имеющая заряд q . Плоскость установлена под углом α к горизонту, направление магнитного поля перпендикулярно плоскости.

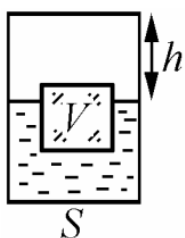
Найдите установившуюся скорость шайбы. Ускорение свободного падения g , коэффициент трения между шайбой и плоскостью равен μ .

24.4. В аудитории вылили на пол ведро воды. Оценить, какой объем воздуха будет вытеснен из помещения, когда вся вода испарится.

24.5. Оптическая система, состоящая из двух линз, дает на экране яркое пятно. Если попытаться перекрыть свет тонким стержнем вблизи любой из линз, то изображение практически не изменяется. Если же провести стержнем в определенном месте между линзами, то в некоторый момент изображение полностью исчезает. Объясните явление.

Вариант 25—ФФ

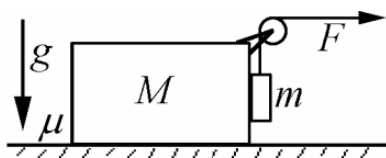
25.1. В закрытом цилиндрическом сосуде сечения S находится



вода, в которой плавает кусок льда объема V . Расстояние от верхней крышки до уровня воды равно h , давление воздуха в сосуде равно P_0 . Внутри сосуда поддерживается постоянная температура 0°C . Най-

дите, на сколько изменится давление над водой в момент, когда лед растает. Плотность льда составляет $0,9$ от плотности воды.

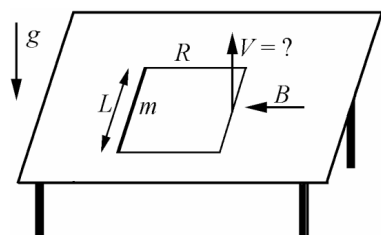
25.2. К телу массы m , находящемуся у правого торца бруска



массы M , привязана невесомая нить, перекинута через блок. К горизонтальному концу нити прикладывают силу F . Определите ускорение бруска, если трения между ним и

телом нет. Коэффициент трения между бруском и столом равен μ . Ускорение свободного падения g . Переворот бруска не рассматривать.

25.3. Прямоугольная рамка, состоящая из трех легких провод-



ников и одного массивного стержня длины L и массы m , лежит на столе. Параллельно плоскости стола и перпендикулярно массивному стержню рамки приложено однородное магнитное поле индукции B . Внезапно сто-

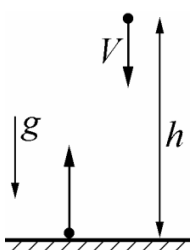
рону рамки, находящуюся напротив массивного стержня, начинают поднимать вверх со скоростью V . При каком минимальном значении V вся рамка сразу же оторвется от стола? Полное электрическое сопротивление рамки R , ускорение свободного падения g .

25.4. Оценить суммарную кинетическую энергию атомов Вашего организма.

25.5. Оптическая система, состоящая из двух линз, дает на экране яркое пятно. Если попытаться перекрыть свет тонким стержнем вблизи любой из линз, то изображение практически не изменяется. Если же провести стержнем в определенном месте между линзами, то в некоторый момент изображение полностью исчезает. Объясните явление.

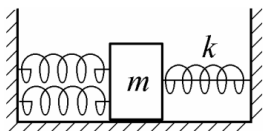
Вариант 26р—ФЕН

26.1. Мяч отпустили без начальной скорости с высоты h над



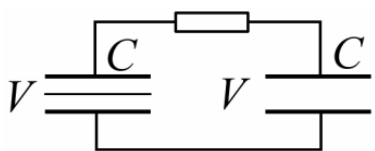
полом. В момент отскока такой же мяч бросили вниз с той же высоты с начальной скоростью V . Найдите эту скорость, если известно, что оба мяча вернулись на исходный уровень одновременно. Удары о пол считать упругими.

26.2. Тело массы m соединено с правой стенкой пружиной



жесткости k , а с левой — двумя такими же пружинами. Вначале пружины слева не деформированы, а правая пружина сжата на величину x и зафиксирована нитью. Нить пережигают. Найдите максимальную скорость тела. Трения нет.

26.3. Два плоских конденсатора емкости C , заряженные до



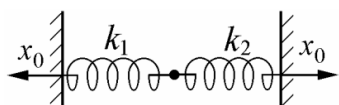
одинакового напряжения V , соединены через резистор. Посредине одного из конденсаторов вставляют тонкий металлический лист того же размера, как пластины конденсатора.

Найдите количество теплоты, которое выделится в системе, если замкнуть этот лист и нижнюю пластину конденсатора.

26.4. В сосуде объемом 10 л находится смесь водорода и кислорода. Смесь сжигают и охлаждают до 100°C . В случае *а* водорода 1 г, кислорода 6 г; в случае *б* водорода 1 г, кислорода 3 г. Найдите давления в сосуде в случаях *а* и *б*.

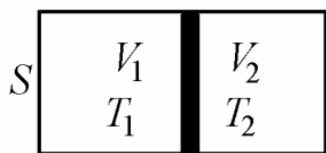
Вариант 27—ФЕН

27.1. Шарик соединен со стенками пружинами жесткости k_1 и k_2



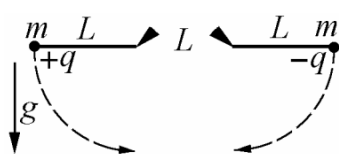
и находится в равновесии. Каждую стенку медленно передвигают, в направлении от шарика, на расстояние x_0 . На какое расстояние от первоначального положения сдвинется шарик? Тяжесть не учитывать.

27.2. Цилиндр сечения S разделен подвижным поршнем на два



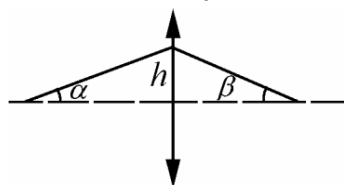
отсека, объемы которых V_1 и V_2 . В первом отсеке находится воздух при температуре T_1 , а во втором — при температуре T_2 . Через некоторое время в результате теплообмена с поршнем и стенками цилиндра температуры в обоих отсеках становятся одинаковыми. На какое расстояние сместится при этом поршень?

27.3. Два груза массы m находятся на концах невесомых стержней



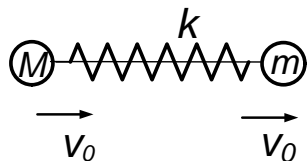
ней длины L , другие концы стержней укреплены на шарнирах. Расстояние между шарнирами также равно L . Грузы заряжены противоположными зарядами $+q$ и $-q$, стержни вначале горизонтальны и неподвижны. Найдите скорость грузов в момент, когда стержни опустятся в вертикальные положения. Ускорение силы тяжести g .

27.4. Луч света, идущий под углом α к оптической оси, падает на собирающую линзу на расстоянии h от ее центра. Преломленный луч идет под углом β к оси. Определить фокусное расстояние линзы.



Вариант 28р—ГГФ

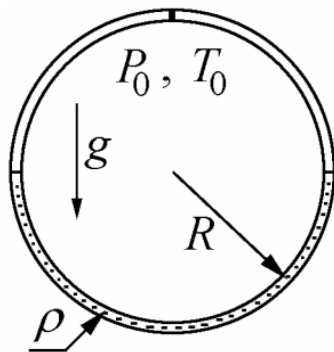
28.1. Два тела, имеющие массы M и m , связаны нитью. Между



телами вставлена (но не прикреплена к ним) сжатая пружина жесткости k . Вначале оба тела движутся с одной скоростью V_0 . Нить пережигают,

после чего через некоторое время пружина освобождается, а тело массы M останавливается. Найдите начальное сжатие пружины x_0 .

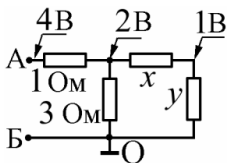
28.2. Тонкая трубка образует кольцо радиуса R , плоскость



вертикальна. Верхнее сечение кольца перекрыто перегородкой. Трубка наполовину заполнена жидкостью плотности ρ , над жидкостью находится газ. Давление газа P_0 и температура T_0 в обоих верхних отсеках вначале одинаковы. До какой температуры надо нагреть газ в правом отсеке, чтобы объем левого отсека уменьшился вдвое? Температуры газа в левом отсеке и жидкости считать постоянными. Ускорение свободного падения g .

28.3. Из четырех резисторов собрана схема. При каких вели-

28.3. Из четырех резисторов собрана схема. При каких вели-

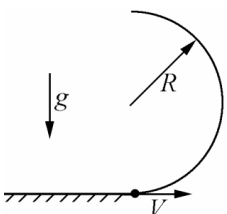


чинах сопротивлений x и y потенциалы в указанных на рисунке точках могут иметь значения 1 В, 2 В и 4 В соответственно, когда к выводам А и Б присоединяется источник тока? Потенциал в точке заземления О равен нулю.

28.4. Сформулируйте закон всемирного тяготения. Получите формулу для первой космической скорости и найдите величину для Земли. Радиус Земли — 6 400 км, ускорение свободного падения — 10 м/с^2 .

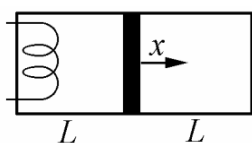
Вариант 29—ГГФ

29.1. Небольшая бусинка надета на проволочную полуокружность радиуса R , расположенную вертикально над



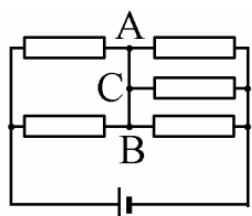
плоской поверхностью. Бусинка начинает двигаться с начальной скоростью V из нижней точки полуокружности. На каком расстоянии от начального положения бусинка упадет на поверхность, сорвавшись с верхнего конца проволоки? Трением пренебречь.

29.2. Газ заполняет два равных отсека (длина каждого — L), раз-



деленных подвижным поршнем. Вначале температуры в обоих отсеках одинаковы. После нагрева газа в левом отсеке до температуры T_1 поршень сдвигается вправо на расстояние x . Найдите температуру T_2 в правом отсеке.

29.3. Схема собрана из пяти одинаковых резисторов сопротив-



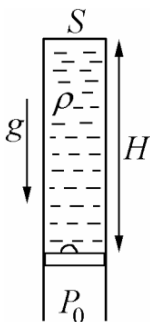
лением 1 Ом и батарейки с ЭДС 1,5 В. Сопротивление перемычки ACB равно нулю. Определить величину и направление токов через участки AC и BC перемычки.

29.4. а) Сформулируйте закон Авогадро; б) Чему равно число Авогадро? в) Что означает это число?

2003 г.

Вариант 31р—ФФ

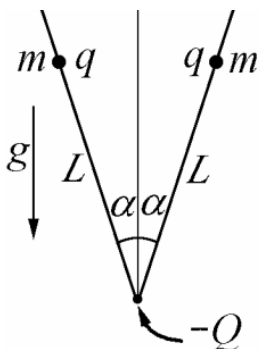
- 31.1. Трубка, площадь сечения которой равна S , закрыта сверху и заполнена жидкостью плотности ρ на длину H . Внизу трубка перекрыта легким поршнем, к которому прилип пузырек воздуха объема V . Атмосферное давление — P_0 . На какое расстояние x сдвинется поршень, если пузырек оторвется и всплывет вверх? Ускорение свободного падения g . Температуру считать постоянной.



- 31.2. Тело массы m налетает на покоящееся тело со скоростью v . Известно, что после упругого удара налетающее тело имеет скорость u , направленную перпендикулярно исходной. Найдите массу M второго тела.



- 31.3. На двух спицах, наклоненных под углом α к вертикали, надеты одинаковые бусинки, каждая из которых имеет массу m и заряд q . Вначале бусинки находятся в равновесии на одинаковой высоте. Найдите в этом положении расстояние L от вершины угла, образованного спицами, если известно, что ускорение свободного падения равно g . Затем, удерживая бусинки, в вершину угла помещают точечный заряд противоположного знака $(-Q)$. Найдите минимальную величину Q , при которой нижний заряд притянет к себе бусинки, если их отпустить. Считать, что бусинки все время движутся симметрично, а их размерами можно пренебречь. Трения нет.



- 31.4. Оцените, сколько времени продолжается разгон ракеты с космонавтом, запускаемой на орбиту вокруг Земли.

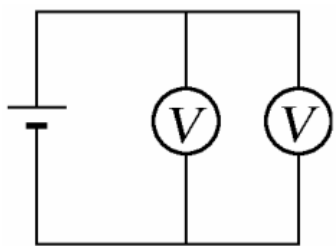
Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины,

выбрать их числовые значения и получить численный результат.

31.5. Два одинаковых груза связаны тонкой проволочкой. Грузы стоят на опорах на разной высоте. Если осторожно дернуть за проволочку вверх, оба груза поднимаются. Если же сделать более резкий рывок, проволочка рвется. Опыт показывает, что при постепенном нарастании силы рывка разрыв обычно происходит с той стороны, где привязан верхний груз. Объяснить результат эксперимента.

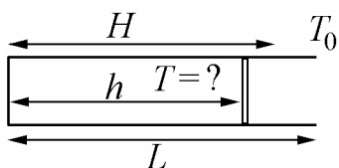
Вариант 32р—ФФ

32.1. Вольтметр, подсоединенный к источнику тока, показывает напряжение V_1 . Если присоединить параллельно второй такой же вольтметр, то оба



показывают напряжение V_2 . Найдите внутреннее сопротивление источника, если сопротивление каждого вольтметра равно R .

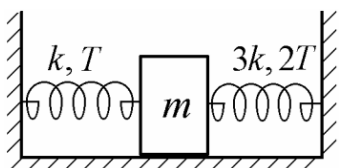
32.2. Цилиндр длины L вначале открыт в атмосферу и заполнен



воздухом при температуре T_0 . Затем цилиндр закрывают поршнем и охлаждают. Поршень останавливается на расстоянии

$h < L$ от дна. Когда температура вернулась к начальному значению, поршень остановился на расстоянии $H > h$ от дна. Найдите, до какой температуры T был охлажден воздух в цилиндре, если величину силы трения при движении поршня можно считать постоянной.

32.3. Тело массы m , которое может двигаться по горизонтали без трения, находится между двумя стенками, к которым прикреплено пружинами. Ле-

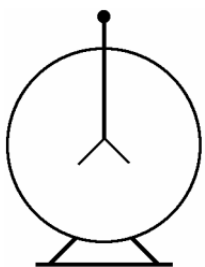


вая пружина имеет коэффициент упругости k и рвется при растяжении ее силой T , правая — соответственно $3k$ и $2T$. В исходном состоянии пружины не деформированы. Какую минимальную скорость следует придать телу, чтобы

— соответственно $3k$ и $2T$. В исходном состоянии пружины не деформированы. Какую минимальную скорость следует придать телу, чтобы

порвалась сначала левая пружина, затем правая?

- 32.4. Оцените потенциал, до которого заряжен электроскоп, если его лепестки, масса которых около 1 г, разошлись на заметный угол.

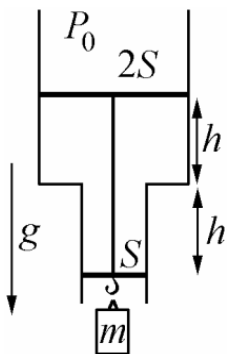


Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

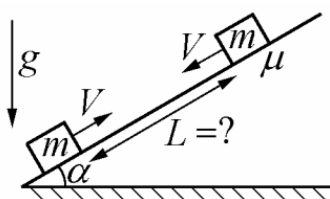
- 32.5. Пустую алюминиевую банку из-под напитка, к ключу которой прикреплен груз, наполняют холодной водой. Затем стеклянный сосуд наполняют горячей водой и опрокидывают туда банку вверх дном. Банка тонет, но через некоторое время всплывает. Объяснить результат эксперимента.

Вариант 33р—ФФ

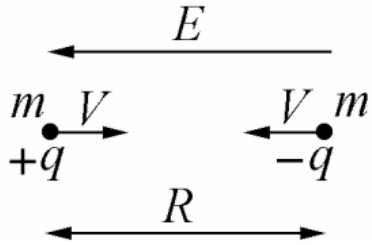
- 33.1. Две вертикальных соосных трубы, площади сечения которых S и $2S$, перекрыты невесомыми поршнями, жестко соединенными между собой легким стержнем. Вначале давление внутри и снаружи равно P_0 , а длины перекрытых участков равны h . Найдите положение равновесия поршней после того, как к нижнему подвесили груз массы m . Ускорение свободного падения g , трения нет, температуру газа считать постоянной.



- 33.2. На плоскости, наклоненной к горизонту под углом α , лежат два тела массы m . Коэффициент трения между телами и плоскостью $\mu > \tan \alpha$. Телам придают одинаковые встречные скорости V . При каком максимальном начальном расстоянии L между телами они столкнутся? Ускорение свободного падения g .



33.3. В однородном электрическом поле напряженности E



находятся две частицы одинаковой массы m , имеющие противоположные заряды q и $(-q)$. Начальное расстояние между частицами R . Какие минимальные, одинаковые по величине встречные скорости $(\pm V)$ надо придать частицам, чтобы они встретились?

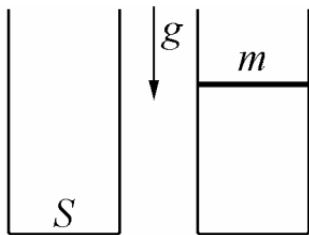
33.4. Пуля, попавшая в цель, застревает в ней. Оцените среднее давление, которое оказывает пуля на пробиваемую среду.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

33.5. Пустую алюминиевую банку из-под напитка, к ключу которой прикреплен груз, наполняют холодной водой. Затем стеклянный сосуд наполняют горячей водой и опрокидывают туда банку вверх дном. Банка тонет, но через некоторое время всплывает. Объяснить результат эксперимента.

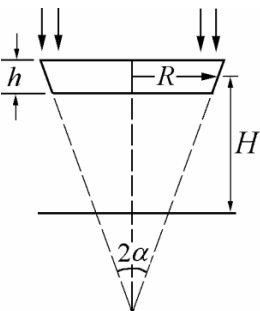
Вариант 34–ФФ

34.1. В открытый сверху цилиндр, площадь сечения которого



равна S , вставляется тонкий поршень массы m . Через некоторое время поршень останавливается, опустившись на треть высоты цилиндра. Найдите атмосферное давление. Трения нет, ускорение свободного падения g . Температура постоянна.

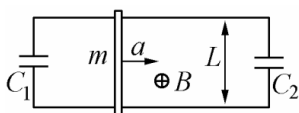
34.2. Из полого зеркального конуса с углом при вершине



вырезан поясok высоты h , средний радиус которого равен R . Параллельно оси конуса падает пучок света, отражающийся от внутренней поверхности на экран, перпендикулярный оси кону-

са. При каком расстоянии H от экрана до средней плоскости пояска диаметр светового пятна, образованного отраженными лучами, будет наименьшим? Найдите этот диаметр.

34.3. По двум параллельным металлическим рельсам, расстояние



между которыми равно L , может скользить проводник массы m . Перпендикулярно плоскости рельсов направлено однородное магнитное поле индукции B . Рельсы на концах соединены двумя конденсаторами, емкости которых C_1 и C_2 . Найдите силу F , которая должна действовать на проводник в направлении вдоль рельсов, чтобы он двигался с постоянным ускорением a . Трения нет.

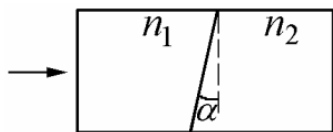
34.4. Оцените, на сколько снижается результат прыжка в длину из-за сопротивления воздуха.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

34.5. На катушку намотана нить. Прочность нити достаточна, чтобы выдержать вес катушки. Однако нить рвется, когда она удерживает катушку на наклонной плоскости (по которой катушка не проскальзывает), при некотором угле наклона. Объяснить результат эксперимента.

Вариант 35—ФФ

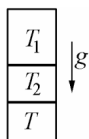
35.1. Прямоугольный параллелепипед составлен из двух кусков



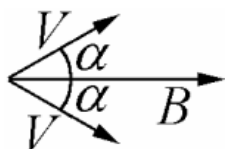
стекла, с различными показателями преломления n_1 и n_2 . Граница раздела наклонена к вертикали под малым углом α . Горизонтальный луч света входит в левый торец параллелепипеда и выходит из правого. Найдите угол, на который отклонится выходящий луч от горизонтали.

Горизонтальный луч света входит в левый торец параллелепипеда и выходит из правого. Найдите угол, на который отклонится выходящий луч от горизонтали.

35.2. Цилиндр с газом, расположенный вертикально, разделен на три неравные части поршнями одинаковой массы. Вначале давления и температуры во всех отсеках равны, а поршни удерживают в неподвижном состоянии. Затем поршни отпускают, а температуры в отсеках изменяют так, чтобы поршни находились в равновесии в прежних положениях. Найдите конечную температуру T в нижнем отсеке, если известны температуры T_1 и T_2 в двух остальных. Трением после отпущения поршней можно пренебречь.



35.3. В однородном магнитном поле индукции B из одной точки начинают двигаться два электрона с одинаковыми по величине скоростями V , причем вектор индукции лежит в одной плоскости с векторами начальных скоростей и делит пополам угол между ними, равный 2α . Найдите, на каком расстоянии от исходной точки электроны встретятся. Взаимодействием между частицами пренебречь. Масса электрона — m , заряд — e .



35.4. Оцените максимальное число приседаний, которое человек может сделать в течение минуты, не используя каких-либо приспособлений. (В книге рекордов Гиннесса регистрируется чемпион в этом виде.)

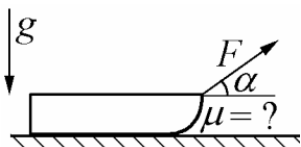
Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

35.5. Легкий шарик располагается в верхней части стеклянной наклонной трубки, закрытой с обоих концов и заполненной водой. Однако, если трубку закрутить, не меняя ее наклона, шарик смещается вниз. Объяснить результат эксперимента.

Вариант 36р—ФЕН

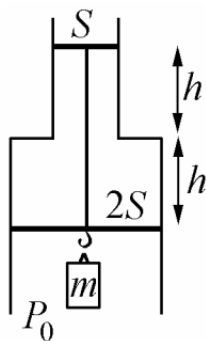
36.1. Небольшой сосуд со сжатым газом, находившийся на полу комнаты, разорвался на мелкие осколки, которые оставили на потолке метки внутри круга радиуса R . Высота потолка также равна R . Найдите начальную скорость осколков. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $-g$.

36.2. Сани тянут силой F , направленной под углом α к горизонту.



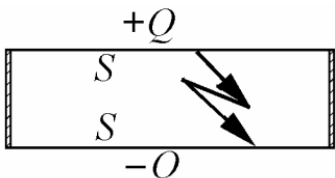
В другом случае такая же по величине сила направлена горизонтально. Оказалось, что в обоих случаях сани разгоняются по горизонтальной дороге до одинаковой скорости за одинаковое время. Найдите коэффициент трения.

36.3. Две соосных трубы, площади сечения которых S и $2S$,



перекрыты невесомыми поршнями, соединенными между собой невесомым жестким стержнем. Вначале давление внутри и снаружи P_0 , а длины перекрытых участков равны h . Найдите максимальную массу m груза, которая может удерживаться, будучи подвешенной к нижнему поршню. Ускорение свободного падения g . Температуру считать постоянной, трения нет.

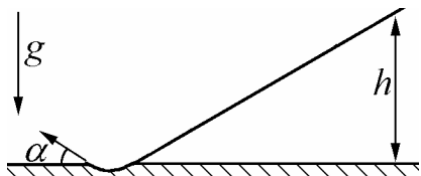
36.4. Сосуд в виде плоского диска, заполненный одноатомным газом, имеет две металлические крышки



площади S и непроводящую боковую стенку, высота которой гораздо меньше размера крышек. Металлическим крышкам сообщили противоположные заряды $\pm Q$. Найдите, на сколько изменится давление газа в сосуде, если внутри него произойдет электрический пробой газа с полной нейтрализацией заряда. Нагревом боковой стенки и крышек пренебречь.

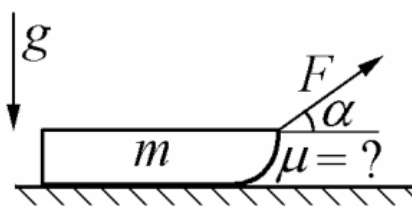
Вариант 37р–ФЕН

37.1. Лыжник съезжает с горки высоты h . Внизу имеется выемка, край которой поднимается под углом α к горизонту. Найдите, какое расстояние по горизонтали пролетит лыжник, взлетев с такого трамплина. Трением пренебречь.



ка, край которой поднимается под углом α к горизонту. Найдите, какое расстояние по горизонтали пролетит лыжник, взлетев с такого трамплина. Трением пренебречь.

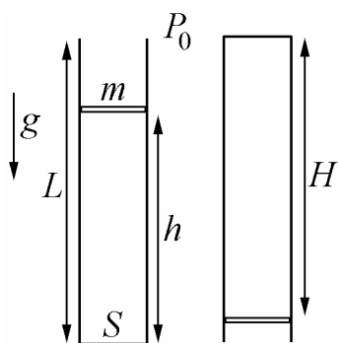
37.2. Сани тянут силой F , направленной под углом α к горизонту.



В другом случае такая же по величине сила направлена горизонтально. В обоих случаях сани разгоняются вдоль горизонтальной дороги из состояния покоя,

причем работы, произведенные каждой силой за одно и то же время, оказались одинаковыми. Масса саней — m , ускорение свободного падения — g . Найдите коэффициент трения.

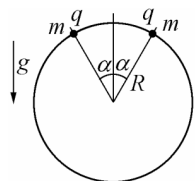
37.3. Вертикально стоящий цилиндр длины L вначале открыт в



атмосферу и заполнен воздухом при давлении P_0 . Затем цилиндр закрывают поршнем, который проталкивают внутрь и отпускают. После этого поршень, двигаясь наружу, остановился на расстоянии $h < L$ от дна. Затем цилиндр переворачивают

вверх дном, в результате поршень еще сдвинулся наружу и остановился на расстоянии $H < L$ от дна. Найдите массу поршня, если величину силы трения при движении поршня можно считать постоянной. Площадь поршня — S , ускорение свободного падения — g .

37.4. Две бусинки массы m каждая, имеющие одинаковые заряды



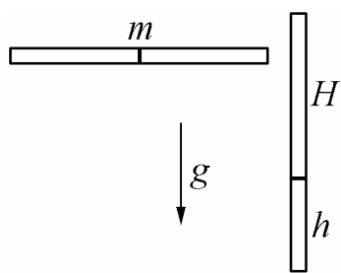
q , надеты на обруч радиуса R , причем начальные углы из центра с вертикалью $\alpha = 30^\circ$. Бусинки отпускают. Найдите силы, с которыми они действуют на

обруч в момент, когда окажутся на одном диаметре. Трения нет. Ускорение свободного падения g .

Вариант 38—ФЕН

38.1. Зал для зимнего футбола имеет высоту $h = 8$ м и длину $L = 100$ м. Найдите скорость мяча, при которой он пролетит от ворот до ворот, почти коснувшись потолка. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха и размером мяча пренебречь.

38.2. Поршень может двигаться без трения в цилиндрической



трубке, закрытой с обоих концов. При горизонтальном положении трубки поршень находится в равновесии точно посередине, а при вертикальном — на расстояниях h от нижнего и H от верхнего конца. Найдите

число молей воздуха в трубке, если его температура постоянна и равна T , масса поршня m , ускорение свободного падения g .

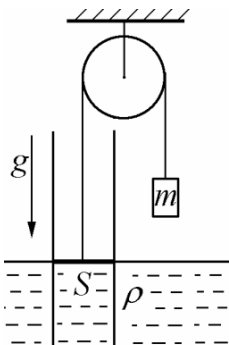
38.3. Две одинаковые пластины образуют плоский конденсатор емкости C . На пластинах вначале имеются заряды $+q$ и $-q$. Между ними вставляют такую же незаряженную пластину, причем зазор с левой стороны вдвое больше, чем в правой. Затем внутреннюю пластину соединяют с левой внешней через сопротивление. Когда ток прекратится, внутреннюю пластину соединяют, также через сопротивление, с другой внешней пластиной. Найдите количества теплоты, выделившиеся на каждом сопротивлении.

38.4. Параллельный пучок света падает на квадратное зеркало со стороной L , плоскость которого образует угол α к направлению пучка. Найдите площадь светового «зайчика», отбрасываемого зеркалом на стену, перпендикулярную исходному пучку.

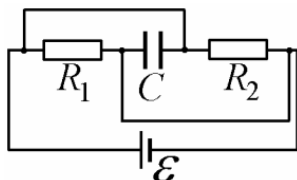


Вариант 39р—ГГФ

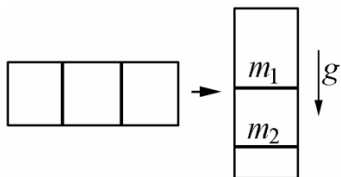
- 39.1. В водоем опущена труба сечения S , перекрытая легким поршнем, лежащим на воде. Груз массы m с помощью нити, перекинутой через блок, поднимает поршень вверх. Найдите высоту поднятия поршня x в положении равновесия. Плотность воды — ρ , ускорение свободного падения — g .



- 39.2. В цепи, изображенной на рисунке, действует источник напряжения \mathcal{E} . Найдите токи, протекающие через сопротивления R_1 и R_2 , ток через источник, а также заряд конденсатора C .



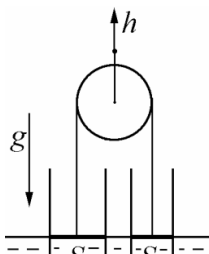
- 39.3. Цилиндр, заполненный газом, разделен двумя подвижными поршнями на три части одинакового объема. При горизонтальном положении цилиндра поршни находились в равновесии. Когда цилиндр поставили вертикально, длина нижнего отсека уменьшилась вдвое, а среднего — не изменилась. Найдите отношение m_1/m_2 масс верхнего и нижнего поршней. Температуру газа считать постоянной.



- 39.4. а) Что такое атомы и молекулы?
 б) Сколько приблизительно молекул в одном стакане воды?
 в) Вычислите массу одной молекулы воды.

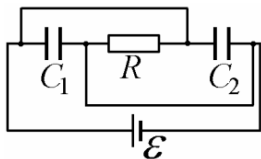
Вариант 310р—ГГФ

- 310.1. В водоем опущены две трубы сечений S_1 и S_2 , перекрытых легкими поршнями, лежащими на воде. Поршни соединены нитью, перекинутой через блок. В начальном состоянии нить не провисает. Блок мед-

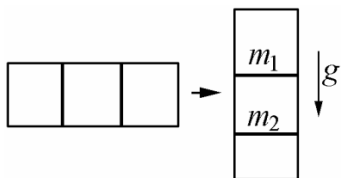


ленно поднимают вверх на высоту h . Найдите, на какую высоту поднимется каждый поршень.

- 310.2. В цепи, изображенной на рисунке, действует источник напряжения \mathcal{E} . Найдите токи, протекающие через сопротивление R и через источник, а также заряды конденсаторов C_1 и C_2 .



- 310.3. Цилиндр, заполненный газом, разделен двумя подвижными поршнями на три части одинакового объема. При горизонтальном положении цилиндра поршни находились в равновесии. Когда цилиндр поставили вертикально, длина верхнего отсека увеличилась на четверть, а среднего — не изменилась. Найдите отношение масс верхнего и нижнего поршней. Температуру газа считать постоянной.



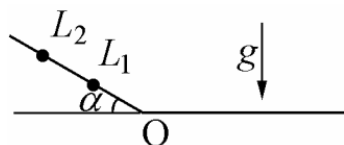
- 310.4. а) Что такое атомы и молекулы?

- б) Сколько приблизительно молекул в одном стакане воды?

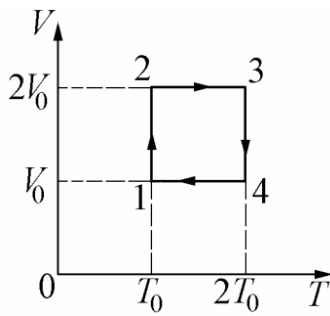
- в) Вычислите массу одной молекулы воды.

Вариант 311—ГГФ

- 311.1. Две бусинки масс m_1 и m_2 надеты на проволоку, наклоненную под углом α к горизонту, на расстояниях L_1 и L_2 от точки изгиба O , после которой проволока горизонтальна. Бусинки одновременно начинают соскальзывать с нулевой начальной скоростью. На горизонтальном участке они при встрече слипаются. Найдите скорость получившегося тела. Трения нет, ускорение свободного падения g . В окрестности точки O имеется небольшой участок скругления, так что скорость там не теряется.



- 311.2. Циклический процесс 1-2-3-4-1, в котором участвует один



моль идеального газа, на графике в осях $V-T$ имеет вид прямоугольника. Диапазон изменения объема — от V_0 до $2V_0$, а температуры — от T_0 до $2T_0$. Найдите максимальное и минимальное значения давления в этом процессе и нарисовать цикл в осях $P-V$.

311.3. Две параллельные металлические пластины, одна из которых имеет площадь S , а другая — $2S$, расположены на расстоянии d , малом по сравнению с размерами пластин. Посредине между ними находится металлическая пластина площади $2S$. На крайние пластины помещают заряды $+q$ и $-q$, а суммарный заряд средней пластины нулевой. Найдите разности потенциалов между каждой парой пластин.

$$\frac{\frac{S}{2S} \frac{+q}{-q}}{\frac{S}{2S} \frac{+q}{-q}} \downarrow d$$

311.4. а) Что такое полное внутреннее отражение света?

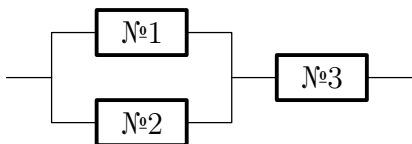
б) Чему равен предельный угол полного отражения на границе двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 ? Из какой среды должен при этом падать свет?

в) Найдите предельный угол полного отражения на границе вода ($n = 4/3$) — воздух ($n_0 = 1$).

2004 г.

Вариант 41р-ФФ

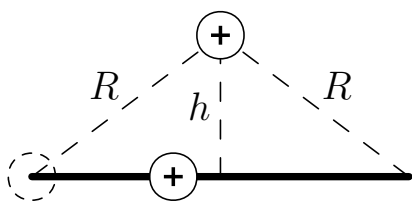
41.1. На трёх сопротивлениях (№ 1, № 2 и № 3) при подаче на



них одного и того же напряжения выделяются мощности N , $N/2$ и $N/3$ соответственно. Какая мощность выделится

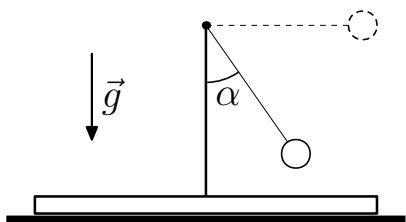
при подаче того же напряжения на цепь, в которой сопротивления соединены по схеме, указанной на рисунке?

41.2. На расстоянии h от середины спицы и на расстоянии R



от её концов закреплён заряд q (см. рисунок). На левый конец спицы надевают бусинку с таким же зарядом q и массой m . Бусинку толкают вдоль спицы. Найдите начальную скорость бусинки, если её скорость при прохождении середины спицы равна v_1 , а при достижении правого конца равна v_2 . Коэффициент трения всюду вдоль спицы одинаков.

41.3. К концу стержня, закреплённого на широкой подставке,



привязан на нерастяжимой нити груз массы m (см. рисунок). Масса подставки со стержнем M . Груз отклонили на 90° от вертикали и отпустили. Найдите коэффициент трения между подставкой и горизонтальной поверхностью стола, если подставка начала сдвигаться в момент, когда нить образует угол α с вертикалью.

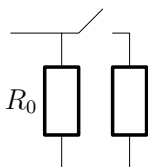
41.4. Оценить силу давления каскадера на мотоцикл при приземлении после прыжка на мотоцикле через автобус.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

41.5. Демонстратор держится за провод, подсоединённый к электроскопу. Демонстратор подпрыгивает. При этом стрелка электроскопа отклоняется и возвращается назад после приземления. Объясните наблюдаемое явление.

Вариант 42р–ФФ

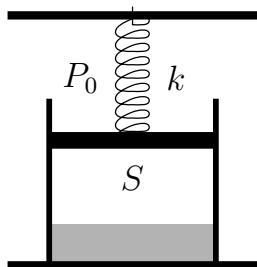
42.1. Схема, изображенная на рисунке, подключена к источнику



тока. При разомкнутом ключе напряжение на сопротивлении R_0 равно V_0 . При подключении неизвестного сопротивления напряжение на R_0 равно V при том

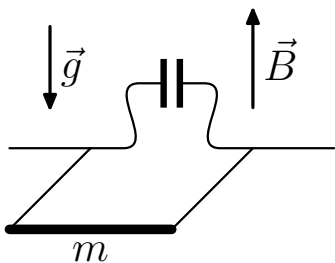
же токе от источника. Найдите величину подсоединённого сопротивления.

42.2. В лёгкий поршень сечения S упирается пружина жёсткости k , как это показано на рисунке. Под поршнем находится воздух с паром жидкости и сама жидкость при температуре T_0 , равной температуре кипения жидкости при атмосферном давлении P_0 . При остывании до температуры T_1 , когда



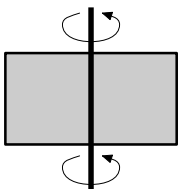
давлением пара можно пренебречь, поршень опускается на расстояние h . Найдите, каким стало давление воздуха, если его объём после остывания равен V_1 . Изменением объёма жидкости пренебречь.

42.3. Квадратная проволочная рамка может вращаться без трения вокруг горизонтальной стороны (см. рисунок), в разрыв которой включён конденсатор ёмкости C . Масса противоположной стороны равна m . Рамка находится в вертикальном магнитном поле B , её отпускают из горизонтального положения. Какова скорость массивной стороны, когда она опустится на h ?



Ускорение свободного падения g , индуктивностью, сопротивлением рамки и массами её боковых сторон пренебречь.

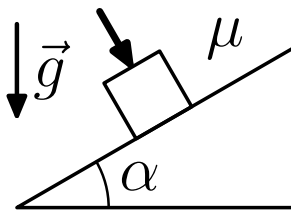
42.4. Оцените скорость на ободу центрифуги, если при её вращении максимальное давление в водном растворе может в 500 раз превысить атмосферное давление.



42.5. Демонстратор держится за провод, подсоединённый к электроскопу. Демонстратор подпрыгивает. При этом стрелка электроскопа отклоняется и возвращается назад после приземления. Объясните наблюдаемое явление.

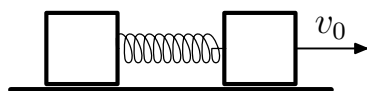
Вариант 43в—фф

- 43.1. С плоскости, которая образует угол α с горизонталью, соскальзывает тело массы m , как это показано на рисунке. С какой силой, направленной перпендикулярно плоскости, нужно прижать тело, чтобы оно двигалось с постоянной скоростью?



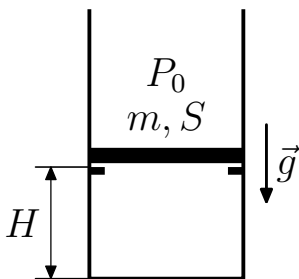
Коэффициент трения тела с плоскостью μ . Ускорение свободного падения g .

- 43.2. На горизонтальной плоскости (см. рисунок) находятся два тела массой m каждое, соединенные недеформированной пружиной жесткости k . Одному из тел сообщили скорость v_0 . Найдите



натяжение пружины в момент, когда скорость второго тела достигнет значения v . Трением пренебречь.

- 43.3. Тонкий поршень массы m и сечения S лежит на выступе, закреплённых на высоте H от дна высокого открытого сверху цилиндра (см. рисунок).



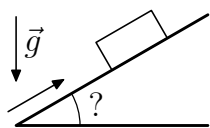
Под поршнем находится гелий при атмосферном давлении P_0 . Гелий начинают постепенно нагревать. Какое количество тепла нужно сообщить гелию, чтобы расстояние между дном и поршнем удвоилось? Ускорение свободного падения g .

- 43.4. Над ровными участками поверхности Земли имеется электрическое поле с напряжённостью ≈ 100 В/м, направленное вертикально вниз. Оцените, каким будет заряд на Вас, если Вы лежите на пляже. Предполагается, что вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

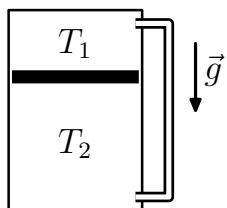
43.5. В стеклянную трубку с суженным концом набирают горячую воду примерно наполовину. Закрыв пальцем верхнее широкое отверстие, трубку вынимают из воды и поднимают суженный конец вверх. Из него вырывается струя воды¹. Объясните наблюдаемое явление.

Вариант 44—ФФ

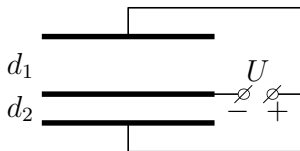
44.1. Тело толкнули вверх вдоль шероховатой наклонной плоскости (см. рисунок). При подъёме величина ускорения была равна a_1 , при спуске — a_2 . Найдите угол наклона плоскости. Ускорение свободного падения — \vec{g} .



44.2. Вертикально стоящий цилиндр с газом разделён поршнем массы m и сечения S на два отсека (см. рисунок). Под действием собственного веса поршень медленно опускается. При этом давления в отсеках остаются неизменными, что обеспечивается перетеканием газа по трубке пренебрежимо малого объёма. Температуры газа в отсеках поддерживаются постоянными, выше поршня — T_1 , ниже — T_2 ($T_2 > T_1$). Найдите давления газа в отсеках. Ускорение свободного падения \vec{g} , трением поршня о стенки пренебречь.



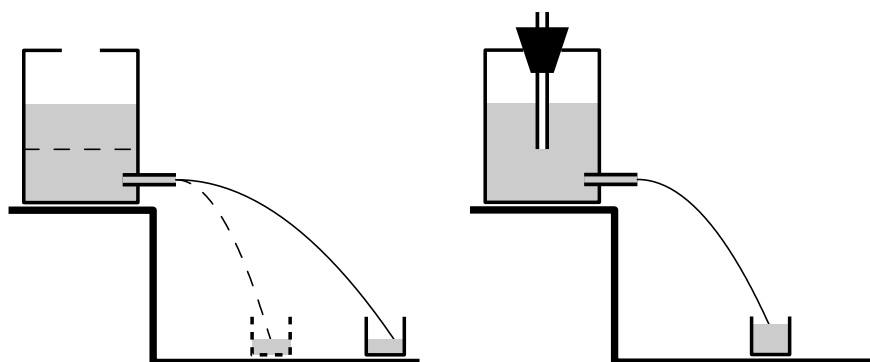
44.3. Три параллельные проводящие пластины площади S каждая подключены к источнику с напряжением U , как показано на рисунке. Расстояния от внешних пластин до средней равны d_1 и d_2 соответственно. Найдите электрическую силу, действующую на среднюю пластину, если расстояния между пластинами много меньше их размеров.



44.4. Оцените среднюю мощность, развиваемую силой давления пороховых газов, действующей на пулю при выстреле.

44.5. Сосуд со сливным отверстием вблизи дна заполняется водой.

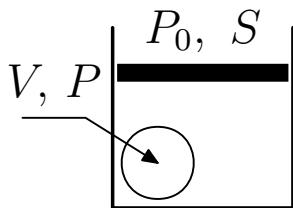
¹Струя воды бьёт до потолка.



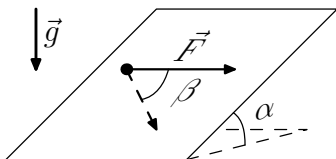
Из отверстия начинает бить струя воды, вначале попадающая в горловину колбы. По мере вытекания струя перестаёт попадать в горловину и колба остаётся незаполненной (см. рисунок). Если сосуд, заполненный водой, закрыть пробкой с трубкой, открытой сверху и погруженной снизу в воду, то струя не уходит от горловины и наполняет колбу доверху. Объясните демонстрируемое явление.

Вариант 45—ФФ

- 45.1. В цилиндре сечения S под невесомым поршнем находится воздух и резиновый шарик объёма V с давлением воздуха в нём P (см. рисунок). На сколько поднимется поршень, если шарик лопнет? Трения нет, атмосферное давление равно P_0 , температура остаётся неизменной.

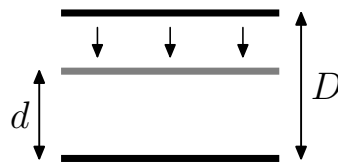


- 45.2. По плоскости с углом наклона α движется с постоянной скоростью тело, которое тянут вдоль плоскости горизонтальной силой \vec{F} . При этом скорость тела направлена под углом β к направлению силы \vec{F} (см. рисунок). Найдите массу тела и коэффициент трения между телом и плоскостью. Ускорение свободного падения \vec{g} .



- 45.3. Две металлические пластины массы m каждая образуют

разомкнутый плоский конденсатор ёмкости C , заряженный до напряжения U (см. рисунок). Сначала отпускают верхнюю пластину, а в момент, когда расстояние между пластинами сокращается от начального D до d , отпускают и нижнюю. Найдите скорость пластин после абсолютно неупругого удара. Сила тяжести отсутствует.

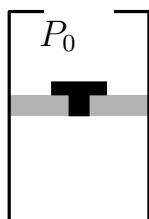


45.4. Спортсмен подпрыгивает со скакалкой, так что за один прыжок происходит два полных оборота скакалки. Оцените среднюю скорость середины шнура скакалки.

45.5. Сосуд со сливным отверстием вблизи дна заполняется водой. Из отверстия начинает бить струя воды, вначале попадающая в горловину колбы. По мере вытекания струя перестаёт попадать в горловину и колба остаётся незаполненной (см. рисунок к задаче № 5 из варианта 44—ФФ). Если сосуд, заполненный водой, закрыть пробкой с трубкой, открытой сверху и погруженной снизу в воду, то струя не уходит от горловины и наполняет колбу доверху. Объясните демонстрируемое явление.

Вариант 46р—ФЕН

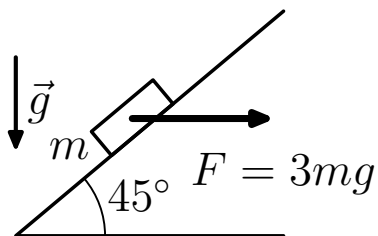
46.1. Небольшое тело находится на гладком участке горизонтальной поверхности на расстоянии L от границы раздела, за которой коэффициент трения между телом и поверхностью равен μ . Какую скорость сообщили телу, если время движения по гладкому участку оказалось равным времени движения по поверхности с трением?



цилиндра, открытого сверху (см. рисунок), под ним воздух при начальной температуре T_0 . В поршне имеется клапан, открывающийся при перепаде давления P_1 . Атмосферное давление неизменно и рав-

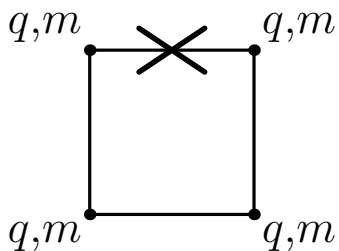
но P_0 . До какой температуры нужно нагреть воздух под поршнем, чтобы клапан открылся? Выступ у верхнего края цилиндра не позволяет поршню выскочить из него.

- 46.3. Тело массы m соскальзывает по наклонной плоскости, образующей угол 45° с горизонталью, как это показано на рисунке. После того как к нему приложили постоянную силу $F = 3mg$, направленную горизонтально, тело стало подниматься вверх с тем же по



величине ускорением, с которым оно исходно соскальзывало вниз. Определите коэффициент трения между телом и плоскостью. Ускорение свободного падения равно g .

- 46.4. Четыре одинаковых заряда q массы m связаны нерастяжимыми и невесомыми нитями так, что они находятся в вершинах квадрата со стороной L (см. рисунок). Одну нить пережигают. Найдите скорости зарядов когда они окажутся на одной прямой.

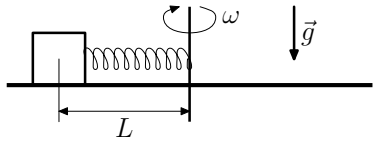


Вариант 47в—ФЕН

47.1. Тело отпустили на высоте H над полом. Определите время пролёта телом участка от высоты h над полом до пола. Ускорение свободного падения g .

47.2. Два одинаковых закрытых сосуда соединены трубкой и содержат воздух с одинаковой температурой. Какая масса воздуха перейдёт из правого сосуда в левый, если абсолютную температуру в правом сосуде повышают вдвое, а в левом поддерживают прежней? Общая масса воздуха в сосудах равна m . Объёмом соединительной трубки пренебречь.

47.3. На горизонтальном диске вместе с ним вращается тело



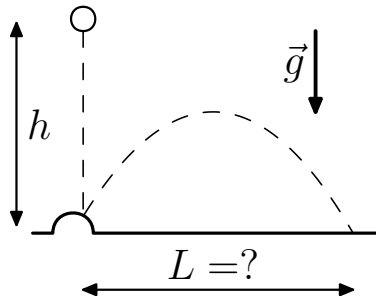
массы m , связанное с осью вращения растянутой пружиной жёсткости k (см. рисунок). Тело находится на расстоянии L от

оси вращения. При уменьшении угловой скорости до ω_1 тело начинает приближаться к оси, а при увеличении до ω_2 — удаляться. Найдите коэффициент трения между телом и диском и начальное удлинение пружины. Ускорение свободного падения g . Размерами тела по сравнению с L можно пренебречь.

47.4. Два неподвижных заряженных тела масс m и $2m$ связаны лёгкой нитью длины L , натяжение которой равно T . Нить пережигают. Найдите скорости тел в момент, когда расстояние между ними удвоится.

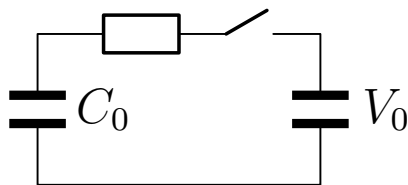
Вариант 48—ФЕН

48.1. Шарики роняют с высоты h на сферический выступ горизонтальной поверхности (см. рисунок). На



какое наибольшее расстояние L по горизонтали может отскочить шарик после упругого удара о выступ? Радиусами шариков и выступа пренебречь по сравнению с h .

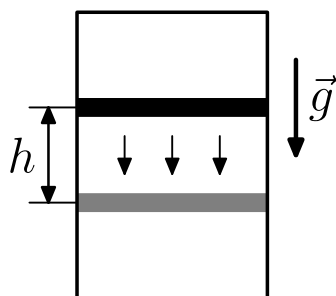
48.2. Напряжение на конденсаторе неизвестной ёмкости равно



V_0 . К нему через резистор подсоединяют 2-й незаряженный конденсатор ёмкостью C_0 , после чего на 1-м конденсаторе устанавливается напряжение V

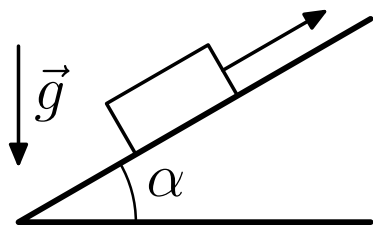
(см. рисунок). Найдите его начальный заряд.

48.3. Поршень массой m разделяет вертикальный цилиндр



объёмом V на два отсека и может двигаться без трения (см. рисунок). Вначале давление газа над поршнем равно P_0 . Из-за медленного просачивания газа из нижнего отсека в верхний поршень плавно опускается. Найдите давление в верхнем отсеке, когда при неизменной температуре поршень опустился на h . Ускорение свободного падения — \vec{g} .

48.4. Тело массой m толкнули вверх по наклонной плоскости с углом наклона α (см. рисунок). Оно поднималось от исходной точки вверх время t , а спускалось назад к исходной точке время $2t$. Определите коэффициент трения и тепло, выделившееся при возвращении тела к исходной точке. Ускорение свободного падения — \vec{g} .

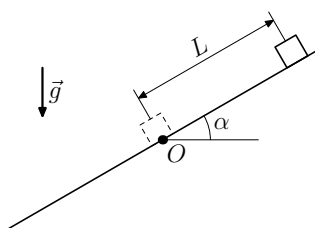


49.1. Вдоль наклонной плоскости с углом α с горизонталью и коэффициентом трения $\mu < \operatorname{tg} \alpha$ толкнули небольшое тело, которое поднялось вверх на расстояние L , а затем стало съезжать вниз (см. рисунок). На каком расстоянии от начальной точки O тело приобретёт скорость, равную по величине начальной? Ускорение свободного падения равно \vec{g} .

Ускорение свободного падения — \vec{g} .

Вариант 49р—ГГФ

49.1. Вдоль наклонной плоскости с углом α с горизонталью и



коэффициентом трения $\mu < \operatorname{tg} \alpha$ толкнули небольшое тело, которое поднялось вверх на расстояние L , а затем стало съезжать вниз (см. рисунок). На каком расстоянии от начальной точки O тело приобретёт скорость, равную по величине начальной? Ускорение свободного падения равно \vec{g} .

49.2. В цилиндре под поршнем находятся в равновесии водяной пар и столько же по массе воды. Начальная плотность пара равна ρ_0 . При постоянной температуре, выдвигая поршень, увеличивают втрое объём пара. Какова будет конечная плотность пара?

49.3. Частица с зарядом q и массой m имеет скорость \vec{v} , направленную перпендикулярно вектору магнитной индукции \vec{B} . На каком

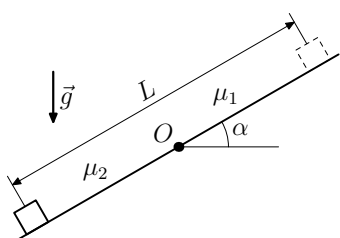
расстоянии от начальной точки она окажется, когда вектор скорости повернётся на 90° ?

49.4. а) Как при параллельном соединении конденсаторов подведённый к схеме от источника напряжения заряд связан с зарядами конденсаторов?

б) Каково отношение ёмкостей конденсаторов при параллельном соединении, если их энергии равны W_1 и W_2 ?

Вариант 410в—ГГФ

410.1. Выше границы раздела поверхностей (точка O на рисунке)



на наклонной плоскости с углом α с горизонталью коэффициент трения $\mu_1 < \operatorname{tg} \alpha$, а ниже $\mu_2 > \operatorname{tg} \alpha$. Небольшое тело, отпущенное из состояния покоя, прошло до остановки расстояние L . На каком расстоянии от границы

раздела оно было отпущено? Ускорение свободного падения равно \vec{g} .

410.2. В цилиндре под поршнем находится масса m пара при давлении в 2 раза меньшем давления насыщенного пара при данной температуре. При постоянной температуре объём пара под поршнем уменьшают втрое. Найдите массу сконденсировавшейся жидкости.

410.3. Частица с зарядом q и массой m имеет скорость, направленную перпендикулярно вектору магнитной индукции \vec{B} . Через какое время вектор скорости повернётся на 45° ?

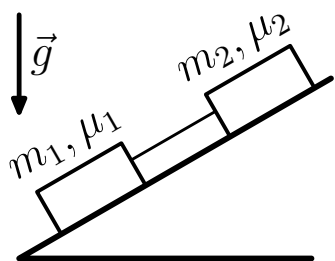
410.4. а) Дайте определение ёмкости конденсатора.

б) Напишите выражение для энергии конденсатора. Напряжение на конденсаторе равно U , а заряд q .

Вариант 411–ГГФ

411.1. В баллоне со сжатым газом начальное давление равно P_0 . После того как из него наполнили воздушный шарик до объёма V_1 и давления P_1 и закрыли кран, давление в баллоне упало до P_2 . Найдите объём баллона, если температура газа оставалась неизменной, а объём соединительных трубок пренебрежимо мал.

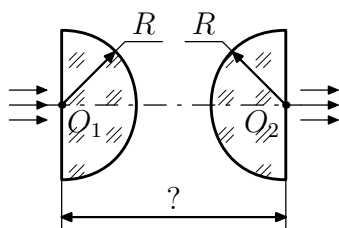
411.2. На наклонной плоскости находятся два соединённых невесомой нитью тела с массами m_1 и m_2 (см. рисунок). Коэффициенты трения между телами и наклонной плоскостью равны μ_1 и μ_2 соответственно, причём у верхнего коэффициент трения больше, чем у нижнего $\mu_2 > \mu_1$. При каком наибольшем угле наклона тела ещё не начнут соскальзывать с наклонной плоскости?



трения между телами и наклонной плоскостью равны μ_1 и μ_2 соответственно, причём у верхнего коэффициент трения больше, чем у нижнего $\mu_2 > \mu_1$. При каком наибольшем угле наклона тела ещё не начнут соскальзывать с наклонной плоскости?

вать с наклонной плоскости?

411.3. Два стеклянных полушария радиуса R обращены выпуклыми сторонами друг к другу, а плоские стороны перпендикулярны оси, проходящей через центры O_1O_2 (см. рисунок). Показатель преломления стекла — n . При каком расстоянии между плоскими сторонами тонкий параллельный пучок света, направленный по оси симметрии системы, выйдет так же параллельно этой оси? Воспользуйтесь тем, что для малых углов $\sin \alpha \simeq \operatorname{tg} \alpha \simeq \alpha$.



лыми сторонами друг к другу, а плоские стороны перпендикулярны оси, проходящей через центры O_1O_2 (см. рисунок). Показатель преломления стекла — n . При каком расстоянии между плоскими сторонами тонкий параллельный пучок света, направленный по оси симметрии системы, выйдет так же параллельно этой оси? Воспользуйтесь тем, что для малых углов $\sin \alpha \simeq \operatorname{tg} \alpha \simeq \alpha$.

рассеянный пучок света, направленный по оси симметрии системы, выйдет так же параллельно этой оси? Воспользуйтесь тем, что для малых углов $\sin \alpha \simeq \operatorname{tg} \alpha \simeq \alpha$.

411.4. а) Что такое фотоэффект?

б) Как связаны между собой максимальная скорость электронов, вылетающих из металла, с частотой падающего на металл света?

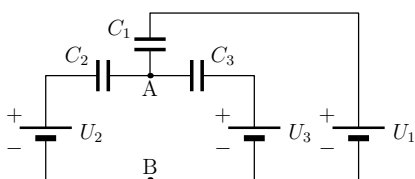
в) Что такое красная граница фотоэффекта?

2005 г.

Вариант 51р—ФФ

51.1. Капля, падающая вертикально, пролетает мимо окна высоты h за время t . Найдите её скорости при пролёте мимо нижнего и верхнего края окна. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $-\vec{g}$.

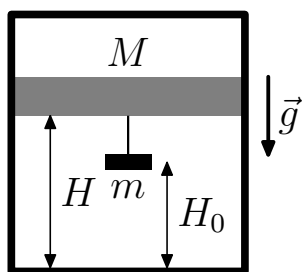
51.2. Батареи с напряжениями U_1 , U_2 и U_3 соединили так,



что они имеют общий минус. Плюсы этих батарей подсоединили к трём обкладкам исходно незаряженных конденсаторов с ёмкостями C_1 , C_2 и C_3 , а три

другие обкладки соединены проводниками в точке А. Каково напряжение между точками А и В?

51.3. В вертикальном теплоизолированном цилиндре находится



гелий, давление которого удерживает поршень массы M с подвешенным к нему грузом массы m . Выше поршня вакуум. Поршень находится на высоте H , а груз — на высоте H_0 над дном цилиндра. Груз отрывается, падает на дно

и прилипает. Насколько поднимется поршень, когда снова установится равновесие? Считать, что вся выделенная энергия пошла на нагрев газа. Объём груза мал по сравнению с объёмом гелия. Ускорение свободного падения \vec{g} .

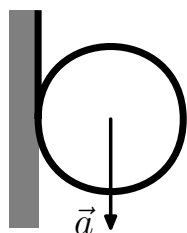
51.4. Оцените, насколько масса стакана с тяжёлой водой D_2O больше массы стакана с обычной водой?

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

51.5. Из бумаги склеены два одинаковых конуса. Один обрезают по краю и вкладывают в него обрезки. Если конусы одновременно отпустить с одной и той же высоты, один при падении заметно отстаёт от другого. Если из меньшего конуса убрать обрезки, то отпущенные одновременно конусы одновременно же достигают пола. Объясните, почему так происходит.

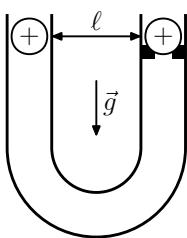
Вариант 52р–ФФ

52.1. Свёрнутую в рулон радиуса R ленту подвесили за её



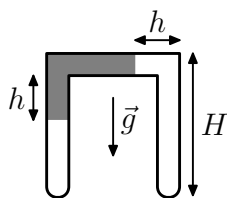
конец и отпустили. Рулон стал разматываться, опускаясь вдоль вертикальной стены с постоянным ускорением \vec{a} . Через какое время его радиус уменьшится до r ? Толщина ленты d мала по сравнению с радиусом рулона.

52.2. В U-образной трубке с расстоянием ℓ между вертикаль-



ными коленами на выступе в правом колене лежит шарик массы m с зарядом q . В левом колене на той же высоте, что и первый, находится второй такой же заряженный шарик. Его отпускают, и он падает вниз, а затем поднимается по правому колену. При сближении шариков в какой-то момент верхний отрывается от выступа. Найдите скорость нижнего шарика в момент отрыва верхнего. Трения нет. Ускорение свободного падения \vec{g} .

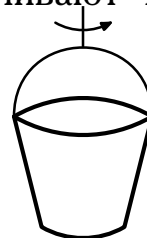
52.3. В П-образной закрытой с концов трубке постоянного



сечения с длиной вертикальных колен H заключён газ, разделённый жидкостью плотности ρ . Жидкость заполняет участок длины h левого колена и горизонтальный участок трубки, не доходя на h до правого колена. При нагревании жидкость поднимается и, начиная с температуры T , оказывается полностью в горизонтальном участке трубки.

Найдите начальную температуру и давление газа в левом и правом коленях. Ускорение свободного падения \vec{g} . Давлением паров жидкости пренебречь.

52.4. Ведро в вертикальном положении раскручивают вокруг его оси. Оцените, при каком числе оборотов в секунду вся вода из него выльется.

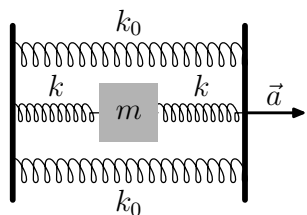


52.5. Сосуд с плоским дном установлен с небольшим наклоном, в нём холодная вода. Ставят вверх дном чашку до соприкосновения её с дном сосуда. Она остаётся на месте. Заменяют холодную воду нагретой. Поставленная таким же образом чашка начинает через некоторое время соскальзывать. Объясните явление.

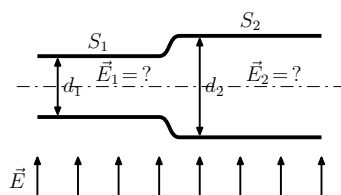
Вариант 53р—ФФ

53.1. К источнику постоянного напряжения подсоединена нагрузка, имеющая постоянное сопротивление. На подводящих проводах выделяется энергия, составляющая долю $\beta_1 = 0,1$ от общей энергии, получаемой от источника. Во сколько раз нужно увеличить сечение подводящих проводов, чтобы уменьшить долю потерь в проводах до $\beta_2 = 0,01$?

53.2. Невесомые стержни связаны невесомыми пружинами жёсткости k_0 у верхней и нижней и жёсткости k у средних пружин, присоединённых к телу массы m . Исходно пружины не деформированы. Под действием силы, приложенной к правому стержню, система начинает двигаться с постоянным ускорением \vec{a} , направленным вдоль пружин. Найдите, насколько при этом возрастёт расстояние между стержнями.



53.3. Незаряженные проводящие пластины имеют по два обшир-



ных плоских параллельных участка площади S_1 и S_2 с малыми зазорами d_1 и d_2 между ними. Протяжённость области изгиба мала в сравнении с размерами пластин. Перпендикулярно плоскости симметрии пластин включают внешнее однородное электрическое поле E . Найдите поля E_1 и E_2 внутри зазоров между плоскими участками.

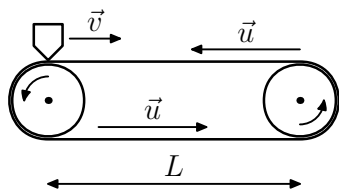
53.4. Стальную пластинку погружают плашмя в воду в глубоком озере и отпускают. Оцените, во сколько раз возрастёт разницы давлений на нижнюю и верхнюю стороны пластинки на большой глубине по сравнению с начальным моментом движения.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

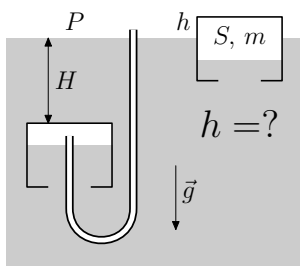
53.5. Сосуд с плоским дном установлен с небольшим наклоном, в нём холодная вода. Ставят вверх дном чашку до соприкосновения её с дном сосуда. Она остаётся на месте. Заменяют холодную воду нагретой. Поставленная таким же образом чашка начинает через некоторое время соскальзывать. Объясните явление.

Вариант 54—ФФ

54.1. Кусок мела движется с постоянной скоростью v , касаясь верхней части ленты транспортёра. При какой наименьшей встречной скорости ленты u след мела на ней окажется замкнутым? Расстояние между осями шкивов транспортёра L , а радиусы шкивов R .



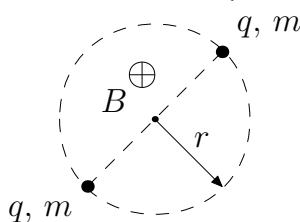
54.2. Цилиндрический сосуд массой m и внутренним сечением S



с отверстием в дне находится под водой на глубине H . По шлангу в сосуд медленно накачивают воздух до тех пор, пока он не начнёт всплывать. При всплытии воздух из сосуда не выходит и его температура не меняется. На ка-

кую высоту h будет выступать сосуд из воды, если атмосферное давление равно P ?

54.3. Частицы с равными массами m и зарядами q движутся по



окружности радиусом r в магнитном поле с индукцией B . Найдите скорость частиц v . При каком наименьшем значении B возможно такое движение?

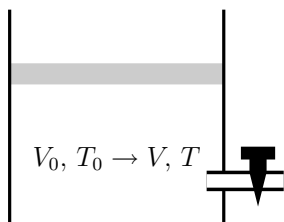
54.4. Автомобиль, движущийся с большой скоростью по шоссе, въезжает на обледеневший скользкий участок протяжённостью 20 м. Оцените, насколько изменится скорость автомобиля к концу этого участка.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

54.5. Одна сторона стекла полированная, а другая матовая (исцарапанная). Если стекло прижать матовой стороной к надписи на листе бумаги, то она хорошо видна. Если стекло отодвинуть, то надписи не видно. Объясните демонстрируемое явление.

Вариант 55—ФФ

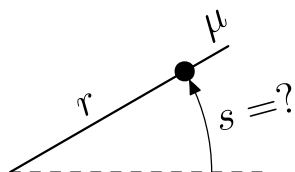
55.1. В цилиндре в объёме V_0 под поршнем при температуре T_0



находится газ, часть которого выпустили. Температура оставшегося газа стала T , а его объём — V . Какая доля от начального количества

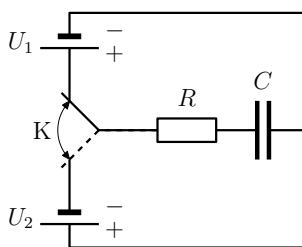
газа вышла из цилиндра, если трение между поршнем и цилиндром отсутствует?

55.2. Бусинка надета на спицу на расстоянии r от левого конца.



Спицу начинают вращать вокруг этого конца так, что скорость бусинки растёт пропорционально времени ($v = at$). Найдите длину дуги s , которую бусинка опишет при повороте спицы прежде, чем начнёт с неё соскальзывать. Сила тяжести отсутствует, коэффициент трения между бусинкой и спицей равен μ .

55.3. Последовательно соединённые резистор сопротивлением R



и конденсатор большой ёмкостью C через ключ K поочерёдно подключаются на короткое время τ к источникам напряжения U_1 и U_2 , полярность которых указана на рисунке. Исходно конденсатор не заряжен. Найдите тепло, выделившееся за первый период (2τ), и за период после большого числа переключений, когда заряд на конденсаторе практически не меняется. Чему равен этот заряд?

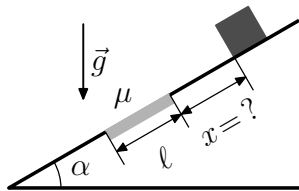
55.4. Оцените, на сколько изменяется из-за дыхания сила давления на горизонтальную опору спокойно лежащего человека.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

55.5. Одна сторона стекла полированная, а другая матовая (исцарапанная). Если стекло прижать матовой стороной к надписи на листе бумаги, то она хорошо видна. Если стекло отодвинуть, то надписи не видно. Объясните демонстрируемое явление.

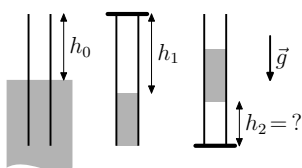
Вариант 56р—ФЕН

56.1. На плоскости с углом наклона α имеется шероховатый участок протяжённостью ℓ с коэффициентом трения μ . На остальной части плоскости трение отсутствует. На каком расстоянии x от ближайшего края этого участка надо отпустить тело,

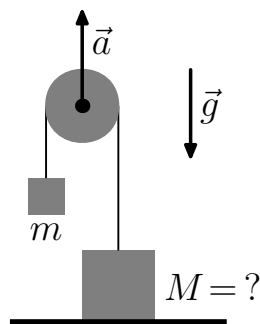


чтобы оно съехало с наклонной плоскости? Ускорение свободного падения \vec{g} .

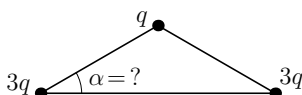
56.2. Трубка погружена в воду так, что над поверхностью воды остаётся часть длины h_0 . Трубку герметично закрывают сверху и полностью вытаскивают из воды в вертикальном положении. Высота столба воздуха в трубке становится равной h_1 . Какой станет высота столба воздуха в трубке, если её перевернуть открытым концом вверх? Температуру воздуха считать постоянной.



56.3. На нерастяжимой нити висит груз массы m , нить перекинута через невесомый блок, а другой конец нити привязан к противовесу, лежащему на столе. Блок начинают поднимать по вертикали с постоянным ускорением \vec{a} . При какой массе противовеса он не оторвётся от стола? Ускорение свободного падения \vec{g} .



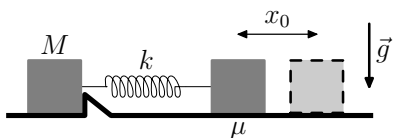
56.4. На нить надели три бусинки и замкнули её в петлю. Одна бусинка имеет заряд q , а остальные — по $3q$. Бусинки могут скользить по нити без трения. В состоянии равновесия нить образует треугольник. Найдите угол α при основании треугольника.



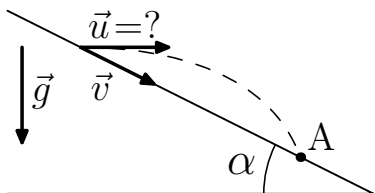
В состоянии равновесия нить образует треугольник. Найдите угол α при основании треугольника.

Вариант 57р–ФЕН

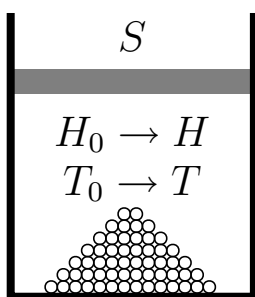
57.1. Два тела на горизонтальной плоскости связаны пружиной жёсткости k , коэффициент трения между телами и плоскостью μ . Первое тело с известной массой M упирается в выступ, не позволяющий ему смещаться вправо. Если второе тело сдвинуть на x_0 или большую величину вправо и отпустить, то после начала его движения в некоторый момент времени сдвинется и первое тело. Найдите массу второго тела. Ускорение свободного падения $-\vec{g}$.



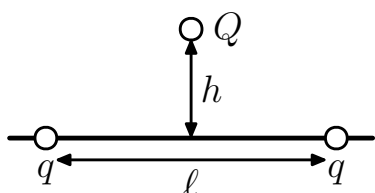
57.2. Два камня бросили одновременно из одной точки. Первому сообщили скорость \vec{v} вдоль наклонной плоскости с углом α , а второму — скорость, направленную по горизонтали. Найдите эту скорость \vec{u} , если камни столкнулись на наклонной плоскости в некоторой точке А? Трение отсутствует. Ускорение свободного падения равно \vec{g} .



57.3. Под поршнем в цилиндре сечения S находится воздух при температуре T_0 и кучка песка. При нагревании воздуха до температуры T поршень поднимается над дном от начальной высоты H_0 до конечной H . Найдите суммарный объём песчинок в кучке, если давление воздуха остаётся постоянным.

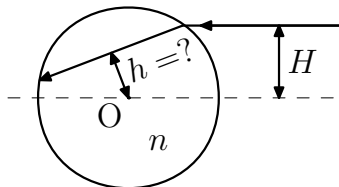


57.4. По спице могут без трения двигаться бусинки с зарядом q каждая. На расстоянии h от спицы закреплён заряд такой, что бусинки остаются в равновесии при расстоянии ℓ между ними. Найдите величину этого заряда.



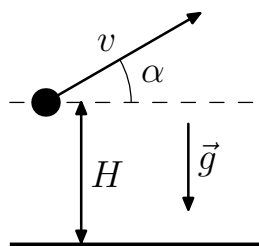
Вариант 58—ФЕН

58.1. На стеклянный шар с показателем преломления n падает луч



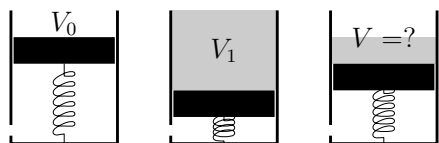
света, идущий выше центра на расстоянии H . На каком расстоянии h от центра шара пройдет луч после преломления?

58.2. Тело, исходно покоящееся на земле, стали тянуть с постоянной по величине и направлению силой.



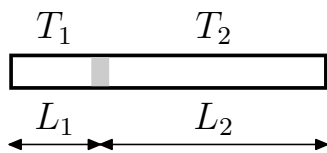
На высоте H оно приобрело скорость v , направленную под углом α к горизонтали. Найдите ускорение тела. Сопротивлением воздуха пренебречь.

58.3. В вертикальной трубе поршень удерживается упругой пружиной.



Свободный объём над поршнем равен V_0 . Если в трубу сверху налить объём воды V_1 , то она доходит до края трубы. Какой объём воды V нужно налить, чтобы свободный объём над водой тоже был равен V ? Трение между поршнем и трубой отсутствует. Внизу в трубе имеется отверстие, через которое свободно проходит воздух.

58.4. В закрытой с концов горизонтальной трубке столбик жидкости находится на расстояниях L_1 от одного конца и L_2 от другого при температуре

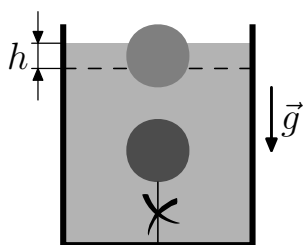


воздуха в трубке слева T_1 , а справа T_2 . На-

сколько сместится столбик жидкости, когда температуры сравняются?

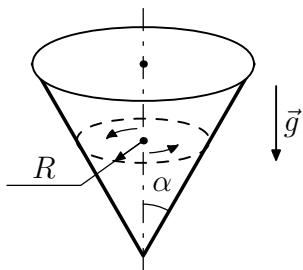
Вариант 59р–ГГФ

59.1. Деревянный шар объёма V привязан нитью к дну сосуда



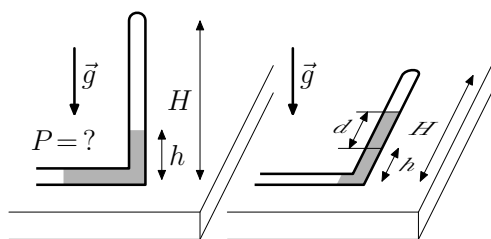
цилиндрической формы с сечением S и полностью погружён в воду. Когда нить перерезают, шар всплывает, а уровень воды в сосуде опускается на h . Какова масса шара? Плотность воды ρ .

59.2. По внутренней поверхности конуса движется шарик,



описывая горизонтальную окружность радиуса R . Найдите его скорость, если трения нет, а угол между образующей и вертикальной осью конуса равен α . Ускорение свободного падения \vec{g} .

59.3. В L-образной трубке в закрытом сверху вертикальном



колене высоты H над столбиком воды находится воздух. Высота уровня воды в этом колене h . Горизонтальное колено открыто в атмосферу. Вертикальное колено медленно приве-

ли в горизонтальное положение, вращая вокруг горизонтальной части трубки. При этом длина столбика воздуха уменьшилась на d . Найдите атмосферное давление P , если плотность воды — ρ , ускорение свободного падения — \vec{g} , а температура не изменилась.

59.4. а) Каков заряд сферы радиуса R , если потенциал на её поверхности равен ϕ , а на большом расстоянии от её центра нулевой?

б) Нарисуйте силовые линии электрического поля этой сферы.

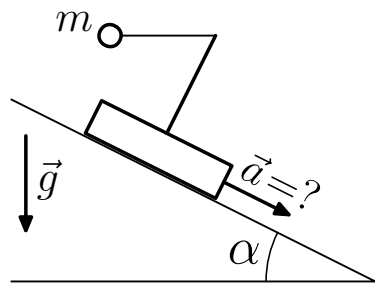
в) Какая работа совершается при зарядке конденсатора ёмкостью C до разности потенциалов U на его обкладках?

Вариант 510р—ГГФ

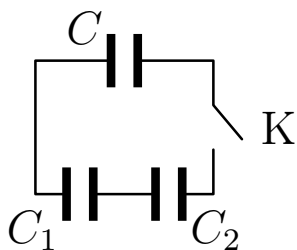
- 510.1. Толстостенный цилиндр с внутренним радиусом r и внешним R плавает вертикально, при этом уровень воды в нём на h выше уровня воды снаружи. В тонком дне цилиндра образуется отверстие и цилиндр медленно всплывает, не меняя ориентации. Найдите, на сколько цилиндр сместится по вертикали? Ускорение свободного падения \vec{g} .



- 510.2. К тележке, которую тянут вниз по наклонной плоскости, образующей угол α с горизонталью, на нити привязан груз массы m . Найдите ускорение тележки и натяжение нити, если при движении нить остаётся горизонтальной. Ускорение свободного падения \vec{g} .



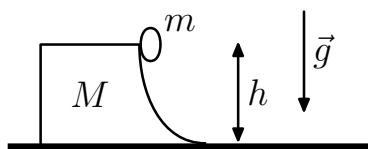
- 510.3. К заряженному конденсатору ёмкостью C подсоединили два незаряженных конденсатора с ёмкостями C_1 и C_2 , замкнув ключ K . После чего на верхнем конденсаторе установилось напряжение U . Найдите начальный заряд верхнего конденсатора.



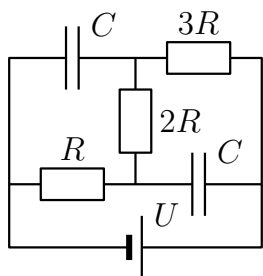
- 510.4. а) При температуре T давление идеального газа P . Сколько молей газа содержится в объёме V ?
- б) Нарисуйте на PV -диаграмме (с осями давление — объём) график процесса, при котором объём растёт прямо пропорционально температуре.
- в) Какая работа совершается при расширении газа от объёма V до объёма $4V$ при постоянном давлении газа P ?

Вариант 511–ГГФ

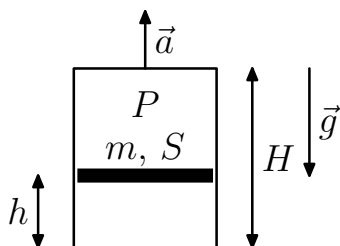
511.1. Маленькое тело массы m соскальзывает вниз по поверхности незакреплённого тела массой M . Форма поверхности соскальзывания представляет из себя вогнутый спуск высотой h , который плавно переходит в соприкосновение с горизонтальной плоскостью. Найдите скорость движения маленького тела на горизонтальной плоскости. Трения нет. Ускорение свободного падения $-\vec{g}$.



511.2. В приведённой схеме напряжение на батарее равно U , сопротивления резисторов R , $2R$ и $3R$, а ёмкости конденсаторов одинаковы и равны C . Найдите заряды верхнего и нижнего конденсатора и суммарную выделяющуюся на резисторах мощность.



511.3. В закрытом сверху вертикальном цилиндре высотой H и сечением S давление газа над тонким поршнем массой m исходно равно P . Поршень находится на высоте h над нижним открытым концом цилиндра. Цилиндр начинают поднимать с плавно увеличивающимся ускорением.



При каком значении ускорения a поршень выпадет из цилиндра? Трения нет, атмосферное давление и температура неизменны.

511.4. а) Дайте определение фокуса и фокусного расстояния линзы.

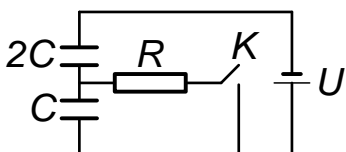
б) Что такое диоптрия? Каково фокусное расстояние линз очков с оптической силой $+5$ диоптрий? Собирающие это линзы или рассеивающие?

в) Какое изображение называется действительным, а какое мнимым?

2006 г.

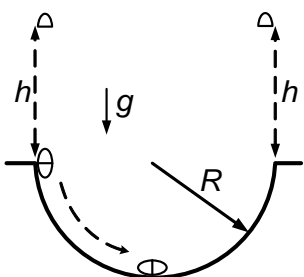
Вариант 61р—ФФ

61.1. Последовательно соединённые конденсаторы с ёмкостями



$2C$ и C зарядили от источника напряжения U . Найдите ток через резистор сразу после замыкания ключа K . Сопротивление резистора равно R .

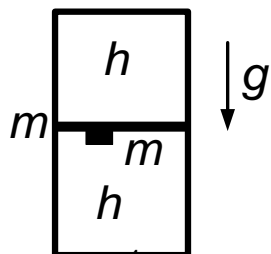
61.2. С края полусферической выемки радиуса R отпускают из



состояния покоя тело, состоящее из двух половинок с пороховым зарядом между ними. Если взорвать заряд в начальный момент на краю выемки, то обе половинки взлетают на одинаковую высоту h . На какие высоты h_1 и h_2 поднялись

бы эти половинки, если заряд взорвать в момент прохождения нижней точки выемки? Трением и сопротивлением воздуха пренебречь.

61.3. Вертикальный цилиндр заполнен одноатомным газом и

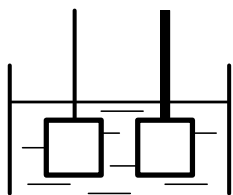


разделён поршнем массы m на два отсека высоты h . Снизу к поршню прикреплён груз той же массы m , размеры которого много меньше h . Исходно в состоянии равновесия давление газа в нижнем отсеке в 4 раза больше, чем в верхнем. Груз отрывается и падает на дно

цилиндра. Из-за теплового контакта с окружающей средой конечная температура устанавливается равной начальной. Насколько сместится поршень и сколько тепла будет передано от цилиндра окружающей среде? Ускорение свободного падения g , трения нет.

61.4. Представьте, что Вы находитесь на астероиде. Оцените максимальный радиус астероида, при котором брошенный Вами камень летел бы по круговой орбите вокруг него.

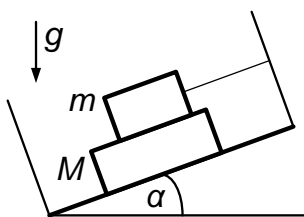
61.5. Поплавки, один с воткнутым сверху тонким стержнем,



второй — с толстым, плавают в солевом растворе, как показано на рисунке. Если их опустить в пресную воду, то первый погружается почти на всю длину стержня, а второй — остаётся почти на прежнем уровне погружения. Объясните наблюдаемое явление.

Вариант 62р—ФФ

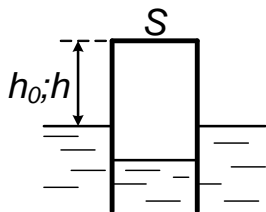
62.1. На дне коробки стоит брусок массы M , на котором находится кубик массы m . Кубик привязан к правой стенке коробки нитью, параллельной дну.



Кубик привязан к правой стенке коробки нитью, параллельной дну. Коэффициент трения между бруском и дном равен μ , трения между бруском и кубиком нет.

При каком угле наклона коробки брусок начнёт выскальзывать влево?

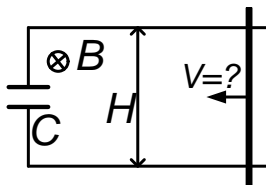
62.2. При температуре T_0 тонкостенный стакан сечения S плавает в воде вверх дном, выступая из воды на высоту h_0 . Найдите начальный объём воздуха в стакане, если при повышении температуры до T стакан начал выступать из воды на высоту h . Изменением атмосферного давления и плотности воды пренебrecь.



плавает в воде вверх дном, выступая из воды на высоту h_0 . Найдите начальный объём воздуха в стакане, если при повышении температуры до T стакан начал выступать из воды на высоту h . Изменением

атмосферного давления и плотности воды пренебrecь.

62.3. Незаряженный конденсатор ёмкости C подсоединён к про-

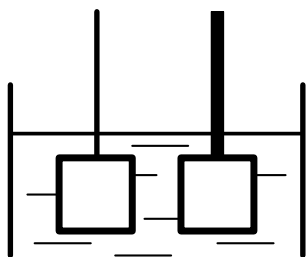


водам с сопротивлением ρ на единицу длины. Расстояние между ними H . Перпендикулярно контуру имеется магнитное поле с индукцией B . Равномерно движущаяся проводящая перемычка замыкает

эти провода. При какой скорости перемычки ток остаётся неизменным? Найдите величину этого тока, если в момент соприкосновения перемычки с проводами сопротивление контура равно R_0 .

62.4. Представьте, что Вы плывёте на лодке, в дне которой появилась пробоина. Оцените при какой её площади Вы будете успевать отчерпывать набирающуюся воду литровой банкой.

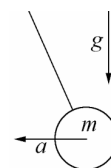
62.5. Поплавки (один с воткнутым сверху тонким стержнем, второй — с толстым) плавают в солевом растворе, как показано на рисунке. Если их опустить в пресную воду, то первый погружается почти на всю длину стержня, а второй — остаётся почти на прежнем уровне погружения. Объясните наблюдаемое явление.



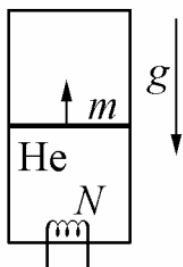
Если их опустить в пресную воду, то первый погружается почти на всю длину стержня, а второй — остаётся почти на прежнем уровне погружения. Объясните наблюдаемое явление.

Вариант 63—ФФ

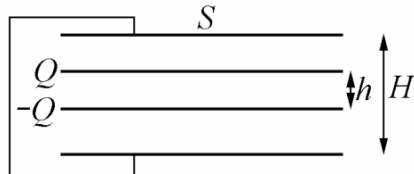
63.1. Тело массы m тянут за нить так, что оно летит по горизонтали с ускорением a . Найдите силу натяжения нити. Ускорение свободного падения — g .



63.2. Вертикальный теплоизолированный цилиндр разделен поршнем массы m . Над поршнем — вакуум, а ниже поршня — газообразный гелий. К газу подводится тепловая мощность N , при этом поршень поднимается с постоянной скоростью. Найдите эту скорость. Трения нет, ускорение свободного падения — g .



63.3. Пластины плоского конденсатора площади S соединены проводником. Зазор между ними H значительно меньше размеров пластин. Внутри находится второй конденсатор с пластинами той же площади, на которых имеются заряды Q и $-Q$. Определите, какую работу следует совершить, чтобы вытащить внутренний конденсатор, не меняя зазор h между его пластинами.



Определите, какую работу следует совершить, чтобы вытащить внутренний конденсатор, не меняя зазор h между его пластинами.

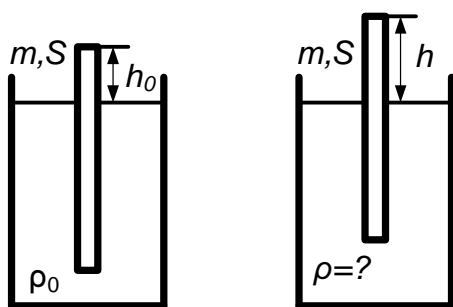
63.4. Оцените максимальную скорость движения тени высотного здания в полдень.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

63.5. Из проводов разного цвета свернуты две катушки, лежащие одна на другой. По одному выводу катушек соединены, а к двум другим подключен гальванометр. Над катушками двигают плоский магнит. Затем верхнюю катушку переворачивают и вновь двигают над катушками магнит. Показания гальванометра в этих двух случаях различаются. Объясните демонстрируемое явление.

Вариант 64—ФФ

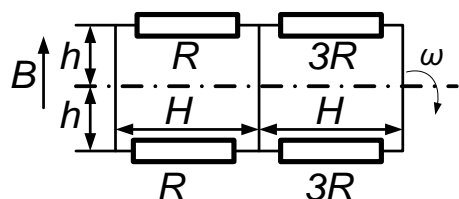
64.1. Пробирка массы m и сечения S плавает вертикально в



воде так, что верхний конец пробирки выше уровня воды на h_0 . Когда пробирку опустили в неизвестную жидкость, она плавает так, что её верхний конец выше уровня жидкости на h . Какова плотность жидкости ρ , если

плотность воды равна ρ_0 ?

64.2. В проводящей рамке с перемычкой включены резисторы с



указанными на схеме сопротивлениями, сопротивления проводов и перемычки пренебрежимо малы. Рамка вращается с угловой скоростью ω вокруг горизон-

тальной оси симметрии в вертикальном магнитном поле с индукцией B . Найдите наибольшее значение тока в перемычке. Размеры рамки даны на рисунке.

64.3. Конденсатор ёмкости C_0 зарядили до напряжения U_0 . После чего его отсоединили от источника напряжения и отпустили его нижнюю пластину. Она начала падать и, пролетев расстояние h по

вертикали, приобрела скорость v . Найдите ёмкость конденсатора C в этот момент, если масса пластины равна m , а ускорение свободного падения — g .

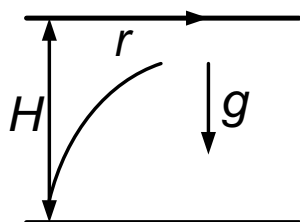
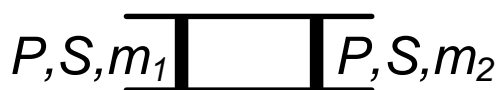
64.4. Оболочку воздушного шара наполняют нагретым воздухом. Оцените количество тепла, которое пойдёт на нагрев воздуха, чтобы воздушный шар мог поднять Вас. Удельная теплоёмкость воздуха при атмосферном давлении $1,0 \text{ кДж/кг} \cdot \text{град}$.

Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.

64.5. Массивное колесо надето на согнутый стержень, как на ось. Его ставят на наклонную доску так, что стержень упирается в неё. Колесо отпускают, оно стоит. Теперь вставляют другой стержень с большей длиной части от оси до доски. Отпущенное колесо скатывается по доске. Объясните демонстрируемое явление.

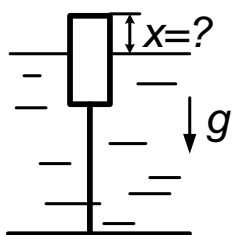
Вариант 65р—ФЕН

65.1. Горизонтальная труба сечения S закрыта с торцов поршнями с массами m_1 и m_2 . Снаружи имеется атмосферное давление P , а между поршнями — вакуум. Сначала отпускают левый поршень, а через время τ — второй. После неупругого столкновения поршни движутся совместно. Найдите их скорость.



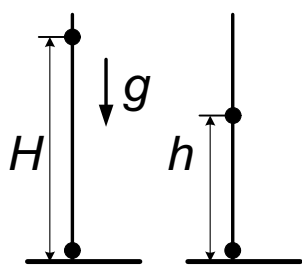
65.2. При взрыве на полу образовавшиеся осколки разлетаются во все стороны с одинаковыми по величине скоростями. На потолке, высота которого над полом равна H , область попадания осколков — круг радиуса r . Какова начальная скорость осколков? Ускорение свободного падения — g .

65.3. К цилиндрическому поплавку сечения S привязана стальная



цепь массы m и длины L в натянутом состоянии. Исходно одна четверть цепи лежит на дне. Насколько должен подняться уровень воды в водоёме, чтобы цепь оторвалась от дна? Плотность воды — ρ_0 , стали — ρ .

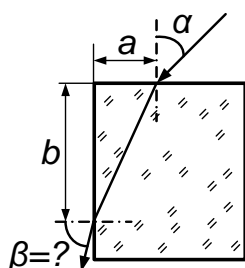
65.4. На нижнем конце вертикальной спицы закреплён заря-



женный шарик. На спицу надета бусинка с таким же зарядом. Она под действием собственного веса удерживается на высоте H . На какую высоту от нижнего конца спицы подскочит бусинка, если её приблизить к нему на расстояние h и отпустить? Трения нет.

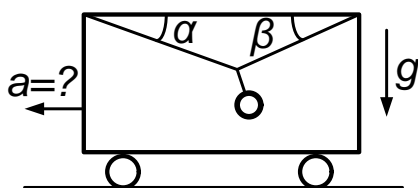
Вариант 66—ФЕН

66.1. Луч света падает на прямоугольную стеклянную пластинку



под углом α с нормалью к поверхности на расстоянии a от ребра, а выходит через боковую грань на расстоянии b от ребра. Какой угол β с нормалью к боковой грани образует выходящий луч?

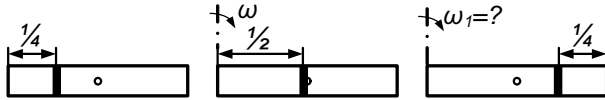
66.2. Гиля висит на лёгком тросике. Тросик прикреплён к потолку



вагона и пропущен через её ручку. Трения между ручкой и тросиком нет. С каким горизонтальным ускорением a движется вагон, если тросик образует углы

α и β с потолком? Ускорение свободного падения g .

66.3. В горизонтальном цилиндре с небольшим отверстием посе-

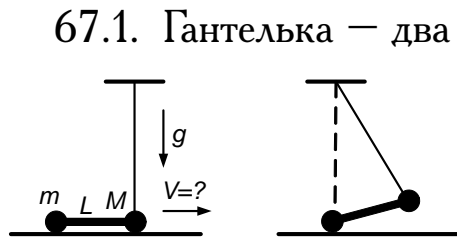


редине боковой стенки может без трения двигаться поршень.

Исходно расстояние от левого торца цилиндра до поршня равно $1/4$ длины цилиндра. Когда цилиндр раскрутили вокруг вертикальной оси, проходящей через левый торец, до угловой скорости ω , поршень оказался посередине цилиндра, не доходя до отверстия. При какой угловой скорости вращения вокруг той же оси поршень окажется на расстоянии $1/4$ длины цилиндра от правого торца? Температура воздуха и атмосферное давление неизменны.

66.4. Два шарика с одинаковыми зарядами q связаны нитью длины R и скользят по горизонтальной плоскости без трения. Правый шарик всё время тянут с постоянной скоростью v , направленной вдоль нити. Нить обрывается. Какая скорость u левого шарика в момент, когда расстояние между шариками удвоилось? Масса левого шарика равна m .

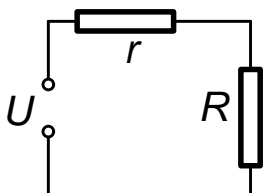
Вариант 67р—ГГФ



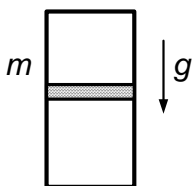
67.1. Гантелька — два груза с массами M и m , соединенные невесомым стержнем длины L , лежит на горизонтальной плоскости. Правый груз привязан нитью длины R к потолку и находится точно под точкой подвеса.

Какую горизонтальную скорость V надо сообщить гантельке, чтобы левый груз оказался на месте правого? Трения нет, ускорение свободного падения — g .

67.2. Нагреватель выделяет мощность N при подаче на него напряжения U_0 . Чтобы при подаче напряжения $U > U_0$ на нагревателе выделялась та же мощность, к нему последовательно подсоединяют резистор. Каково сопротивление r этого резистора?



67.3. Поршень массы m в вертикальном цилиндрическом сосуде



исходно неподвижен. Выше и ниже его находится газ при одинаковой температуре. Найдите силу трения, действующую на поршень, если при повышении общей температуры до величины T_1 поршень начинает

подниматься, а при понижении до T_2 — опускаться.

67.4. Радиус планеты Меркурий $R_m = 2,4 \cdot 10^3$ км, средняя плотность — $\rho_m = 5,5 \cdot 10^3$ кг/м³. Гравитационная постоянная — $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н · м²/кг².

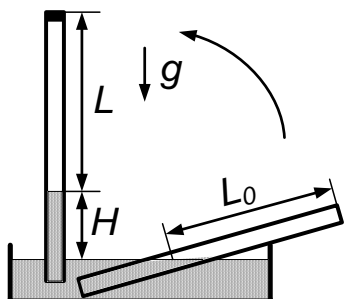
а) Получите выражение для первой космической скорости на Меркурии.

б) Вычислите её значения в км/с.

в) Получите выражение для ускорения свободного падения на поверхности Меркурия и рассчитайте его значение.

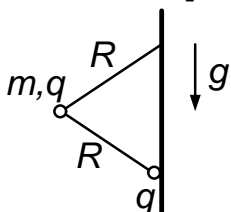
Вариант 68—ГГФ

68.1. Тонкую трубку опустили в сосуд так, что длина выступающей из воды части равна L_0 . Закрыв

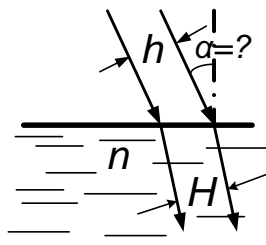


верхний конец, привели трубку в вертикальное положение, не вынимая нижний конец из воды. Уровень воды в трубке оказался на H выше уровня воды в сосуде при длине столбика воздуха L . Найдите атмосферное давление, если температура неизменна, плотность воды — ρ , ускорение свободного падения — g .

68.2. Шарик массы m с зарядом q привязан двумя нитями длины R к вертикальной стене. Угол между нитями — 60° . В точке соединения нижней нити со стеной закреплён заряд q . Найдите натяжения верхней и нижней нитей. Ускорение свободного падения — g .



68.3. Под каким углом α с нормалью к поверхности жидкости



нужно направить параллельный пучок света, чтобы расстояние между крайними лучами пучка в жидкости стало равно H ? В воздухе это расстояние равно h , показатель преломления жидкости n .

68.4. а) Сформулируйте закон Джоуля—Ленца для тепловой мощности, выделяющейся на участке цепи с сопротивлением.

б) Какой ток идёт через спираль электрической лампы мощностью 100 Вт при напряжении 220 В?

в) При напряжении 1 кВ на проводнике выделяется мощность 100 кВт. Каково сопротивление проводника?

ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ, УКАЗАНИЯ

1985 г.

Вариант 51

51.1. Пусть p — давление жидкости. Тогда $F = p(S_1 - S_2)$ и $F_x = F + pS_2$, откуда

$$F_x = \frac{F}{1 - S_2/S_1}.$$

51.2. При установившемся напряжении конденсаторы имеют общий заряд $q = UC_2$ с параллельным подключением:

$$Q = \frac{C_2 U^2}{2} - \frac{q^2}{2(C_1 + C_2 + C_3)} = \frac{C_2(C_1 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3} \cdot \frac{U^2}{2}.$$

51.3. Центр масс стержня займет низшее положение, когда стержень встанет вертикально. При этом сила натяжения нити из-за малости угла отклонения останется вертикальной. Поэтому горизонтальная составляющая импульса, равная нулю, не меняется, откуда $mv_B = mv_C$. По закону сохранения энергии

$$mv_B^2/2 + mv_C^2/2 = mg\ell + 3mg\ell.$$

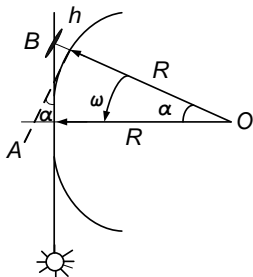
Отсюда $v_B = v_C = 2\sqrt{g\ell}$. Таким образом, стержень в этот момент вращается вокруг центра 0 отрезка BC . Расстояние $OA = 2OB$, поэтому $v_A = 2v_B = 4\sqrt{g\ell}$.

51.4. Угол $\alpha = \angle BOA \sim AB/R = \sqrt{(R+h)^2 - R^2}/R \approx \sqrt{2h/R}$.

Земля затратит для поворота на угол α время

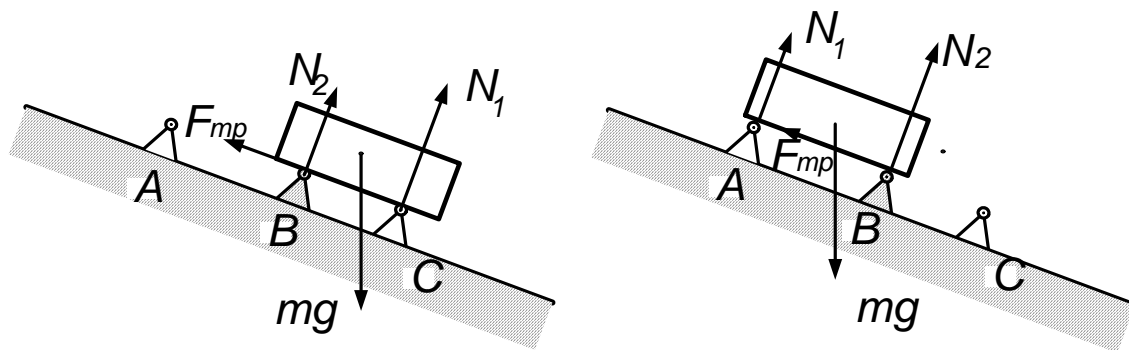
$$t \sim \alpha/\omega = \alpha \cdot T/2\pi \sim \sqrt{2h/R} \cdot T/2\pi.$$

$$t \sim \sqrt{h/2R} \cdot T/\pi \approx 15 \text{ мин}$$



при $R = 6,4 \cdot 10^3$ км, $h = 10$ км, $T = 1$ сут. Заменив R на $R \cos \varphi$ можно учесть широту φ . Близкий к полученной оценке порядок дает учет рефракции.

51.5. Когда брусок кладут на пару роликов, сила трения, действующая на него со стороны заклиненного ролика B , направлена влево (см. рисунок) и стремится повернуть брусок по часовой стрелке. В результате сила давления на правый (нижний) ролик будет больше, чем на



левый (верхний). Поэтому в первом случае $F_{\text{тр}} = \mu N_2$ будет меньше, чем во втором.

Если брусок начал соскальзывать, то благодаря тому, что центр тяжести смещается вправо, сила реакции, действующая на левый ролик, будет уменьшаться, а на правый — увеличиваться. Поэтому в первом случае брусок, начав съезжать, не сможет остановиться, а во втором — остановится.

Вариант 52

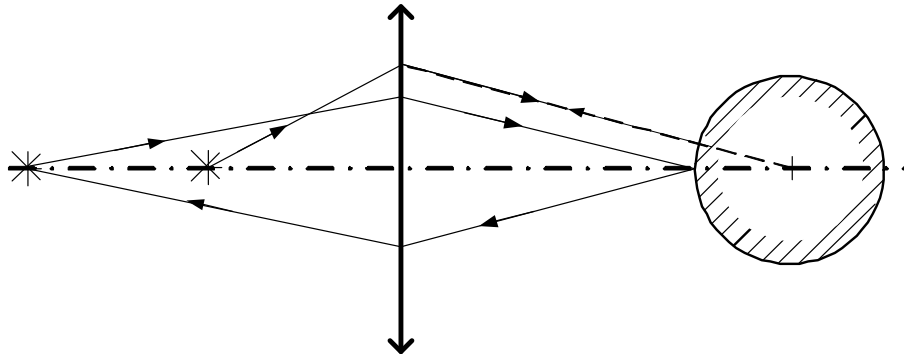
52.1. Показания вольтметра

$$V_a = \frac{\mathcal{E}}{r - (Rr_V)/(R + r_V)} \cdot \frac{Rr_V}{R + r_V} = \frac{\mathcal{E}r_V}{R + r + r_V} = V_6,$$

откуда $r_V = R^2/r$.

52.2. При $d < F$ решения нет.

При $F < d < R + F$ одно решение: $x = dF/(d - F)$.



При $d > R + F$ — два решения (см. рисунок):

$$1/x_1 + 1/d = 1/F, \text{ откуда } x_1 = dF(d - F);$$

$$1/x_2 + 1/(d - R) = 1/F, \text{ откуда } x_2 = (d - R)F/(d - R - F).$$

$$52.3. m\omega^2\ell/2 = 2T \cos 60^\circ,$$

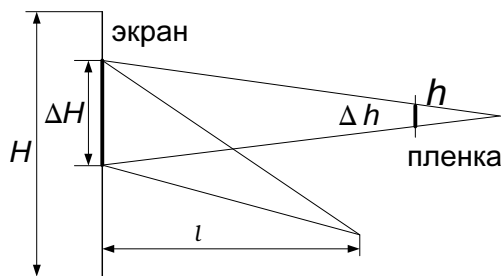
$$M\omega^2\ell\sqrt{3}/2 = 2T \cos 30^\circ + k(\sqrt{3} - \sqrt{2})\ell.$$

Здесь T — сила натяжения нити.

$$\omega = \frac{2k(1 - \sqrt{2/3})}{M - m}.$$

52.4. Пусть ΔH — размер на экране минимальной детали, различимой глазом зрителя с расстояния ℓ ; H — размер экрана; Δh — размер кристаллика («зерна») на пленке; h — размер кадра.

Из подобия (см. рисунок) $\Delta H/H \sim \Delta h/h$. Угловое разрешение



глаза (отношение мельчайшей детали, еще различимой глазом, к расстоянию до нее), определяется, например, из воспоминаний о посещении глазного кабинета: с расстояния нескольких метров видны детали букв, не мень-

шие нескольких миллиметров, т. е. $\Delta\theta \sim 10^{-3}$.

Тогда $\Delta H \sim \ell \cdot \Delta\theta$, где ℓ — расстояние от зрителя до экрана. Таким образом, $\Delta h \sim h \cdot \Delta H/H \sim h \cdot \ell \Delta\theta/H \approx 0,04$ мм при $\ell = 20$ м, $h \sim 1$ см, $\Delta\theta \sim 10^{-3}$, $H = 5$ м.

52.5. При взбалтывании за счет существенного увеличения поверхности соприкосновения горячей воды с воздухом происходит быстрый разогрев воздуха, увеличивающий давление в сосуде. Кроме того, резко возрастает испарение. К давлению воздуха добавляется заметное давление водных паров. Шарик раздувается. Потом воздух остывает, пар конденсируется, давление падает. Далее все повторяется, но при меньшей температуре, поэтому явление выражено слабее.

Вариант 53

53.1. Радиус светового пятна

$$r = \frac{R}{(a/d - 1)(a/F - 1)}.$$

53.2. В первом шаре давление $p_1 = \alpha/R_1$, а во втором $p_2 = p_1 + \alpha/R_2$, после того как остался один шар $p = \alpha/R$, объемы газа соответственно равны $V_1 = 4\pi(R_1^3 - R_2^3)/3$,

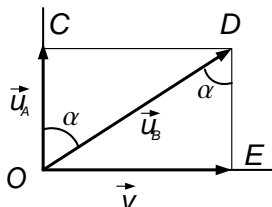
$$V_x = \frac{4\pi R_2^3}{3}, \quad V = \frac{4\pi R^3}{3}.$$

По закону Бойля—Мариотта $p_1 V_1 + p_2 V_2 = pV$.

Отсюда $R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2}$.

53.3. Продольная составляющая скорости $v_{\parallel} = v\sqrt{3}/2$, направленная вдоль оси реакции OC , сохраняется. Перпендикулярная составляющая скорости $v_{\perp} = v/2$ и направлена вдоль AB .

Используя законы сохранения энергии и импульса (сохраняющиеся продольные составляющие из уравнений уходят), имеем



$$\frac{3m(v/2)^2}{2} + \frac{m(v/2)^2}{2} = \frac{3mu_A^2}{2} + \frac{mu_{B\perp}^2}{2}$$

$$3m\frac{v}{2} - m\frac{v}{2} = 3mu_{A\perp} + mu_{B\perp}.$$

Отсюда $u_{A\perp} = 0$, $u_{B\perp} = v$. Таким образом, $u_A = v\sqrt{3}/2$ и направлена по OC (см. рисунок), $u_B = \sqrt{(v\sqrt{3}/2)^2 + v^2}$ и направлена по OD . Отсюда $\operatorname{tg} \alpha = OC/OE = 2\sqrt{3}$; $\alpha = \operatorname{arctg}(2/\sqrt{3})$.

53.4. Сила $F = \Delta p S$, где Δp — перепад давлений, который возникает из-за охлаждения воздуха в стакане и из-за изменения объема, так как вода, получившаяся из льда, занимает меньший объем. $F = \Delta p S = (p_a - p_1)S$, из обобщенного газового закона имеем

$$\frac{p_a(V_0 - V_\lambda)}{T_0} = \frac{p_1(V_0 - V_B)}{T_1},$$

$$F = p_a S \left(\frac{V_\lambda - V_B}{V_0 - V_B} + \frac{\Delta T}{T} \frac{V_0 - V_\lambda}{V_0 - V_B} \right).$$

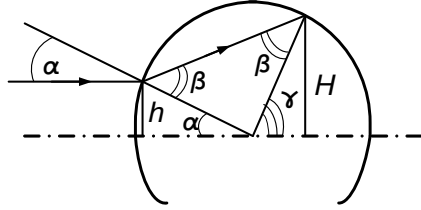
$F \approx 200(0,1 \cdot 0,066) \approx 30$ Н при $V_0 = 200$ см³, $T_0 = 273$ К, $\Delta T = 20$ К, $S = 20$ см², $V_\lambda = 110$ см³.

53.5. При закрывании одного из отверстий жидкость, вытекающая из него, тормозится. При этом создается избыточное давление, которое ускоряет жидкость, вытекающую через оставшееся отверстие. Поэтому высота фонтанчика сначала увеличивается.

После установления стационарного режима высота оставшегося фонтанчика оказалась бы на прежнем уровне (при пренебрежении изменением уровня в сосуде), если бы не сказывалось трение. На деле эта высота несколько больше первоначальной, так как потери на трение в шланге уменьшаются из-за уменьшения там скорости жидкости.

Вариант 54

54.1. В соответствии с рисунком имеем



$$\begin{aligned} H &= R \sin \gamma \simeq R\gamma, \\ h &= R \sin \alpha \simeq R\alpha, \quad \beta = \alpha n, \\ \gamma &= \pi - \alpha - (\pi - 2\beta) = \\ &= 2\beta - \alpha = (2n - 1)\alpha. \end{aligned}$$

Откуда $H/h \simeq \gamma/\alpha = 2n - 1$.

54.2. $pS = N + p_2S$; $\alpha S\beta p = N + P_2\alpha S$, где N — реакция стержня. Из этих условий равновесия имеем значение давления во втором отсеке: $p_2 = p \frac{\alpha\beta - 1}{\alpha - 1}$.

Объемы отсеков равны

$$V_1 = \frac{\ell}{2}S, \quad V_2 = \frac{\ell}{2}S + \frac{\ell}{2}\alpha S, \quad V_3 = \frac{\ell}{2}\alpha S.$$

Так как температура во всех отсеках одинакова, поршни после нагрева останутся на прежних местах. Тогда, вводя полное число молей газа ν имеем из закона Менделеева—Клапейрона:

$$p_1V_1 + p_2V_2 + p_3V_3 = \nu RT_1, \quad p_1 \equiv p, \quad p_3 \equiv \beta p,$$

откуда

$$pS\ell \frac{\alpha^2\beta - 1}{\alpha - 1} = \nu RT_1.$$

Из закона сохранения энергии $Q + \nu cT_1 = \nu cT_2$ находим ν .

В итоге искомое изменение давления

$$\Delta p = p' - p = \frac{QR}{cS\ell} \frac{\alpha - 1}{\alpha^2\beta - 1}.$$

54.3. Начальное равновесие дает $kx_0 = Mg$. По закону сохранения энергии имеем

$$\frac{kx_0^2}{2} + (M + m)g(x_{\max} - x_0) = \frac{kx_{\max}^2}{2}; \quad x_{\max} \neq x_0.$$

Подставляя $x_0 = Mg/k$, получаем

$$x_{\max} = (M + 2m)g/k.$$

Из второго закона Ньютона

$$\begin{aligned} ma &= mg - N, \\ (M + m)a &= (M + m)g - kx. \end{aligned}$$

Отсюда $N = \frac{mkx}{M+m}$, т. е.

$$N_{\max} = \frac{mkx_{\max}}{M+m} = mg \frac{M+2m}{M+m}.$$

54.4. Мощность $N \sim \left(\frac{mv^2}{2}\right)/\tau$, где τ — время сплющивания пули, $\tau \sim \ell/v_{\text{средн.}} \sim 2\ell/v$. Таким образом, $N \sim mv^3/(4\ell) \approx 2 \cdot 10^6 \text{ Вт} = 2 \text{ МВт}$ при $m \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$, $\ell \sim 10^{-2} \text{ м}$, $v \approx 3 \cdot 10^2 \text{ м/с}$.

54.5. См. решение задачи 5 варианта 51.

Вариант 55

55.1. Масса воды — $\rho HS/2 + \rho hS/2$. Введем давление запертого между стенками воздуха ρ . Условие равновесия и закон Бойля—Мариотта дают: $p = p_a + \rho g(H - h)$ и $p(H - h) = p_a H$. Отсюда

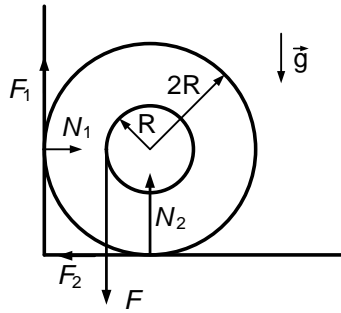
$$p_a = \frac{4g}{S} \cdot \frac{(\rho SH - m)^2}{2m - \rho SH}.$$

55.2. Чтобы изображение S' совпало с источником надо, чтобы изображение источника в зеркале также совпало бы со своим источником. Есть два случая:

- 1) изображение совпадает с центром сферы. Тогда $1/a_1 + 1/(d - R) = 1/F$, где a — расстояние от S' до линзы.
 $a_1 = F(d - R)/(d - R - F)$ при $d > R + F$ и $d < R$;
- 2) $1/a_2 + 1/d = 1/F$, откуда $a_2 = Fd/(d - F)$ при $d > F$.

Здесь лучи, идущие от линзы, попадают в точки пересечения оптической оси с зеркалом, тогда они отразятся под тем же углом к оси, что и пришли.

55.3. Условие равенства моментов относительно центра катушки:



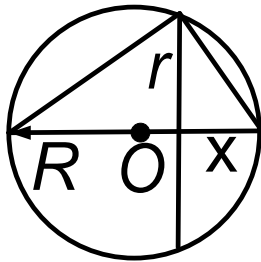
$$FR = (F_1 + F_2) \cdot 2R; F_1 = \mu N_1, F_2 = \mu N_2.$$

Равновесие по горизонтали дает $N_1 = \mu N_2$, а по вертикали приводит к условию $N_2 + \mu N_1 = mg + F$. Из этих уравнений получаем

$$F = \frac{2\mu(1 + \mu)}{1 - 2\mu - \mu^2} mg \text{ при } \mu \leq \mu_1 = \sqrt{2} - 1.$$

Условие заклинивания: $\mu > \mu_1 = \sqrt{2} - 1$ (μ_1 получается из уравнения $1 - 2\mu_1 - \mu_1^2 = 0$).

55.4. Дальность полета мяча $\ell \sim 4v^2/g$, где v — скорость ноги. Тогда $\Delta t \sim 2 \cdot \Delta R/v \sim \Delta R/\sqrt{g\ell} \approx 0,02$ с при $\Delta R \sim 0,1$ м, $g = 10$ м/с², $\ell \approx 60$ м. Возможна оценка как при ударе мяча о стенку.



$$\frac{x}{r} = \frac{r}{2R-x}, \quad x \ll R, \text{ отсюда } r^2 \approx x2R.$$

$$ma = F = \Delta p \cdot \pi r^2, \quad F \sim \Delta p \pi 2Rx,$$

т. е. линейно зависит от деформации (как в законе Гука). Отсюда, рассматривая коэффициент при x как жесткость k , имеем $k =$

$2\pi R \cdot \Delta p$. Вводя массу мяча m , получаем для частоты колебаний

$$\frac{2\pi}{T} = \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2\pi R \Delta p}{m}},$$

откуда

$$\Delta t = T/2 = \pi/\omega = \sqrt{\pi m 2R \Delta p} \sim 10^{-2} \text{ с.}$$

55.5. См. решение задачи 5 варианта 52.

Вариант 56

56.1. Пар под поршнем должен частично сконденсироваться. Давление его после начала конденсации и до конца равно $2p$. Над порш-

нем по Бойлю—Мариотту

$$p_1 = pV/V_1 = pV/(V + \frac{3}{4}V) = 4p/7.$$

Из условия равновесия поршня $p_1 S + mg = 2pS$, откуда

$$mg = (2 - 4/7)pS = 10pS/7.$$

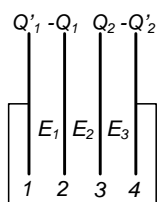
56.2. Условие равновесия шара по вертикали:

$$mg + 2N \sin \alpha = 2kN \cos \alpha,$$

где N — сила нормального давления доски на шар. Равенство моментов относительно оси, проходящей через точку A , дает $Mg(L/2) \sin \alpha = N(L/2)$. Откуда

$$k = \frac{m + 2M \sin^2 \alpha}{2M \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{m + 2M \sin^2 \alpha}{M \sin 2\alpha}.$$

56.3. Из закона сохранения заряда $Q_1 - Q_2 = Q'_1 - Q'_2$. С учетом суперпозиции полей от пластин:



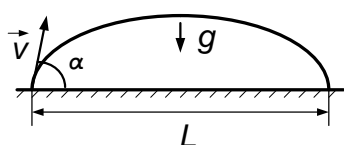
$$E_1 = Q'_1/\varepsilon_0 S,$$

$$E_2 = (Q'_1 - Q_1)/\varepsilon_0 S,$$

$$E_3 = (Q'_1 - Q_1 + Q_2)/\varepsilon_0 S.$$

Из-за замыкания проводником $U_{14} = (E_1 + E_2 + E_3)d = 0$, откуда $Q'_1 = (2Q_1 - Q_2)/3$, следовательно, $U_{23} = E_2 d = -(Q_1 + Q_2)d/3\varepsilon_0 S$.

56.4. Пренебрегая ростом, имеем для расстояния



$$L \sim (v^2/g) \sin 2\alpha,$$

$$L_{max} \sim (v^2/g),$$

$$v \sim \sqrt{2aS},$$

где S — путь разгона ядра, a — его ускорение.

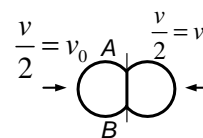
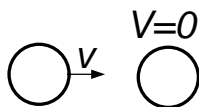
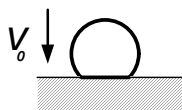
56.5. См. решение задачи 5 варианта 53.

1986 г.

Вариант 61

61.1. $F = mg(\mu_b/\mu - 1)$.

61.2. Скорость шарика при ударе о пол $v_0 = \sqrt{2gh}$ (см. рисунок слева). Пусть искомая скорость шарика равна v (см. рисунок в



центре). Перейдем в систему центра масс шариков, где они движутся навстречу друг другу со скоростями $v/2$. Роль непроницаемого каменного пола при их ударе сыграет плоскость симметрии AB (см. рисунок справа). Таким образом, ясно: чтобы шарик разбился, должно выполняться условие $v/2 = v_0 = \sqrt{2gh}$. Отсюда $v = 2\sqrt{2gh}$.

61.3. а) Изображение точки в коническом зеркале — кольцо радиуса $R = F/2$, на расстоянии $f_1 = 2F$ от линзы.

б) Изображение вышеупомянутого кольца в линзе дает точечное изображение в зеркале на расстоянии $f_2 = 5F/3$ от линзы.

в) Изображение точки в линзе без участия зеркала — точка на расстоянии $f_3 = 3F$ от линзы.

61.4. Пусть скорость велосипедиста на финише равна v , а сила сопротивления воздуха $F \sim \rho v^2 S$, где ρ — плотность воздуха, а S — эффективная площадь велосипедиста, которая встречает набегающий поток воздуха. Тогда мощность $N \sim F \cdot v \sim \rho v^3 S$. Положив $\rho \sim 1 \text{ кг/м}^3$, $v \approx 60 \text{ км/ч} \approx 16 \text{ м/с}$, $S \sim 0,5 \text{ м}^2$, получаем $N \sim 2 \text{ кВт}$.

61.5. При внесении в колбу холодного стержня на нем происходит конденсация пара. Масса и температура пара уменьшается, что приводит к уменьшению давления в закрытой колбе. При этом температура

кипения воды также понижается. В результате уже слегка остывшая вода снова начинает кипеть.

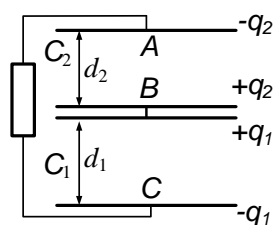
Вариант 62

62.1. $F = \frac{2}{3}\pi R^3(\rho_1 + \rho_2 - 2\rho_0)g$ из условия равенства сил, действующих на каждый шарик.

62.2. Давление p_n насыщающих паров воды при наличии воды остается неизменным:

$$p_n = p - \rho g a \frac{\ell + 2a}{\ell - 2a}.$$

62.3. После замыкания ключа получается эквивалентная схема,



изображенная на рисунке. Начальная энергия $W_{\text{нач}} = q^2/2C_1$, конечная — $W_{\text{кон}} = \frac{q_1^2}{2C_1} + \frac{q_2^2}{2C_2}$, где $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1}$, $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_2}$, $\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2}$.

Из закона сохранения заряда $q_1 + q_2 = q$. Из равенства разности потенциалов между A и B и C и B следует $\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$, откуда $q_1 = \frac{q}{1+d_1/d_2}$, $q_2 = \frac{q}{1+d_2/d_1}$. Из закона сохранения энергии выделившееся тепло $Q = W_{\text{нач}} - W_{\text{кон}}$:

$$Q = \frac{q^2 d_1^2}{2\varepsilon_0(d_1 + d_2)S}.$$

62.4. Человек видит две близкие точки как одну, т. е. слившимися, с расстояния нескольких метров ℓ , если расстояние d между этими точками не превышает нескольких миллиметров (вспомните проверку зрения у врача-окулиста). Для большего промежуточного расстояния h (расстояние между рельсами), они сольются на большем расстоянии L :

$$10^{-3} \sim d/\ell \sim h/L.$$

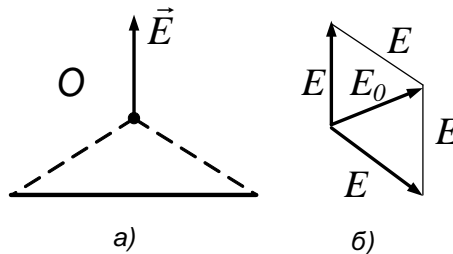
Отсюда $L \sim h\ell/d \sim 1$ км при $h \sim 1,5$ м.

62.5. Взаимодействие радиального тока и перпендикулярного плоскости колеса магнитного поля создают момент силы Ампера, направленной так, что колесо будет вращаться. При смене полюса направления силы, момента силы и вращения сменяются не противоположные.

Вариант 63

$$63.1. \quad t = \frac{(l_1 + l_2 - 2F - \sqrt{(l_1 - l_2)^2 + 4F})}{2v} = \frac{5(5 - \sqrt{5})}{4} \approx 3,5 \text{ с.}$$

63.2. Из соображения симметрии каждая из двух палочек в точке O создает одинаковый потенциал φ и одинаковую по величине на-

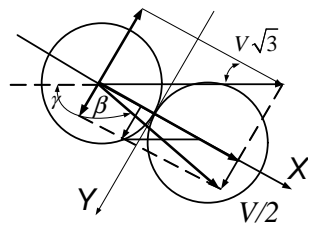


пряженность E , направленную перпендикулярно палочке (см. рисунок слева). Используя принцип суперпозиции, получаем $2\varphi = \varphi_0$, т. е.

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{2}.$$

Поля надо складывать векторно (см. рисунок справа). Получаем ромб, у которого стороны равны E , а короткая диагональ равна E_0 . Треугольник со сторонами E , E , E_0 — равносторонний, т. е. $|\vec{E}| = E_0$, направление вектора \vec{E} перпендикулярно оставшейся палочке. (Возможно красивое решение с добавлением третьей палочки, создающей полный правильный треугольник с $E = 0$ в центре.)

63.3. Проведем ось X через центры шаров, а ось Y — через точку их соприкосновения по касательной. Из-за гладкости шаров y -состав-



ляющая импульсов и скоростей шаров не изменяется после удара:

$$v_{yA} = v_{oyA} = v \sin 30^\circ = \frac{v}{2}.$$

Из-за упругости удара и равенства масс шаров с учетом сохранения y -составляющих их импульсов шары после удара обмениваются x -составляющими импульсов и скоростей, т. е.

$$v_{xA} = v_{oxB} = 2v \cos 30^\circ = v\sqrt{3}.$$

Отсюда искомый угол $\gamma = \pi/3 + \beta$, где $\operatorname{tg} \beta = v_{xA}/v_{yA} = 2\sqrt{3}$, т. е. $\gamma = \pi/3 + \operatorname{arctg}(2\sqrt{3})$.

63.4. Взяв объем парной $V \sim 100 \text{ м}^3$, имеем из уравнения Менделеева—Клапейрона для водяного пара

$$\Delta p \cdot V = \frac{m}{\mu} RT, \text{ т. е. } \Delta p \sim \frac{mRT}{\mu V}.$$

Положив $m = 1 \text{ кг}$, $T \approx 350 \text{ К}$, $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, $V \sim 10^2 \text{ м}^3$, $R = 8,3 \text{ Дж/К} \cdot \text{моль}$, получим $\Delta p \sim 1,6 \cdot 10^3 \text{ Па} \approx 0,02 \text{ атм}$. Возможно решение и через сравнение масс воздуха и пара в парной.

63.5. В отсутствии качаний сила натяжения нити $T \simeq mg \leq m_{\delta p} g (\mu \cos \alpha - \sin \alpha)$. При качаниях, когда маятник проходит вблизи положения равновесия $T \simeq mg + mv^2/\ell \simeq mg(1 + 2h/\ell)$, т. е. сила натяжения увеличивается и, нарушая равновесие, рывками сдергивает брусок вниз.

Вариант 64

$$64.1. \quad N_{\text{пар}} = \mathcal{E}^2 R / (R + \frac{r}{3})^2, \quad N_{\text{посл}} = 9\mathcal{E}^2 R / (R + 3r)^2, \\ N_{\text{посл}} = 4N_{\text{пар}}, \quad r = R/5.$$

64.2. Из закона сохранения энергии и условия потенциальности электростатического поля

$$2 \cdot \frac{mv_0^2}{2} + 2 \cdot q \frac{\ell}{2} E = 2 \cdot \frac{mv^2}{2}.$$

Из второго закона Ньютона

$$2 \cdot \frac{mv^2}{\ell} = T + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0\ell^2}.$$

В итоге

$$T = \frac{2mv_0^2}{\ell} + 2qE - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0\ell^2}.$$

64.3. Из равновесия кольца 3 следует $2mg = 3F \cos \alpha$, где F — сила натяжения нити. Из равновесия кольца 2 следует $3F - 3F \cos \alpha - mg = 0$. Отсюда $\cos \alpha = 2/3$, $r/H = \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{5/2}$, т. е.

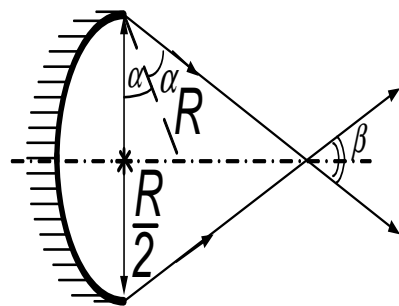
$$H = r \operatorname{ctg} \alpha = r \cdot 2\sqrt{5}/5.$$

64.4. Сила, действующая на шток насоса, примерно равна весу человека: $F \sim 500$ Н. Площадь поршня $S \sim 3 \cdot 10^{-3}$ м², избыточное давление $\Delta p \sim F/S \sim 2 \cdot 10^5$ Па. Сила, действующая на застрявшую дробинку, $F \sim \Delta p \cdot \pi r^2 \sim 1$ Н при $r \sim 1,5 \cdot 10^{-3}$ м. Ускорение дробинки $a \sim F_1/m = F_1/(\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3) \sim 10^4$ м/с², где $\rho \sim 10^4$ кг/м³. Отсюда $v_{\max} \sim \sqrt{a\ell} \sim 70$ м/с, где длина выходной трубки $\ell \approx 0,5$ м.

64.5. См. решение задачи 5 варианта 61.

Вариант 65

65.1. По мере того как точка падения луча на зеркало перемещается к краю, угол отражения α и соответственно угол между отраженными лучами



$\beta = 2(\frac{\pi}{2} - 2\alpha)$ монотонно растет:

$$\sin \alpha_{\max} = \frac{R/2}{R} = 1/2,$$

т.е. $\alpha_{\max} = \pi/6$. $\beta_{\max} = \pi/3$.

65.2. Пусть силы натяжения пружин AD и CD равны \vec{F}_1 , а BD равна \vec{F}_2 . Условие равновесия по вертикали дает $2F_1 \cdot \sqrt{3}/3 + F_2 = mg$ (*).

По закону Гука

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{k(\ell_1 - \ell_0)}{k(\ell_2 - \ell_0)} = \frac{\ell_0}{(\sqrt{3} - 1)\ell_0}, \text{ т. е. } F_2 = (\sqrt{3} - 1)F_1.$$

Так как после разрыва AD сила ее натяжения стала равна 0, то сила, действующая на грузик, стала равной $-\vec{F}_1$. Из (*) находим $\sqrt{3}F_1 + (\sqrt{3} - 1)F_1 = mg$, т.е. $F_1 = mg/(2\sqrt{3} - 1)$, откуда

$$\vec{a} = -\vec{F}_1/m, \quad |\vec{a}| = g/(2\sqrt{3} - 1).$$

65.3. За время τ под действием силы $F = J_0 B \ell$ стержень приобретает скорость $v = a\tau = J_0 B \ell \tau / m$. Из закона сохранения энергии $mv^2/2 = mgh(1 - \cos \varphi_m)$. Отсюда максимальный угол отклонения рамки

$$\varphi_m = 2 \arcsin \frac{J_0 B \ell \tau}{2m\sqrt{gh}}, \text{ при } \frac{J_0 B \ell \tau}{2m\sqrt{gh}} \leq 1,$$

при $\frac{J_0 B \ell \tau}{2m\sqrt{gh}} > 1$ рамка будет вращаться.

65.4. Кинетическая энергия осколков и воды при разлете примерно одинакова (давление внутри бутылки мгновенно возрастет больше, чем в тысячу раз: $p = \rho RT/\mu$) и в сумме будет равна начальной энергии воды: $mv^2 \sim mRT/\mu$. Положив $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $R = 8,3$ Дж/(К · моль), $T \sim 300$ К, получаем $v \sim 400$ м/с.

65.5. См. решение задачи 5 варианта 63.

Вариант 66

66.1. Так как пластина движется с постоянной по величине и направлению скоростью, сумма сил и их моментов равна нулю. Точки O_1 и O_2 — центры квадратов — точки приложения сил трения. Пусть вес

каждого из квадратов — mg , а ℓ — длина стороны. Тогда из-за отсутствия вращения, в частности, относительно оси, проходящей через точку A , перпендикулярно плоскости пластины:

$$\mu_1 \cdot mg\ell \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \mu_2, \quad mg \cdot \ell \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right). (*)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} \pm \alpha\right) = \sin\frac{\pi}{4} \cos\alpha \pm \cos\frac{\pi}{4} \sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha \pm \sin\alpha).$$

Таким образом, из уравнения (*) имеем

$$\frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad \text{откуда } \alpha = \operatorname{arctg} \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}.$$

(Есть вариант ответа $\alpha = \frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg} \frac{\mu_2}{\mu_1}$.)

66.2. В воздухе по формуле линзы $1/L + 1/f = 1/F$, откуда $f = FL/(L - F)$. За счет преломления луча на границе при выходе из линзы в воду $\sin\alpha/\sin\beta = n$, где α — угол в воздухе, β — угол в воде. Для малых углов отсюда $\alpha = \beta n$. Если изображение в воздухе находится на расстоянии f от границы воздух-линза, а от границы вода-линза расстояние h , тогда $f \cdot \alpha \simeq h\beta$, т. е.

$$h = f \cdot n = FLn/(L - F).$$

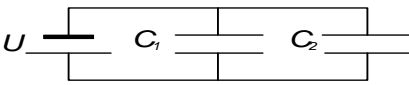
66.3. Пусть установившиеся заряды на пластинах: q_A, q_B, q_C . Поле, создаваемое одной пластиной, имеет напряженность $E = Q/(2\varepsilon_0 S)$. Разность потенциалов между B и C равна разности потенциалов между B и A : $U_{BC} = U_{BA} = U$. С учетом суперпозиции полей находим

$$U_{BC} = U \frac{d_2}{2\varepsilon_0 S} (q_A + q_B - q_C),$$

$$U_{BA} = U = \frac{d_1}{2\varepsilon_0 S} (-q_A + q_B + q_C).$$

Из закона сохранения заряда: $q_A + q_B + q_C = q$. В итоге

$$q_B = U\varepsilon_0 S \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right), \quad q_A = \frac{1}{2} \left(q - \frac{2U\varepsilon_0 S}{d_1} \right), \quad q_C = \frac{1}{2} \left(q - \frac{2U\varepsilon_0 S}{d_2} \right).$$

Сведение задачи к схеме  неверно!, так как ведет к нарушению закона сохранения заряда (пропадает поле вне пластин).

66.4. Струя движется только за счет давления столба воды. Из закона сохранения энергии для единицы объема имеем $\rho v^2/2 \sim \rho gh$, откуда $v \sim \sqrt{2gh}$. При $h \sim 100$ м, $g = 10$ м/с², $v \sim 45$ м/с.

66.5. См. решение задачи 5 варианта 62.

1987 г.

Вариант 71

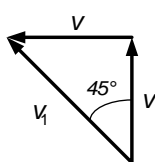
71.1. Длина проволоки $V/a^2 = \pi [b^2 - (b-a)^2 L/a^2]$, где L — длина отрезка трубы; V — объем металла; $R = \rho \ell/S$. Сопротивление проволоки $R_{\text{пр}} = \rho \pi [b^2 - (b-a)^2 L/a^2] L/a^4$. Сопротивление трубки $R_{\text{тр}} = \rho \ell/\pi [b^2 - (b-a)^2 L/a^2]$.

$$R_{\text{пр}}/R_{\text{тр}} = \pi^2 [b^2 - (b-a)^2 L/a^2]^2 / a^4 = \pi^2 (2b/a - 1)^2.$$

71.2. Из условия равновесия столбика ртути $p = \rho g(H - h) + p_1$, где p_1 — давление воздуха над ртутью, а S — сечение трубки. Из закона Бойля—Мариотта $p_1 = \rho V/(Sh)$. Из этих двух уравнений получаем $h^2 + \left(\frac{p}{\rho g} - H\right)h - \frac{pV}{S\rho g}$, откуда

$$h = \left[(H - p/\rho g) + \sqrt{(H - p/\rho g)^2 + 4pV/S\rho g} \right] / 2.$$

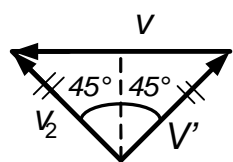
71.3. В системе отсчета, связанной с лентой, начальная скорость



\vec{v}_1 направлена под углом 45° к первоначальному направлению и $|\vec{v}_1| = v\sqrt{2}$ (см. рисунок). Направление скорости под действием трения в этой системе отсчета не

меняется, так что конечная скорость \vec{v}_2 здесь направлена под углом

90° к конечной скорости \vec{v}' в лабораторной системе отсчета ($|\vec{v}'| = v$ по условию). Из рисунка видно также, что $|\vec{v}_2| = |\vec{v}'| = v/\sqrt{2}$.

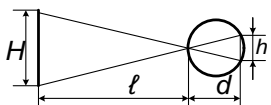


Подчеркнем, что оба рисунка указывают переход из лабораторной системы отсчета в систему отсчета, связанную с лентой. Шайба по ленте проходит путь $\ell\sqrt{2}$. По закону сохранения энергии

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = \frac{m}{2} \left(2v^2 - \frac{v^2}{2} \right) = \frac{3}{4}mv^2 = \mu mg \cdot \ell\sqrt{2}.$$

Отсюда $\mu = \frac{3}{4\sqrt{2}} \frac{v^2}{\ell g}$.

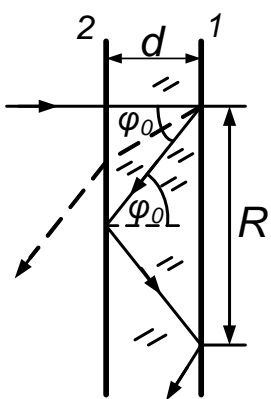
71.4. Из геометрических построений хода лучей через зрачок



глаза: $h/H \sim d/\ell$ (см. рисунок), откуда $h \sim Hd/\ell$. При росте человека $H \sim 2$ м и размере глазного яблока $d \approx 2$ см имеем для расстояния до человека $\ell \sim 10$ м:

$$h \sim Hd/\ell \sim 4 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 4 \text{ мм}.$$

71.5. Светлая точка O — место на закрашенной стороне пластины 1, куда попадает лазерный луч. Свет, рассеянный из этой точки, в результате полного внутреннего отражения от противоположной границы 2 вновь попадает на закрашенную сторону 1 начиная с расстояния $R = 2d/\operatorname{tg} \varphi_0$ от светлой точки O (d — толщина пластины, φ_0 — угол полного внутреннего отражения: $\sin \varphi_0 = 1/n$,



где n — показатель преломления вещества пластины.)

До этого на закрепленную часть попадает лишь не полностью отраженный свет.

Вариант 72

72.1. Газ просачивается сквозь поршень, пока его давление по обе стороны не станет одинаковым. Тогда его можно не учитывать при

сравнении сил, действующих на поршень. Тем самым задача свелась к совсем простой: в одном отсеке давление равно нулю, в другом — длиной $L+x$ — давление стало p' . По закону Бойля—Мариотта $p'(x+L) = pL$. Из условия равновесия поршня $F = p'S$. Отсюда $x = L(pS/F - 1)$ при $pS/2 < F < pS$; $x = 0$ при $pS \leq F$; $x = L$ при $pS/2 \geq F$.

72.2. Скорость жидкостей достигнет максимума, когда снова возникнет положение равновесия: более плотная жидкость окажется в нижней половине квадратной трубки, а менее плотная — в верхней. Центр тяжести жидкости, занимающей половину (верхнюю или нижнюю) квадрата, находится на расстоянии $\ell/8$ от ближайшей горизонтальной стороны. Смещение центра тяжести каждой жидкости после перетекания $\Delta\ell = \ell - 2 \cdot \ell/8 = 3\ell/4$. Тогда изменение потенциальной энергии: $\Delta\mathcal{E}_{\text{пот}} = (m_1 - m_2)g \cdot 3\ell/4 = (\rho_1 - \rho_2)S\ell g \cdot 3\ell/2$, а максимальная кинетическая энергия $\mathcal{E}_{\text{кин}} = (m_1 + m_2)v_{\text{max}}^2/2 = (\rho_1 + \rho_2)S\ell v_{\text{max}}^2$. Из закона сохранения энергии $\Delta\mathcal{E}_{\text{пот}} = \mathcal{E}_{\text{кин}}$ получаем

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{3}{2}g\ell\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}}.$$

72.3. До ликвидации перемычки по закону Фарадея имеем

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_1 &= q_1/C_1 = \Delta\Phi_1/\Delta t = (\pi R^2/2)B_0/T, \\ \mathcal{E}_2 &= q_2/C_2 = \Delta\Phi_2/\Delta t = -(\pi R^2/2)B_0/T.\end{aligned}$$

Отсюда

$$q_1 = \frac{\pi R^2}{2T}B_0C_1, \quad q_2 = -\frac{\pi R^2}{2T}B_0C_2.$$

После ликвидации перемычки из закона сохранения заряда

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2 = \frac{\pi R^2}{2T}B_0(C_1 - C_2);$$

из равенства потенциалов на обкладках конденсаторов $q'_1/C_1 = q'_2/C_2$. Из последних уравнений получаем

$$q'_1 = \frac{\pi R^2 B_0 C_1}{2T} \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2}, \quad q'_2 = \frac{\pi R^2 B_0 C_2}{2T} \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2}.$$

72.4. Бег — последовательность фаз полета после толчков ног. Если считать в грубой модели, что характер толчка сохранится, то дальность полета между толчками $S \sim 2v_0 \sin \alpha \cos \alpha / g$, время полета $\tau \sim 2v_0 \sin \alpha / g$, откуда $v = S/t \sim v_0 \cos \alpha$ не зависит от ускорения свободного падения, т. е. скорость бега по порядку величины должна быть близкой к скорости на Земле. Результат можно увидеть сразу, так как горизонтальная составляющая скорости, если не учитывать особенности толчков, не должна зависеть от ускорения свободного падения.

72.5. В бутылке без трубочки вода при вытекании образует разреженную область сверху, которая препятствует вытеканию. Оно продолжится только после того, как через воду «пробулькнет» пузырь воздуха, выравнивающий давление с атмосферным. В результате вода вытекает медленнее, чем во втором случае, где трубочка обеспечивает постоянное нормальное давление над водой, хотя трубочка несколько уменьшает площадь, через которую вытекает вода, проходя через горлышко бутылки.

Вариант 73

73.1. Различие времен падения t_1 и t_2 обусловлено различием начальных вертикальных скоростей. Вертикальная составляющая импульса системы равна нулю, массы частей равны. Отсюда с учетом закона сохранения импульса вертикальные начальные скорости частей равны и противоположны, причем скорость первой части $v_{01} \equiv v_0$, направлена вниз, скорость второй части $v_{02} \equiv -v_0$ направлена вверх. Для первой части $h = v_0 t_1 + gt_1^2/2$. Отсюда $v_0 = (2h - gt_1^2)/2t_1$. Для

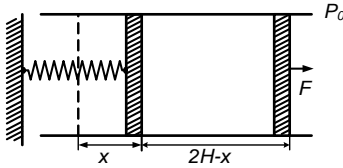
второй части $h = -v_0 t_2 + gt_2^2/2$, откуда, подставляя v_0 , $gt_2^2 + (gt_1^2 - 2h/t_1)t_2 - 2h = 0$. Отсюда однозначно $t_2 = 2h/(gt_1)$.

73.2. Условия равновесия левого поршня

$$p_0 S - kx - p_1 S = 0. \quad (1)$$

Условия равновесия правого поршня:

$$p_1 S + F - p_0 S = 0. \quad (2)$$



Из закона Бойля—Мариотта

$$p_0 H = p_1 (2H - x). \quad (3)$$

Из (1) и (2) следует, что $F = kx$, т. е. $x = F/k$. Из (2) $p_1 = p_0 - F/S$, из (3) $p_0 H = (p_0 - F/S)(2H - F/k)$.

Таким образом, получаем $F^2 - F(2kH + p_0 S) + p_0 H k S = 0$. Отсюда $F = kH + p_0 S/2 - \sqrt{(kH)^2 + (p_0 S/2)^2}$ при $k \rightarrow 0$, $F \rightarrow 0$).

73.3. Нижний шарик подпрыгнет при условии $mg = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 \ell^2}$, где ℓ — наименьшее расстояние между шариками при отпускании верхнего шарика. Из закона сохранения энергии

$$mgh - \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 h} = mg\ell - \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 \ell} + k(h - \ell)^2/2,$$

т. е. с учетом условия $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} = mg\ell^2$ получаем

$$\ell^2 - \frac{2kh^2}{kh + 2mg}\ell + \frac{h^2(kh - 2mg)}{kh + 2mg} = 0,$$

откуда

$$\ell_{1,2} = \frac{kh^2}{kh + 2mg} \pm \frac{2mgh}{kh + 2mg}.$$

Условию минимальности заряда удовлетворяет знак «−»:

$$\ell = h \frac{kh - 2mg}{kh + 2mg}, \text{ откуда } Q_{\min} = \sqrt{4\pi\epsilon_0 mg} \cdot h \frac{kh - 2mg}{kh + 2mg}.$$

73.4. При смятии шины $p\Delta V \sim mv^2/2$, причем $p\Delta V \approx pSd \approx (mg/S_0)Sd \approx mgd^2/\delta$ где d — диаметр сечения шины ($d \approx 5 \cdot 10^{-2}$ м), δ — размер сжатия шины при нормальной езде по ровной дороге ($\delta \sim 10^{-2}$ м), m — масса человека с велосипедом. Таким образом, скорость $v \sim d\sqrt{2g/\delta} \sim 2$ м/с.

73.5. Вначале быстро разогреваются тонкие стенки металлического сосуда и объем его увеличивается, поэтому уровень жидкости понижается. Затем прогревается сама жидкость, ее объем растет и уровень в трубке повышается.

Вариант 74

74.1. Сила трения $\mu mg \cos \alpha$ направлена против результирующей силы $\sqrt{F_{min}^2 + (mg \sin \alpha)^2}$. Приравнивая силы, получаем

$$F_{min} = mg\sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} \text{ при } \mu \geq \operatorname{tg} \alpha,$$

$$F_{min} = 0 \text{ при } \mu < \operatorname{tg} \alpha.$$

74.2. Из закона сохранения заряда $2CU = Q_1 + Q_2$. Из равенства разностей потенциалов на обкладках конденсаторов $Q_1/2C = Q_2/C$, т. е. $Q_1 = 2Q_2 = 4CU/3$. Наконец, из закона сохранения энергии:

$$2\frac{Mv^2}{2} = W_{\text{нач}} - W_{\text{кон}} = 2\frac{CU^2}{2} - \left(\frac{Q_1^2}{2(2C)} + \frac{Q_2^2}{2C}\right) = \frac{CU^2}{3},$$

имеем $v = \sqrt{CU^2/3M}$.

74.3. Из-за отсутствия трения из условия равновесия для левого поршня давление p_1 слева и справа от него должно быть одним и тем же. Тогда и объемы в левом и правом отсеках до конденсации пара должны быть одинаковыми. Иначе говоря, пока $p_1 \leq 2p_0$, длина каждого отсека равна $(2L - a)/2 = L - a/2$, таким образом, смещение левого поршня $x = a/2$ при $p_1 \leq 2p_0$ ($a \leq L$).

При дальнейшем выдвигании поршней пары воды конденсируются и давление, одинаковое в обоих отсеках, будет постоянным и равным $2p_0$, так как по закону Бойля—Мариотта $p_0L = 2p_0\ell$. Отсюда $\ell = L/2$. При этом $2L - a - L/2 = x$, откуда $x = 3L/2 - a$ при $L \leq a \leq 3L/2$. (Объемом конденсировавшейся воды пренебрегаем.) При $a > 3L/2$ $x = L$.

74.4. Работа против сил F на пути S (размер обуха) $FS \sim mv^2/2$, где m — масса топора, v — его скорость. Топор, как и руки, движется примерно с той же скоростью, что и ноги при беге.

Таким образом, $F \sim mv^2/2S \sim 5 \cdot 10^3$ Н при $m \sim 1$ кг, $S \sim 10^{-2}$ м, $v \sim 10$ м/с.

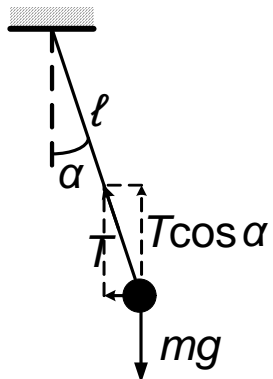
74.5. См. решение задачи 5 варианта 71.

Вариант 75

75.1. Ток половину периода идет через один диод, выделяя на нем среднюю за этот полупериод мощность $N_1 = U^2/2R_1$. Вторую половину периода идет через другой диод, выделяя на нем среднюю за этот полупериод мощность $N_2 = U^2/2R_2$. Таким образом, полная средняя мощность, выделяющаяся в цепи,

$$N = N_1 + N_2 = U^2(R_1 + R_2)/(2R_1R_2).$$

75.2. Из второго закона Ньютона для горизонтальных и вертикальных составляющих сил имеем



$$\begin{cases} m\ell \sin \alpha \omega^2 = mgtg\alpha + qB\ell \sin \alpha \cdot \omega, \\ mg = T \cos \alpha. \end{cases}$$

Отсюда

$$\omega^2 - Bq\omega/m - g/(\ell \cos \alpha) = 0,$$

$$\omega_+ = \frac{Bq}{2m} + \sqrt{\left(\frac{Bq}{m}\right)^2 + \frac{g}{\ell \cos \alpha}}.$$

Если изменить направление вращения на противоположное, имеет смысл второй корень

$$\omega_- = \sqrt{\left(\frac{Bq}{m}\right)^2 + \frac{g}{\ell \cos \alpha}} - \frac{Bq}{2m}.$$

75.3. В момент отрыва скорость шарика и конца пружины одинаковы. Отрыв происходит при $x = 0$ (x — смещение пружины от положения равновесия). Кинетическая энергия массивной пружины пропорциональна квадрату скорости: $\mathcal{E}_{\text{пр}} = \alpha v^2$, где α — коэффициент, пропорциональный массе пружины. Из сохранения энергии имеем: $\frac{kx_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \alpha v^2$; $\frac{kx_0^2}{2} = 2m \cdot \frac{2}{3}v^2 \cdot \frac{1}{2} + \alpha \cdot \frac{2}{3}v^2$; $\frac{kx_0^2}{2} = \frac{3mv_x^2}{2} + \alpha v_x^2$. Из первых двух уравнений находим α :

$$\frac{m}{2} + \alpha = \frac{2}{3}m + \frac{2}{3}\alpha, \quad \text{откуда } \alpha = m/2.$$

Подставляя α в последнее уравнение, находим v_x :

$$\frac{kx_0^2}{2} = mv^2 = \left(\frac{3m}{2} + \frac{m}{2}\right) v_x^2, \quad v_x = \frac{v}{\sqrt{2}}.$$

75.4. Последний метр капля проходит с постоянной скоростью, т. е. $mg = F_{\text{сопр}}$. Работа силы сопротивления $A = F_{\text{сопр}} \cdot h = mgh$. Масса капли $m = \rho \cdot 4\pi r^3/3 \sim \rho \cdot 4r^3$. $A \sim 4\rho r^3 gh$. $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $r \sim 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$, $g = 10 \text{ м/с}^2$, $h = 1 \text{ м}$. $A \sim 4 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$.

75.5. См. решение задачи 5 варианта 72.

Вариант 76

76.1. Из уравнения Менделеева—Клапейрона для одного моля газа $pV = RT$ следует, что угол наклона α изохоры к оси температур таков, что $\text{tg } \alpha = p/T = R/V$. Другими словами, максимальный наклон соответствует минимальному объему и наоборот. V_{min} соответствует изохоре OB , V_{max} — изохоре OD .

$$V_{\text{min}} = RT_1/p_2, \quad V_{\text{max}} = RT_2/p_1.$$

76.2. Пусть на обкладке конденсатора окажется заряд q , тогда на шаре останется заряд $Q - q$. На другой обкладке возникнет заряд $Q - q$, а на шаре радиуса R — заряд $+q$. (Из-за сохранения заряда.) Приравнявая разности потенциалов между обкладками и между шарами, получаем $4\pi\varepsilon_0 q/C = \frac{Q-q}{r} - \frac{q}{R}$, откуда

$$q = \sqrt{1 + r \left(\frac{1}{R} + \frac{4\pi\varepsilon_0}{C} \right)}.$$

76.3. Так как скорость v бусинки постоянна, сила трения μN уравновешивает «скатывающую» силу $mg \sin \alpha$. Из второго закона Ньютона получаем

$$\left(\frac{mv^2 \cos^2 \alpha}{R} \right)^2 + (mg \cos^2 \alpha)^2 = N^2 = \left(\frac{mg \sin \alpha}{\mu} \right)^2.$$

Отсюда, сократив на m , имеем

$$v = \frac{\sqrt{Rg}}{\cos \alpha} \left\{ \left(\frac{\sin \alpha}{\mu} \right)^2 - \cos^2 \alpha \right\}^{1/4} \quad \text{при } \operatorname{tg} \alpha > \mu.$$

76.4. Грубая оценка по порядку величины из закона сохранения энергии дает: $mv_{\text{ц.т.}}^2/2 + mg \cdot \ell/2 \sim Fh$, где $F \sim (M_{\text{чел}}/2)g$. F — сила давления одной ноги стоящего человека. (Конечно, неточно $\mathcal{E}_{\text{кин}} = mv_{\text{ц.т.}}^2/2$, но в грубой модели такая точность достаточна.)

$$v_{\text{ц.т.}} \sim \sqrt{\left(\frac{M}{m}h - \ell \right) g}, \quad \frac{v_x}{v_{\text{ц.т.}}} = 2, \quad \text{так как } v = \omega r,$$

т. е. $v_x \sim 2\sqrt{\left(\frac{M}{m}h - \ell \right) g} \sim 15 \text{ м/с}$ при $M/m \sim 70$; $h \sim 0,1 \text{ м}$; $\ell \simeq 1,5 \text{ м}$; $g = 10 \text{ м/с}^2$.

76.5. См. решение задачи 5 варианта 73.

1988 г.

Вариант 81

81.1. Введем массу груза m . Тогда $ma = T_2 - T_1$, $mg + T_3 = T_1$.
Отсюда

$$a = g \frac{T_2 - T_4}{T_1 - T_3}.$$

81.2. В момент максимального сжатия правый конец пружинки должен иметь, как и грузик скорость v . Перейдем в систему отсчета, где левый конец A пружинки покоится. В этой системе грузик, имея начальную скорость v , сжимает пружинку на Δx и останавливается. Таким образом,

$$\frac{mv^2}{2} = k\Delta x^2/2.$$

В начальной системе отсчета грузик отойдет от пружинки со скоростью v_1 , когда она полностью распрямится. Из закона сохранения энергии получаем

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2}.$$

С учетом предыдущего соотношения, имеем

$$v_1 = \sqrt{2}v.$$

81.3. При напряжении U выделяющееся на сопротивлении количество теплоты $\Delta W_{1,2} = U^2 t_{1,2} / R_{1,2}$, т. е. $\Delta W_1 / \Delta W_2 = t_1 R_1 / t_2 R_2$ не зависит от U . Значит, отношение полных количеств теплоты $W_1 / W_2 = t_1 R_1 / t_2 R_2$. Из закона сохранения энергии $W_1 + W_2 = CU^2/2$. Отсюда

$$W_1 = \frac{t_1 R_2}{t_1 R_2 + t_2 R_1} \frac{CU^2}{2}, \quad W_2 = \frac{t_2 R_1}{t_1 R_2 + t_2 R_1} \frac{CU^2}{2}.$$

81.4. Работа при выходе через свисток может быть оценена так: $A \sim p\Delta V \sim pV\Delta p/p \sim V\Delta p$, где V — объем воздуха, выдыхаемый из легких, а Δp — прирост давления при продувке ($\Delta p \sim 0, 1p$).

Положив, что время свиста $t \sim 10$ с, $p \approx 5 \cdot 10^5$ Па, $V \approx 1$ л = 10^{-3} м³ получаем, что искомая мощность $N \sim A/t \sim \Delta p V/t \sim 5$ Вт.

81.5. Эффект обусловлен тем, что отраженный вторым зеркалом поток затем отражается от первого, причем происходят многократные отражения. В итоге к первоначальному потоку, прошедшему через первое зеркало, добавляется этот ещё осязаемый вклад в результате многократных отражений.

Вариант 82

82.1. Накопленный за время τ импульс $(F - F_{\text{тр}})\tau$ растрчивается за время t : $(F - F_{\text{тр}})\tau = F_{\text{тр}}t$, отсюда $F_{\text{тр}} = F/(1 + t/\tau)$.

82.2. Поток индукции B через рамку не меняется, поэтому сопротивления R_2 и R_1 оказываются включенными параллельно. По закону Фарадея $\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\Delta\Phi/\Delta t = B\ell v$. Таким образом, по закону Ома получаем для тока, идущего через амперметр,

$$J_A = \frac{B\ell v}{R_1 + R_2 R_3 / (R_2 + R_3)}.$$

82.3. Пружина начинает приподнимать груз, когда $mg = kx_0$, где x_0 — удлинение пружины к этому моменту.

Перейдем в систему отсчета, движущуюся вверх со скоростью \vec{v} . В этой системе грузик в момент отрыва от стола движется вниз со скоростью v . Если ввести x — максимальное удлинение пружины, то относительно низшей точки потенциальная энергия грузика в этот момент равна $mg(x - x_0)$. Используя закон сохранения энергии, получаем,

$$\frac{mv^2}{2} = mg(x - x_0) + \frac{kx_0^2}{2} = \frac{kx^2}{2}.$$

Отсюда, с учетом того что $x_0 = mg/k$, имеем

$$kx^2 - 2mgx - mv^2 + m^2 g^2 / k = 0.$$

Решение уравнения однозначно, так как $x > x_0$:

$$x = \frac{mg}{k} + v\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

82.4. Кинетическая энергия пули $mv^2/2$ переходит во внутреннюю энергию сжатого внутри ствола воздуха $3/2\nu R(T - T_0)$. Температура сжатого воздуха $T \gg T_0$, так что на уровне оценки из закона сохранения энергии следует $mv^2 \sim 3\nu RT$. Потерями тепла из-за быстроты процесса можно пренебречь. По закону Клапейрона—Менделеева $p_0\ell S = \nu RT_0$.

Таким образом,

$$T \sim \frac{mv^2 T_0}{3p_0\ell S}.$$

При $m \sim 10$ г, $v \sim 7 \cdot 10^2$ м/с, длине ствола $\ell \sim 1$ м, сечение его $S \sim 10^{-4}$ м², $p_0 = 10^5$ Па, $T_0 \sim 300$ К получаем $T \sim 5 \cdot 10^4$ К.

82.5. Лампа Л2 гаснет, когда мост практически уравновешен. Так как до этого она горела, значит, сопротивление ламп Л1 и Л3 не R , а меньше (так как по мере нагрева включенных ламп их сопротивление растет с температурой).

Ток вначале, таким образом, идет по пути наименьшего сопротивления — через три лампы. А поскольку лампа Л2 загорается первой, ее начальное сопротивление должно быть самым большим среди трех ламп.

Вариант 83

83.1. Из закона Бойля—Мариотта получаем $p'_1 = 2p_1$, $p'_2 = 2p_2/3$. Из условия равновесия поршня следует, что

$$p'_1 - p'_2 = p_2 - p_1.$$

Искомое отношение $m_1/m_2 = p_1/p_2 = 5/9$.

83.2. В момент отрыва кубика скорость налетающего кубика равна u , тогда

$$mv^2/2 = mu^2/2 + F^2/2k \quad (\text{условие отрыва: } kx = F).$$

После отрыва из закона сохранения импульса $mu = mv_1 + mv_2$. Из закона сохранения энергии

$$mv^2/2 = mv_1^2 + mv_2^2/2.$$

Решая совместно получившуюся систему, приходим к ответу:

$$\begin{aligned} v_1 &= -\frac{1}{2} \left(\sqrt{v^2 + F^2/mk} - \sqrt{v^2 - F^2/mk} \right), \\ v_2 &= \frac{1}{2} \left(\sqrt{v^2 + F^2/mk} + \sqrt{v^2 - F^2/mk} \right), \end{aligned}$$

причем $v^2 > F^2/mk$ из условия отрыва.

83.3. Из закона Фарадея $\mathcal{E} = BLv$. Тогда ток через индуктивность L , $J_L = Blvt/L$. А через сопротивление R $J_A = Blv/R$. Сила Ампера, действующая на перемычку, $F = (J_L + J_R) B\ell$, т. е.

$$F = B^2\ell^2v(1/R + t/L).$$

83.4. Если ввести плотность снега ρ , ширину путей ℓ , высоту слоя снега h , скорость локомотива v , тогда масса снега, считаемая за время Δt , равна $\Delta m \sim \rho\ell hv\Delta t$, а энергия, требуемая для этого,

$$\Delta\mathcal{E} \sim \Delta mv^2 \sim \rho\ell hv^3\Delta t.$$

Отсюда мощность $N = \Delta E/\Delta t \sim \rho\ell hv^3 \sim 50$ кВт при $\rho = 0,5 \cdot 10^3$ кг/м³, $\ell = 1$ м, $h \sim 0,1$ м, $v \sim 10$ м/с.

83.5. См. решение задачи 5 из варианта 81.

Вариант 84

84.1. По закону Бойля—Мариотта $pV = p_x Sh$; зная $p_x = pV/Sh$, находим $m = 3pV/hg$.

84.2. Суммируя проекции на направление силы \vec{F} сил натяжения, сообщающих массам m центростремительные ускорения $v^2/(\ell/2)$ получаем

$$F = \frac{2mv^2}{(\ell/2)} \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \frac{mv^2}{\ell}.$$

84.3. Из закона сохранения энергии до сдвига

$$\frac{LJ_0^2}{2} = \frac{L}{2} \left(\frac{J_0}{2} \right)^2 + W_{\text{конд}},$$

откуда $W_{\text{конд}} = \frac{3}{8}LJ_0^2$. После сдвига

$$\frac{LJ^2}{2} = \frac{LJ_0^2}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8}LJ_0^2.$$

Отсюда $J = J_0 \sqrt{\frac{5}{8}}$.

84.4. Сразу после вылета пули со скоростью v из закона сохранения импульса $mv = Mu$. Если путь торможения в плече x , то энергия ружья $\sim Mu^2$ идет на работу против тормозящей силы F : $Mu^2 \sim Fx$.

Отсюда $F \sim m^2v^2/(Mx) \sim 40$ Н при массе пули $m = 10$ г, массе ружья $M = 5$ кг, пути торможения $x = 5$ см и скорости пули $v = 300$ м/с.

84.5. См. решение задачи 5 из варианта 82.

Вариант 85

85.1. Учитывая условие задачи и используя закон Клапейрона—Менделеева, получаем $mT_0/\mu_1 = 0,8mT/\mu_2$, где m — масса воздуха, а $0,8m$ — азота. Отсюда

$$T = \frac{5}{4} \cdot \frac{\mu_2 T_0}{\mu_1} = 362 \text{ К}.$$

85.2. При $x \leq \ell$ сила трения $F_{1\text{тр}} = \mu \frac{mg}{L} x$, а работа силы трения $A = \mu \frac{mgx^2}{2L}$, т. е. до выхода передней грани пластины за полосу совершается работа $A_1 = \mu \frac{mg\ell^2}{2L}$.

При $\ell \leq x \leq S$ сила трения $F_{2\text{тр}} = \mu \frac{mg\ell}{L}$, а работа силы трения $A = \mu mg \frac{\ell}{L} (x - \ell)$, т. е. на второй части пути совершается работа $A_2 = \mu mg \frac{\ell}{L} (S - \ell)$.

Используя закон сохранения энергии, получаем

$$A = A_1 + A_2 = \mu mg \frac{2S - \ell}{2L} \ell = \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда

$$\mu = \frac{v^2 L}{g\ell(2S - \ell)}.$$

85.3. Заряд на конденсаторах вначале одинаков и равен $q_a = \mathcal{E} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$, так как конденсаторы соединены последовательно. Начальная энергия в конденсаторах

$$W_a = \frac{q_a^2}{2} \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} = \frac{\mathcal{E}^2 C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)}.$$

После переключения, когда конденсаторы соединены параллельно,

$$q_6 = 2q_a = 2\mathcal{E} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Конечная энергия в конденсаторах

$$W_6 = \frac{q_6^2}{2(C_1 + C_2)} = \frac{4\mathcal{E}^2 C_1^2 C_2^2}{2(C_1 + C_2)^3}.$$

Выделившаяся энергия по закону сохранения энергии равна

$$\begin{aligned} Q &= W_a - W_6 = \frac{\mathcal{E}^2 C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)^3} [(C_1 + C_2)^2 - 4C_1 C_2] = \\ &= \frac{\mathcal{E}^2 C_1 C_2 (C_1 - C_2)^2}{2(C_1 + C_2)}. \end{aligned}$$

85.4. Давление в одну атмосферу p_a соответствует высоте водяного столба $H_B = 10$ м ($\rho_B g H_B = p_a = 1$ атм). При перепаде давления $\Delta p = p - p_a = 0,5$ атм получится высота фонтана $H_B/2 = 5$ м. Действительно, полагая сечение струи внизу и вверху примерно одинаковыми, имеем $\Delta p \sim \rho_B v^2/2 \sim \rho_B g h$.

Отсюда

$$h \sim \frac{\Delta p}{\rho_B g} \sim \frac{\rho_B g H_B/2}{\rho_B g} = \frac{H_B}{2} = 0,5 \text{ м.}$$

85.5. Когда виток охватывает трансформатор снаружи, магнитный поток через него равен нулю, и виток на трансформатор не влияет.

Если замкнутый виток проходит внутри трансформатора, охватывая железо, через него идет переменный магнитный поток, создающий значительный (из-за малости омического сопротивления витка) ток, который, в свою очередь, по закону Ленца существенно компенсирует, почти зануляет магнитный поток в железе. Это приводит к заметному уменьшению самоиндукции первичной обмотки и, следовательно, снижению ее индуктивного сопротивления. В результате ток через лампу увеличивается и накал лампы возрастает.

Вариант 86

86.1. После разлета шарики, обладающие зарядами разных знаков: $+q_1$ и $-q_2$ несут один и тот же заряд $q = (q_1 - q_2)/2$. Приравнивая силы

$$\frac{q^2}{\ell^2} = \frac{(q_1 - q_2)^2}{4\ell^2} = \frac{1}{8} \frac{q_1 q_2}{\ell^2},$$

приходим к уравнению $x^2 - (5/2)x + 1 = 0$, где $x = q_1/q_2$.

Решая уравнение, получаем два ответа: $q_1/q_2 = 2$ и $q_1/q_2 = 1/2$, т. е. заряд одного шарика в два раза больше другого.

86.2. Критическое условие прохождения пули сквозь доску — выделение в доске тепловой энергии $Q = mv_0^2/2$. При этом скорости доски и пули в случае незакрепленной доски совпадают и равны u .

Тогда по закону сохранения импульса $mv = (M + m)u$. По закону сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{(M + m)u^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2}.$$

Отсюда $v = v_0 \sqrt{1 + m/M}$.

86.3. Пусть начальная температура воздуха равна T , а конечная T_1 . По закону Клапейрона–Менделеева для начального состояния воздуха $p_a V = RT$, а для конечного — $(p_a - Mg/S)(V + Sx) = RT_1$. Из закона сохранения энергии следует $cT = Mg x = cT_1 + p_a S x$, где x — искомое смещение поршня. Из этих уравнений получаем

$$x = \frac{V}{S} \cdot \frac{Mg}{(p_a S - Mg)} \frac{c}{(R + c)}.$$

При $Mg > p_a S$ поршень выпадает.

86.4. Свободная поверхность жидкости располагается перпендикулярно результирующему вектору суммы $\vec{a} + \vec{g}$, т. е. наклонена к горизонту под углом α таким, что $\operatorname{ctg} \alpha = g/a$.

Тогда доля η раствора, оставшегося в кузове длины ℓ , высоты h , пропорциональна отношению S_1/S боковых площадей $S = h\ell$ и $S_1 = \frac{1}{2}h \cdot h \operatorname{ctg} \alpha$.

Таким образом, при ускорении $a \sim v^2/2L$, где L — путь торможения, а v — скорость в начале торможения, получаем

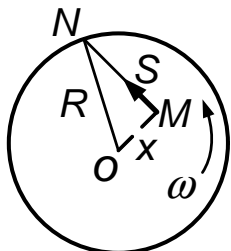
$$\eta = \frac{h^2 g}{2ah\ell} \sim \frac{h^2 g \cdot 2L}{2v^2 \cdot h\ell} = \frac{hLg}{v^2 \ell}.$$

При $v \sim 15$ м/с, $g = 10$ м/с, $h \sim 1$ м, $L \sim 15$ м, $\ell \sim 5$ м в кузове останется примерно 14 % от начального количества бетона.

86.5. В первом случае ток в катушках электромагнитов исчезает одновременно, катушки симметричны. Во втором случае в L_1 ток исчезает мгновенно, но продолжает течь по замкнутому контуру через диод и катушку электромагнита L_2 , задерживая конец пластинки, притягивающийся к L_2 .

Вариант 87

87.1. Скорость груза, находящегося на расстоянии x от оси диска O , равна ωx и направлена перпендикулярно MO . Оторвавшись, в отсутствие трения грузик пойдет по прямой MN . Так что путь за оборот



$$S = \sqrt{R^2 - x^2} = vT = \omega x \cdot 2\pi/\omega = 2\pi x.$$

Отсюда $x = R\sqrt{1 + 4\pi^2} \approx 0,15R$.

87.2. При $v < u$ энергия $mv^2/2$ расходуется на работу против силы трения μmg на пути ℓ до точки поворота, где скорость шайбы равна нулю (а относительно ленты скорость в этой точке равна скорости ленты и противоположна ее движению). Ускорение $a = mg$, тогда время движения до остановки $\tau_1 = v/a$, причем $v^2 = 2a\ell$, откуда $\tau_1 = 2\ell/v$.

В обратном направлении, шайба будет увеличивать свою скорость под действием той же силы, т. е. с тем же ускорением $a = v^2/2\ell$ на том же пути ℓ , меняя равноускоренно скорость от 0 до v . Следовательно, время на обратный путь тоже τ .

Таким образом, при $v \leq u$ $\tau = 2\tau_1 = 4\ell/v$. При $v > u$ до точки поворота путь ℓ шайба пройдет за время $\tau_1 = 2\ell/v$. На обратном пути участок длины x разгона с ускорением $a = v^2/2\ell$ до скорости ленты u шайба пройдет за время $\tau_2 = u/a = 2\ell u/v^2$. Причем

$$x = \frac{a\tau_2^2}{2} = \frac{v^2}{2\ell} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4\ell^2 u^2}{v^4} = \ell \frac{u^2}{v^2} < \ell \quad \text{при } u < v.$$

Время движения вместе с лентой

$$\tau_3 = \frac{\ell - x}{u} = \frac{\ell}{u} \left(1 - \frac{u^2}{v^2} \right).$$

Полное время движения при $v > u$ равно

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = \frac{\ell}{uv^2}(v + u)^2.$$

87.3. По условию задачи число молей

$$\nu_{O_2} + \nu_{H_2} = \nu, \text{ т. е. } p = 2\nu RT/V.$$

В результате реакции $2H_2 + O_2 = 2H_2O$ получился в газовой фазе лишь кислород и пары.

Давление паров воды должно было бы стать $p'_{H_2O} = \frac{\nu RT_1}{V} = p$, но они частично сконденсировались и $p'_{H_2O} = p/2$ по условию. А кислорода осталось $\nu'_{O_2} = \nu/2$, т. е.

$$p'_{O_2} = \frac{\nu}{2} RT_1/V = p/2.$$

Таким образом, полное давление $p' = p'_{H_2O} + p'_{O_2} = p$.

87.4. Мощность $\mathcal{E}J$ идет на разгон поезда массой m до скорости v за время τ , т. е. $\mathcal{E}J \sim \frac{mv^2}{2} \cdot \frac{1}{\tau}$. Отсюда $J \sim \frac{mv^2}{2\tau\mathcal{E}} \sim 200$ А при $m = 20 \text{ т} \times 10 \text{ вагонов} \sim 2 \cdot 10^5 \text{ кг}$, $\tau \sim 60 \text{ с}$, $v \sim 15 \text{ м/с}$.

87.5. См. решение задачи 5 из варианта 85.

Вариант 88

88.1. $\Delta p = \nu R \Delta T/V$, $p = \nu RT/V$. Отсюда $\Delta p/p = 0,01 = \Delta T/T = 1K/T$. Отсюда $T = 100 \text{ К}$.

88.2. Работа сил трения при въезде на шероховатый участок $A = F_{\text{тр.ср.}} \ell = -\frac{\mu mg}{2} \cos \alpha \ell$, изменение потенциальной энергии $U = mgl \sin \alpha$. Отсюда по закону сохранения энергии

$$mv^2/2 = mgl \sin \alpha - \mu mgl \cos \alpha/2 = mgl \sin \alpha/2,$$

если учесть условие равномерности движения по наклонной плоскости:

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha.$$

Таким образом, $\sin \alpha = v^2/g\ell$, $\mu = \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{(g\ell/v^2)^2 - 1}}$.

88.3. Тепло, выделившееся при полном разряде $Q_1 = CU^2/2$, а при половинном (с учетом уменьшения по условию задачи вдвое заряда и, следовательно, напряжения на конденсаторе):

$$U_2 = \frac{q}{2C} = \frac{U}{2}, \quad Q_2 = \frac{CU^2}{2} - \frac{CU_2^2}{2} = \frac{3}{8}CU^2.$$

Изменение температуры на сопротивлении пропорционально выделившемуся теплу: $\Delta T_1/\Delta T_2 = Q_1/Q_2 = \frac{4}{3}$. После разрядки $R_1 = R_0(1 + \alpha\Delta T_1) = 2R_0$, откуда $\alpha\Delta T_1 = 1$. Следовательно, $\alpha\Delta T_2 = \frac{3}{4}\alpha\Delta T_1 = \frac{3}{4}$. Тогда

$$R_2 = R_0(1 + 3/4) = 7R_0/4.$$

Отсюда по закону Ома вычисляем ток после половинного разряда:

$$J_2 = U_2/R_2 = U/2R_2 = 2U/7R_0 = 2J_0/7.$$

88.4. В статическом случае, если прогиб сетки ℓ , то $mg \sim k\ell$. Период колебаний $T = 2\pi\sqrt{m/k} \sim 2\pi\sqrt{\ell/g}$. Искомое время по порядку величины занимает примерно половину периода $t \sim T/2 \sim \pi\sqrt{\ell/g} \approx 0,5$ с при $\ell = 25$ см.

88.5. См. решение задачи 5 варианта 86.

1989 г.

Вариант 91

91.1. При отсутствии внешних сил имеем $-ma_1 + Ma + ma_2 = 0$, откуда

$$a = (a_1 - a_2)\frac{m}{M}.$$

91.2. После соединения на внешней поверхности каждого диска окажется одинаковый заряд $q = (q_1 - q_2)/2$, распределенный с поверхностной плотностью $\sigma = (q_1 - q_2)/(2\pi R^2)$. На соприкасающихся

поверхностях зарядов не будет. После небольшого разведения распределение зарядов практически не изменится. Напряженность поля, создаваемая одним диском,

$$E = \frac{E_{\text{конд}}}{2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{q_1 - q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}.$$

Поле одного диска действует на заряд другого с силой

$$F = qE = \frac{(q_1 - q_2)^2}{8\pi\varepsilon_0 R^2}.$$

91.3. По закону Фарадея из-за изменения магнитного потока через весь прямоугольник возникает ЭДС $\mathcal{E} = \Delta\Phi/\Delta t = \alpha ab$.

По закону Ома $\mathcal{E} = JR = J \cdot 2\rho(a + b)$, где ρ — сопротивление единицы длины провода. Отсюда

$$J = \frac{\alpha ab}{2\rho(a + b)}.$$

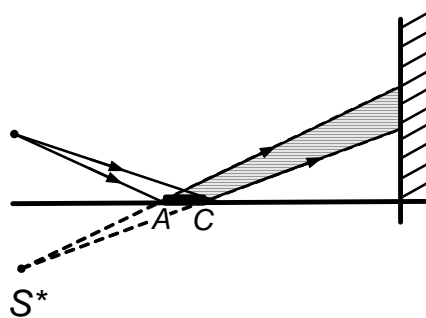
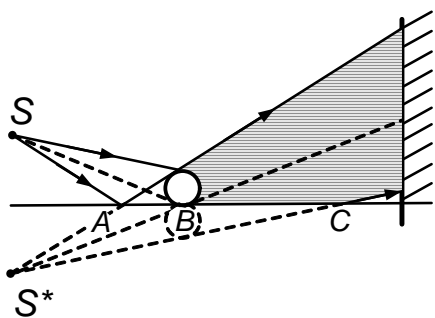
В контуре, образуемом вольтметром и участком провода с сопротивлением $R_1 = \rho(2c + a)$, создается ЭДС $\mathcal{E}_1 = \alpha ac$. По закону Ома $\mathcal{E} = V + JR_1$. Отсюда

$$V = \mathcal{E}_1 - JR_1 = \alpha ac - J\rho(2c + a) = \frac{\alpha a^2(2c - b)}{2(a + b)}.$$

91.4. Из закона Менделеева—Клапейрона имеем $\rho = p\mu/(RT)$. Оценивая грубо $\mu \sim \mu_{\text{CO}_2} \sim 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $p \sim 10^5$ Па, $R = 8$ Дж/(К·моль), $T \sim 10^3$ К, получаем $\rho \sim 0,5$ кг/м³ $\lesssim \rho_{\text{возд}}$.

91.5. Шарик стоит на пути AB (см. рисунок) части светового потока, отраженного от зеркала, создавая одну тень на экране. Вторая тень получается из-за того, что шарик загораживает от источника часть зеркала BC , куда не попадает и поэтому не отражается свет на экран.

Во втором случае все зеркало отражает свет на экран, кроме участка AC , занятого тонкой шайбой.



Вариант 92

92.1. Плавающая кубик вытесняет массу жидкости $\rho S \Delta h$ равную собственной массе $\rho_1 a^3$. Отсюда $\Delta h = \rho_1 a^3 / (\rho S)$.

92.2. По второму закону Ньютона $mv^2/\ell = T - mg \cos \alpha$, где T — натяжение нити в момент бруска, а v — скорость груза. По закону сохранения энергии $mv^2/2 = mg\ell \cos \alpha$, откуда с учетом предыдущего $T = 3mg \cos \alpha$.

Сдвиг получается при условии $T \sin \alpha \geq \mu(Mg + T \cos \alpha)$, откуда

$$M = \frac{3m}{\mu} \cos \alpha (\mu \sin \alpha - \cos \alpha)$$

при $\mu > \tan \alpha$.

92.3. Используя принцип суперпозиции, легко найти связь между значениями заряда на кольце или на сфере и потенциала в их центре.

$$\varphi = k \left(\frac{\Delta q_1}{R} + \frac{\Delta q_2}{R} + \dots + \frac{\Delta q_N}{R} \right),$$

где R — радиус, а $\Delta q_1, \dots, \Delta q_N$ — маленькие доли зарядов, на которые разбит весь заряд так, чтобы для каждого участка, занятого долей заряда, можно было бы использовать выражение потенциала точечного заряда

$$\Delta \varphi = k \frac{\Delta q}{R}.$$

Вынося $1/R$ за скобку, получаем $\varphi = kq/R$.

Отсюда заряд на кольце в задаче $q = \varphi_0 R/k$.

В заземленном проводящем шаре заряд, как известно, расположен на поверхности, поле внутри равно нулю, а потенциал всюду одинаков и равен нулю, в том числе и в центре O_1 .

По принципу суперпозиции суммируя вклады от распределенных по кольцу и на шаре и приравнявая сумму нулю, записываем для точки O_1

$$k \frac{q}{\sqrt{a^2 + b^2}} + k \frac{Q}{b} = 0,$$

откуда

$$Q = -\varphi_0 \frac{ab}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{a^2 + b^2}}.$$

92.4. Кинетическая энергия молекулы H_2 $\frac{mv^2}{2} = \frac{5}{2}kT$, т. е. скорости молекул, находящихся при одинаковой температуре обратно пропорциональны \sqrt{m} . Таким образом, $v_{H_2} \sim v_{\text{возд}} \sqrt{m/M} \sim 300 \cdot \sqrt{14} \sim 1200$ м/с. (Скорость молекул воздуха принята близкой к скорости звука.)

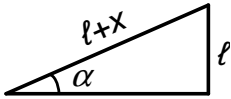
92.5. Главный эффект, не давший свету уйти через боковые поверхности стержня, — полное внутреннее отражение, превращающее стержень в световод. Свет, попавший в стержень, в значительной доле выходит через торец у экрана и создает яркое пятно.

Вариант 93

93.1. Искомая работа $A = p_2(V_3 - V_2) = \frac{m}{\mu}(T - T_2)$. $T_2 = T/n$ на основании закона Шарля. Таким образом,

$$A = \frac{m}{\mu} RT \frac{n-1}{n}.$$

93.2. Пусть удлинение пружины к моменту отрыва бруска равно



x . Тогда $\sin \alpha = l/(\ell + x)$. В момент отрыва сила тяжести mg уравнивается вертикально составляющей силы натяжения пружины $kx \sin \alpha$, т. е. $mg = kx \sin \alpha = kx\ell/(\ell + x)$, откуда

$$x = \frac{mg\ell}{k\ell - mg}.$$

По закону сохранения энергии $mv^2/2 = kx^2/2$. Отсюда

$$v = x\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{mg\ell}{k\ell - mg}\sqrt{\frac{k}{m}} \text{ при } k\ell > mg.$$

93.3. Обкладки конденсатора закорочены, значит, внутри поле равно нулю. Поэтому на обкладках должны индуцироваться заряды $\pm q$, создающие поле, точно компенсирующее внутри конденсатора внешнее поле, т. е. $q = \sigma S = \varepsilon_0 E S$, так как поле в конденсаторе $E = \sigma/\varepsilon_0$.

Площадь обкладок из-за вращения полудисков меняется. За время Δt прирост площади $\Delta S = r^2 \Delta \alpha / 2 = r^2 \omega \Delta t / 2$. Отсюда ток

$$J = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_0 E \Delta S}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_0 E \omega r^2}{2}.$$

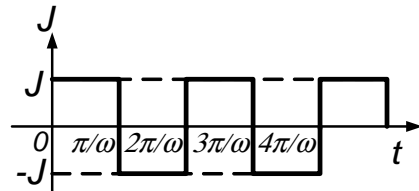


График зависимости тока от времени с учетом малости зазора изображен на рисунке.

93.4. За время полета $t \sim \ell/v$ мяч опустится на глубину

$$h = \frac{gt^2}{2} \sim \frac{g}{2} \left(\frac{\ell}{v} \right)^2.$$

В соответствии с правилом упругого отскока, когда угол падения равен углу отражения, если радиус, проведенный из центра опустившегося мяча в вершину прямого угла, плиты, образует с вертикалью угол $\alpha \geq 45^\circ$, то мяч преодолеет препятствие. В противном случае произойдет

отскок. Таким образом, в критическом случае глубина опускания мяча $h = R(1 - 1/\sqrt{2}) \approx 0,3R$.

$$v \sim \ell \sqrt{\frac{g}{2h}} \sim \ell \sim \sqrt{\frac{g}{0,6R}} \sim 13 \text{ м/с},$$

при $R \approx 0,1 \text{ м}$, $g = 10 \text{ м/с}^2$, $\ell = 1 \text{ м}$.

93.5. Теплопроводность металла много выше, чем пенопласта. Это легко почувствовать, взяв в руки кусок металла и пенопласта. Металл кажется холодным (хорошо отводит тепло), а пенопласт — теплым (тепло отводится плохо). В тряпке, прикоснувшейся к промерзшему металлу, вода сразу же замерзает, и тряпка прилипает к нему. Через пенопласт отбор тепла от тряпки практически не происходит, и она не примораживается.

Вариант 94

94.1. По закону сохранения энергии с учетом ограничений задачи имеем

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{Mv^2}{2} = mgl + \frac{Mg\ell}{2},$$

откуда

$$v = \left(\frac{gl(2m + M)}{M + m} \right)^{1/2}.$$

94.2. Пусть в отсеках содержится по m г газа, а в результате повышения давления в верхнем отсеке до $p' - \Delta p$ после закрытия клапана в нем оказалось $m + m'$ г газа. Тогда по закону Менделеева—Клапейрона имеем вначале для каждого отсека $pV = \frac{m}{\mu}RT$, в конце для верхнего $(p' - \Delta p)V = \frac{m+m'}{\mu}RT$, а для нижнего $p'V/2 = (m - m')\frac{RT}{\mu}$. Отсюда $p_x = p'/2 = (\Delta p + 2p)/3$.

94.3. После соединения проводником заряды на внутренней сфере и на внешней сфере равны и противоположны по знаку, так как их

сумма по закону сохранения заряда равна нулю: $-q + q = 0$. Тогда потенциал внешней сферы $\varphi_3 = (-q + q + Q)/r_3 = Q/r_3$, а внутренней такой, как в центре: $\varphi_1 = -q/r_1 + Q/r_2 + q/r_3$. По условию $\varphi_3 = \varphi_1$, откуда

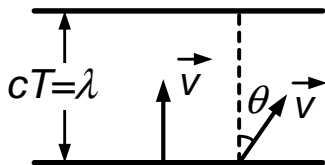
$$q = Q \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{r_3 - r_2}{r_3 - r_1}.$$

94.4. При подтягивании гимнаста на его руку действует сила $F \sim mg/2$. Длина руки от кисти до локтя L . На расстоянии ℓ от локтя прикрепляется мышца, действующая с силой F_1 . По условию равновесия $F + F_x \sim F_1$, а из равенства моментов сил $LF \sim \ell F_1$ (ось проходит через локоть). Отсюда $F_x \sim F \left(\frac{L}{\ell} - 1 \right) \sim \frac{mg}{2} \left(\frac{L}{\ell} - 1 \right)$. При $m \sim 60$ кг и $L/\ell \sim 10$ получаем $F_x \sim 3000$ Н.

94.5. См. решение задачи 5 в варианте 91.

Вариант 95

95.1. Пусть скорость волн равна c . За время $\Delta T = 1/\nu$ катер



испытает один удар. Если расстояние между волнами λ , то $\Delta T = \frac{1}{\nu} = \frac{\lambda}{c+v}$. При изменении курса $\Delta T' = \frac{1}{\nu'} = \frac{\lambda}{c+v \cos \theta}$. Приравняв значения λ , получаем

$$c = v \frac{\nu' - \nu \cos \theta}{\nu - \nu'}.$$

95.2. По закону сохранения импульса $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$. Скорость пружины равна полусумме скоростей ее концов:

$$u = \frac{v_1 + v_2}{2} = v_1 \frac{m_2 - m_1}{2m_2}.$$

95.3. По закону Фарадея $\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\Delta\Phi/\Delta t = Blv$. По закону Ома ток через перемычку $J = (\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\text{инд}})/R = (\mathcal{E} - Blv)/R$. В то же время сила Ампера F , действующая на перемычку равна $F = JBl$,

откуда $J = F/B\ell = (\mathcal{E} - B\ell v)/R$, т. е. $v = (\mathcal{E}B\ell - FR)/(B\ell)^2$.
Таким образом, искомая мощность N равна

$$N = Fv = \frac{F}{B\ell} \left(\mathcal{E} - \frac{FR}{B\ell} \right).$$

95.4. Сила тяжести, действующая на отвес на равнине,

$$F_0 = \gamma \frac{M_3 m}{R_3^2} \sim \gamma \frac{4\pi}{3} \rho_3 R_3 m.$$

Сила тяготения со стороны горы $F_r \sim \gamma \frac{m_r m}{R_r^2} \sim \gamma \frac{4\pi}{3} \rho_3 R_r m$, где m — масса отвеса, а R_r — эквивалентный радиус горы.

Таким образом, малый угол α (такой, что $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$) по порядку величины равен $\alpha \sim F_r/F_0 \sim R_r/R_3$. Для горы высотой порядка 10 км $R_r/R_3 \sim 10^{-3}$, т. е. $\alpha \sim 10^{-3}$.

95.5. См. решение задачи 5 варианта 92.

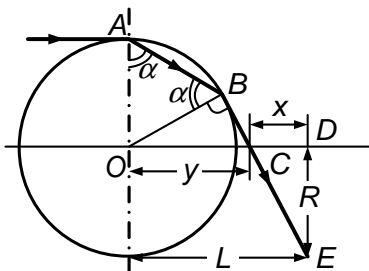
Вариант 96

96.1. По закону Бойля—Мариотта $p\ell_0 = p_1\ell_1$; $p\ell_0 = p_2\ell_2$, где $\ell_0 = \pi R$, $\ell_1 = 2\alpha R$, $\ell_2 = 2(\pi - \alpha)R$; $\alpha = \pi/6$. Из условия равновесия имеем

$$mg \sin \alpha = (p_1 - p_2)S = pS\ell_0 \left(\frac{1}{\ell_1} - \frac{1}{\ell_2} \right) = pS \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\pi - \alpha} \right).$$

Отсюда $mg = 12pS/5$.

96.2. По условию полного внутреннего отражения угол между OB



и выходящим из стекла в воздух луча BC должен быть равен 90° . Пусть $\angle OAB = \alpha$, тогда $\angle ABO = \alpha$, а $\angle BCO = \angle DCE = 2\alpha$. Соответственно получаем

$$L = x + y = R \operatorname{ctg} 2\alpha + \frac{R}{\sin 2\alpha} = R \frac{1 + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = R \operatorname{ctg} \alpha.$$

Из условия преломления луча в точке A имеем

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin \alpha} = \frac{1}{n}, \quad \text{т. е. } \sin \alpha = 1/n,$$

откуда $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{n^2 - 1}$. Поэтому $L = R \operatorname{ctg} \alpha = R\sqrt{n^2 - 1}$.

96.3. Введя массы шариков m_1 и m_2 и их скорость до удара v и после удара 0 и u , получаем из закона сохранения импульса $(m_2 - m_1)v = m_1u$. Закон сохранения энергии $(m_1 + m_2)v^2/2 = m_1u^2/2$, откуда $m_2 = 3m_1$ и $u = 2v$. Из закона сохранения энергии для поднимающегося шарика имеем $m_1gl(1 - \cos \alpha) = \frac{m_1v^2}{2}$ и $m_1(2v)^2/2 = m_1gl(1 - \cos \beta) = 4m_1gl(1 - \cos \alpha)$. Откуда $\cos \beta = 4 \cos \alpha - 3$.

96.4. С учетом малости отклонения в грубом приближении

$$\Delta S \sim a_{\perp} t^2 \sim \frac{F_{\perp}}{m} \left(\frac{L}{v} \right)^2 \sim \frac{\rho_{\text{возд}} v_{\text{ветр}}^2 S}{\rho_{\text{св}} \ell S} \cdot \left(\frac{L}{v} \right)^2 \sim \frac{\rho_{\text{возд}}}{\rho_{\text{св}}} \cdot \left(\frac{v_{\text{ветр}}}{v} \right)^2 \frac{L^2}{\ell}.$$

При $\rho_{\text{св}}/\rho_{\text{возд}} \sim 10^4$, $v/v_{\text{ветр}} \sim 10^2$, $\ell \sim 1$ см, $L \sim 10^4$ см, $\Delta S \sim 1$ см.

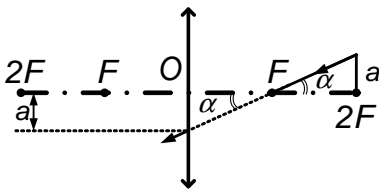
96.5. См. решение задачи 5 из варианта 93.

1990 г.

Вариант 01

01.1. На расстоянии R от центра сила тяжести $mg_0 = GmM/R^2$, а для $R + h$ $mg = GmM/(R + h)^2$. Отсюда $R = h/(\sqrt{g_0/g} - 1)$.

01.2. Для точки S ,двигающейся параллельно главной оптической



оси, ее изображение S^* должно двигаться вдоль прямой, проходящей через фокус F . Для точек траектории, находящихся ближе фокусного расстояния от

линзы, изображения мнимые, для остальных — действительные (см. рисунок).

Наклон траектории для изображений

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{a}{F}.$$

01.3. В центре заряженной окружности потенциал $\varphi(0) = kQ/R$, на ее оси на расстоянии h от центра $\varphi(h) = kQ/\sqrt{R^2 + h^2}$. Из законов сохранения энергии следует

$$\begin{aligned} mv_x^2/2 &= mv^2/2 + kqQ/R + 2kqQ/R\sqrt{2}, \\ mv_x^2/2 &= mu^2/2 + kqQ/R + kqQ/R\sqrt{2} + kqQ/R\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Перенеся слагаемые со скоростью в левую часть и вынеся за скобки общие коэффициенты, делим одно уравнение на другое. Введя

$$(v_x^2 - v^2) / (v_x^2 - u^2) = \alpha = (1 + \sqrt{2}) / (1 + 1/\sqrt{2} + 1/\sqrt{5}),$$

получим $v_x = \sqrt{(\alpha u^2 - v^2)/(\alpha - 1)}$.

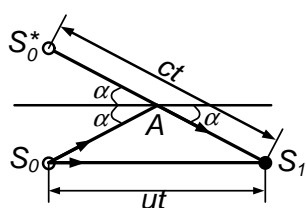
01.4. Для моля по закону Менделеева—Клапейрона $pV = RT$. Объем на одну молекулу $V/N_A \sim RT/pN_A$, где N_A — число Авогадро. Отсюда среднее расстояние между молекулами $\ell \sim (V/N_A)^{1/3} = (RT/pN_A)^{1/3} \sim 3 \cdot 10^{-9}$ м для $p \sim 10^5$ Па, $N_A = 6 \cdot 10^{23}$, $T = 300$ К, $R = 8$ Дж/(К·моль).

01.5. После переворачивания при невынутой пробке разрежение над водой (из-за вытекания части жидкости) не дает ей вылиться. После вынимания пробки над водой в трубке — атмосферное давление. Вода полностью выливается из трубки и частично из сосуда, куда пузырями входит воздух. В широком сосуде уровень воды достигает конца трубки, так как и там, и там — атмосферное давление. Капиллярные эффекты слабо влияют на ситуацию.

Вариант 02

02.1. Поле в точке O от одного кольца равно \vec{E} и направлено вдоль оси. Тогда от перпендикулярных колец поле в точке O $\sqrt{2}E$, а от совмещенных $2E$, т. е. увеличится в $\sqrt{2}$ раз.

02.2. За время t самолет пройдет путь $S_0S_1 = ut$ (см. рисунок),



а звук — $S_0^*S_1 = S_0AS_1 = ct$, где S_0^* — изображение — S_0 .

$$\cos \alpha = ut/ct, \text{ т. е. } \alpha = \arccos(u/c).$$

02.3. Пусть скорость пушки после выстрела — V , горизонтальная скорость снаряда — v , вертикальная — u . Если пушка не закреплена, то по закону сохранения импульса $mV = mv$, т. е. $v = V$. Относительно пола $v + V = u$, так как угол наклона пушки 45° и относительно нее горизонтальная составляющая скорости равна вертикальной. Таким образом, $u = 2V$. Для закрепленной же пушки имеем однозначно $v' = u'$ (подчеркнем, что $u' \neq u$). Энергия сжатой пружины в обоих случаях одинакова, поэтому из закона сохранения энергии имеем $m(v^2 + u^2)/2 + mV^2/2 = mv'^2/2 + mu'^2/2$. Подставляя $u^2 = 4V^2$, $v^2 = V^2$ и $v'^2 = u'^2$, получаем $u'^2 = 3V^2$. Так как высота подъема снаряда $h = u^2/(2g)$, то для отношения высот получаем $h/h' = (u/u')^2 = 4/3$.

02.4. Для равновесной круговой орбиты корабля, которую образует траектория его центра масс, конечно, будет состояние невесомости, когда $m\omega^2 r = GmM_3/r^2$. Чем дальше к стенке будет отходить груз, подвешенный на пружине, от центра масс, тем больше ненулевая сила, необходимая для удержания этого груза в положении равновесия, тем сильнее растягивается пружина.

Пусть груз находится на предельном расстоянии h — у стенки. Тогда по второму закону Ньютона $m\omega^2(r + h) = \frac{GmM}{(r+h)^2} + T$. С учетом предыдущего получаем

$$\begin{aligned} T &= m\omega^2 h - \frac{m\omega^2 r}{(1 + h/r)^2} + m\omega^2 r \cong \\ &\cong \omega^2 h + m\omega^2 r - m\omega^2 r \left(1 - 2\frac{h}{r}\right) = 3m\omega^2 h. \end{aligned}$$

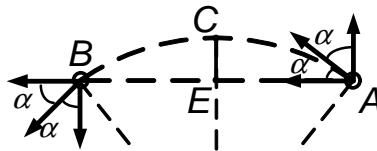
Так как $m\omega^2 R_3 = mg$, то $T \sim 3mgh/R_3$. Полагая $R_3 \approx 6 \cdot 10^6$ м, $h \sim 2$ м, $m = 1$ кг, получаем $T \sim \frac{3 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 2}{6 \cdot 10^6} \sim 10^{-5}$ Н.

02.5. Если прикоснуться сухой тряпкой или совсем не прикасаться к области, на которую падает преломленный на торце луч света, то он может испытать (в задаче так и сделано) полное внутреннее отражение от границы оргстекло-воздух и идет дальше почти без потерь. Если же прикоснуться мокрой тряпкой, то свет уже не испытает полное внутреннее отражение от границы оргстекло—вода, в значительной степени выйдет через грань наружу и поглотится в тряпке. Сильно ослабленный пучок света создает едва заметное пятно на экране.

Вариант 03

03.1. Видна проекция CE (см. рисунок) дуги AB .

Дуга AB равна $\ell = R \cdot 2\alpha$. Время наблюдения $t = 2R\alpha/v$.



03.2. Число молей газа, перешедших после смещения поршней на расстояние x , равно $x p S_1 / (RT_1) = x p S_2 / (RT_2)$, откуда

$$T_2 = T_1 S_2 / S_1.$$

03.3. Пусть время падения электрона t , тогда $h = gt^2/2$. Ускорение a по горизонтали по обе стороны от средней сетки одинаково по величине и противоположно по направлению: $a = eU/(m\ell)$. Скорость, набранная на пути ℓ_0 по горизонтали до средней сетки, полностью гасится на таком же пути ℓ_0 после ее прохождения. Соответственно и времена t_0 на это затрачиваются одинаковые. Значит, $t_0 = t/4$, поэтому имеем $\ell_0 = a(t/4)^2/2 = \frac{eU}{m\ell} \cdot \frac{2h}{g \cdot 16} \cdot \frac{1}{2}$. Отсюда $U = \frac{16mg\ell\ell_0}{eh}$.

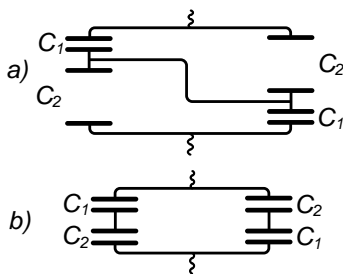
03.4. Рассматривая весло как рычаг с осью в воде, получаем, что сила натяжения веревки $F_x \sim F$ — становой силе гребца. $F \sim 10^3$ Н.

03.5. Лучи, входящие под углом к оси волокна и падающие на левую и правую половины сечения волокна, поворачиваются при многократных от цилиндрических стенок волокна в противоположные стороны. Чем ближе к стенке волокна входит луч, тем больше отражений он испытывает. Угол луча относительно оси волокна сохраняется при всех отражениях, поэтому конус света на выходе имеет тот же угол.

Вариант 04

04.1. Положение x изображения S^* можно найти по формуле линзы: $1/F + 1/x = -1/F$, откуда $x = -F/2$, или построением. Из подобия $R_x/R = 3F/2 : F/2 = 3$, т. е. $R_x = 3R$, где R_x — радиус освещенного пятна.

04.2. Перерисовав эквивалентные схемы (см. рисунок), получаем, что изменившаяся емкость $C_x = (C_1 + C_2)/2$, где $C_1 = \frac{S}{2\varepsilon_0 d_0}$,



$C_2 = \frac{S}{2\varepsilon_0(d_0-d_1)}$. Начальная же емкость была равна $C_0 = S/(\varepsilon_0 d_0)$.

Таким образом, емкость увеличилась в $\frac{C_x}{C_0} = \frac{d_0^2}{4d_1(d_0-d_1)}$ раз.

04.3. По условию отношение энергий после отскока и до него

$$\mathcal{E}/\mathcal{E}_0 = mgh/mgh_0 = 1/3.$$

В системе центра масс (сцм) удар мячика о мячик происходит как удар мячика о твердую стенку, когда согласно полученному выше остается лишь треть от энергии до удара, т. е. скорость уменьшится в $\sqrt{3}$ раз.

Скорость до удара в см $\frac{1}{2}\sqrt{2g\ell}$, после удара $u = \sqrt{g\ell/6}$. В начальной системе отсчета

$$v_{1,2} = \pm u + \frac{1}{2}\sqrt{2g\ell} = \sqrt{g\ell/2}(1 \pm 1/\sqrt{3}),$$

$$\varphi_{1,2} = \arccos\left(1 - \frac{v_{1,2}^2}{2g\ell}\right) = \arccos\left(\frac{2}{3} \mp \frac{1}{2\sqrt{3}}\right),$$

«+» для налетающего мячика.

04.4. Введя радиус шарика R , плотность воздуха ρ_v и резины ρ_p , а также толщину оболочки δ , имеем по условию равновесия $\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_v = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{H_2} + 4\pi R^2 \delta \rho_p \sim 4\pi R^2 \delta \rho_p$.

Отсюда $\delta \sim R\rho_v/3\rho_p \sim 0,1$ мм при $R = 20$ см, $\rho_v \sim 1,3 \cdot 10^{-3}$ г/см³, $\rho_p \sim 1$ г/см³.

04.5. См. решение задачи 5 варианта 01.

Вариант 05

05.1. Уровень воды поднимется на $h/2$, а объем газа уменьшится с hS до $(h/2)(S/2) = hS/4$.

$$E = (4p + \rho gh - p)S/2 = (3p + \rho gh)S/2.$$

05.2. Высота взрыва $h = vt_1 + gt_1^2/2 = -vt_2 + gt_2^2/2$, откуда $\tau = t_2 - t_1 = 2v/g$, т. е. $v = g\tau/2$.

05.3. По закону Фарадея $\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\Delta\Phi/\Delta t = Blv$. Введя заряды на конденсаторах C_1, C_2, C_3 соответственно Q_1, Q_2, Q_3 , получаем для контура с конденсаторами C_1C_3 $\frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_3}{C_3} = Blv$, для контура с C_2C_3 $\frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3} = Blv$. Наконец, учитывая, что $Q_3 = Q_1 + Q_2$, находим

$$Q_3 = Blv \cdot C_1C_2C_3/(C_1C_3 + C_2C_3 + 2C_1C_2).$$

05.4. Пуля, зацепив часть древесины ветки Δm , получает поперечный импульс $mv_{\perp} \sim \Delta m v \sim F \Delta t$ и в результате отклоняется на малый угол $\alpha \sim v_{\perp}/v \sim \Delta m/m \sim 0,01$ при $m \sim 10$ г, $\Delta m \sim \rho \cdot \ell S \sim 1 \text{ г/см}^3 \cdot 1 \text{ см} \cdot 10^{-1} \text{ см}^2 \sim 0,1$ г.

05.5. См. решение задачи 5 варианта 02.

Вариант 06

06.1. $p \frac{V}{3} = \nu_1 RT$, $p \cdot 2V/3 = \nu_2 RT$. Отсюда $\nu_2 = 2\nu_1$, $p' \cdot 2V/3 = \nu_1 RT_1$, $p'V/3 = 2\nu_1 RT$, $T_1 = 4T$.

06.2. Из закона сохранения импульса, задав скорость налетающей частицы v , после ее рассеяния u и для частицы с массой M скорость V , имеем $MV \sin \alpha = mu$, $MV \cos \alpha = mv$, откуда $u = v \operatorname{tg} \alpha$, а $V = \frac{m}{M} \frac{v}{\cos \alpha}$.

Из закона сохранения энергии $mv^2/2 = mu^2/2 + MV^2/2$ после подстановки полученных для u и V выражений следует

$$m = M \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = M \cos 2\alpha.$$

06.3. Облако и пластина образуют плоский конденсатор с полем $E = en/\varepsilon_0$. На верхней границе скорость электронов v , а на нижней — ускорение $a = eE/m = e^2 n/(m\varepsilon_0)$. К моменту времени t верхние электроны пройдут путь $h_1 = v_0(t + \tau)$, а нижние $h_2 = v_0 t - at^2/2$, откуда искомая ширина $h = h_1 - h_2 = v_0 \tau + e^2 n t^2/(2m\varepsilon_0)$ при $t < 2v_0/a$. Через время $t_0 = 2v_0/a$ электроны начнут возвращаться на пластину, а верхние не изменят свое движение, поэтому при $t \geq 2v_0/a$, $h = v_0(t + \tau)$.

06.4. Пусть мощность лампочки — N , скорость света — c , тогда $F \sim \eta N/c$, где коэффициент η учитывает, что не все фотоны попадают на стол, некоторая часть света падает на стол под углом, свет лишь частично поглощается столом. Положив $\eta \sim 10^{-1}$, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с $N = 40$ Вт, получаем $F \sim 10^{-8}$ Н.

06.5. См. решение задачи 5 варианта 03.

1991 г.

Вариант 11

11.1. Из условия равновесия давление между поршнями сохраняется равным внешнему давлению p_0 . Отсюда по закону Гей-Люссака получаем $(S_1 + S_2)\ell/T_0 = S_1 \cdot 2\ell/T$, т. е. $T = T_0 \cdot 2S_1/(S_1 + S_2)$.

11.2. Максимальное растяжение пружины наступает в момент, когда скорости шариков u одинаковы. Записав законы сохранения импульса и энергии $mv = (M + m)u$, $\frac{mv^2}{2} = (M + m)\frac{u^2}{2} + Q$, где Q — энергия, перешедшая в тепло, получаем $Q = \frac{mM}{M+m} \cdot \frac{v^2}{2}$.

11.3. Напряжения на конденсаторах одинаковы: $U_{C_1} = U_{C_2} = \mathcal{E}$. По закону Фарадея $\mathcal{E} = -\Delta\Phi/\Delta t = -Blv = Blat$, где a — ускорение перемычки.

По второму закону Ньютона $ma = F - JBl$, $J = J_1 + J_2$, где J_1 и J_2 — токи через конденсаторы. Заряды на конденсаторах

$$Q_{1,2} = \mathcal{E}C_{1,2} = J_{1,2}t = BlaC_{1,2}t,$$

откуда $J_{1,2} = BlaC_{1,2}$.

Таким образом,

$$\begin{aligned} J &= J_1 + J_2 = Bla(C_1 + C_2), \\ F &= ma + JBl = [m + B^2\ell^2(C_1 + C_2)] a. \end{aligned}$$

11.4. Луч, прошедший через отверстие, прямолинеен. Угол α между начальным и конечным положениями луча равен $\alpha = \omega t$, где ω — угловая скорость вращения Земли. Соответственно путь ℓ , который пройдет пятно за время t — одну минуту, равен $\ell \sim \alpha L \sim \omega t L = \frac{2\pi}{T}t \cdot L$, где T — одни сутки, а L — длина комнаты, $L \sim 5$ м.

Таким образом, $\ell \sim L \cdot 2\pi t/T \sim 2$ см.

11.5. После растяжения уменьшается взаимный подогрев соседних витков и происходит контакт с большим объемом воздуха. В результате увеличения теплопередачи температура растянутого участка падает, поэтому его сопротивление R_1 также уменьшается и нагрев (соответственно и свечение) ослабевает.

Сопротивление R_2 слегка растет с нагревом, а, в целом, тепловая мощность на нерастяннутом участке $N_2 = R_2 U^2 / (R_1 + R_2)$ слегка растет из-за уменьшения знаменателя и некоторого роста числителя.

Вариант 12

12.1. Пусть стержень погрузится в жидкость на глубину x . Тогда из условия несжимаемости жидкости следует $hS_0/2 = hS_0/4 + x(S_0 - S)$, откуда $x = hS_0/4(S_0 - S)$. Из условия равновесия $h\rho_0 = h\rho$, то есть искомое $\rho_0 - x\rho/h = \rho/4(1 - S/S_0)$ при $\rho_0 \leq 3\rho/4$, иначе $x > 3h/4$, жидкость будет выливаться, задача не имеет решения.

12.2. Искомое время $\tau = \frac{a+b}{v_0} - t_1 - t_2 = \frac{a+b}{v_0} - t_x$, где t_1 и t_2 — времена пролета после подачи потенциала φ . Соответственно ускорения $a_1 = q\varphi/am$, $a_2 = q\varphi/bm$. Причем $a_1 t_1 - a_2 t_2 = v \cdot v_0$, $a = vt_1 + a_1 t_1^2/2$; $b = v_0 t_2 + a_2 t_2^2/2$.

Сложим два последних равенства:

$$\begin{aligned} a + b &= v_0(t_1 + t_2 + \frac{1}{2}(a_1 t_1^2 + a_2 t_2^2)) = v_0 t_x + \frac{1}{2} a_1 t_1 \cdot t_x = \\ &= t_x(v_0 + \frac{1}{2} a_1 t_1) = \frac{1}{2} t_x(v + v_0). \end{aligned}$$

Отсюда $t_x = \frac{2(a+b)}{v+v_0}$. Поскольку $v = \sqrt{v_0^2 + 2a_1 \cdot a} = \sqrt{v_0^2 + \frac{2q\varphi}{am}a} = \sqrt{v_0^2 + 2q\varphi/m}$, $t_x = 2(a+b)/(v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2q\varphi/m})$.

Тогда

$$\tau = \frac{a+b}{v_0} - t_x = \frac{a+b}{v_0} \cdot \frac{\sqrt{v_0^2 + 2q\varphi/m} - v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2q\varphi/m} + v_0}.$$

Ответ можно было бы написать сразу, сообразив, что в виду равноускоренности движения частиц на пути $a + b$ движение происходило со средней скоростью, равной среднеарифметической:

$$v_{\text{ср}} = (v + v_0)/2 = (\sqrt{v_0^2 + 2q\varphi/m} + v_0)/2.$$

12.3. Пусть деформация правой пружины в момент разрыва нити равна x , а у левой тогда деформация $L - \ell$. Критическое условие разрыва тогда $kx = k(L - \ell) + T$. Закон сохранения энергии приводит к условию $\frac{mv_{\min}^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{k(L-\ell)^2}{2}$. В итоге $v_{\min} = (L - \ell)\sqrt{\frac{k}{m}(2 - 2\alpha + \alpha^2)}$, где $\alpha = \frac{T}{k(L-\ell)}$.

12.4. Свет от точечного источника распространяется во все стороны одинаково. На площадь зрачка $\pi d^2/4$ с расстояния ℓ попадет в единицу времени некоторое количество энергии света, пропорциональное $1/\ell^2$. (На всю площадь сферы радиуса ℓ попадет в $4\pi\ell^2$ раз больше, чем на площадь зрачка $\pi d^2/4$.)

Бинокль с размером стекла D собирает весь свет, падающий на площадь $\pi D^2/4$, в глаз. При той же чувствительности глаза доля света $\frac{\pi D^2}{4}/4\pi L^2$ на пределе различимости с расстояния L практически должна быть близка доле света, попадающей в глаз при попытке различить тот же источник с более близкого расстояния ℓ без бинокля: $\frac{\pi D^2}{16L^2} \sim \frac{\pi d^2}{16\ell^2}$, откуда $L/\ell \sim D/d \sim 10$, при $D \approx 5$ см, $d \simeq 5$ мм.

12.5. В полном термосе с кипятком на пробку изнутри давит насыщенный пар с давлением, равным атмосферному, как и воздух снаружи, и пробка поэтому не выскакивает (небольшого трения вполне хватает).

При отливе в термос входит сравнительно холодный воздух, нагревается и создает дополнительное давление, кроме несколько уменьшившегося давления насыщенного пара.

Нескомпенсированное добавочное давление нагретого воздуха и выбивает пробку.

Вариант 13

13.1. По закону Бойля—Мариотта для отсека с увеличившемся на ΔV объемом $pV = (p - \Delta p)(V + \Delta V)$, а для всего объема $2V$ $p \cdot 2V = p'(2V + \Delta V)$, отсюда $p' = 2p \frac{p - \Delta p}{2p - \Delta p}$.

13.2. Из симметрии схемы потенциалы точек A и B равны между собой, то же для точек C и D . Другими словами, разности потенциалов U_{AB} и U_{CD} равны нулю. Это означает, что токи $J_{AB} = J_{CD} = 0$. Ток идет и через батарейки, и через сопротивления AD и BC последовательно, не ответвляясь. Таким образом,

$$J_{AD} = J_{BC} = \frac{2\mathcal{E}}{2(R + r)} = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

13.3. Сила F , действующая на заряд q шарика, равна

$$F = qE = q\mathcal{E}/d.$$

Пусть максимальное смещение, которое достигается в момент остановки шарика, равно x .

По закону сохранения энергии

$$2\frac{kx_0^2}{2} + Fx = \frac{k(x_0 + x)^2}{2} + \frac{k(x_0 - x)^2}{2},$$

откуда $x = \frac{F}{k}$.

Если натяжение пружины достигнет величины T , то она порвется, т. е. $T = k(x - x_0) = k\left(\frac{F}{k} - x_0\right) = \frac{q\mathcal{E}}{d} - kx_0$, откуда

$$\mathcal{E}_{min} = \frac{d}{q}(T + kx_0).$$

13.4. Пренебрегая суточным движением Земли, непараллельностью солнечных лучей и размером Луны, оценим время затмения как время прохождения Луной отбрасываемой Землей цилиндрической (а не конической) в нашем приближении тени. Тогда $t \sim d_3/v_\lambda =$

$d_3 \cdot T / 2\pi\ell$, где d_3 — диаметр Земли, $d_3 = 1,3 \cdot 10^4$ км, $T = 28$ сут $\approx 6,7 \cdot 10^2$ ч — период обращения Луны вокруг Земли, $\ell \approx 4 \cdot 10^5$ км — расстояние от Земли до Луны.

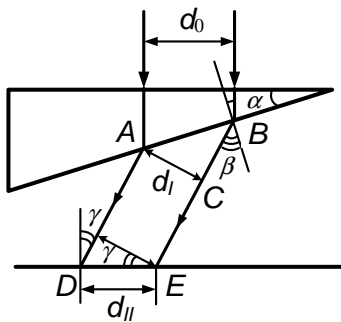
$$t \sim d_3 \cdot \frac{T}{2\pi\ell} \sim 3,4 \text{ ч.}$$

13.5. Для тонкой нити и груза получается обычный конический маятник. Влияние массы шнура существенно меняет ситуацию.

Массивный шнур находится и «провисает», изгибаясь, в эффективном поле, создаваемом силой тяжести и вращением. При этом сказывается и то, что центростремительное ускорение $\omega^2 r$ зависит от расстояния до оси вращения r и это тоже проявляется на изгибе шнура. Попытка точного описания ситуации приводит к сложному уравнению.

Вариант 14

14.1. Пусть диаметр пучка d_0 . Поперечный к рисунку размер



сечения d_{\perp} не меняется: $d_{\perp} = d_0$. Луч света, пройдя призму, падает на ее нижнюю грань под углом α . После преломления под углом β продольный размер пучка $d_1 = AC = AB \cos \beta = d_0 \cos \beta / \cos \alpha$. Наконец, упав на горизонтальную плоскость под углом

$\gamma = \beta - \alpha$, пятно растягивается. $d_{\parallel} = DE = \frac{d_1}{\cos \gamma} = \frac{d_0 \cos \beta}{\cos(\beta - \alpha) \cos \alpha}$.

Таким образом, искомое отношение

$$\frac{d_{\parallel}}{d_{\perp}} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha \cos(\beta - \alpha)} = \frac{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha (\cos \alpha \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \alpha} + n \sin^2 \alpha)}$$

при $n \sin \alpha < 1$.

При $n \sin \alpha \geq 1$ пятна на столе нет, из-за полного внутреннего отражения в призме.

14.2. На груз массы m по вертикали действует сила тяжести mg и натяжение T . По второму закону Ньютона $ma = mg - T$.

По горизонтали же — только сила нормального давления N со стороны бруска. Горизонтальное ускорение то же, что и бруска a_1 . Поэтому из второго закона Ньютона $ma_1 = N$.

Для бруска получаем $Ma_1 = T - N$.

Поскольку нить нерастяжима, $a_1 = a$.

Отсюда и из предыдущего $a = gm/(M + 2m)$.

14.3. Заряд $q(x)$ положительно заряженной части стержня x , вошедшей в поле E , испытывает действие силы

$$F(x) = q(x)E = qx E.$$

Работа A_1 , затраченная на вхождение заряда $+q$ в поле E , равна $F_{\text{ср}} \cdot \ell$ и из-за линейной зависимости силы от расстояния x $F_{\text{ср}} = \frac{1}{2}qE$, т. е. $A_1 = \frac{1}{2}qE\ell$.

Работа A_2 на вхождение заряда $-q$ складывается из работы по вхождению собственно заряда $-q$, равной $-\frac{1}{2}qE\ell$ и работы по перемещению заряда $+q$ в поле E на расстояние ℓ , равной $qE\ell$.

Таким образом, $A_2 = qE\ell - \frac{1}{2}qE\ell = \frac{1}{2}qE\ell$.

Полная работа $A = A_1 + A_2 = qE\ell > Mv^2/2$. Отсюда минимальное значение E , при котором стержень, полностью вошедший в поле, отразится от него, $E_{\text{min}} = Mv^2/(2q\ell)$.

14.4. Изменение массы $\Delta m \sim (\rho - \rho_0)V = \left(\frac{\mu p}{RT} - \frac{\mu p_0}{RT}\right)V = \frac{\mu V}{RT} \cdot \rho g H$. $\rho \sim \frac{\mu p}{RT}$. Поэтому $\Delta m \sim \left(\frac{\mu}{RT}\right)^2 p V g H$.

При $\mu \approx 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $R = 8,3$ Дж/(К·моль), $T \approx 300$ К, $p \approx 10^5$ Па, $g \approx 10$ м/с², $V = 3 \cdot 10^{-3}$ м³, $H \approx 25$ м.

$$\Delta m \sim (\mu/RT)^2 \cdot p V g H \sim 10^{-5} \text{ кг} = 10 \text{ мг}.$$

14.5. См. решение задачи 5 из варианта 11.

Вариант 15

15.1. Ток J'_1 по верхнему пути длиной $x + L/2 + L/2$ равен $J_1 = U/\rho(L + x)$, по нижнему пути длиной $L/2 - x + L/2$ равен $J_2 = U/\rho(L - x)$, где ρ — сопротивление единицы длины стержня. Искомое напряжение между концами $V = ULx/(L^2 - x^2)$, $x \leq L/2$.

15.2. Конечная температура газа $T_1 = kT_0$, так как по закону Шарля при постоянстве объема температура возрастает пропорционально росту давления.

Тепловой баланс для жидкости дает условие

$$(k - 1)cm(T - T_1) = cm(T_1 - T_0), \quad k \neq 1.$$

Отсюда искомая температура $T = (k + 1)T_0$.

15.3. Вертикальное a_1 и горизонтальное a ускорения груза одинаковы: $a_1 = a$.

По второму закону Ньютона $ma_1 = mg - T$, $ma = N$, $Ma = T - N - \mu(Mg + T)$.

Нить давит на блок с силой T по горизонтали и с силой T по вертикали.

В итоге получаем $a = g \frac{m=\mu(M+m)}{M+2m-\mu m}$ при $m > \mu(M + m)$, $a = 0$ при $m \leq \mu(M + m)$, в частности при $M + 2m = \mu m$.

15.4. При очень большой скорости влета метеорита в атмосферу он «сгребает» воздух перед собой, сообщая ему скорость v , близкую к собственной. Тогда по закону сохранения импульса $Mv \sim 0,9Mv + mv$, откуда $m \sim 0,1M$. Здесь масса метеорита $M \sim \rho \ell^3$, где ℓ — его размер, а ρ — плотность железа ($\rho \sim 10 \text{ г/см}^3$).

Масса m затронутого воздуха минимальна при вертикальном влете, тогда она равна массе столба воздуха с сечением $S \sim \ell^2$.

Поскольку из величины атмосферного давления известно, что столб атмосферы сечением 1 см^2 имеет массу ($m_0 \sim p_0/g$) примерно 1 кг,

получаем возможность оценки: $m \sim 0,1\rho\ell^3 \sim \frac{\rho_0}{g}\ell^2 \sim 0,1M$, откуда при $\ell \sim 10$ м получаем массу метеорита $M \sim 10$ т.

15.5. См. решение задачи 5 варианта 12.

Вариант 16

16.1. Из условия несжимаемости жидкости имеем

$$v \cdot 4\pi R^2 = u \cdot 4\pi r^2,$$

т. е. $u = vR^2/r^2$.

16.2. Сначала по закону Менделеева—Клапейрона $p \cdot 3V = \nu RT$, в конце $p'V = \nu_1 RT$, $p'V = \nu_2 Rn_1 T$, $p'V = \nu_3 Rn_2 T$.

Число молей газа сохраняются: $\nu = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3$.

Подставляя в последнее равенство значения ν_i , выраженные из предыдущих уравнений, получаем $p'/p = 3/(1 + 1/n_1 + 1/n_2)$.

16.3. По закону Фарадея $\mathcal{E} = -\Delta\Phi/\Delta t = -Blv$, где скорость $v = at$. Пусть ключ K замыкают через τ секунд. Тогда через время Δt $\mathcal{E} = -Bla(\tau + \Delta t)$, заряд на конденсаторе $Q = J\Delta t$.

По закону Ома $Q/C + JR + \mathcal{E} = 0$, т. е.

$$\frac{J}{C}\Delta t + JR = Bla\Delta t + Bla\tau.$$

Так как это справедливо для любого Δt , то $J/C = Bla$; $JB = Bla\tau = BlaCR$, откуда $\tau = RC$.

16.4. Составляющая силы тяжести на направление движения меняется от $mg \sin \alpha \approx mg\alpha$ до $mg \sin 2\alpha \approx mg \cdot 2\alpha$. При оценке считаем массу швабры сосредоточенной на ее конце. Длина швабры $\ell \approx 1,5 - 2$ м.

Примем среднее значение силы как среднее арифметическое:

$$F_{\text{ср}} = \frac{1}{2}(mg\alpha + 2mg\alpha) = \frac{3}{2}mg\alpha,$$

тогда среднее ускорение $a_{\text{ср}} \sim \frac{3}{2}g\alpha$. Перемещение за время изменения угла от α до 2α равно $\ell\alpha$.

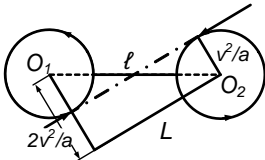
Тогда $\ell\alpha \sim \frac{3}{2}g\alpha \cdot \frac{t^2}{2}$, откуда $t \sim \sqrt{\frac{4\ell}{3g}} \sim \sqrt{\frac{\ell}{g}} \sim 0,4 - 0,5$ с при $\ell \sim 1,5 - 2$ м.

16.5. См. решение задачи 5 из варианта 13.

1992 г.

Вариант 21

21.1. Минимальное расстояние между самолетами будет вдоль линии O_1O_2 , соединяющей центры окружностей (см. рисунок), радиусы которых равны v^2/a . Тогда



$$\ell_{\min} = \sqrt{(2v^2/a)^2 + L^2} - 2v^2/a.$$

21.2. Так как два атома озона переходят в три атома кислорода, то для молей этих газов получаем связь: $\nu_{O_2} = (3/2)\nu_{O_3}$. С учетом сохранения давления p и выполнения закона Менделеева—Клапейрона имеем $p = (\nu + \nu_3) T_0/V_0 = (\nu + \nu_3/2) T/V$, где ν — число молей воздуха в объеме V_0 , а $\nu_3 \equiv \nu_{O_3}$. Отсюда $\nu_{O_3} = 2p(V/T - V_0/T_0)$.

21.3. Через интервал времени t , учитывая постоянство тока J , полагая постоянным ускорение a перемычки и сразу записывая ЭДС индукции $\mathcal{E} = B\ell(v + at)$ через скорость $v + at$ перемычки, по закону Ома для замкнутой цепи имеем $JR + Jt/C = B\ell(v + at)$. Отсюда при $t = 0$ получаем $JR = B\ell v$, т. е. $v = JR/(B\ell)$. Нетрудно также показать, что $J = B\ell Ca$ (откуда, в частности, видно, что при $J = \text{const}$ и $a = \text{const}$).

Из второго закона Ньютона $ma = mg - JB\ell = mg - (B\ell)^2 Ca$. Отсюда $J = B\ell Cmg / (m + B^2\ell^2 C)$. Таким образом,

$$v = RCmg / (m + B^2\ell^2 C).$$

21.4. Масса жира в единице объема $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho n$, где n — число шариков жира в единице объема, ρ — плотность жира (1 % жирности молока — это $m = 1 \cdot 10^{-2}$ г/см³), πr^2 — площадь на один шарик без учета перекрытия.

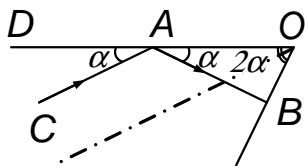
Тогда при толщине слоя молока ℓ имеем $\pi r^2 \cdot n\ell \sim 1$. Поэтому $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho n\ell / \ell = \frac{4}{3}\rho r / \ell$, откуда $r \sim m\ell / \rho$. $r \sim 10^{-3}$ см при $m = 10^{-3}$ г/см³, $\ell \sim 10^{-1}$ см, $\rho \sim 1$ г/см³.

21.5. Для пологой плоскости (малый угол наклона) сила, прижимающая к ней цилиндр, заметно больше, чем сила, прижимающая цилиндр к цилиндру. В результате между цилиндрами возникает проскальзывание, а между плоскостью и цилиндром — нет. Поэтому нижний цилиндр в этом случае не слишком мешает верхнему скатываться, прокручиваясь.

При крутом наклоне прижимающая сила между цилиндрами больше и верхний цилиндр просто соскальзывает по плоскости. Критический угол наклона равен 45° .

Вариант 22

22.1. Луч вернется по первоначальному пути, если упадет на



противоположную стенку по нормали (см. рисунок): $AB \perp OB$. По условию $\angle CAD = \alpha$. Но тогда $\angle BAO + \angle AOB = 90^\circ$, т. е. $3\alpha = 90^\circ$.

Отсюда $2\alpha = 60^\circ$.

22.2. Из условия равновесия $2\rho gh + p_1 = p_2$. Из закона Бойля—Мариотта $p_0 H = p_1 (H - h)$, откуда $p_1 = p_0 H / (H - h)$. Из закона Менделеева—Клапейрона

$$p_0 H / T_0 = p_2 (H + h) / T, \quad \text{т. е.} \quad p_2 = p_0 H T / T_0 (H + h).$$

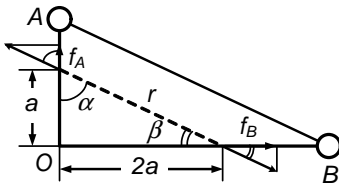
Подставляя в первое уравнение

$$2\rho gh + \frac{p_0 H}{H - h} = \frac{p_0 HT}{T_0(H + h)},$$

получаем

$$T = T_0 \left[\frac{2\rho gh}{p_0} \left(1 + \frac{h}{H} \right) + \frac{H + h}{H - h} \right], \quad h < H.$$

22.3. На бусинки вдоль стержней действуют силы (см.рисунок):



$$f_A = f \cos \alpha, \quad \text{где } \cos \alpha = a/r$$

$$\text{и } f_B = f \cos \beta, \quad \text{где } \cos \beta = 2a/r,$$

отсюда $f_A/f_B = \cos \alpha / \cos \beta = 1/2 = a_A/a_B$. Так как $f\Delta t = m\Delta v = mv$, то $v_A/v_B = f_A/f_B = 1/2$. Соответственно, $v\Delta t = \Delta S = S$, откуда через Δt $S_{OA}/S_{OB} = v_A/v_B = 1/2$, т. е. прямая, соединяющая бусинки, движется поступательно: перемещается параллельно своим прежним положениям. Таким образом, $S_{OB} = 2S_{OA} = 4a$; $v_B = 2v_A$. Из закона сохранения энергии получаем

$$\frac{m}{2}v_A^2 + \frac{m}{2}(2v_A)^2 = \frac{kq^2}{a\sqrt{5}} - \frac{kq^2}{\sqrt{(2a)^2 + (4a)^2}} = \frac{kq^2}{2\sqrt{5}a} = \frac{m}{2}5v_A^2.$$

Отсюда

$$v_A = q\sqrt{\frac{k}{ma5\sqrt{5}}} = q/\sqrt{4\pi\varepsilon_0 ma5\sqrt{5}}.$$

22.4. По закону сохранения энергии для шара

$$mg_{\text{Зем}}h_{\text{Зем}} - GmM/R = 0.$$

Положив $2R = \ell$ — размеру, имеем $g_{\text{З}}h_{\text{З}} \sim G(4\pi R^3/3)\rho/R \sim Gl^2\rho\pi/3 \sim Gl^2\rho$. Отсюда $\ell \sim \sqrt{g_{\text{З}}h_{\text{З}}/G\rho}$. При $g_{\text{З}} = 10 \text{ м/с}^2$, $h_{\text{З}} \sim 1 \text{ м}$, $G \approx 7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$, $\rho \sim 8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\ell \sim 5 \cdot 10^3 \text{ м} = 5 \text{ км}$.

Грубая оценка (из 1-й космической скорости):

$$mv_{max}^2/2 \sim GmM/2R \sim GmM/\ell \sim mgzh_3.$$

$$\ell \sim \sqrt{2gzh_3/G\rho} \sim 7 \text{ км.}$$

22.5. Параллельное подключение конденсатора к диоду позволяет переменному току проходить через конденсатор в лампу в течение полупериода, неиспользуемого при отключенном конденсаторе. Поэтому при замыкании ключа K лампа разогревается и светит сильнее.

Вариант 23

$$23.1. \quad p_0 = \rho g(H_1 h_1 - H_2 h_2)/(h_1 - h_2).$$

$$23.2. \quad \text{Без нажима } ma = mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

При нажиме $ma_2 = mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - 2\mu N$.

Отсюда $a_2 = a - 2\mu N/m$ при $a > 2\mu N/m$ и $a_2 = 0$ при $a \leq 2\mu N/m$.

23.3. Максимальный ток $J_{max} = J_0$ достигается, когда ЭДС самоиндукции $U_L = 0$. При этом $U_C = U_R = J_0 R$. Соответственно накопленная энергия $E_0 = LJ_0^2/2 + C(J_0 R)^2/2$.

При колебаниях тока его максимум J_m вычисляется из закона сохранения энергии: $LJ_m^2/2 = LJ_0^2/2 + C(J_0 R)^2/2$. $J_m = J_0 \sqrt{1 + CR^2/L}$.

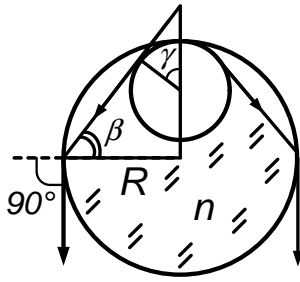
23.4. После того как лед растаял, сила действия на весы изменилась на

$$\Delta F = \left(m_{\lambda} g - \frac{m_{\lambda}}{\rho_{\text{в}}} \rho_{\text{возд}} g \right) - \left(m_{\lambda} g - \frac{m_{\lambda}}{\rho_{\lambda}} \rho_{\text{возд}} g \right) = m_{\lambda} g \frac{\rho_{\text{возд}}}{\rho_{\lambda} \rho_{\text{в}}} (\rho_{\text{в}} - \rho_{\lambda}).$$

из-за уменьшения объема $m_{\lambda}/\rho_{\lambda}$, который создавал выталкивающую силу, действующую на лед.

Положив плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1 \text{ г/см}^3$, плотность льда $\rho_{\lambda} \approx 0,9 \text{ г/см}^3$, плотность воздуха $\rho_{\text{возд}} \sim 10^{-3} \text{ г/см}^3$, $m_{\lambda} = 10^3 \text{ г}$, получим, что необходимо для восстановления равновесия подлить к литру воды еще $\Delta m = m_{\lambda} \frac{\rho_{\text{возд}}}{\rho_{\lambda} \rho_{\text{в}}} (\rho_{\text{в}} - \rho_{\lambda}) \sim 0,1 \text{ г}$.

23.5. Чтобы изображение заняло весь цилиндр, необходимо



построение, указанное на рисунке. Критическое условие: $\sin \beta = 1/n$, где n — показатель преломления воды.

В принципе можно анализировать уравнение

$$\operatorname{tg} \beta = 1 - (r/R) \left(1 - \frac{1}{\cos \beta} \right),$$

$\operatorname{tg} \beta = \frac{R-r+r \cos \beta}{R-r \sin \beta}$, где $\sin \beta = 1/n$. Тогда $r/R = n + 1 - n^2 \pm \sqrt{n^4 - 2n^3 + 2n - 1}$. При $n = 4/3$ получаем $R > r \geq 0,85R$.

Вариант 24

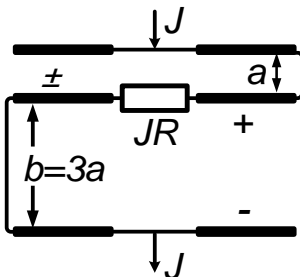
24.1. $F = (\rho_0 V/2 - \rho V)g$; $3F = (\rho_0 - \rho)Vg$.

Отсюда $\rho = \rho_0/4$.

24.2. Из равенства давлений следует: $\nu_1 T/L_1 = \nu_2 T_0/L_2$, $Q_1/Q_2 = \nu_1/\nu_2$. Отсюда

$$Q_2 = Q_1 \nu_2 / \nu_1 = Q T L_2 / (T_0 L_1).$$

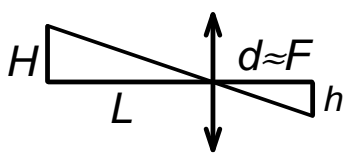
24.3. Конденсатор разбивается на четыре (см. рисунок): два неза-



ряженных, а на двух других напряжение JR . Знак заряда определяется направлением тока (от плюса к минусу) и противоположным знаком индуцирующего заряда на противоположащей пластине.

Емкость левого верхнего равна $\frac{C}{2} \frac{a+b}{a} = 2C$, тогда заряд на нем $q_1 = 2CJR$. Емкость второго заряженного конденсатора равна $\frac{C}{2} \frac{a+b}{b} = \frac{2}{3}C$, заряд его равен $q_2 = 2CJR/3$. Полный (суммарный с учетом знаков) заряд на пластине $q = q_1 - q_2 = 4CJR/3$.

24.4. Так как $L \gg d$, то $d \approx F$. Из подобия треугольников



(см. рисунок) следует $H/h \sim L/F$, где h — размер кадра на киноплёнке; H — размер экрана; L — размер аудитории.

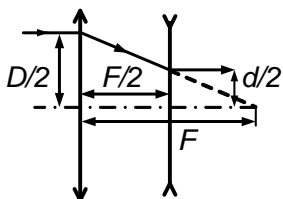
Отсюда

$$F \sim Lh/H \sim 10 \text{ см при } h \sim 1 \text{ см, } H \sim 200 \text{ см, } L \sim 20 \text{ м.}$$

24.5. См. решение задачи 5 в варианте 21.

Вариант 25

25.1. Для пары линз (см. рисунок) происходит сужение размера



пучка в два раза: $d/D = (F/2)/F = 1/2$. Поэтому для N пар имеем

$$d_N = D/2^N.$$

25.2. Каждое следующее столкновение со стенкой происходит перпендикулярно стенке и, следовательно, расстояние от точки первого соударения прирастает каждый раз на диаметр новой окружности. Направим ось X вдоль стенки. Положим $x_1 = 0$. Из второго закона Ньютона имеем $m(v+u)^2/R_2 = q(v+u)B$. Отсюда $x_2 = 2R_2 = 2m(v+u)/qB$.

Аналогично, $x_3 = 2(R_2 + R_3) = 2m[(v+u) + (v+2u)]$. Для

$$x_k = \frac{2m}{qB} \left[v(k-1) + \frac{(k-1)k}{2}u \right] = \frac{m}{qB} (k-1)(2v+ku), \quad k = 1, 2, \dots$$

Коэффициент $(k-1)k/2$ — сумма арифметической прогрессии: $1 + 2 + 3 + \dots + k$.

25.3. Горизонтальная составляющая скорости грузика с массой m к моменту касания стола равна нулю. Поэтому равны нулю скорости и конца нити и груза с массой M . Тогда из закона сохранения энергии $mv^2/2 = mg\ell + Mg\ell \left(\sqrt{1 + 1/4} - 1/2 \right)$, откуда

$$v = \sqrt{g\ell} \left(2 + (\sqrt{5} - 1)M/m \right)^{1/2}.$$

25.4. Пар — идеальный газ при заданных условиях. При $T_0 = 273$ К в объеме $V_0 = 22,4$ л при нормальном давлении p_0 , как известно, содержится $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ молекул. Плотность пара

$$\rho_{\text{п}} = \frac{p_0 \mu}{RT} = \frac{\mu T_0}{V_0 T}.$$

Тогда по порядку величины расстояние между молекулами пара $r_{\text{п}} \sim \left(\frac{\mu}{\rho_{\text{п}} N_{\text{п}}} \right)^{1/3} \sim \left(\frac{TV_0}{N_{\text{п}} T_0} \right)^{1/3}$.

Для воды это расстояние $r_{\text{в}} = \left(\frac{\mu}{\rho_{\text{в}} N_{\text{п}}} \right)^{1/3}$.

Таким образом, увеличение расстояний $\frac{r_{\text{п}}}{r_{\text{в}}} = \left(\frac{TV_0 \rho_{\text{в}}}{T_0 \mu} \right)^{1/3}$.

При $T = 373$ К, $T_0 = 273$ К, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль, $V_0 = 22,4 \cdot 10^4$ см³.

25.5. См. решение задачи 5 в варианте 22.

Вариант 26

26.1. Из закона сохранения получаем

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{2kqQ}{3R} = \frac{2kqQ}{R},$$

откуда

$$v = 2\sqrt{\frac{2kqQ}{3mR}} = 2\sqrt{\frac{2qQ}{3 \cdot 4\pi\epsilon_0 mR}}.$$

26.2. При подъеме правой плоскости вверх, слева будет проскальзывание, если кубик вместе с правой плоскостью пойдет вверх, а между последними проскальзывания не будет. Тогда

$$\mu_2 F \geq F_{\text{тр}2} = Mg + \mu F.$$

Здесь $F_{\text{тр}2}$ — сила трения, направленная вверх.

Когда плоскость идет вниз, телу не дает идти вниз неподвижная плоскость: там нет проскальзывания. Следовательно, для подъема тела необходимо, чтобы $F \geq Mg/(\mu_2 - \mu_1)$.

26.3. Пусть размер рамки a . Сила Ампера, действующая на рамку, равна $F = JBa$; масса рамки $m = 3a\rho$.

При отклонении рамки проскочит положение равновесия и отклонится на угол α , определяемый не из равенства моментов (условие равновесия), а из закона сохранения энергии:

$$2\rho a^2 g(1 - \cos \alpha) = Fa \sin \alpha.$$

Отсюда $2\rho g(1 - \cos \alpha) = JB \sin \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha = JB/(2\rho g)$,

$$\alpha = 2 \operatorname{arctg} (JB/2\rho g).$$

Другая форма ответа

$$\alpha = \arccos \frac{4\rho^2 g^2 - B^2 J^2}{4\rho^2 g^2 + B^2 J^2},$$

$\alpha > \alpha_0 = \operatorname{arctg}(JB/2\rho g)$ — положение равновесия.

26.4. $p = nkT = nm\overline{v_x^2}$. Масса, приходящая в единицу времени на единицу площади $J_m \sim nm\overline{v_x} \sim p/v_x \sim p\sqrt{\mu/RT}$.

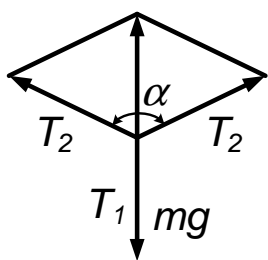
Тогда за время t намерзнет (при тонкой пленке) слой льда толщиной $\ell \sim J_m \cdot t / \rho_{\text{льда}} \sim \frac{pt}{\rho_{\text{л}} \sqrt{\frac{\mu}{RT}}}$. Отсюда $t \sim \frac{\ell \rho_{\text{л}}}{p} \sqrt{\frac{RT}{\mu}} \sim 4 \cdot 10^{-4}$ с при $\ell = 10^{-4}$ м, $\rho_{\text{л}} \sim 10^3$ кг/м³, $p \sim 10^5$ Па, $R \approx 8$ Дж/К моль, $T \sim 4 \cdot 10^2$ К, $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

26.5. См. решение задачи 5 в варианте 23.

1993 г.

Вариант 31

31.1. Если выше и ниже крюка A натяжения T_2 и T_1 одинаковы, то



$$2T \cos \frac{\alpha}{2} = T, \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}, \frac{\alpha}{2} = 60^\circ, \alpha = 120^\circ.$$

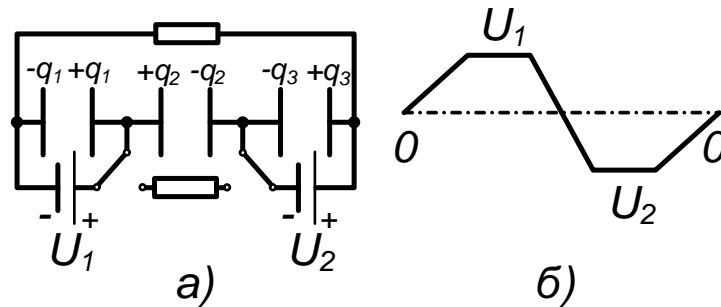
При угле $\alpha < 120^\circ$ $2T_2 \cos \frac{\alpha}{2} < T_1$ и $T_2 < T_1$, поэтому нить порвется ниже крюка, где натяжение больше.

При $\alpha > 120^\circ$ разрыв выше A .

31.2. В начале подъема первого поршня по закону Клапейрона—Менделеева $(p_0 + m_1 g / S) V_0 = \nu R T_1$, где V_0 — объем газа, а ν — число его молей. В начале подъема второго поршня с учетом действия «зацепа» по закону Клапейрона—Менделеева $[p_0 + (m_1 + m_2) g / (2S)] = \nu R T_2$. Поделив второе уравнение на первое, получаем

$$T_2 = T_1 \left(1 + \frac{hS}{V_0} \right) \left[1 + \frac{(m_2 - m_1)g}{2(p_0 S + m_1 g)} \right].$$

31.3. Начертим эквивалентную схему вначале, сводящуюся к трем конденсаторам с зарядами q_1 , q_2 и q_3 (рисунок слева), и распределение потенциала (см. рисунок справа). Тогда $q_1 = C U_1$, $q_2 = C(U_1 + U_2)$, $q_3 = C U_2$. После переключения образуются два одинаковых



конденсатора емкостями C , соединенных параллельно, на которых останется (на каждом) половинный неуравновешенный заряд $(q_3 - q_1)/2 = C(U_2 - U_1)/2$. С учетом полученных результатов для энергии в конденсаторах вначале имеем $W_1 = C U_1^2 / 2 + C(U_1 + U_2)^2 / 2 + C U_2^2 / 2$. После переключения $W_2 = \frac{C}{2} \frac{(U_2 - U_1)^2}{4} + \frac{C}{2} \frac{(U_2 - U_1)^2}{4} = \frac{C(U_2 - U_1)^2}{4}$. Таким образом, выделившееся количество теплоты равно

$$\begin{aligned} Q &= W_1 - W_2 = \frac{C}{2} \left[U_1^2 + (U_1 + U_2)^2 + U_2^2 - \frac{(U_2 - U_1)^2}{2} \right] = \\ &= \frac{3C}{4} (U_1 + U_2)^2 = \frac{3\varepsilon_0 S}{4d} (U_1 + U_2)^2. \end{aligned}$$

31.4. Накачка шины определяется числом ходов насоса, при каждом из которых захватывается и вгоняется в шину фиксированная мас-

са воздуха, определяющаяся атмосферным давлением и рабочим объемом насоса.

Пренебрегая небольшой работой при накачке с расправлением велосипедной камеры до её полного объема V , оценим минимальную работу по созданию перепада давления $\Delta p \sim p$ при постоянном объеме V . $A \sim \Delta p V \sim p V \sim p_a \cdot 2\pi R S$, где радиус шины $R = 0,35$ м, её сечение $S \sim 10 \text{ см}^2 = 10^{-3} \text{ м}^2$, $p_a \sim 10^5 \text{ Па}$; $A \sim \pi 10^5 \cdot 0,35 \cdot 10^{-3} \sim 2 \cdot 10^2 = 200 \text{ Дж}$.

31.5. Плоскопараллельная пластина, роль которой играет прямоугольный сосуд с водой, не меняет направление параллельного пучка света, прошедшего сквозь неё, однако смещает его. Это смещение и наблюдается.

Линза собирает все параллельные лучи в фокус независимо от их не слишком большого смещения. Поэтому если расположить экран на фокусном расстоянии от линзы, то смещения пятна при вращении сосуда наблюдаться на экране не будет.

Вариант 32

32.1. Если R — сопротивление любого из трех участков AB , BC , CD для тока в прямом направлении через диод, а U — напряжение между точками A и D , тогда ток через цепь $J_0 = U/3R$.

При подсоединении проводников участки AB и CD оказываются включенными параллельно, а через участок CB , запертый в этом случае диодом, ток не пойдет. Следовательно, $J = U/(R/2) = 2U/R$. Таким образом, $J/J_0 = 6$.

32.2. При $T - mg \sin \alpha \leq \mu mg \cos \alpha$ неподвижен брусок. При $T - Mg \sin \alpha \leq \mu mg \cos \alpha$ неподвижна доска. В равновесии $2T = (m + M)g \sin \alpha$ (T — натяжение нити).

Исключая натяжение T из неравенств с помощью последнего ра-

венства, получаем условие неподвижности системы:

$$1 - 2\mu \operatorname{ctg} \alpha \leq \frac{M}{m} \leq 2\mu \operatorname{ctg} \alpha + 1.$$

32.3. Используя закон Гука $F = kx = kV/S$, найдем жесткость пружины k ; $(p - \frac{p}{2})S = kV/S$, откуда $k = pS^2/(2V)$.

Используя обобщенный газовый закон $p_1 V_1/T_1 = pV/T$ и закон Гука $p_1 S = kV_1/S_2$, а также закон сохранения энергии

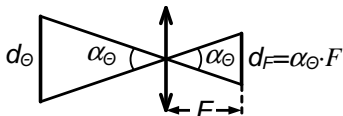
$$CT + \frac{(pS)^2}{2k} = CT_1 + \frac{(p_1 S)^2}{2k} + \frac{(p/2)^2 S^2}{2k},$$

получаем

$$V_1 = V \left[\frac{4CT + 3pV}{2CT + pV} \right]^{1/2}.$$

32.4. Луч, пущенный под малым углом к главной оптической оси линзы через её центр, при построении пройдет без изменения направления.

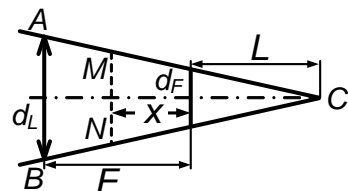
Введем диаметр пятна в фокусе d_F , диаметр пятна на расстоянии x от фокуса d и диаметр линзы d_L , а также угловой размер Солнца $\alpha_\odot = d_\odot/\ell_\odot \approx 10^{-2}$ рад — отношение диаметра Солнца к расстоянию от него до Земли.



Если сфокусировать свет от Солнца на экран, то яркое пятно в фокусе — это изображение Солнца (фокусное расстояние F определяется по минимальности размера пятна d_F). Размер пятна в фокусе (см. рисунок) $d_F = \alpha_\odot F$. Отсюда $F = d_F/\alpha_\odot$.

Размер пятна в фокусе определяется лучами, прошедшими через края линзы (см. рисунок); C — точка, где эти лучи пересекаются. Из подобия треугольников получаем

$$\frac{d}{L+x} = \frac{d_F}{L} = \frac{d_L}{F+L}.$$



Так как по условию $d = 2d_F$, то $2L = L + x$, откуда $L = x$. Таким образом,

$$\frac{d_F}{x} = \frac{d}{x + d_F/\alpha_\odot}, \quad x = \frac{d_F^2}{\alpha_\odot(d_L - d_F)} \approx \frac{d_F^2}{\alpha_\odot d_L}, \quad \text{так как } d_L \gg d_F.$$

При $\alpha_\odot = 10^{-2}$ рад, $d_F = 10^{-1}$ см, $d_L = 3$ см получаем $x \sim d_F^2(\alpha_\odot \cdot d_L) \sim 10^{-2} \cdot 10^2/3 \approx 3$ мм.

32.5. По сравнению с сосудом с короткой трубкой на воду в сосуде с длинной трубкой действует дополнительная сила из-за неразрывности воды — вес добавочного столбика воды в длинной трубке.

Вариант 33

33.1. Сравнение сил приводит к неравенству: клин не сдвинется, если $Mg \operatorname{tg} \alpha \leq \mu Mg$, т. е. $\operatorname{tg} \alpha \leq \mu$.

33.2. Вся работа по приобретению поршнями одинаковых импульсов (равны силы $P_a S$ и времена разгона) переходит в тепло:

$$Q = P_a S L.$$

33.3. После замыкания ключа два образовавшихся конденсатора, на одном из которых заряд q_1 , а на другом — $q_2 + q_1$, разряжаются частично на землю, частично друг на друга, оставляя в итоге заряд q_2 на изолированной пластине. Общая емкость в конце равна $C_1 + C_2$.

Таким образом, по закону сохранения энергии имеем

$$\begin{aligned} Q &= \frac{q_1^2}{2C_1} + \frac{(q_1 + q_2)^2}{2C_2} - \frac{q_2^2}{2(C_1 + C_2)} = \\ &= \frac{1}{2} \left[q_1 \sqrt{\frac{1}{C_2} \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right)} + q_2 \sqrt{\frac{1}{C_2(1 + \frac{C_2}{C_1})}} \right]^2. \end{aligned}$$

Так как $C_1 = \varepsilon_0 S / (h_1 - h_2)$, а $C_2 = \varepsilon_0 S / h_2$, то

$$Q = (q_1 h_1 + q_2 h_2) / (2\varepsilon_0 S h_1).$$

33.4. Сила отдачи $F \sim \Delta p / \Delta t$ где $\Delta p \sim p \sim mv$, $\Delta t \sim \ell / u$, где m — масса пули, v — её скорость, ℓ — путь приклада, u — его скорость. Так как $mv = Mu$ — где M — масса ружья, то $F \sim mvu / \ell \sim \frac{mv^2}{M\ell} \sim 200$ Н при $m \sim 10^{-2}$ кг, $M \sim 5$ кг, $v \sim 7 \cdot 10^2$ м/с, $\ell \sim 5 \cdot 10^{-2}$ м.

Если приклад прижат плотно, то M — масса стрелка с ружьем, $M \sim 100$ кг и $F \sim 10$ Н. Этот вариант и реализуется.

33.5. При замыкании ключа ток оба полупериода идет сначала через диод, так как сопротивление лампочки, включенной параллельно ему, существенно больше, а потом через другую лампочку, так как второй диод в это время заперт. Таким образом, в течение всего времени переменный ток преодолевает сопротивление R лишь одной лампочки.

При разомкнутом ключе оба полупериода ток может идти только последовательно через две лампочки, так как плечо с диодами заперто.

Поскольку амплитуда напряжения неизменна, то выделяющаяся мощность, если пренебречь зависимостью сопротивления от температуры, обратно пропорционально сопротивлению и при замкнутом ключе, когда сопротивление одной пусть и сильнее разогретой лампочки сказывается существенно слабее, чем двух, хотя и менее нагретых.

Вариант 34

34.1. Учитывая, что натяжение равно F и направлено вдоль веревки, записываем равенство моментов сил, действующих на любую из симметричных половинок, относительно оси, проходящей через точку A : $F \cdot (\ell/2) \cos(\alpha/2) = (F/2)\ell \sin(\alpha/2)$. Отсюда $\alpha = 90^\circ$.

34.2. По закону Клапейрона—Менделеева вначале $pV = \nu_1 RT_1$, $pV = \nu_2 RT_2$. В конце $p'(V - \Delta V) = \nu_1 RT$, $p'(V + \Delta V) = \nu_2 RT$, где ν_1 и ν_2 — число молей газа, а $\Delta V = \Delta x \cdot S$.

Отсюда $\Delta x = L(T_1 - T_2)/(T_1 + T_2)$.

34.3. Из закона Фарадея $q/C = Blv$. С учетом силы Ампера из второго закона Ньютона следует

$$m(\Delta v/\Delta t)\Delta t = mv\Delta t = F\Delta t = JBl\Delta t = Bl(Q - q).$$

По закону сохранения энергии находим выделившееся тепло:

$$W = \frac{Q^2}{2C} - \frac{q^2}{2C} - \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда

$$W = \frac{Q^2}{2C} \frac{1}{1 + (BlC)^2/m}.$$

34.4. Если считать, что входящий в бревно гвоздь равномерно обжимается древесиной, то сила трения с глубиной x линейно нарастает. Тогда работа будет расти квадратично:

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu p 2\pi r x, \quad A = F_{\text{тр. ср.}} x = \mu N_{\text{ср}} x = \mu p 2\pi r x^2/2.$$

Тогда при длине гвоздя ℓ , массе m , скорости v после одного удара по условию имеем

$$\frac{mv^2}{2} \sim \mu p 2\pi r (\ell/10)^2/2.$$

После N ударов забивающих гвоздь полностью

$$N \frac{mv^2}{2} \sim \mu p 2\pi r \ell^2/2.$$

Поделив второе соотношение на первое, получаем $N \sim 100$ ударов.

Однако есть и другая модель. Если древесину разрушает передняя часть гвоздя, а взаимодействия боковой поверхности с пробитым каналом практически нет, тогда сила не зависит от глубины проникновения и работа линейно зависит от глубины проникновения x :

$$N \frac{mv^2}{2} \sim F\ell, \quad \frac{mv^2}{2} \sim F\ell/10.$$

Отсюда $N \sim 10$.

Реальная ситуация, очевидно, промежуточная.

34.5. См. решение задачи 5 варианта 31.

Вариант 35

35.1. В равновесии сумма моментов сил равна нулю:

$$qE\ell \sin \alpha + 2qE\ell \sin(\alpha + 2\pi/3) + 3qE\ell \sin(\alpha + 4\pi/3) = 0,$$

откуда $\alpha_1 = -\pi/6$ и $\alpha_2 = 5\pi/6$, причем $\alpha_2 - \alpha_1 = \pi$. Положение с α_2 неустойчиво.

35.2. Скорость до удара относительно земли $v_0 = \sqrt{2gh}$, а относительно ракетки $v_0 + u$, где u — скорость ракетки.

После удара скорость относительно ракетки меняет знак и в $\sqrt{\alpha}$ раз уменьшается — $(v_0 + u)/\sqrt{\alpha}$, относительно земли после удара по условию задачи $-(v_0 + u)/\sqrt{\alpha}$, относительно земли после удара по условию задачи $-(v_0 + u)/\sqrt{\alpha} - u = -v_0$. Отсюда

$$u = v_0 \frac{\sqrt{\alpha} - 1}{\sqrt{\alpha} + 1} = \sqrt{2gh} \frac{\sqrt{\alpha} - 1}{\sqrt{\alpha} + 1}.$$

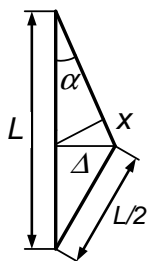
35.3. Вначале по закону Клапейрона—Менделеева $pV = RT$, в конце $pV_1 = RT_1$, $pV_2 = 2RT_1$. Отсюда $2V = 2RT/p$ и $V_1 + V_2 = 3RT_1/p$. Поэтому $(V_1 + V_2)/(2V) = 3T_1/2T$. Из закона сохранения энергии имеем

$$\frac{3}{2}RT + 2 \cdot \frac{5}{2}R\frac{T}{2} = \left(\frac{3}{2}R + 2 \cdot \frac{5}{2}R \right) T_1 + p(V_1 + V_2 - 2V).$$

Таким образом,

$$\frac{V_1 + V_2}{2V} = \frac{3T_1}{2T} = \frac{3}{2} \cdot \frac{12}{19} = \frac{18}{19}.$$

35.4. Пусть циклическая частота равна ω ($\omega = 2\pi\nu = \sqrt{k/m}$).



Тогда натяжение $T \sim kx$, $x \sim \frac{L}{2}(1 - \cos \alpha) \sim \frac{L\alpha^2}{4} \sim \frac{L\Delta^2}{L^2} \sim \frac{\Delta^2}{L}$, $k = 4\pi^2\nu^2m$. Тогда $T \sim kx \sim 4\pi^2\nu^2m\Delta^2/L \sim 4 \cdot 10^7 \text{ дн} \sim 400 \text{ Н}$ при $\nu \sim 10^2 \text{ Гц}$, $\Delta^2 \sim 10 \text{ см}^2$, $L \sim 0,5 \text{ м}$, $m \sim 5 \text{ г}$.

Другое решение. Возвращающая сила $F \sim 2Tx/L$, полагая движение равноускоренным для грубой оценки, имеем $a = F/m \sim \sim 2Tx/Lm$, $t \sim 4\sqrt{2x/a} \sim 4\sqrt{Lm/T}$. Отсюда получаем $T \sim 16mL/t^2 \sim 16L^2\rho S/t^2$. При $S \sim 1 \text{ мм}^2$, $L \sim 0,5 \text{ м}$, $\nu \sim 10^2 \text{ Гц}$ соответствует $t \sim 10^{-2} \text{ с}$. Отсюда получаем $T \sim 3 \cdot 10^2 \text{ Н}$.

35.5. См. решение задачи 5 варианта 32. При этом пальцы развивают усилие $3 \div 4 \text{ кг}$.

Вариант 36

36.1. Разбивая заряды на противоположные пары, действующие вдоль диагоналей квадрата, получаем одинаковые по величине силы: $k \cdot 4qQ/L^2 = qQ/(\pi\varepsilon_0 L^2)$, направленные перпендикулярно друг другу. Поэтому $F = \sqrt{2}qQ/(\pi\varepsilon_0 L^2)$, и направлена перпендикулярно стороне, соединяющей заряды q и $2q$, к этой стороне.

36.2. Смещение поршня при заполнении левого цилиндра газом, равное V/S , приводит к увеличению силы сжимающей пружины на $(p - p_0)S$, так что жесткость $h = (p - p_0)S^2/V$. По закону Бойля—Мариотта $pV = p_1V_1$. Условие равновесия для правого цилиндра $kV_1/S = p_1S$. С учетом выражения для k отсюда получаем $V_1 = V/\sqrt{1 - p_0/p}$.

36.3. Работа силы Ампера для малого элемента стержня длины $\Delta\ell$ равна $BJ\Delta\ell x$, где x — длина пройденной до столкновения этим элементом длины дуги, т. е. равна $BJx\Delta S$, где ΔS — площадь, которую «заметает» в процессе движения этот элемент стержня. Полная работа двух стержней к моменту соударения равна $A = BJ\pi R^2/2$. Силы Ампера, действующие на тот и другой стержень, равны. Скорости будут линейно нарастать: $v_m = Ft/m$ и $v_M = Ft/M$, а импульсы будут совпадать по величине так, что вся работа при соударении перейдет в тепло: $Q = \pi BJR^2/2$.

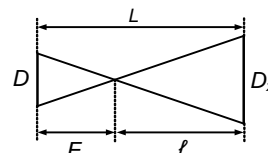
36.4. Щелчок по краю монеты придает краю скорость $2v$. Пусть скорость противоположного края равна нулю. Тогда скорость центра монеты равна v_0 . Она взлетит на высоту $h = v^2/2g$, а время падения на начальный уровень $t = 2v/g$. Край относительно центра имеет скорость вращения v и пройдет путь $vt = 2v^2/g = 4h$. Число оборотов $N = 4h/(2\pi r) \approx 2h/3r$. Для $h = 1,5$ м, $r = 1$ см имеем $N = 100$.

36.5. См. решение задачи 5 из варианта 33.

1994 г.

Вариант 41

41.1. При $\ell_0 = 2F$, $L_0 = F + \ell_0 = 3F$,



$D_{0x} = 2D$. При $\ell = 5F$, $L = F + \ell = 6F = 2L_0$, $D_x = 5D$.

41.2. Из законов сохранения энергии и импульса имеем

$$v_1 = m_3 v_0 / (m_2 + m_3); \quad v_2 = v_1 (m_2 + m_3) / (m_1 + m_2 + m_3).$$

$$(m_1 + m_2) v_1^2 / 2 - (m_1 + m_2 + m_3) v_2^2 / 2 = \mu (m_2 + m_3) g \ell.$$

Отсюда

$$\ell = \frac{m_1 v_1^2}{2(m_1 + m_2 + m_3) \mu g} = \frac{v_0^2}{2 \mu g} \cdot \frac{m_1 m_3^2}{(m_2 + m_3)^2 (m_1 + m_2 + m_3)}.$$

41.3. На катоде по закону сохранения энергии для фотоэффекта $mv^2/2 = h\nu - A$.

После сетки кинетическая энергия электрона равна

$$E_{\text{кин}} = h\nu - A + eU_0.$$

Если на аноде заряд $+Q$, а на сетке $-Q$, тогда $E_{\text{кин}} = eQ/C$, где емкость $C = 3S/\varepsilon_0 d$ по условиям задачи. Таким образом, $h\nu - A +$

$eU_0 = Qd\varepsilon_0/3S$. Отсюда

$$Q = 3S(h\nu - A + EU_0)/\varepsilon_0 d \text{ при } h\nu > A.$$

41.4. Сила за счет остановки капель зонтом $F_{\text{дин}} \sim \rho(h/t)Sv$, где h — дождевой слой воды на земле, накопившийся за время t , ρ — плотность воды, v — скорость капель, S — площадь зонта.

Сила давления слоя воды на зонте при толщине слоя δ — примерно равна $F_{\text{стат}} \sim \rho S \delta g$. Тогда $F \sim \rho(h/t)Sv + \rho S \delta g \sim 2 \text{ Н}$ при $h \sim 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}$ при $t = 10^2 \text{ с}$, $v \sim 10 \text{ м/с}$, $\delta \sim 0,1 \text{ мм} \sim 10^{-4} \text{ м}$.

41.5. Ударяющий шар слегка проталкивает шар, зажатый в тисках, который переводит полученную им кинетическую энергию в работу против силы трения.

Вариант 43

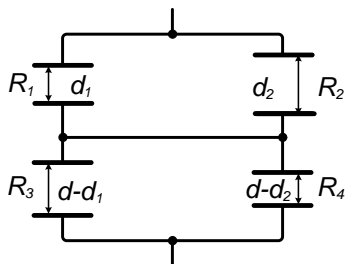
43.1. Перед началом движения $2mg \sin \alpha = mg \cos \alpha (\mu_1 + \mu_2)$. Отсюда $\tan \alpha = (\mu_1 + \mu_2)/2$. Из условия равновесия для нижнего тела получаем $T = mg \cos \alpha \cdot (\tan \alpha - \mu_1)$. Поэтому

$$\frac{T}{mg} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\mu_1 + \mu_2)^2/4}} \cdot \frac{\mu_2 - \mu_1}{4}.$$

Таким образом,

$$T = mg(\mu_2 - \mu_1)/\sqrt{4 + (\mu_1 + \mu_2)^2} \text{ при } \mu_2 > \mu_1.$$

43.2. Пусть удельное сопротивление жидкости равно ρ^{-1} . Тогда до введения фольги сопротивление жидкости $R = d/\rho S$, где S — площадь пластин. Если пренебрегать искривлением силовых линий при подаче напряжения на пластины и считать поле во всех участках жид-



кости однородным, то картина сопротивлений выглядит так, как показано на рисунке.

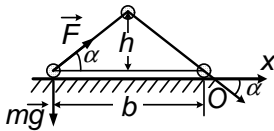
$$\begin{aligned} \text{Здесь } R_1 &= 2d_1/\rho S, & R_2 &= 2d_2/\rho S, \\ R_3 &= 2(d - d_1)/\rho S, & R_4 &= 2(d - d_2)/\rho S, \end{aligned}$$

т. е. с учетом параллельности включения сопротивлений R_1 и R_2 , R_3 и R_4 , получаем

$$R_x = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{2}{\rho S} \left[\frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} + \frac{(d - d_1)(d - d_2)}{2d - d_1 - d_2} \right],$$

$$R_x = \left[\frac{2R}{d} \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} + \frac{(d - d_1)(d - d_2)}{2d - d_1 - d_2} \right].$$

43.3. Пусть сила взаимодействия провода и одной стороны рамки,



параллельной проводу, равна F . Тогда сила F_x , сообщающая ускорений a рамке, направленная вдоль поверхности стола, равна $F_x = 2F \cos \alpha$

(см. рисунок). Рамка не отрывается от поверхности стола при равенстве моментов силы тяжести и силы магнитного взаимодействия относительно оси, проходящей через точку O : $mgb = 2F \sin \alpha b$, т. е. $F = mg/2 \sin \alpha$. Здесь m — масса рамки.

Из второго закона Ньютона имеем $ma = F_x - \mu mg$, откуда

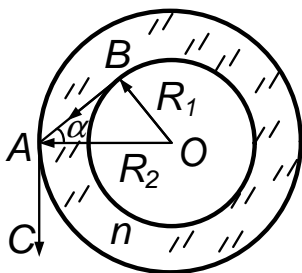
$$a = g(\operatorname{ctg} \alpha - \mu) = g(b/2h - \mu).$$

43.4. Аквалангист дышит воздухом через редуктор при давлении $p_0 = 5$ атм. Объем баллона $V = 10$ л, давление в нем по условию $p = 100$ атм. Отсюда оценка эффективного объема для дыхания $V_{\text{эфф}} = V \cdot p/p_0 \sim 200$ л.

Частота дыхания определяется рядом факторов, в частности парциальным давлением CO_2 , т. е. может быть принята по порядку величины такой же, как в обычных условиях: примерно частота ν порядка 10 вдохов в минуту.

Положив объем одного вдоха при неглубоком дыхании $V_0 \sim 1$ л, получаем, что искомое время $t \sim V_{\text{эфф}}/(\nu V_0) \sim 20$ мин.

43.5. Луч BA , касательный к внутреннему цилиндру (см. рису-



нок), образует угол падения BAO с поверхностью внешнего цилиндра. Если угол OAC равен 90° , т. е. луч AC выходит по касательной, то наблюдатель увидит вместо жидкости между цилиндрами содержимое внутреннего сосуда, т. е. окрашенную жидкость. Учтем эти построения, используя закон преломления:

$$\sin \alpha / \sin 90^\circ = 1/n, \quad \text{т.е.} \quad \sin \alpha = 1/n.$$

Из $\triangle AOB$ $\sin \alpha = R_1/R_2$, где R_1 и R_2 — радиусы цилиндров. Если учесть, что показатель преломления воды $n = 4/3$, то

$$\frac{R_1}{R_2} = \sin \alpha = \frac{1}{n} = \frac{3}{4}.$$

Таким образом, при $R_1 \gtrsim 0,75R_2$, если один сосуд вставлен соосно в другой, вся жидкость во внешнем сосуде имеет цвет как и во внутреннем сосуде.

Вариант 44

44.1. Из закона сохранения энергии скорость при отрыве $v_0 = \sqrt{2g(H_1 - H_2)}$. При приземлении горизонтальная составляющая скорости v_2 сохраняется. $v_r = v_0\sqrt{3}/2$. Снова используя закон сохранения энергии $mgh = mv^2/2$, получаем $h = 3(H_1 - H_2)/4$.

44.2. По закону Клапейрона—Менделеева после разрыва мембраны имеем $(p - p_0)V = (m/\mu)R\Delta T$, где m — полная масса газа.

Из закона сохранения энергии для всего газа получаем

$$(m/\mu)C\Delta T = Nt.$$

Таким образом, $p = p_0 + RNt/(VC)$.

44.3. По закону Фарадея $\mathcal{E} = -\Delta\Phi/\Delta t = a^2\omega B/2$. Мощность, необходимая для вращения рамки, равна $N = \mathcal{E}^2/R$. С другой стороны, $N = Fv = F \cdot \omega a$. Отсюда $F = \omega a^3 B^2/4R$. Можно решить и через момент силы Ампера: $Fa = JBa^2/2$, откуда $F = JaB/2 = \mathcal{E}aB/2R = \omega a^3 B^2/4R$.

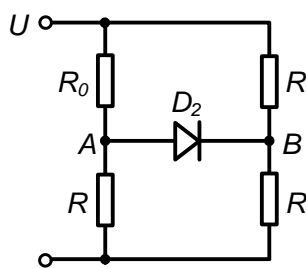
44.4. Приравняв моменты сил выталкивающих и тяжести после пересадки человека, получаем $\Delta h \sim rg/(\rho gS) \sim m/(\rho S)$, где $m \sim 80$ кг, $\rho = 10^3$ кг/м³, $S \sim 3$ м². Отсюда $\Delta h \sim 3$ см.

44.5. См. решение задачи 5 из варианта 41.

Вариант 46

46.1. Вес скомпенсирован и в результат не входит. Условие равновесия приводит к ответу: $x = \rho_0 ghS/(k + \rho gS)$.

46.2. Диод D_1 открыт, диод D_3 закрыт. Поэтому получается



эквивалентная схема: потенциал точки $U_A = U/2$, потенциал точки $U_B = 2U/3$, поэтому диод D_2 закрыт. Тогда искомое сопротивление $R_0 = 6R/5$, а мощность $W = 5U^2/6R$.

46.3. При низких угловых скоростях ω масса m_1 (μ невелико) движется вниз, при высоких — вверх. При движении вниз

$$m_2\omega^2 R_2 = T; \quad m_1\omega^2 R_1 = N; \quad m_1g = T + \mu N.$$

Тогда при движении вверх

$$m_2\omega^2 R_2 = T; \quad m_1\omega^2 R_1 = N; \quad m_1g + \mu N = T.$$

Отсюда $\omega^2 \leq m_1g/(m_2R_2 - \mu m_1R_1)$.

Таким образом,

$$\text{при } \mu < \frac{m_2 R_2}{m_1 R_1}, \quad \frac{m_1 g}{m_2 R_2 + \mu m_1 R_1} < \omega^2 < \frac{m_1 g}{m_2 R_2 - \mu m_1 R_1};$$

$$\text{при } \mu > \frac{m_2 R_2}{m_1 R_1}, \quad \frac{m_1 g}{m_2 R_2 + \mu m_1 R_1} < \omega^2 < \infty;$$

$$\text{при } \mu = \frac{m_2 R_2}{m_1 R_1} \text{ — застой.}$$

46.4. В первый момент сила $F_1 \rho S v C \sim 3 \cdot 10^6$ Н при $\rho \sim 10^3$ кг/м³; C — скорость звука, $C \sim 10^3$ м/с, $v \sim \sqrt{2gh} \sim 4,5$ м/с, $S \sim 0,7$ м².

Время действия этой силы $\Delta t \sim \Delta \ell / C \sim 0,3/10^3 \sim 3 \cdot 10^{-4}$ с. Далее действуем сила $F_2 \rho S v^2 \sim 10^3 \cdot 0,7 \cdot 20 \sim 10^4$ Н. Время её действия $\Delta t \sim \Delta \ell / v \sim 0,3/4,5 \sim 0,1$ с.

46.5. См. решение задачи 5 варианта 43.

Вариант 40

40.1. Из условия равновесия получаем

$$\rho \cdot \frac{4}{3}\pi [R^3 + (2R)^3] = \rho_0 [(2R)^3 + R^3/2] \cdot \frac{4\pi}{3}.$$

Отсюда $\rho_0 = 17\rho/18$.

40.2. Условия равновесия поршня: $p_2 S = p_1 S + P$; $p_1 S = p'_2 S + P$. Из закона Клапейрона—Менделеева получаем

$$p_1 V = (m_1/\mu_1) R T_1; \quad p_2 V = (m_2/\mu_2) R T_2, \quad p'_2 V = (m_1/\mu_2) R T'_2$$

Решая систему уравнений, получаем

$$T'_2 = T_2 \left(2 \frac{m_1 T_1 \mu_2}{m_2 T_2 \mu_1} - 1 \right).$$

40.3. Тело массы m поедет начиная с расстояния R , когда $kQ^2/R^2 = \mu mg$. Тело массы M сдвигается начиная с расстояния r ,

когда $kQ^2/r^2 = \mu Mg$. Во втором случае из закона сохранения энергии имеем

$$-kQ^2/R = -kQ^2/r + mv^2/2 + \mu mg(R - r).$$

В отсутствие зарядов условие соприкосновения

$$mv^2/2 \geq \mu mgr.$$

Складывая два последних уравнения, получаем

$$-kQ^2/R \geq -kQ^2/r + \mu mgR.$$

Подставляя сюда найденные из первых двух уравнений значения r и R , находим

$$k\sqrt{\mu Mg/k} - k\sqrt{\mu mg/k} \geq \mu mg/\sqrt{\mu mg/k}.$$

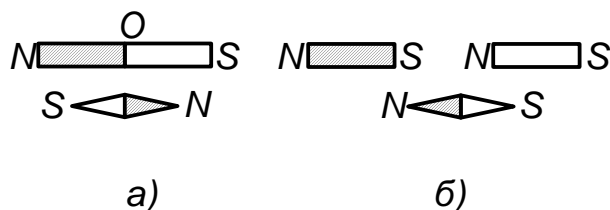
Отсюда $\sqrt{M} - \sqrt{m} \geq \sqrt{m}$, т. е. $M/m \geq 4$.

40.4. Угловой геометрический размер спутника $\alpha_r \sim d/h$, где d — размер спутника — порядка нескольких метров отнесен к его высоте над Землей — порядка нескольких сот километров. Отсюда $\alpha_r \sim 10^{-5}$ рад. Дифракционное разрешение глаза $\alpha_d \sim \lambda/d_{зр} \sim 10^{-4}$, где λ — длина световой волны, $\lambda \sim 5 \cdot 10^5$ см, $d_{зр}$ — диаметр зрачка в темноте, $d_{зр} \sim 5$ мм $\sim 0,5$ см. Лишь в пределе для больших спутников и малых высот перед отстрелом тормозящего блока можно пользоваться геометрическим угловым размером, положив его равным по порядку величины дифракционному разрешению $\alpha/h \sim \alpha_r \sim \alpha_d \sim 10^{-4}$.

Тогда, приравняв по условию задачи аналогичную величину для Земли, получаем $d/h \sim d_3/\ell_3$, где d_3 — диаметр Земли, $d_3 \approx 1,3 \cdot 10^4$ км, а ℓ_3 — искомое расстояние до Земли:

$$\ell_3 \sim d_3 \cdot h/d \sim 1,3 \cdot 10^4 \cdot 10^4 \sim 10^8 \text{ км.}$$

При этом и спутник и Землю мы увидим звездочкой, т. е. светящейся точкой, а не светлым пятнышком в темном небе.



40.5. Стрелка направлена концами (см. рисунок слева) к полюсам магнита, противоположным по знаку по сравнению со стрелкой. В середине магнита поле нулевое, а на концах максимально. Если магнит разрезать и развести половинки (см. рисунок справа), то на местах разрезов проявятся полюса, противоположные по знаку полюсам на дальних концах половинок магнита (отрезать полюс, получить однополюсник принципиально невозможно). Поэтому стрелка, притягиваемая новыми торцами, которые ближе и поэтому сильнее влияют на нее, перевернется.

1995 г.

Вариант 51р–ФФ

$$51.1. \quad pV = \frac{m_0}{\mu} RT, \text{ стало } \frac{p}{\alpha} V = \frac{m}{\mu} R \frac{T}{\beta}, \quad \frac{m}{m_0} = \frac{\beta}{\alpha}.$$

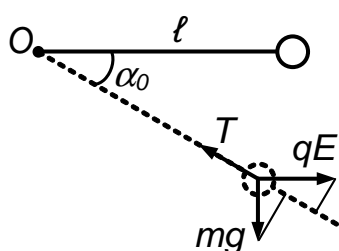
51.2. На основании законов сохранения импульса и энергии имеем

$$m_p v_0 = (M - m_p) v, \quad m_p v_0^2 / 2 = (M + m_p) v^2 / 2.$$

Отсюда $M/m_p = 3$, $v = v_0/2$.

С протоном столкнулось либо ядро трития H^3 , либо ядро гелия-три He^3 .

51.3. В равновесии $mg \cos \alpha_0 = qE \sin \alpha_0$, т. е. $\operatorname{tg} \alpha_0 = mg/qE$.



Из второго закона Ньютона

$$mv^2/\ell = T - mg \sin \alpha_0 - qE \cos \alpha_0.$$

Из закона сохранения энергии с учетом потенциальности электрического и гравитаци-

онного полей имеем

$$mv^2/2 = mg\ell \sin \alpha_0 - qE\ell(1 - \cos \alpha_0).$$

Так как

$$\sin \alpha_0 = mg / \sqrt{(qE)^2 + (mg)^2},$$

а

$$\cos \alpha_0 = qE / \sqrt{(qE)^2 + (mg)^2},$$

то получаем

$$\begin{aligned} T &= mg \sin \alpha_0 + qE \cos \alpha_0 + 2mg \sin \alpha_0 - 2qE(1 - \cos \alpha_0) = \\ &= 3mg \sin \alpha_0 + 3qE \cos \alpha_0 - 2qE. \end{aligned}$$

$$\text{Отсюда } T = 3\sqrt{(qE)^2 + (mg)^2} - 2qE.$$

51.4. Считая, что стенки колодца поглощают свет, получим, что $I'/I \sim S/r^2 \sim d^2/h^2$, где ширина колодца $d \sim 1$ м, а глубина $h \sim 10$ м. Тогда $I'/I \sim 1 \text{ м}^2/100 \text{ м}^2 \sim 1/100$.

51.5. Сила натяжения T в соответствие со вторым законом Ньютона равна изменению импульса Δp , отнесенному к интервалу времени Δt , за которое это изменение произошло: $T = \Delta p / \Delta t$. Интервал Δt при подсоединении резины заметно увеличивается, поэтому T уменьшается и нить с резинкой не рвется.

Вариант 52—ФФ

52.1. На вертолет действует сила тяжести, сила натяжения троса подъемная сила. По второму закону Ньютона

$$F - Mg - T = Ma.$$

Аналогично для груза

$$T - mg = ma.$$

После обрыва троса сила T исчезает, поэтому

$$F - Mg = Ma_1.$$

Исключая из уравнений F и T и выражая a_1 , через известные величины, получим:

$$a_1 = a + (a + g)t/M.$$

52.2. По закону Шарля $p_0/T_0 = p/T$. В критический момент из условия равенства моментов сил

$$(p_0 a^2 + mg) \cdot a/2 = p a^2 \cdot a/2.$$

Отсюда

$$T = T_0 p/p_0 = T_0 \left(1 + \frac{mg}{p_0 a^2}\right).$$

52.3. Предположим, что заряды противоположны по знаку. Тогда бусинка не сдвинется при условии

$$\mu \left(Mg - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \sin \alpha \right) \geq \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos \alpha.$$

Отсюда

$$\mu Mg \geq (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) qQ / (R^2 4\pi\epsilon_0).$$

Не прибегая к дифференцированию, найти минимальное значение можно, используя известный искусственный прием. Обозначим

$$\operatorname{ctg} \beta = \mu \quad \text{и} \quad \frac{MgR^2}{kqQ} = 2\lambda.$$

Тогда $2\lambda\mu \geq (\mu \sin \alpha + \cos \alpha)$, откуда, с учетом того что

$$\sin \beta = 1/\sqrt{1 + \mu^2}, \quad \cos \beta = \mu/\sqrt{1 + \mu^2},$$

получаем

$$2\lambda\mu \geq \sqrt{1 + \mu^2} \sin(\alpha + \beta).$$

Отсюда минимальное значение μ при $\alpha + \beta = \pi/2$, т. е.

$$\mu_0 = \frac{1}{\sqrt{4\lambda^2 - 1}} \text{ при } 2\lambda > 1,$$

$$2\lambda = MgR^2/(kqQ) = Mg4\pi\epsilon_0 R^2/(qQ).$$

Для случая отталкивания зарядов надо рассчитать очень простой случай действия сил по прямой AB .

52.4. Исходя из определения давления, в том числе и атмосферного p_a , сразу же получаем оценку массы атмосферы Земли:

$$m_{\text{атм}} \sim (p_a \cdot S)/g = p_a \cdot 4\pi R_3^2/g.$$

Для оценки массы океана, взяв среднюю глубину его равной $h \sim 4$ км и учтя, что он составляет примерно $2/3$ от площади Земли, т. е. $\sim 8\pi R_3^2/3$, сразу имеем

$$m_{\text{ок}} \sim 2\rho_0 \cdot hS/3 = \rho_0 h \cdot 8\pi R_3^2/3.$$

Таким образом,

$$m_{\text{ок}}/m_{\text{атм}} \sim (2/3)\rho_0 gh/p_a \sim (2/3) \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10^3/10^5 \sim 300.$$

52.5. Потенциальная энергия растянутой резины $k_1 x_1^2/2$ переходит при взлете в потенциальную энергию подъема в поле тяжести $k_1 x_1^2/2 \sim mgh_1$. По закону Гука $k_1 x_1 \sim F = Mg$, где M — масса подвешенного растягивающего резину груза.

Таким образом, $k_1 x_1^2/2 \sim Mg/k_1 \sim mgh_1$, где m — масса взлетающего груза. При двойной резине ее жесткость $k_1 = 2k_2$, т. е. вдвое превышает жесткость во втором случае.

Отсюда $mgh_1/mgh_2 \sim Mg/k_1; Mg/k_2 = k_2/k_1$, т. е. $h_2 \sim h_1(k_1/k_2) \sim 2h_1$. При более тонкой резинке и постоянной силе растяжения высота взлета практически удваивается.

Вариант 53—ФФ

53.1. Полная энергия электрического поля емкости $W = CU^2/2$, а $U = \mathcal{E}/3$. В каждой ветви выделится энергия $W/2$, тогда

$$W_{2R} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{C\mathcal{E}^2}{18} = \frac{C\mathcal{E}^2}{54}.$$

53.2. Масса газа, вытекающая в единицу времени $\rho v_0 S = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \mu \frac{\Delta p}{\Delta t} \frac{V}{RT}$; $\rho = \frac{\mu p}{RT}$; $\frac{\mu p}{RT} v_0 S = \mu \frac{\Delta p}{\Delta t} \frac{V}{RT}$. Отсюда имеем $v_0 = \frac{\Delta p}{\Delta t} \frac{V}{pS}$ или $v_0 = AV/pS$.

53.3. Записываем момент сил относительно точки 0:

$$\frac{1}{2} [mg + h(\ell - h)] h = \left[F - k\left(\ell - \frac{h}{2}\right) \right] h.$$

Отсюда $F = \frac{1}{2}(mg + k\ell)$.

53.4. Работа $A \sim \Delta p V \sim mv^2/2$. Отсюда $L \sim V\sqrt{H/g} \sim \sqrt{\frac{2H \cdot \Delta p \cdot V}{mg}} \sim 10$ м. $\Delta p \sim 0,1 p_a$ — избыточное давление во рту, p_a — атмосферное давление, $V \sim 5 \cdot 5\text{мм}^2 \cdot 20\text{см} \sim 5 \cdot 10^{-6}\text{м}^3$ — объем трубки, $\Delta p \sim 10^4\text{Н/м}^2$, $m \sim (0,5\text{мм})^3 \cdot \rho \sim 10^{-4}\text{кг}$ — масса горошины, $\rho \sim 10^3\text{кг/м}^3$ — плотность, $H \sim 1$ м — высота, с которой стреляют.

53.5. См. решение задачи 5 варианта 52—ФФ.

Вариант 54—ФЕН

54.1. По второму закону Ньютона $Ma = Mg - T_{BC}$, причем $a = mg/(2M + m)$. Отсюда $T_{BC} = 2M^2g/(2M + m)$.

54.2. По закону Фарадея $\mathcal{E} = -\Delta\Phi/\Delta t = Balv$.

По закону Ома $J = \mathcal{E}/R = Bav/R$.

По закону Ампера $F = JBa = B^2a^2v/R$.

54.3. По закону преломления $\sin \alpha / \sin \beta = n_1 / n_0 = n_0$. Так как угол отражения равен углу падения α , то на долю угла $\alpha + \beta$ после вычитания из развернутого угла, образованного вертикальной осью, угла 90° , т. е. $(180^\circ - 90^\circ = 90^\circ = \alpha + \beta)$ остается 90° . Отсюда из закона преломления получаем $\sin \alpha / \sin \beta = \sin \alpha / \sin(90^\circ - \alpha) = \operatorname{tg} \alpha = n_1$, т. е. $\alpha = \operatorname{arctg} n_1$.

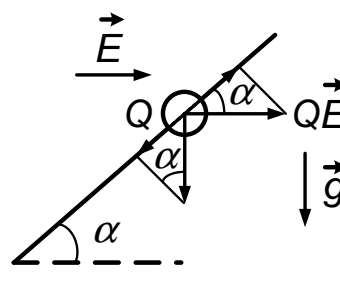
54.4. Сходство закона Кулона и Закона всемирного тяготения в одинаковой зависимости от расстояния (сила обратна квадрату расстояния) и сила взаимодействия направлена по линии, соединяющей точечные заряды или массы.

Различие в том, что для гравитации существуют лишь силы притяжения, в отличие от кулоновских сил. Кроме того, заряды кратны заряду электрона, а для масс такой кратности не обнаружено.

Есть и другие более глубокие различия между гравитационным полем и полем электростатическим.

Вариант 55—ГГФ

55.1. В соответствии с рисунком силы уравновешены, если



$$mg \sin \alpha = QE \cos \alpha,$$

т. е.

$$E = \frac{mg \operatorname{tg} \alpha}{Q}$$

и направлено вправо.

55.2. Условие равновесия с учетом действия силы тяжести и выталкивающей силы; $\rho_0 V g = (\rho_1 + \rho_2) / (V/2) g$. Отсюда $\rho_2 = 2\rho_0 - \rho_1$.

55.3. Пусть $U = 100$ В, $W = 100$ Вт, $W = U^2 / R_0$, т. е. $R_0 = U^2 / W$. После включения сопротивления R имеем $W_1(R_0 + R) = WR_0 = U^2$, т. е. $W_1(U^2 / W + R) = U^2$, откуда $R = \frac{U^2(W - W_1)}{W_1 W} = 300$ Ом.

55.4. Земля имеет два магнитных полюса: северный и южный. По полюсам ориентируется стрелка компаса, позволяя определять направление на север—юг. Полюса, если проследить за ними за длительное геологическое время, перемещаются и магнитное поле меняет свою силу. Это видно, в частности, по палеомагнитным проявлениям в рифтовых зонах, например на дне Атлантического океана. Эти наблюдения привели к созданию плитотектоники.

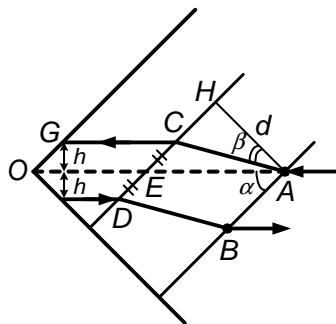
Магнитное поле Земли приводит к отклонению космических заряженных частиц к полюсам из-за силы Лоренца. В результате полярные сияния наблюдаются преимущественно в высоких широтах. Магнитное поле Земли создает ловушки для заряженных частиц — радиационные пояса.

1996 г.

Вариант 61—ФФ

61.1. Пусть объем под поршнем равен V , тогда объем газа составляет $0,4V$, а объем порошка — $0,6V$. Новый объем под поршнем после сжатия $0,75V - 0,6V = 0,15V$. Тогда, по Бойлю—Мариотту, давление $P = P_0(0,4V/0,15V) = (8/3)P_0$.

61.2. Как следствия законов преломления и отражения отметим следующее:



1) луч, вышедший из плоскопараллельной пластины, параллелен падающему на нее;

2) луч, дважды отраженный от пары взаимно ортогональных зеркал, параллелен падающему на первое зеркало;

3) луч, идущий параллельно биссектрисе прямого угла, образованного зеркалами, после двукратного отражения сместится на то же расстояние h от биссектрисы, т. е. полное смещение луча будет равно $2h$.

Тогда, проведя построения (см. рисунок), получим в параллелограмме $ABDC$ $AB = CD = 2CE$; $\triangle AEN$ — равнобедренный, причем $AN \perp NE$. $AN = NE = d$. $\angle HAC = \beta$ — угол преломления, $\sin \beta = \sin(\alpha/n)$, $\cos \beta = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}/n$; $\operatorname{tg} \beta = 1/\sqrt{2n^2 - 1}$, так как $\sin^2 \alpha = 1/2$, $CH = d \operatorname{tg} \beta$, поэтому $CE = d - d \operatorname{tg} \beta = d(1 - 1/\sqrt{2n^2 - 1})$; $AB = 2CE = 2d(1 - 1/\sqrt{2n^2 - 1})$ при $n > 1$.

61.3. Пусть цепь внизу натянута с некоторой силой T , а верхний ее участок слегка провисает и не натянут (\vec{T} при $\ell \gg R, r$ горизонтальна). И пусть на колеса действуют силы трения F и f . Уравнения моментов сил относительно осей колес: $Fa = TR$ и $fa = Tr$, откуда $f = Fr/R < F$. Здесь a — радиус колеса.

Тележка сдвинется, когда сила трения покоя достигнет максимума силы трения скольжения $\mu mg/2$. В общем случае переднее колесо будет катиться, а заднее скользить. Критическая сумма сил трения при начале движения тележки $F_0 = F - f = \frac{\mu mg}{2}(1 - \frac{r}{R})$ (меньшая сила f направлена по движению).

61.4. Оценим расстояние до Луны по известному периоду ее обращения вокруг Земли: $T = 28 \text{ сут} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ с}$. По второму закону Ньютона с учетом закона всемирного тяготения имеем

$$m\omega_\lambda^2 \ell = m \frac{4\pi^2}{T^2} \ell = G \frac{mM}{\ell^2} = mg \frac{R_3^2}{\ell^2}$$

(использовано, что на поверхности Земли $mg = GmM/R_3^2$).

Сократив на m , получаем $\ell \sim (gT^2 R^2 / 4\pi^2)^{1/3} \sim 4 \cdot 10^5 \text{ км}$.

Искомая скорость пятна от луча лазера

$$v = \omega_3 \ell = \frac{2\pi}{T_3} \ell \sim \frac{6,3 \cdot 4 \cdot 10^5}{8,6 \cdot 10^4} \sim 30 \text{ км/с при } T_3 = 8,6 \cdot 10^4 \text{ с}$$

61.5. При насыпании стирального порошка сила поверхностного натяжения уменьшится, а по другую сторону диска останется прежней. Равновесие нарушается, и поверхностная пленка, стремясь сократить площадь поверхности, потянет диск за собой.

Уменьшение поверхностного натяжения и по другую сторону диска после его остановки и подсыпки порошка приводит к восстановлению примерного равенства значения поверхностного натяжения и поддержанию равновесия диска.

Вариант 62р–ФФ

62.1. Приравнивая моменты сил, получаем

$$L \cdot (P_a S + mg) = \ell \cdot Mg,$$

отсюда $M = (m + P_a S/g)L/\ell$.

62.2. Пусть ускорение шеста a . Тогда $Ma = Mg + F$, где F — сила взаимодействия обезьяны с шестом. Так как относительно Земли обезьяна неподвижна, то $F = mg$. Поэтому $a = g + F/M = g(1 + m/M)$. Тогда искомое время

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2h}{g(1 + m/M)}}.$$

62.3. Из закона Фарадея следует $\mathcal{E} = Blv$.

По закону Фарадея и Ома $F = JB\ell = (\mathcal{E}/R)B\ell = B^2\ell^2 v/R$.

По второму закону Ньютона

$$m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{B^2\ell^2}{R} \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad \text{т. е.} \quad m\Delta v = \frac{B^2\ell^2}{R} \Delta x.$$

Здесь $\Delta v = v_{\text{кон}} - v_{\text{нач}}$; $v_{\text{кон}} = 0$, откуда $\Delta v = v_{\text{нач}} = v_0$. $\Delta x = x_{\text{кон}} - x_{\text{нач}}$; $x_{\text{нач}} = 0$, поэтому $\Delta x = x$. Таким образом, $mv_0 = B^2\ell^2 x/R$. Отсюда $x = \frac{mv_0 R}{\ell^2 B^2}$.

62.4. Одна атмосфера, т. е. давление атмосферного воздуха при нормальных условиях соответствует давлению десятиметрового столба воды. Пренебрегая различием в параметрах молекул воздуха и воды, а также разницей их молярных масс, т. е. считая плотности конденсированных состояний воздуха примерно одинаковыми, а также не

учитывая рост площади из-за неравномерностей рельефа по сравнению с $4\pi R_3^2$ получаем $h \sim \frac{Pa}{\rho g} \sim \frac{10^5}{10^3 \cdot 10} \sim 10$ м.

62.5. Вода из полупустой бутылки слегка выльется, уменьшив объем воздуха, запертого в бутылке. Это незначительное разрежение Δp удержит воду от вытекания: $\Delta p S \sim \rho g h \cdot S$. Оценим Δh — изменение уровня воды в бутылке, которое приводит к удержанию

$$\frac{\Delta p}{p} \sim \frac{\rho g h}{\rho g H_0} = \frac{10 \text{ см}}{10 \text{ м}} \sim \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta h}{h} = \frac{\Delta h}{10 \text{ см}}.$$

Отсюда $\Delta p \sim (100/1000) \text{ см} \sim 1 \text{ мм}$.

Наличие воды в тарелке не дает проходить воздуху в процессе бульканья в бутылку. Если же бутылку с водой просто перевернуть, не ставя в тарелку с водой, то, как известно, вода из бутылки, пробулькивая, выльется.

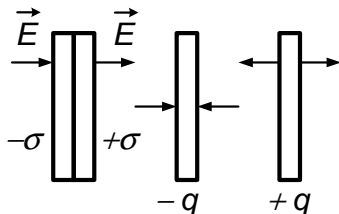
Вариант 63р—ФФ

63.1. По Бойлю—Мариотту, $p(V_0 + \Delta V) = pn(V_0 - \Delta V)$.

$$\Delta V = V_0 \frac{n-1}{n+1}.$$

63.2. Если пружина растянулась на длину x , то $Mg = kx + N$, где N — сила давления пола. При $N = 0$ $kx = Mg$. Из закона сохранения энергии $kx^2/2 = mgx$. Сократив на x ($x \neq 0$), получаем $kx = 2mg$, т. е. $N = 0$, когда $Mg = 2mg$. Отсюда $m = M/2$.

63.3. Поле \vec{E} внутри конденсатора, равное сумме полей, создаваемых его заряженными пластинами, равно



$E = \sigma/\varepsilon_0$. Отсюда заряд на одной пластине равен $q = \varepsilon_0 ES$. Поле \vec{E} — снаружи, в металле поле прижатых друг к другу пластин

равно 0. Поле, создаваемое зарядом $-q = -\varepsilon_0 ES$, отрицательно заряженной одной пластины, равно $E_- = E/2$. Отсюда искомая сила

F_+ , действующая на положительно заряженную пластину, после разведения пластин, направлена по полю \vec{E} и равна

$$F_+ = qE - qE_- = qE - qE/2 = qE/2 = \varepsilon_0 E^2 S/2,$$

а на отрицательно заряженную пластину $F_- = -F_+ = -\varepsilon_0 E^2 S/2$.

63.4. Энергия \mathcal{E} порохового заряда при обычном выстреле идет на разгон пули массой m до скорости v на вылете. В условиях задачи эта энергия идет на работу против силы внешнего давления $P_{\text{вн}}$, которая должна обратить скорость пули на выходе в нуль. Отсюда $\mathcal{E} \sim mv^2/2 \sim P_{\text{вн}} S \ell$.

$$P_{\text{вн}} \sim \frac{mv^2}{2S\ell} \sim 10^8 \text{ Па} = 10^3 \text{ атм}$$

при $m = 10^{-2} \text{ кг}$, $v \sim 10^3 \text{ м/с}$, $S \sim 10^{-4} \text{ м}^2$, $2\ell \sim 1 \text{ м}$.

63.5. См. решение задачи 5 вариант 62.

Вариант 64–ФФ

64.1. $\theta = \beta - \alpha$ (см. рисунок).

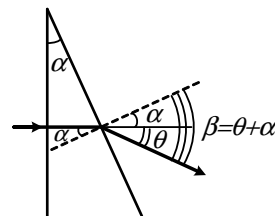
По закону преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n} \approx \frac{\alpha}{\beta},$$

отсюда

$$\theta = \beta - \alpha \approx n\alpha - \alpha = (n - 1)\alpha.$$

$$\alpha = \frac{\theta}{n - 1}.$$



64.2. После того, как все токи затухнут и все падения напряжения на сопротивлениях занулятся, потенциалы точек $A, 1, 2$ станут одинаковыми и у точек $B, 3, 4$ — тоже.

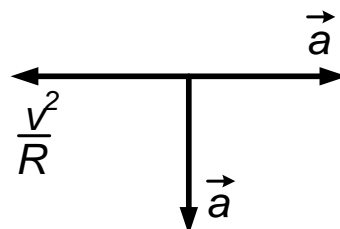
Получится эквивалентная схема четырех одинаковых параллельно подсоединенных к источнику напряжения U конденсаторов C . Соответственно на одной пластине эквивалентного конденсатора емкостью $4C$ будет заряд $+Q = 4UC$, а на другой $-Q = 4UC$, т. е. через источник от точки A к точке B (или наоборот) перетечет заряд $\Delta Q = 4UC$.

64.3. По второму закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{A}$, где \vec{A} — полное ускорение.

$$|\vec{F}| = m\sqrt{a^2 + (a - v^2/R)^2}.$$

Угол наклона вектора силы \vec{F} к горизонтали

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{a}{a - v^2/R}. \quad (\text{Из кинематики})$$

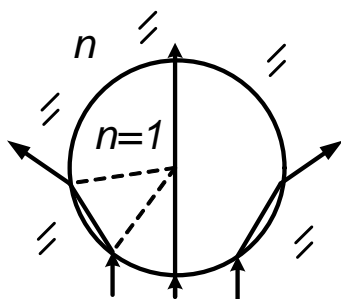


При $a = 0$ $F = mv^2/R$; при $a = 0$ и $v = 0$, $F = 0$.

64.4. Работа $A \sim F\ell \sim \frac{3}{2}\nu R\Delta T$, $\nu = \frac{P_0 V_0}{RT_0}$, $\Delta T \sim \frac{2}{3} \frac{F}{P_0 S}$.
При $F \sim 100$ Н, $p_a \sim 10^5$ Па, сечении $S \sim 1,2 \cdot 10^{-3}$ м²,

$$\Delta T \sim 0,5T_0 \sim 150 \text{ К}.$$

64.5. При отсутствии жидкости в пробирке только узкая часть



пучка, проходящая вблизи оси, достигает экрана. Остальные лучи (см. рисунок) уходят в стороны и на экране получается темный силуэт пробирки с небольшим просветом по оси. Колечка не видно. Если же в пробирку налить ту же жидкость, что и в кювету, то

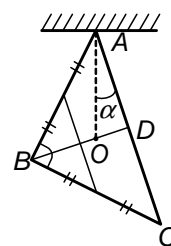
при тонких стенках пробирки лучи идут к экрану, как будто ее нет.

Поэтому на экране возникнет лишь тень-силуэт колечка.

Вариант 65р—ФЕН

65.1. Пусть $AB = BC = \ell$; $BD \perp AC$. $BD = AD = \ell/\sqrt{2}$;

$AC = \ell\sqrt{2}$; $BE = ED = \ell/2\sqrt{2}$. Точка O — центр тяжести; AO — вертикаль. Запишем уравнение моментов относительно оси, проходящей через центр тяжести O ; $2\ell \cdot EO = \ell\sqrt{2} \cdot OD$; $2\ell \cdot (ED - OD) = \ell\sqrt{2} \cdot OD$. Отсюда $OD = \frac{2ED}{2+\sqrt{2}} = \frac{1}{2(\sqrt{2}+1)}$,



$$\operatorname{tg} \widehat{OAD} = \frac{OD}{AD} = \frac{\ell\sqrt{2}}{2(\sqrt{2}+1)\ell} = \frac{1}{2+\sqrt{2}} = \frac{1}{3,41} \approx 0,29,$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} 0,29 \approx 0,29 \text{ рад} \approx 17^\circ.$$

65.2. Пусть заряды на обкладках $\pm q_1$, $\pm q_2$, $\pm q_3$, а потенциал точки A равен φ_A (см. рисунок). Тогда $U - \varphi_A = \frac{q_1}{C_1}$; $\varphi_A = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_3}{C_3}$. Из закона сохранения заряда $-q_1 + q_2 + q_3 = 0$.

Отсюда $\varphi_A = \frac{UC_1}{C_1+C_2+C_3}$.

65.3. Из закона Клапейрона—Менделеева $pV = \frac{m}{\mu}RT$ имеем

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}.$$

Поэтому

$$\frac{\rho_B}{\rho_3} = \frac{p_B}{p_0} \cdot \frac{\mu_B}{\mu_3} \cdot \frac{T_0}{T_B} = \frac{100 \cdot 44 \cdot 273}{700 \cdot 29} = 60.$$

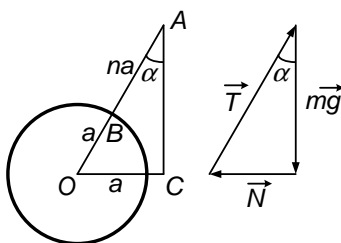
65.4. Законы Фарадея: первый закон $m = kIt$; второй закон $\frac{k}{a/n} = \frac{1}{F}$; $F = 9,64 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$.

Заряд электрона $F/N_A = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$. (k — электрохимический эквивалент; A — атомная масса; n — валентность; F — постоянная Фарадея; N_A — постоянная Авогадро). Ключевые слова: электролитическая диссоциация, рекомбинация, ионы-катионы и анионы. Процесс выделения на электродах веществ, входящих в состав электролита — электролиз.

Использование: для нанесения покрытий, получения очищенных от примесей металлов (алюминий, титан, медь и др.).

Вариант 66—ФЕН

66.1. На шарик действуют силы \vec{T} , \vec{N} , $m\vec{g}$; \vec{N} — сила нормального давления по радиусу по нормали к стене, $\vec{N} \perp m\vec{g}$. Из-за отсутствия трения линия действия силы натяжения нити \vec{T} проходит через центр шарика O , а линия OBA — прямая, иначе шарик бы прокручивался. Тогда в $\triangle AOC$



$$OA = a + \ell = a(n + 1); OC = a;$$

$$AC = \sqrt{(a + \ell)^2 + a^2} = a\sqrt{n(2 + n)}.$$

Треугольники, образованный векторами сил и $\triangle AOC$ подобны. Поэтому

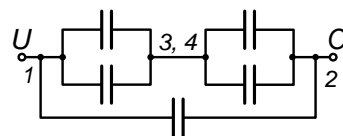
$$\frac{N}{mg} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{a\sqrt{n(2 + n)}}, \quad \text{откуда } N = \frac{mg}{\sqrt{n(2 + n)}};$$

$$\frac{mg}{T} = \cos \alpha = \frac{a\sqrt{n(2 + n)}}{a(n + 1)}, \quad \text{откуда } T = mg \frac{n + 1}{\sqrt{n(2 + n)}}.$$

66.2. Из симметрии $\varphi_3 = \varphi_1$.

Эквивалентная схема показана на рисунке.

Так как



$$\varphi_3 = \varphi_4, \quad Q_{34} = 0, \quad Q_{12} = UC;$$

$$Q_{13} = Q_{14} = Q_{32} = Q_{42} = UC/2.$$

66.3. В этой постановке вода — идеальный газ с плотностью $\rho = m\mu/(RT)$, откуда $P = \frac{\rho RT}{\mu} = \frac{10^3 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 10^2}{18 \cdot 10^{-3}} = \frac{4}{3} 10^8 \simeq 1,3 \cdot 10^8 \text{ Па} \approx 1300 \text{ атм}.$

66.4. Причина поверхностного натяжения — притяжение соседними молекулами, неуравновешенное у поверхности. В результате создается сила давления, направленная внутрь жидкости.

Ключевые слова: капилляры, мениски, смачиваемость.

Примеры: подъем в капиллярной трубе, мыльные пузыри и пленки, втягивание в конические капилляры при смачивании, сферическая форма капель при малом влиянии силы тяжести по сравнению с силой поверхностного натяжения.

Вариант 67р–ГГФ

67.1. Электрическое однородное поле E потенциально, поэтому работа $A = qER$.

67.2. По второму закону Ньютона

$$ma = mg - T_1; \quad ma = T_2 - mg,$$

откуда

$$a = \frac{2m - m}{2m + m}g = \frac{1}{3}g; \quad T_2 - T_1 = 2ma = \frac{2}{3}mg.$$

67.3. Объем и температура постоянны, состав газа неизменен поэтому из закона Клапейрона–Менделеева $pV = (m/\mu)RT$ имеем $\frac{p}{p_0} = \frac{m}{m_0} = 1 - \frac{\Delta m}{m_0} = 1 - \eta$, то есть $\frac{p}{p_0} = 1 - \eta$.

67.4. Ускорение свободного падения g зависит от высоты (или глубины) h , от широты места θ (из-за вращения Земли и ее сплюснутости у полюсов), от неоднородности плотности.

1997 г.

Вариант 71р–ФФ

71.1. Заряд Q_λ левого плеча в n раз больше заряда Q_π правого, и поэтому момент силы, действующей на левое плечо, равен $M_\lambda = Q_\lambda E \frac{na}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \propto n^2 \cos \alpha$, а момент силы, действующей справа, равен $M_\pi = Q_\pi E \frac{a}{2} \sin \alpha \propto \sin \alpha$. Равенство этих моментов сил дает уравнение $\operatorname{tg} \alpha = n^2$.

71.2. Так как температура постоянна, то $p_n V_n = p_k V_k$. Условие одинаковости давлений газа в обоих цилиндрах означает, что $p_n = \frac{Mg}{S_1} = \frac{(M+m)g}{S_2}$, т. е. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{M}{M+m}$. Таким образом, для начального состояния имеем $p_n V_n = \frac{(M+m)g}{S_2} (S_1 + S_2) h_0$. После того как дополнительный груз m будет снят, меньший поршень провалится до дна своего цилиндра, так что $p_k V_k = \frac{Mg}{S_2} S_2 h$, откуда $h = \frac{M+m}{M} \frac{S_1+S_2}{S_2} h_0 = \frac{M+m}{M} \left(1 + \frac{S_1}{S_2}\right) h_0 = \frac{M+m}{M} \left(1 + \frac{M}{M+m}\right) h_0 = \frac{2M+m}{M} h_0$.

71.3. Поскольку удары тел не упруги, то закон сохранения энергии не работает, но законы сохранения импульса и момента импульса выполняются. После столкновения с неподвижными телами и их прилипания гантель (а именно так выглядит система из двух тел, находящихся на разных концах стержня) закрутится вокруг оси z , проходящей через середину гантели перпендикулярно плоскости через ось гантели и вектор скорости V_0 . Возможны два варианта решения.

Первый основан на законах сохранения по отношению к системе в целом. Так как массы на концах гантели разные, то относительно оси z момент импульса системы равен $M_z = (M - m)V_0 \frac{\ell}{2}$. После столкновения каждое из тел массы $M + m$ на концах гантели будет иметь скорость $\pm V_{\text{вр}}$ такую, что $M_z = 2(M + m)V_{\text{вр}} \frac{\ell}{2}$. Сохранение M_z означает, что $V_{\text{вр}} = \frac{M-m}{M+m} \frac{V_0}{2}$. Тогда натяжение стержня с каждого из его концов равно

$$T = (M + m) \frac{V_{\text{вр}}^2}{\ell/2} = \frac{(M - m)^2 V_0^2}{M + m} \frac{1}{2\ell}.$$

Другой способ определения $V_{\text{вр}}$ состоит в раздельном рассмотрении столкновений каждого из тел на концах гантели со своим партнером. Сохранение импульса для этих столкновений означает, что для «верхней» пары $MV_0 = (M + m)V_u$, а для «нижней» — соответственно $mV_0 = (M + m)V_d$. Таким образом, после столкновения «верх» гантели движется со скоростью $V_u = \frac{M}{M+m} V_0$ и ее «низ» — со ско-

ростью $V_d = \frac{m}{M+m}V_0$. Поэтому середина гантели движется со скоростью $V_c = \frac{V_u - V_d}{2} = \frac{1}{2}V_0$, так что «верхнее» тело массы $M + m$ имеет скорость вращения относительно центра тяжести системы (т. е. относительно оси z), равную $V_{\text{вр}} = V_u - V_c = \frac{M-m}{M+m} \frac{V_0}{2}$, а «нижнее» тело той же массы будет иметь скорость $V_d - V_c = -\frac{M-m}{M+m} \frac{V_0}{2} = -V_{\text{вр}}$, что и было уже получено ранее.

71.4. При сжатии пальцев с силой $F \approx 5 \text{ кГ} \approx 50 \text{ Н}$, мы выдавливаем косточку и совершаем работу Fd ($d \approx 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ — толщина косточки), сообщая косточке массы $m \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ скорость v такую, что $Fd = \frac{mv^2}{2}$. Дальность L полета косточки составляет $\approx \frac{v^2}{g}$ (при «выстреле» под углом 45° к горизонту). Таким образом,

$$L \approx \frac{2Fd}{mg} \approx \frac{2 \cdot 50 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3} \cdot 10} \approx 20 \text{ м.}$$

71.5. При соединении конденсаторов напряжения выравниваются, и с заряженного перетекает часть заряда. Если конденсаторы одинаковы, перетечет ровно половина. При перевороте эти заряды «аннигилируют» — это будет второй щелчок. Теперь оба конденсатора не заряжены, и дальше искр не будет.

Если же присоединять малый конденсатор, перетекающий заряд невелик. После переворота, во-первых, этот малый заряд ликвидируется (и тогда возвращаемся к начальной ситуации с уменьшенным исходным зарядом), и, во-вторых, далее снова перетекает небольшая часть оставшегося заряда. Поскольку большой конденсатор остается заряженным, искры продолжают, хотя и ослабевают.

Количественно: первый раз останется $q_0 \frac{C}{C+c}$, а перетечет $q_0 \frac{c}{C+c}$. Второй — перетечет еще столько же к моменту, когда ликвидирован заряд, и тогда на большом конденсаторе останется $q_0 - q_0 \frac{2c}{C+c} = q_0 \frac{C-c}{C+c}$. При $C = c$ на этом все и кончится. А если конденсаторы разные, то еще перебежит доля $\frac{c}{C+c}$ и останется $q_0 \frac{C(C-c)}{(C+c)^2}$. Так и пойдет дальше по геометрической прогрессии со знаменателем $\frac{C-c}{C+c}$.

Вариант 72р–ФФ

72.1. Нетрудно перерисовать эту схему и увидеть, что все три емкости соединены друг с другом параллельно, так что сразу получаем, что $C_{\Sigma} = C_1 + C_2 + C_3$.

72.2. По эффекту Доплера сразу получаем, что $T_{1,2} = T_0 \left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$, где T_0 — продолжительность сигнала автомобиля в его системе координат, v — скорость автомобиля. Исключая T_0 из этой пары уравнений, находим окончательно, что

$$v = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} c.$$

72.3. Записываем законы сохранения энергии и обеих компонент вектора импульса (вдоль направления первоначального движения дейтрона и поперек него):

$$M_d V_0^2 = M_d V_d^2 + M V_M^2; \quad (1)$$

$$M_d V_0 = (M_d V_d + M V_M) \cos 30^\circ; \quad (2)$$

$$M_d V_d = M V_M, \quad (3)$$

где V_0 и V_d — скорости дейтрона до и после столкновения соответственно и V_M — скорость ядра после столкновения. Подставляя (3) в (2), получаем $V_0 = \sqrt{3} V_d$, и так как из (3) имеем $V_M = \frac{M_d}{M} V_d$, то подставляя эти выражения в (1), получаем

$$3M_d V_d^2 = M_d V_d^2 + M \left(\frac{M_d}{M} V_d \right)^2.$$

Отсюда находим, что $M = \frac{M_d}{2} = M_p$, т. е. неподвижное ядро являлось ядром водорода.

72.4. Период колебаний маятника $\propto \frac{1}{\sqrt{g}}$. Так как на поверхности Земли $g_3 = G \frac{M}{R_3^2}$ (здесь на высоте H полета орбитальной станции $g_{\text{орб}} = G \frac{M}{(R_3 + H)^2}$ (здесь M — масса Земли и G — гравитационная

постоянная), то период $T_{\text{орб}}$ колебаний маятниковых часов на станции будет больше, чем на Земле, и равен

$$T_{\text{орб}} = T_{\text{З}} \sqrt{\frac{g_{\text{З}}}{g_{\text{орб}}}} = T_{\text{З}} \frac{R_{\text{З}} + H}{R_{\text{З}}}.$$

За сутки, в которых $N = 24 \cdot 60 \cdot 60 = 86\,400$ с отставание часов (часы отстают, так как один «тик-так» на орбите длится **ДОЛЬШЕ**, чем на Земле, и на орбите за земные сутки получится **МЕНЬШЕ** периодов колебаний маятника) на станции составит

$$\Delta T = N(T_{\text{орб}} - T_{\text{З}}) = NT_{\text{З}} \frac{H}{R_{\text{З}}}.$$

Подставляя сюда $H = 200$ км, $R_{\text{З}} = 6,4 \cdot 10^3$ км и $T_{\text{З}} = 1$ с, получаем

$$\Delta T \approx \frac{8,6 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^2}{6,4 \cdot 10^3} \approx 2700 \text{ с} \simeq 0,75 \text{ ч}.$$

72.5. См. решение в варианте 71р–ФФ.

Вариант 73–ФФ

73.1. Из уравнения для координаты ракеты в момент времени t :

$$h(t) = H_0 - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2(H_0 - h)}{g}}.$$

Но $x = V_0(t_0 - t)$, где $t_0 = \sqrt{\frac{2H_0}{g}}$ – время падения. Тогда

$$x = V_0 \left(\sqrt{\frac{2H_0}{g}} - \sqrt{\frac{2(H_0 - h)}{g}} \right) = V_0 \sqrt{\frac{2H_0}{g}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{h}{H_0}} \right).$$

Чтобы нарисовать график $h(x)$, введем $a = V_0 \sqrt{\frac{2H_0}{g}}$, $y = \frac{x}{a}$ и $\frac{h}{H_0} \equiv h$, тогда

$y = 1 - \sqrt{1 - h} \Rightarrow \sqrt{1 - h} = 1 - y \Rightarrow 1 - h = (1 - y)^2 = 1 - 2y + y^2$,
при $h = y(2 - y)$, т. е. имеем параболу.

73.2. Давление пара $P = Mg/S = \text{const}$, следовательно, и $T = \text{const}$. При подведении к нагревателю мощности N за время Δt испарится жидкость в количестве $\Delta m = \rho V S \Delta t$, тогда $N \Delta t = \lambda \Delta m = \lambda \rho V S \Delta t$, где ρ — плотность пара, S — сечение сосуда. Плотность пара: $\rho = P\mu/(RT)$, откуда для мощности получим $N = Mg\mu\lambda V/(RT)$.

73.3. Введем силы: F_k — между кубом и плоскостью; F_c — между цилиндром и плоскостью; F_{kc} — между кубом и цилиндром. Пусть N_c , N_k и N — силы реакции, действующие на цилиндр со стороны плоскости, на куб со стороны плоскости и на куб (цилиндр) со стороны цилиндра (куба) соответственно. Тогда $F_k = \mu N_k$, $F_c = \mu N_c$ и $F_{kc} = \mu N$. Если a — ускорение системы, то уравнение второго закона Ньютона для каждого из тел имеют следующий вид: $Ma = F - \mu N_k - N$ — куб (по x); $Ma = N - \mu N_c$ — цилиндр (по x); $N_k = Mg - \mu N$ — куб (по y); $N_c = Mg + \mu N$ — цилиндр (по y). Необходимо, чтобы цилиндр двигался, не вращаясь, т. е. действующий на него момент сил равен нулю. Этими силами являются F_c и F_{kc} , и их равенство (так как плечи этих сил одинаковы и равны радиусу цилиндра) дает равенство сил N_c и N . Таким образом, $Ma = N(1 - \mu)$ и $Mg = N(1 - \mu)$, откуда $a = g$ и $N = \frac{Mg}{1 - \mu}$. Следовательно, из уравнений, описывающих движение куба, получаем

$$\begin{aligned} F &= Ma + \mu N_k + N = Ma + N + \mu(Mg - \mu N) = \\ &= Mg(1 + \mu) + N(1 - \mu^2) = Mg(1 + \mu) + \frac{Mg}{1 - \mu}(1 - \mu^2) = \\ &= 2Mg(1 + \mu). \end{aligned}$$

73.4.

$$\frac{R}{T} = \frac{R_0}{T_0}; W_0 = \frac{U^2}{R_0}, W = \frac{U^2}{R} \rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{R_0}{R} = \frac{T_0}{T} \approx \frac{300^\circ}{3000^\circ} \approx \frac{1}{10}.$$

Тогда $W_0 \approx 1000$ Вт при $W = 100$ Вт; при этом $R = \frac{U^2}{W} \approx 48.4$ Ом и $R_0 = R \frac{W}{W_0} = 4.84$ Ом.

73.5. Самое простое решение — линза просто переносит изображение предмета, возникающее на матовом стекле, и сфокусированность изображения, построенного линзой, определяется просто соотношением расстояний между матовым стеклом, линзой и экраном.

Вариант 74—ФФ

74.1. За короткое время τ пренебрежем смещением шарика. Импульс, приобретаемый шариком, равен $\Delta p = QE\tau$, так что приобретаемая кинетическая энергия есть

$$E_k = \frac{\Delta p^2}{2m} = \frac{(QE\tau)^2}{2m} = \frac{mV^2}{2}.$$

Высота подъема шарика

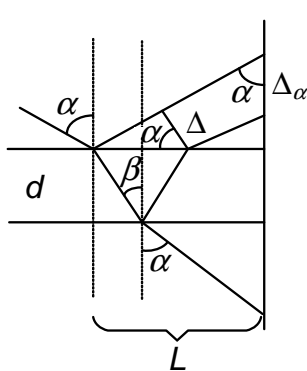
$$H = L(1 - \cos \alpha) = \frac{V^2}{2g} = \frac{(QE\tau)^2}{2m^2g},$$

откуда

$$\cos \alpha = 1 - \frac{(QE\tau/m)^2}{2gL}.$$

При $\left(\frac{(QE\tau)}{m}\right)^2 > 4gL$ шарик сделает полный оборот.

74.2. Из геометрии видно, что $\Delta = 2d \operatorname{tg} \beta \cos \alpha$, причем



$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$.
Расстояние между соседними точками

$$\begin{aligned} \Delta_\alpha &= \frac{\Delta}{\sin \alpha} = 2d \operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \alpha = \\ &= 2d \operatorname{ctg} \alpha \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = \\ &= 2d \operatorname{ctg} \alpha \frac{\sin \alpha}{n \sqrt{1 - \sin^2 \alpha / n^2}} = \\ &= \frac{2d \cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}. \end{aligned}$$

Расстояние между крайними точками:

$$\begin{aligned} d + L \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) + (L - d \operatorname{tg} \beta) \operatorname{ctg} \alpha &= d + 2L \operatorname{ctg} \alpha - \\ &- d \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} \operatorname{ctg} \alpha = d + 2L \operatorname{ctg} \alpha - \frac{d \cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = \\ &= 2L \operatorname{ctg} \alpha + d \left(1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right). \end{aligned}$$

74.3. Пусть поршень сместился вниз от центрального положения, так что отстоит от левой стенки куба на расстоянии x . Если слева от поршня давление равно p_ℓ , а справа — p_r , то изотермичность всего процесса означает, что $p_\ell x a^2 = p_r (a - x) a^2 = RT$. Условие равновесия поршня:

$$mg \sin \alpha + p_r a^2 = p_\ell a^2 \Rightarrow Mg \sin \alpha = a^2 (p_\ell - p_r) = \frac{RT}{x} - \frac{RT}{(a - x)}.$$

Отсюда имеем уравнение

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{a - x} = \frac{Mg \sin \alpha}{RT} \equiv b \quad \text{или} \quad bx^2 - (2 + ab)x + a = 0.$$

Корни этого уравнения равны

$$x_{1,2} = \frac{2 + ab \pm \sqrt{4 + a^2 b^2}}{2b}.$$

Для выбора правильного знака проверим знак выражения $a/2 - x$ (это величина смещения поршня вниз от начального положения равновесия посередине куба; ясно, что эта величина должна быть > 0 , так как поршень вверх сместиться не может):

$$a/2 - x = \frac{a}{2} - \frac{2 + ab \pm \sqrt{4 + a^2 b^2}}{2b} = \frac{-2 \mp \sqrt{4 + a^2 b^2}}{2b}.$$

Видно, что правильный знак корня « $-$ », так что

$$x = \frac{2 + ab - \sqrt{4 + a^2 b^2}}{2b} \quad \text{и при этом} \quad \frac{a}{2} - x = \frac{\sqrt{4 + a^2 b^2} - 2}{2b}.$$

Плечо силы тяжести Mg поршня относительно нижнего ребра куба равно $\left(\frac{a}{2} - x\right) \cos \alpha - \frac{a}{2} \sin \alpha$, так что условие равновесия куба при действии искомой силы F имеет вид

$$Mg \left[\left(\frac{a}{2} - x \right) \cos \alpha - \frac{a}{2} \sin \alpha \right] = Fa \cos \alpha,$$

откуда

$$F = \frac{Mg}{2} \left(\frac{\sqrt{4 + a^2 b^2} - 2}{ab} - \operatorname{tg} \alpha \right).$$

Видно, что вместо b следует ввести безразмерную константу $k = ab = \frac{Mga \sin \alpha}{RT}$, и тогда искомая сила F равна

$$F = \frac{Mg}{2} \left(\frac{\sqrt{4 + k^2} - 2}{k} - \operatorname{tg} \alpha \right).$$

74.4. Ток через человека определяется тем, что в цепи переменного тока емкость C , которую представляет собой тело человека, имеет ненулевое сопротивление. Имеем

$$I \simeq \frac{\Delta Q}{\Delta t} \approx C \frac{\Delta U}{\Delta t} \simeq \omega C U,$$

где ω — частота тока. Оценка величины $C \simeq \sqrt[3]{\frac{m}{\rho}}$, где m — масса человека, ρ — плотность тела, практически равная плотности воды. Таким образом $C \simeq (80 \cdot 10^3)^{1/3} \text{ см} \approx 0,5 \text{ м} \approx 5 \cdot 10^{-11} \text{ Ф}$. Тогда $I \approx 50 \cdot 2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^2 \text{ А} \approx 3 \cdot 10^{-6} \text{ А} = 3 \mu\text{А}$.

74.5. Если вставить некоторое количество страниц одного журнала между страницами другого, то пропорционально вырастет полная сила трения, так что теперь тянущей силы не хватает, чтобы соответствующий журнал начал двигаться.

Вариант 77р—ГГФ

77.1. Пружина растягивается с силой $2T$, где T — натяжение нити. Когда к концам нити прикреплены одинаковые массы, эти массы

не двигаются, и из уравнения движения каждой из них имеем $0 = Ma = T_0 - Mg$, откуда $T_0 = Mg$, так что $k\Delta\ell_0 = 2T_0 = 2Mg$. Если же к концам нитей прикреплены разные грузы, то они движутся с одинаковым ускорением a (более тяжелый — вниз, а более легкий — вверх), и для каждого из них уравнение движения имеет вид соответственно $(M + m)a = (M + m)g - T$ и $Ma = T - Mg$. Из этой пары уравнений легко находим, что

$$T = \frac{2M(M + m)}{2M + m}g, \text{ и тогда } \Delta\ell = \frac{T}{T_0}\Delta\ell_0 = \frac{2(M + m)}{2M + m}\Delta\ell_0.$$

77.2. $pV = \frac{m}{\mu}RT$. Для одного моля $V = \frac{RT}{p}$. Тогда $V_{max} = \frac{2T_0R}{p_0}$ и $V_{min} = \frac{RT_0}{2p_0}$, так что

$$\Delta V = V_{max} - V_{min} = \frac{RT_0}{p_0} \left(2 - \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{2} \frac{RT_0}{p_0}.$$

77.3. Через емкость тока нет, следовательно, $I(R + r_i) = \mathcal{E}$, тогда разность потенциалов в точках A и B равна $U = \mathcal{E} - Ir_i = \frac{\mathcal{E}R}{R + r_i}$. Значит,

$$q = CU = \frac{\mathcal{E}RC}{R + r_i}.$$

77.4. Вес определяется силой, действующей на опору под действием гравитации; вес — векторная величина. Масса — мера инерции, гравитации, количества вещества, энергии и является скаляром.

Вариант 78р—ФЕН

78.1. Центростремительное ускорение обеспечивается законом всемирного тяготения:

$$m \frac{4\pi^2}{T^2} R = G \frac{mM}{R^2} = G \frac{m}{R^2} \frac{4\pi}{3} R^3 \bar{\rho}, \text{ откуда } \bar{\rho} = \frac{3\pi}{GT^2} \approx 5,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

78.2.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{3R}, \quad q_C = C \cdot \Delta U_{2R} = 2R \cdot I \cdot C = \frac{2}{3}\mathcal{E}C,$$

$$q_{2C} = 2C \cdot \Delta U_R = 2C \cdot I \cdot R = \frac{2}{3}\mathcal{E}C = q_C.$$

78.3. Пусть m_x — масса образовавшегося льда, тогда уравнение теплового баланса имеет вид

$$\lambda m_x = [C_\lambda m_x + C_\text{в}(m - m_x)] \Delta t,$$

где $\Delta t = |0^\circ - t_1|$ — разница температур, на которую должна нагреться переохлажденная вода прежде, чем она сможет превратиться в лед. Таким образом,

$$m_x = m \frac{\Delta t}{(1 - C_\lambda/C_\text{в})\Delta t + \lambda/C_\text{в}} \approx 125 \text{ г.}$$

78.4. а) Вещество дискретно: оно состоит из молекул, атомов, ионов и т. д.

б) Частицы находятся в состоянии хаотического движения, называемого тепловым.

в) Имеет место взаимное притяжение и отталкивание частиц, т. е. они взаимодействуют друг с другом.

Вариант 79—ФЕН

79.1. Масса жидкого азота в сосуде равна $m = \rho V$, где ρ — плотность жидкого азота, а V — занимаемый им объем. После своего испарения жидкий азот займет весь объем сосуда V_k , так что по уравнению Менделеева—Клапейрона имеем $p_k V_k = \frac{m}{\mu} RT$, откуда для конечного давления получаем

$$p_k = \frac{\rho V}{\mu V_k} RT = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^2 \cdot 8,3 \cdot 300}{28 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} \approx 7,1 \cdot 10^6 \text{ Па} > 2 \cdot 10^6 \text{ Па},$$

т. е. сосуд разорвется.

79.2. Система, масса которой равна сумме масс стержня и груза, приводится в движение силой, равной разности сил тяжести обоих тел, подвешенных к концам нити, перекинутой через блок, т. е. $(M + m)a = (M - m)g$, откуда находим ускорение, с которым движется каждое из тел системы: $a = \frac{M-m}{M+m}g$. Если $M > m$, то брусок движется вниз, а тело массы m — вверх и наоборот. Пусть для простоты $M > m$. Теперь рассматриваем движение самого бруска. Его нижняя часть высотой h движется с найденным ускорением a вниз под действием разности двух сил — искомой силы натяжения T , тянущей эту часть бруска вверх, и противоположно ей направленной силы тяжести этой части бруска. Последняя определяется массой $M_h = \frac{h}{L}M$. Таким образом, имеем $M_h a = M_h g - T$, откуда

$$T = M_h(g - a) = \frac{h}{L}M \left(1 - \frac{M - m}{M + m} \right) g = \frac{2mM}{M + m} \frac{h}{L} g,$$

что и требовалось определить.

79.3. Так как речь идет о мощностях, выделяющихся на одном и том же сопротивлении, то эти мощности будут равны при равенстве токов, текущих по этому сопротивлению. Когда сопротивление r подключено последовательно к сопротивлению R , то ток через оба этих сопротивления один и тот же и равен $I_{\text{посл}} = \frac{\mathcal{E}}{R+r_i+r}$, где \mathcal{E} — ЭДС источника. При параллельном соединении сопротивлений R и r полный ток в цепи равен

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r_i + \frac{Rr}{R+r}} = \frac{\mathcal{E}(R+r)}{Rr_i + rr_i + Rr}.$$

Этот ток распределяется по сопротивлениям R и r так, что $I_R + I_r = I$ и $I_R R = I_r r$, откуда

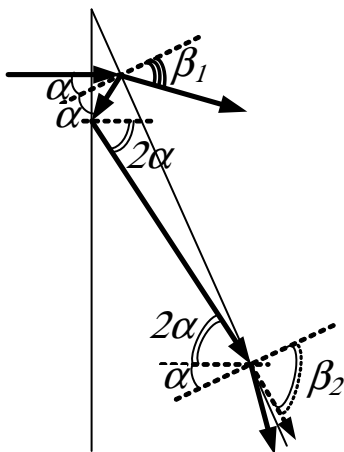
$$I_{\text{парал}} = I_r = \frac{R}{R+r} I = \frac{\mathcal{E} R}{Rr_i + rr_i + Rr}.$$

Приравнивая токи $I_{\text{посл}}$ и $I_{\text{парал}}$, получаем

$$\frac{1}{R + r_i + r} = \frac{R}{Rr_i + rr_i + Rr},$$

откуда находим искомую величину сопротивления $r = \frac{R^2}{r_i}$.

79.4. Луч, вышедший из призмы через правую грань, пойдёт под углом β_1 к этой грани (точнее, к нормали к ней) таким, что $\frac{\sin \beta_1}{\sin \alpha} = n$. Луч, который отразится в этой точке выхода, упадет на левую грань призмы уже под углом 2α и после отражения от нее упадет на правую грань под углом 3α . Поэтому для угла преломления этого луча имеем $\sin \beta_2 = n \sin 3\alpha$, и так как по условию $n > 1/3\alpha$, получаем, что $\sin \beta_2 > 1$.



Таким образом на правую грань луч падает под углом, большим угла полного внутреннего отражения, и поэтому уже не выйдет из призмы.

1998 г.

Вариант 81р–ФФ

81.1. Давление насыщенного пара при неизменной температуре не меняется. Из уравнения состояния для «неконденсируемого» воздуха в этом случае $(P_1 - P) \cdot V_1 = (P_2 - P) \cdot V_2$. Откуда

$$P = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{V_1 - V_2}.$$

81.2. Пусть конечная скорость заряда массы M равна U . Тогда из закона сохранения горизонтальной компоненты импульса $V(M + m) = MU$ (шарики взаимодействуют только между собой). Вначале потенциальная энергия взаимодействия шариков равнялась $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L}$, а

после разлета равна нулю. Из закона сохранения энергии

$$\frac{MU^2}{2} = (M + m)\frac{V^2}{2} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L}.$$

Откуда длина нити равна

$$L = \frac{q^2 M}{4\pi\epsilon_0 m(m + M)}.$$

81.3. $\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = \ell Bat = U_C$. Откуда $W_C = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{C}{2}\ell^2 B^2 a^2 t^2$.
 $U_L = \mathcal{E} = L\frac{dI}{dt} = \ell Bat$. Откуда $LI = \ell Ba \cdot \frac{t^2}{2}I = \frac{\ell Ba}{L}\frac{t^2}{2}$. $W_L = \frac{LI^2}{2} = \frac{\ell^2 B^2 a^2 t^4}{2L} \cdot \frac{1}{4}$. Следовательно,

$$t = 2\sqrt{LC}.$$

81.4. Пусть сечение поршня насоса S , а его отверстия σ . За время Δt поршень насоса сместился на Δx . Из закона сохранения массы $\Delta m = \Delta x S \rho = U \sigma \cdot \Delta t \rho$, из закона сохранения энергии $F \Delta x = \Delta m \frac{U^2}{2}$, $U = \sqrt{\frac{2F}{S\rho}}$. При $F = 100$ Н, $S = 4 \cdot 10^{-4}$ м², $\rho \approx 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $U \approx 22 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

81.5. Вначале сила трения пробки о стенки трубки почти полностью компенсируется избыточным давлением между пробками. При выходе сила трения убывает практически по линейному закону $\frac{mu^2}{2} \approx \frac{\Delta PSL}{2}$, где L — длина пробки. Оценка показывает, что скорость вылета — несколько м/с.

Вариант 82p—ФФ

82.1. Плотность насыщенного пара $\rho_{\text{п}}$ не изменилась. Пусть иско-
 мая массовая доля равна X . Из закона сохранения массы $m = \rho_{\text{ж}} V_1 = \rho_{\text{п}} V_2$.

$$V = V_{\text{п}} + V_{\text{ж}} = (1 - X)\frac{m}{\rho_{\text{п}}} + X\frac{m}{\rho_{\text{ж}}} = (1 - X)V_2 + XV_1.$$

Поэтому $X = \frac{V_2 - V}{V_2 - V_1}$.

82.2. При малых значениях коэффициента трения ($\mu < \operatorname{tg} \alpha$) возможно соскальзывание каната как влево, так и вправо. Поэтому область значений x ограничена с двух сторон. Границы этой области определяются из условия равновесия каната и из выражения для предельной силы трения покоя $F = \mu N$. Пусть масса каната — m . Выражение для максимальной длины каната

$$x \frac{m}{L} g = (L - x) \frac{m}{L} g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha),$$

для минимальной $x \frac{m}{L} g = (L - x) \frac{m}{L} g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$. Откуда

$$\frac{L(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{(1 + \sin \alpha + \mu \cos \alpha)} > x > \frac{L(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{(1 + \sin \alpha - \mu \cos \alpha)}.$$

82.3. Удобнее перерисовать эквивалентные цепочки. Когда один диод — разрыв в цепи, другой — шунт. До смены полярности C_1 , не будет заряжен, а на C_2 , установится заряд $q_2 = UC_2$. После смены полярности два случая:

а) $C_1 > C_2$. C_2 разряжается полностью, т. е. $q'_2 = 0$, $q'_1 = UC_1$.

б) $C_1 < C_2$. Подтока заряда через перемычку, соединяющую диоды, не будет. Имеем два последовательных конденсатора с суммарным положительным зарядом на соединенных обкладках $q_1^* + q_2^* = UC_2$, $U = \frac{q_1^*}{C_1} - \frac{q_2^*}{C_2}$. Откуда

$$q_1^* = \frac{2UC_1C_2}{C_1 + C_2}, \quad q_2^* = \frac{2UC_2(C_2 - C_1)}{C_1 + C_2}.$$

82.4. $PV = P_0V_0$, $V_0 \approx \frac{4}{3}\pi \cdot R^3$, $P \approx \rho gh + 10^5$ Па, $m \approx \rho_{\text{рез}}V_{\text{рез}}$, $mg \approx \rho g(V_{\text{рез}} + V)$,

$$h \approx \frac{P_0V_0\rho_{\text{рез}}}{g(\rho_{\text{рез}} - \rho)m_{\text{рез}}} - \frac{10^5 \text{ Па}}{\rho g}.$$

Пусть $P_0 \approx 1,5 \cdot 10^5$ Па, $g \approx 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $\rho \approx 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\rho_{\text{рез}} \approx 2 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $m \approx 0,5$ кг, $R \approx 0,1$ м. Тогда $h \approx 240$ м.

82.5. См. решение в варианте 81р—ФФ.

Вариант 83—ФФ

83.1. Из второго закона Ньютона и закона Гука для пружины с коэффициентом жесткости k :

$$\frac{mV_1^2}{\ell_1} = k(\ell_1 - \ell); \quad (4)$$

$$\frac{mV_2^2}{\ell_2} = k(\ell_2 - \ell). \quad (5)$$

Поделив уравнение (1) на (2), получим

$$\ell = \frac{\ell_1^2 V_2^2 - \ell_2^2 V_1^2}{\ell_1 V_2^2 - \ell_2 V_1^2}.$$

83.2. Пусть M — искомая масса. После того как пыль вся осядет, суммарный заряд на пластинке $q\frac{M}{m} - Q$ создаст электрическое поле напряженности $E = \frac{q\frac{M}{m} - Q}{2\varepsilon_0 S}$. Сила, действующая на каждую пылинку со стороны электрического поля qE , будет уравновешена силой тяжести

$$mg = \frac{q \left(q\frac{M}{m} - Q \right)}{2\varepsilon_0 S}.$$

Откуда

$$M = \frac{mQ}{q} + \frac{2\varepsilon_0 S m^2 g}{q^2}.$$

83.3. Давления в обеих частях цилиндра постоянны $P_1 = P_0 + \frac{mg}{S}$, $P_2 = P_1 + \frac{mg}{S} = P_0 + \frac{2mg}{S}$. Из уравнений Клапейрона—Менделеева можно получить связь между приращением объема частей цилиндра и приращением температуры $P_1 \Delta V_1 = \nu_1 R \Delta T$, $P_2 \Delta V_2 = \nu_2 R \Delta T$. Число молей определяется из начального условия

$$\nu_1 = \frac{P_1 2HS}{RT_0}, \quad \nu_2 = \frac{P_2 HS}{RT_0}.$$

откуда получим связь

$$\Delta V_1 = \frac{2HS}{T_0} \Delta T = 2\Delta V_2.$$

Смещение нижнего поршня $x_2 = \frac{\Delta V_2}{S}$, а верхнего $x_1 = \frac{\Delta V_2 + \Delta V_1}{S} = 3x_2$. Тепло идет на повышение внутренней энергии и совершение работы, $Q = \Delta U + \Delta A$, $\Delta U = \frac{3}{2}(\nu_1 + \nu_2)R\Delta T = \frac{3}{2}(P_1\Delta V_1 + P_2\Delta V_2) = \frac{3}{2}(3P_0Sx_2 + 4mgx_2)$. Работа состоит из работы против внешнего давления и работы против сил тяжести поршней $\Delta A = P_0(\Delta V_1 + \Delta V_2) + mgx_1 + mgx_2 = 3P_0Sx_2 + 4mgx_2$, $Q = \frac{5}{2}(3P_0Sx_2 + 4mgx_2)$. Следовательно,

$$x_2 = \frac{2Q}{5(3P_0Sx_2 + 4mgx_2)}, \quad x_1 = \frac{6Q}{5(3P_0Sx_2 + 4mgx_2)}.$$

83.4. Условие начала подъема — равенства силы Архимеда со стороны вытесненного воздуха и суммы веса оболочки шарика и веса пара: $\rho_{\text{п}}Vg = m_{\text{п}}g = m_{\text{ш}}g + m_{\text{п}}g$, где V — объем надутого шарика. Масса воздуха и пара определяется из уравнения состояния Клапейрона—Менделеева:

$$m_{\text{в}} = \frac{\mu_{\text{в}}PV}{RT_{\text{в}}}; \quad m_{\text{п}} = \frac{\mu_{\text{п}}PV}{RT_{\text{п}}}.$$

Откуда

$$\mu_{\text{в}} = m_{\text{п}} \frac{\mu_{\text{в}}T_{\text{п}}}{\mu_{\text{п}}T_{\text{в}}}, \quad m_{\text{ш}} = m_{\text{в}} - m_{\text{п}} = m_{\text{п}} \left(\frac{\mu_{\text{в}}T_{\text{п}}}{\mu_{\text{п}}T_{\text{в}}} - 1 \right).$$

Для оценки положим $\mu_{\text{в}} \approx 0,029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, $\mu_{\text{п}} = 0,018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, $T_{\text{п}} = 373 \text{ К}$, $T_{\text{в}} \approx 300 \text{ К}$, $P \approx 10^5 \text{ Па}$, $R = 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}$, $V \approx 10^{-2} \text{ м}^3$,

$$m_{\text{п}} = \frac{\mu_{\text{п}}PV}{RT_{\text{п}}} \approx m_{\text{ш}} \approx 0,005 \text{ кг}.$$

83.5. Показатель преломления воды $n \approx 1,33$. Когда вода в коническую воронку не налита, воронка разделяет воздух и воду. Свет, проходя воронку, отклоняется, что может привести к практически полному отсутствию света на экране. Далее, если угол раствора конуса обозначить как 2β , то при выполнении условия $\sin(90^\circ - \beta) =$

$\cos \beta \geq \frac{1}{n} \approx \frac{3}{4}$ из-за эффекта полного внутреннего отражения свет не проходит вообще. Если налить воду то свет проходит, так как плоско-параллельная стенка воронки не изменяет направление света.

Вариант 84–ФФ

84.1. Брусек ускоряется горизонтально силой нормального давления $N = ma$. По вертикали сила тяжести компенсирует силу трения $mg = F$, которая меньше или равна μN . Откуда $\mu_{min} = \frac{g}{a}$.

84.2. Разница давлений в верхней и в нижней частях сосуда во всех случаях равна $\frac{mg}{S}$. Из объединенного газового закона $\frac{PV}{T} = \text{const}$, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными

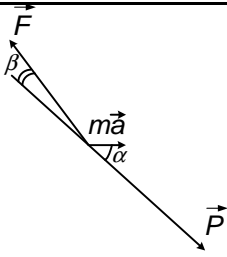
$$\begin{aligned} 2P_1L &= P_2(L - h), \\ 2\left(P_1 + \frac{mg}{S}\right)L &= \left(P_2 + \frac{mg}{S}\right)(L + h). \end{aligned}$$

Ответ: $P_1 = \frac{mgL}{4Sh} \left(1 - \frac{h}{L}\right)^2$.

84.3. На конденсатор действует сила Ампера $ma = IBL$. Умножив выражение для силы на небольшой интервал времени Δt , получим $ma\Delta t = m\Delta V = I\Delta tBL = \Delta qBL$. Причем $I\Delta t = \Delta q$ — приращение заряда на конденсаторе C . Применим выражение для конечных приращений $m\Delta V = \Delta qBL$ и получим $m(V_{\text{нач}} - V_{\text{конеч}}) = (q_{\text{нач}} - q_{\text{конеч}})BL$ или $mV_0 = qBL$ (с учетом того что начальные значения скорости конденсатора и заряда равны нулю, а конечные значения V_0 и q соответственно). Суммарный заряд на обкладках конденсаторов сохраняется, и к моменту остановки напряжение на них будет одинаково (ЭДС индукции Фарадея равна нулю) $\frac{q}{C} = \frac{q_0 - q}{C_0}$. Откуда

$$V_0 = \frac{BL}{m} \frac{q_0}{C_0} \frac{CC_0}{C + C_0}.$$

84.4. Москва и Новосибирск находятся примерно на одной широ-



те $\alpha = 55^\circ$. При радиусе параллели R центростремительные ускорения в обоих случаях различны из-за суточного обращения:

$$a_1 = \frac{(V - \omega R)^2}{R}, \quad a_2 = \frac{(V + \omega R)^2}{R}.$$

Пусть P , F_1 , F_2 — сила тяжести и упругие силы, развиваемые пружиной для обоих случаев. $m\vec{a}_1 = \vec{P} + \vec{F}_1$, $m\vec{a}_2 = \vec{P} + \vec{F}_2$. Вследствие малости центростремительной силы по сравнению с силой тяжести, углы β между \vec{P} и \vec{F}_1 , \vec{P} и \vec{F}_2 малы. Поэтому, проектируя силы на направление вектора силы тяжести $F_1 = P - ma_1 \cos \alpha$, $F_2 = P - ma_2 \cos \alpha$. Таким образом,

$$F_1 - F_2 = m(a_2 - a_1) \cos \alpha = 4m\omega V \cos \alpha = 8\pi mV \cos \alpha / T \approx 0,06 \text{ Н.}$$

84.5. См. решение задачи 5 варианта 83—ФФ.

Вариант 85р—ФЕН

85.1. Начальные значения вертикальной и горизонтальной компонент скорости одинаковы $V_y = V_x = V \sin 45^\circ = \frac{V}{\sqrt{2}}$. Время, через которое вертикальная компонента уменьшится вдвое, равно $t = \frac{V}{\sqrt{2} \cdot 2g}$.

Путь по горизонтали $x = \frac{V}{\sqrt{2}} \cdot t = \frac{V^2}{4g}$. Путь по вертикали $y = \frac{V}{\sqrt{2}} \cdot t - \frac{gt^2}{2} = \frac{3}{16} \cdot \frac{V^2}{g}$. Искомое расстояние — из теоремы Пифагора

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{5}{16} \cdot \frac{V^2}{g}.$$

85.2. Пусть M — масса поршня, S — площадь сечения сосуда, P — искомое давление, p — конечное давление газа. Из уравнений равновесия поршня в обоих случаях

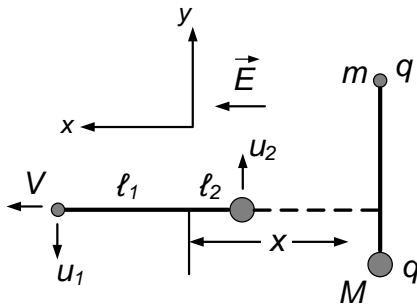
$$P_0 + \frac{Mg}{S} = P, \quad p + \frac{Mg}{S} = P_0.$$

Процесс изотермический, поэтому $PV = 2pV$. Ответ $P = \frac{4}{3}P_0$.

85.3. Центр масс системы движется равноускоренно по действию постоянной внешней силы $2qE$. Ускорение равно $a = \frac{2qE}{m+M}$. При равноускоренном движении расстояние X , пройденное центром масс, его скорость V в конечном состоянии и ускорение a связаны соотношением

$$X = \frac{V^2}{2a} = \frac{V^2(m+M)}{4qE}. \quad (1)$$

Так как стержень нерастяжим, в конечном состоянии проекции скоростей шариков на ось x будет также равны V . Расстояние от шариков до центра масс соответственно равны



$$\ell_1 = L \frac{M}{m+M}, \quad \ell_2 = L \frac{m}{m+M}. \quad (2)$$

Суммарная кинетическая энергия шариков в конечном состоянии

$$\frac{m(V^2 + u_1^2)}{2} + \frac{M(V^2 + u_2^2)}{2}$$

равна работе внешних сил, которая с учетом выражений (2) и (1) запишется как

$$\begin{aligned} qE(X - \ell_1) + qE(X + \ell_2) &= qE \left(2X + L \frac{M - m}{M + m} \right) = \\ &= \frac{(M + m)V^2}{2} + qEL \frac{M - m}{M + m}. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\frac{mu_1^2}{2} + \frac{Mu_2^2}{2} = qEL \frac{M - m}{M + m}. \quad (3)$$

В направлении y импульс системы сохраняется. Поэтому $mu_1 = Mu_2$. С учетом этого из уравнения (3) получается

$$u_1^2 = 2qEL \frac{(M - m)}{(M + m)^2} \frac{M}{m}, \quad u_2^2 = 2qEL \frac{(M - m)}{(M + m)^2} \frac{m}{M}.$$

В конечном состоянии каждый шарик под действием всех сил (силы натяжения стержня T , кулоновской силы $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2}$ и силы со стороны поля qE) движется поступательно с ускорением центра масс a и вращается с центростремительным ускорением относительно центра масс. Например, для шарика массы m второй закон Ньютона запишется как $ma - \frac{mu_1^2}{\ell_1} = -T + qE + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2}$. Откуда

$$T = 3qE \frac{M - m}{M + m} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2}.$$

85.4. Сопротивления соединены параллельно, и напряжения на них всегда одинаковы. Поэтому тепловые мощности (а также и полные количества тепла!), выделяемые на них, обратно пропорциональны сопротивлениям. Полное количество выделенного тепла из закона сохранения энергии равно начальной энергии конденсатора $\frac{1}{2}CU^2$. Составляя пропорцию, получаем

$$Q_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{2}CU^2, \quad Q_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{2}CU^2.$$

Вариант 86—ФЕН

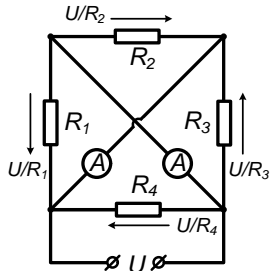
86.1. Из закона сохранения импульса после неупругого взаимодействия тела и пули

$$V_y = \frac{mU}{(M + m)}, \quad V_x = \frac{MV}{(M + m)}.$$

Далее тело с застрявшей пулей летит под действием силы тяжести. Время полета $t = \frac{2V_y}{g} = \frac{2mU}{(m+M)g}$. Пройденное по горизонтали расстояние

$$L = V_x t = \frac{2V_y}{g} = \frac{2mMUV}{(m + M)^2 g}.$$

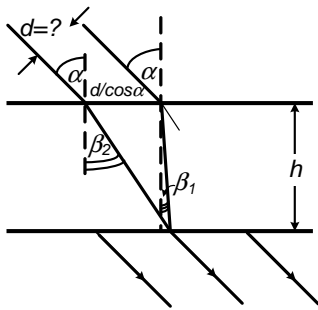
86.2. Обозначим для определенности на схеме полярность источ-



ника напряжения U . Тогда через R_4 течет ток в указанном направлении, и он равен $I_4 = \frac{U}{R_4}$. Поскольку амперметры «закорачивают» диагонали, напряжение на R_3 также равно U , а ток $I_3 = \frac{U}{R_3}$. По этой же причине и напряжения на R_2 и R_1 равны U , а соответствующие токи $I_2 = \frac{U}{R_2}$ и $I_1 = \frac{U}{R_1}$.

Ток через левый амперметр равен сумме $I_2 + I_3 = \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$, а через правый амперметр — $I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$.

86.3. По закону преломления $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$, $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$,



$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$. Если ширина пучка d предельная, «правый» луч чисто красного цвета и «левый» луч чисто голубого цветов выйдут из пластины в одной точке. Поэтому из геометрии $h(\operatorname{tg} \beta_2 - \operatorname{tg} \beta_1) = \frac{d}{\cos \alpha}$:

$$d = h \cos \alpha \left(\frac{\sin \alpha}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha}} - \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}} \right).$$

86.4. Если уровень жидкости в запаянной части трубки поднимется на x , то в открытой части опустится на x . Конечное давление в запаянной части будет равно $P_0 - 2\rho g x$ (отсюда видно, что $x \leq \frac{P_0}{2\rho g}$, так как давление в газе не может быть отрицательным). Естественное условие $x \leq L$. При постоянной температуре для газа выполняется условие $PV = \text{const}$ или $\frac{P_0}{2}LS = (P_0 - 2\rho g x)(L - x)S$. Далее получается квадратное уравнение

$$x^2 - \left(L + \frac{P_0}{2\rho g} \right) x + \frac{P_0 L}{4\rho g} = 0,$$

общее решение которого

$$x = \frac{L}{2} + \frac{P_0}{4\rho g} \pm \sqrt{\left(\frac{L}{2} + \frac{P_0}{4\rho g}\right)^2 - \frac{P_0 L}{4\rho g}}.$$

Ответ:

$$x = \frac{L}{2} + \frac{P_0}{4\rho g} - \sqrt{\frac{L^2}{4} + \frac{P_0^2}{16\rho^2 g^2}}.$$

Отброшенный корень не удовлетворяет условиям $x \leq \frac{P_0}{2\rho g}$, $x \leq L$.

Вариант 87р–ГГФ

87.1. Ртуть начнет выливаться, когда запаянный конец трубки будет находиться на расстоянии 760 мм по вертикали от поверхности емкости. Предельный (максимальный) угол с горизонтом

$$\alpha = \arcsin 0,5 = 30^\circ.$$

$$87.2. \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}, \quad Q = R_2 I \cdot C = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}.$$

87.3. Определим из уравнения состояния идеального газа (закона Клапейрона–Менделеева) начальную массу газа в первом отсеке $m_1 = \frac{\mu 2V_2 P}{RT} = 4 \frac{\mu V P}{RT}$, во втором — $m_2 = \frac{\mu V P}{RT}$. После открытия отверстия давление в отсеках станет одинаковым. Вследствие одинаковости температуры во втором отсеке окажется $1/3$ часть всей массы (так как он занимает $1/3$ всего объема). Поэтому во втором отсеке масса газа увеличится в

$$\frac{(m_1 + m_2)}{3m_2} = \frac{5}{3} \text{ раз}.$$

87.4. $|\vec{F}| = qVB \cdot \sin \alpha$, где α — угол между вектором индукции магнитного поля и вектором скорости заряда. Эта сила действует на движущийся со скоростью V заряд q в магнитном поле с индукцией

B , если векторы \vec{V} и \vec{B} не параллельны. Заряд движется по спирали. Ее радиус $R = \frac{mV_{\perp}}{qB}$, период $T = \frac{2\pi m}{qB}$, шаг спирали $h = \frac{2\pi}{qB} \cdot V_{\parallel}$. Здесь V_{\perp} — компонента скорости, перпендикулярная вектору индукции магнитного поля, V_{\parallel} — компонента скорости, параллельная вектору индукции.

Вариант 88—ГГФ

88.1. Скорости шариков V в нижней точке перед «склеиванием» определяются из закона сохранения энергии

$$\frac{mV_1^2}{2} = mgh, \quad \frac{MV_1^2}{2} = Mgh, \quad V_1 = \sqrt{2gH}.$$

С учетом того что скорости направлены навстречу друг другу, после неупругого удара результирующая скорость определяется из закона сохранения импульса:

$$(m + M)V_2 = MV_1 - mV_1, \quad V_2 = V_1 \left(\frac{M - m}{M + m} \right).$$

Высота, на которую поднимутся «склеенные» шарики, определяется снова из закона сохранения энергии $\frac{(M+m)V_2^2}{2} = (M + m)gh$. Откуда

$$h = H \left(\frac{M - m}{M + m} \right)^2.$$

88.2. После разворота сосуда условие равновесия поршня $Mg = (P_2 - P_1)S$. В изотермическом случае для каждой части сосуда выполняется условие $PV = \text{const}$: для верхней части $P_1(L + x)S = P_0LS$, для нижней части $P_2(L - x)S = P_0LS$. Откуда

$$P_1 = \frac{P_0LS}{L + x}, \quad P_2 = \frac{P_0LS}{L - x}.$$

Подставляя в уравнение для равновесия, получаем квадратное уравнение $x^2 + 2x \frac{P_0 L S}{M g} - L^2 = 0$. Откуда выбираем положительный корень

$$x = -\frac{P_0 L S}{M g} + \sqrt{\left(\frac{P_0 L S}{M g}\right)^2 + L^2}.$$

88.3. Ток течет только через последовательно соединенные сопротивления $I = \frac{\mathcal{E}}{3R}$. Напряжение на левом конденсаторе равно напряжению на левом сопротивлении $U_1 = RI = \frac{\mathcal{E}}{3}$, а на правом конденсаторе — напряжению на правом сопротивлении $U_2 = 2RI = \frac{2\mathcal{E}}{3}$. Поскольку заряд на конденсаторе равен произведению напряжения на его емкость, то

$$q_1 = 2CU_1 = \frac{2\mathcal{E}C}{3}, \quad q_3 = CU_2 = \frac{2\mathcal{E}C}{3}.$$

88.4. а) $\frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{F}{ES}$. Относительное удлинение упругого тела прямо пропорционально силе действующей на него и обратно пропорционально площади поперечного сечения;

б) $U = \frac{kx^2}{2};$

в) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$. Период колебаний груза на пружине прямо пропорционален корню квадратному из его массы и обратно пропорционален корню квадратному из коэффициента жесткости пружины.

1999 г.

Вариант 91р–ФФ

91.1. Пусть давление в цилиндре — P . Сила трения F направлена против возможного проскальзывания, поэтому при движении вниз $F_1 + P_0 S + mg - F - PS = 0$, при движении вверх $F_2 - P_0 S - mg - F + PS = 0$. Исключая неизвестное F , получаем:

$$P = P_0 + (2mg + F_1 - F_2) / 2S.$$

91.2. Грузы двигаются по окружности. Поскольку начальная скорость нулевая, начальные ускорения грузов a направлены по касательной к траектории (нет нормального или центростремительного ускорения) и одинаковы по величине. Из второго закона Ньютона: $m_1 a = m_1 g \sin \alpha - N \cos \alpha$; $m_2 a = -m_2 g \sin \alpha + N \cos \alpha$. Здесь N — сила, действующая на каждый из грузов со стороны стержня, $\alpha = \arcsin \frac{L}{2r}$. Складывая уравнения движения, получаем

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \sin \alpha = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \frac{L}{2r}.$$

91.3. Пусть искомый заряд q_x . Заряды внешних пластин q_x и $-q_x$. Напряженность электрического поля в зазорах будут равны соответственно $\frac{q_x}{\varepsilon_0 S}$, $\frac{(q - q_x)}{\varepsilon_0 S}$, $\frac{q_x}{\varepsilon_0 S}$, а направление поля во внешних зазорах противоположно направлению поля во внутреннем зазоре. После установления равновесия напряжение (разность потенциалов) между внешними пластинами должно быть равным нулю:

$$\frac{q_x}{\varepsilon_0 S} d - \frac{(q - q_x)}{\varepsilon_0 S} d + \frac{q_x}{\varepsilon_0 S} d = 0.$$

Отсюда $q_x = \frac{q}{3}$.

Систему пластин можно рассматривать как три конденсатора с зарядами $\frac{q}{3}$, $\frac{2q}{3}$, $\frac{q}{3}$ емкости $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ каждый. Тогда конечная суммарная энергия трех конденсаторов $W_{\text{конеч}} = \frac{q^2}{3C}$, а начальная энергия (одного конденсатора, образованного внутренними пластинами) $W_{\text{начал}} = \frac{q^2}{2C}$. Разница энергий и выделится в виде тепла:

$$Q = W_{\text{начал}} - W_{\text{конеч}} = \frac{q^2}{6C} = \frac{q^2 d}{6\varepsilon_0 S}. \quad q_x = \frac{q}{3}.$$

91.4. Высота полотнища над землей h (около метра). На этом расстоянии должна «погаситься» энергия mgH . Средняя тормозящая сила $F = mgH/h$. Спасатели могут натягивать брезент с силой $f \approx (1 \div 0,5)mg$. В работу вносит вклад вертикальная составляющая

силы, среднее значение которой $F \approx Nfh/2R$. Здесь R — радиус полотнища, N — максимальное число спасателей $N = 2\pi R/d$, $d \approx 0,5$ м — минимальное расстояние между спасателями; $F = mgH/h \approx Nfh/2R$. Откуда $H \approx \pi h^2/d \approx 5 \div 8$ м. (2-й, 3-й этажи). (Кстати, по инструкции МВД, полотнища используют только для спасения с высоты до 8 м.)

91.5. В нижнем положении груза упругая сила и составляющая силы тяжести вдоль его траектории направлены в одну сторону, что увеличивает возвращающую силу. В верхнем положении силы направлены в противоположные стороны, что уменьшает возвращающую силу при тех же отклонениях, а значит, увеличивает период.

Вариант 92р–ФФ

92.1. Центр масс воды, находящийся вначале на высоте $H/4$, окажется на высоте $H/2$. Работа равна изменению потенциальной энергии: $A = mg\frac{H}{2} - mg\frac{H}{4} = mg\frac{H}{4}$. Это эквивалентно подъему половины воды на $H/2$.

92.2. Пусть при температуре T давление справа — P_1 , слева — $P_2 < P_1$. Разность давлений уравновешивается трением:

$$P_1 - P_2 = F/S. \quad (1)$$

Для газа в каждой части трубки выполняется условие $PV = \text{const} \cdot T$. Поэтому давление при температуре $2T$ для правой части равно $2P_1 \frac{L}{L+L/3} = \frac{3}{2}P_1$, для левой части $2P_2 \frac{L}{L-L/3} = 3P_2$. Условие равновесия (1) в этом случае переходит в

$$\frac{3}{2}P_1 - 3P_2 = F/S. \quad (2)$$

Из (1), (2) получим

$$P_1 = \frac{4}{3}F/S, \quad P_2 = \frac{1}{3}F/S. \quad (3)$$

Пусть искомая температура равна xT . Тогда при температуре xT давление в правой части $xP_1 \frac{L}{L+2L/5} = \frac{5}{7}xP_1$, а в левой части $xP_2 \frac{L}{L-2L/5} = \frac{5}{3}xP_2$. Условие равновесия для этой температуры $\frac{5}{7}xP_1 - \frac{5}{3}xP_2 = F/S$ или с учетом (3) $x \left(\frac{20}{21} - \frac{5}{9} \right) F/S = F/S$. Откуда

$$x = \frac{63}{25} = 2,52, \quad xT = 2,52T.$$

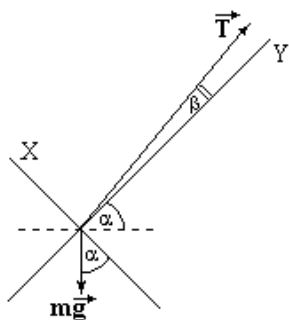
92.3. Так как напряжение на катушке $U_L = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$, то в момент, когда ток максимален, напряжение на ней и, следовательно, на первом конденсаторе равно нулю. Вся энергия конденсатора перешла в энергию катушки $L \frac{I_1^2}{2} = C \frac{U^2}{2}$. С присоединением второго конденсатора быстро выравниваются заряды и напряжение на обоих конденсаторах станет равным $\frac{U}{2}$. При этом ток через катушку не изменится. Энергия электрического поля конденсаторов станет равной $2C \frac{(U/2)^2}{2} = C \frac{U^2}{4}$. Затем согласно закону сохранения энергии ток будет вырастать до максимума $L \frac{I_2^2}{2} + C \frac{U^2}{4} = L \frac{I_{max}^2}{2}$. Откуда $I_{max} = U \sqrt{\frac{3C}{2L}}$.

92.4. Задача «многомодельная». Имеют место и кумулятивные струи, волновое сопротивление и т. д. По порядку величины скорость жидкости, вовлекаемой в движение, близка к скорости автомобиля. Если h — глубина лужи, b — ширина шины, то $F \approx \rho V^2 2bh \approx 4 \cdot 10^3$ Н (при $V = 10$ м/с, $h = 10$ см, $b = 20$ см, $\rho = 1000$ кг/м³).

92.5. См. решение задачи 5 из варианта 91р—ФФ.

Вариант 93—ФФ

93.1. На старте на ракету действует сила тяги T и сила тяжести mg . Спроектируем силы на направление взлета (ось Y):



$$ma = T \cos \beta - mg \sin \alpha \quad (1)$$

и перпендикулярно направлению взлета (ось X):

$$0 = T \sin \beta - mg \cos \alpha. \quad (2)$$

Выражая величину T из уравнения (2) и подставляя в (1), получаем ускорение

$$a = g \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin \beta}.$$

93.2. Начнутся колебания, которые из-за трения затухнут, и система окажется в положении равновесия. Пусть h — высота подъема жидкости в трубке относительно нижней кромки поршня, находящегося в конечном состоянии, x — расстояние, на которое опустится поршень. Условие равновесия:

$$mg = \rho gh(S - \sigma).$$

В трубку войдет масса жидкости $m_{\text{жид}} = \rho h\sigma$. Из закона сохранения массы жидкости $h\sigma = xS$. Из закона сохранения энергии выделенное тепло Q равно разности начальных и конечных потенциальных энергий поршня и жидкости. С учетом написанных выше уравнений имеем

$$\begin{aligned} Q &= mgx - m_{\text{жид}} \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{2} \right) = mgh \frac{\sigma}{S} - \frac{\rho gh^2}{2} \left(1 - \frac{\sigma}{S} \right) = \\ &= \frac{m^2 g \sigma}{2 \rho S (S - \sigma)}. \end{aligned}$$

Если поршень тяжелый, то он окажется на дне сосуда. Пусть начальная высота жидкости в сосуде равнялась H . Тогда $h\sigma = HS$, а условие падения поршня на дно

$$mg > \rho gh(S - \sigma) = \rho gHS(S/\sigma - 1).$$

В этом случае количество выделенного тепла определяется по формуле

$$Q = mgH - m_{\text{жид}} \left(\frac{h}{2} - \frac{H}{2} \right) = mgH - \frac{\rho gH^2 S}{2\sigma} (S - \sigma).$$

Если $mg = \rho gHS(S/\sigma - 1)$, то оба решения совпадают.

93.3. Во время движения перемычки в области, занятой полем, на нее действует сила Ампера. Второй закон Ньютона для перемычки в произвольный момент времени: $ma = m \frac{\Delta V}{\Delta t} = IBh$ или

$$m\Delta V = I\Delta t Bh = \Delta q Bh. \quad (1)$$

Просуммируем (1) до момента пересечения перемычкой плоскости MN : $m(V_1 - V_2) = qBh$, где q — заряд на конденсаторе к моменту выхода перемычки из области, занятой магнитным полем. Магнитный поток при выходе не меняется, поэтому ЭДС индукции равна нулю. По закону Ома в этот момент времени $RI_X = \frac{q}{C}$. Откуда искомый ток равен

$$I_X = \frac{q}{RC} = \frac{m(V_1 - V_2)}{RCBh}.$$

93.4. Показания весов расходятся из-за различия выталкивающих сил воздуха при разных температурах. Пусть $V = \frac{M_{\text{зол}}}{\rho_{\text{зол}}} \approx \frac{1000}{20000} \approx 0,05 \text{ м}^3$ — объем тонны золота, $T_1 \approx 300 \text{ К}$ — характерная июльская температура, $T_2 \approx 240 \text{ К}$ — зимняя температура, $P \approx 10^5 \text{ Па}$ — атмосферное давление, $\mu \approx 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ — молекулярная масса воздуха, $R \approx 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — универсальная газовая постоянная. Уравнение Менделеева—Клапейрона для вытесненного воздуха $PV = \frac{m}{\mu}RT$, откуда $m = \frac{\mu PV}{RT}$.

Разница сил Архимеда равна

$$\begin{aligned} F_2 - F_1 &= (m_2 - m_1)g = \frac{\mu PV}{R} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) g \approx \\ &\approx \frac{29 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{8,3} \left(\frac{1}{240} - \frac{1}{300} \right) 10 \approx 0,15 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Показания весов разошлись на 0,15 Н, что соответствует 15 г по массе.

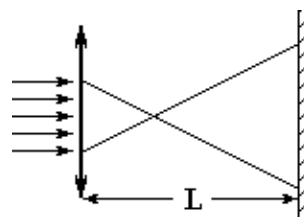
93.5. Вначале на цепочку действует уравновешивающая сила трения покоя, направленная вдоль трубки вниз. При вращении трубки по-

является сила трения скольжения, которая направлена не вдоль трубки, а против скорости цепочки относительно трубки. Проекция этой силы на ось трубки становится меньше первоначальной силы трения покоя, и цепочка движется «вверх».

Вариант 94—ФФ

94.1. Если радиус пучка лазера r , а пятна на экране R , то из подобия треугольников можно составить пропорцию:

$$\frac{r}{R} = \frac{F}{L - F} = \frac{1}{2}.$$



Откуда $F = \frac{L}{3}$.

94.2. Обозначим положительный заряд как q , длину «гантельки» — d , ее массу — m , напряженность поля конденсатора — E , искомую скорость «гантельки» — V_X . Запишем закон сохранения энергии для двух случаев:

$$\begin{cases} m\frac{U^2}{2} = m\frac{V^2}{2} + Eqd, \\ m\frac{U^2}{2} = m\frac{V_X^2}{2} - Eqd. \end{cases}$$

Откуда $V_X = \sqrt{2U^2 - V^2}$.

94.3. Доску положили «симметрично». Так она не вращается, то нормальные силы реакции валиков одинаковы. Допустим, ситуация критическая, и сила трения максимально возможная

$$F = \mu \cdot N = \mu Mg \cos \alpha.$$

Второй закон Ньютона для доски:

$$Ma = Mg \sin \alpha - \mu Mg \cos \alpha. \quad (1)$$

Пусть доска сместилась на малое расстояние x , приобретя при этом скорость V . В отсутствие проскальзывания линейная скорость обода

валика также равняется V . Закон сохранения энергии:

$$M \frac{V^2}{2} + 2m \frac{V^2}{2} = Mgx \sin \alpha. \quad (2)$$

При малом смещении ускорение можно считать постоянным и использовать закон для равноускоренного движения:

$$V^2 = 2ax. \quad (3)$$

Подставляя в (3) a из (1) и x из (2), получаем

$$V^2 = 2 \left(g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha \right) \frac{\left(M \frac{V^2}{2} + 2m \frac{V^2}{2} \right)}{Mg \sin \alpha}, \text{ или } \mu = tg \alpha \frac{2m}{M+2m}.$$

94.4. Массу кислорода в атмосфере можно оценить, зная атмосферное давление $P_A \approx 10^5$ Па (кислорода по массе в атмосфере 20 %): $M_{\text{атм}} \approx 0,2 \cdot \frac{S_{\text{зем}} P_A}{g}$, а массу кислорода в океане, зная его среднюю глубину $H \approx 4 \cdot 10^3$ м: $M_{\text{оке}} \approx \frac{16}{18} S_{\text{оке}} \rho H$ (отношение молярных масс кислорода и воды 16/18). Отношение площади поверхности океанов к поверхности Земли $\frac{S_{\text{оке}}}{S_{\text{зем}}} \approx 0,7$:

$$M_{\text{оке}}/M_{\text{атм}} \approx \frac{40}{9} \cdot \frac{S_{\text{оке}}}{S_{\text{зем}}} \cdot \frac{\rho H g}{P_A} \approx \frac{40}{9} \cdot 0,7 \cdot \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10}{10^5} \approx 1,2 \cdot 10^3.$$

94.5. Смотрите решение задачи 5 из варианта 93—ФФ.

Вариант 95р—ФЕН

95.1. Пусть высота ступеньки — H . Так как шарик двигался вначале горизонтально, то H связана со временем τ формулой $H = g\tau^2/2$. Горизонтальная компонента скорости при движении не меняется. После первого упругого удара вертикальная компонента скорости, сохраняясь по величине, изменит знак на противоположный. В течение времени τ шарик будет подниматься до своей максимальной высоты, а затем до следующего удара падать с высоты $2H$ в течение времени t_1 , которая определяется из $2H = gt_1^2/2$.

Искомое время $t_x = \tau + t_1 = \tau + \sqrt{2}\tau = (1 + \sqrt{2}) \tau$.

95.2. При упругом ударе кинетическая энергия шайбы не меняется. Пусть искомое расстояние — X , масса шайбы — m , начальная скорость — V , коэффициент трения — μ . Кинетическая энергия изменится за счет работы силы трения: $m\frac{V^2}{2} = 2\mu mgL + m\frac{(V/2)^2}{2} = \mu mg(L + X)$. Откуда $X = 5L/3$.

95.3. Начальное давление под невесомым поршнем равно атмосферному. Обозначим за X максимальную высоту столба жидкости. Расстояние от дна стакана, на котором окажется поршень, равно $2L - X$. Давление под поршнем будет равно $P_0 + \rho gX$. Условие неизменности температуры: $P_0L = (P_0 + \rho gX)(2L - X)$. Квадратное уравнение $X^2 + (P_0/\rho g - 2L)X - P_0L/\rho g = 0$ имеет решение

$$X = L - P_0/2\rho g + \sqrt{L^2 + P_0^2/4\rho^2g^2}.$$

Знак выбран так, чтобы выполнялось условие $X > L$.

Максимальный объем равен

$$SX = S \left[L - P_0/2\rho g + \sqrt{L^2 + P_0^2/4\rho^2g^2} \right].$$

95.4. Пусть верхнее левое сопротивление равно R_1 , а правое — R_2 . Согласно законам последовательного и параллельного соединения сопротивлений, получим

$$\begin{cases} R_1 + R_X = 29, \\ R_2 + R_X = 25, \\ R_1 + R_X R_2 / (R_2 + R_X) = 20. \end{cases}$$

Откуда получаем квадратное уравнение: $R_X^2 = 225$, решение которого $R_X = 15$ Ом.

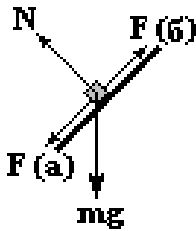
Вариант 96—ФЕН

96.1. Объем шарика состоит из объема пустой полости и объема, занятого материалом, из которого сделан шарик: $V = V_{\text{пол}} + V_{\text{мат}}$.

Уровень жидкости не изменился. Поэтому $V_{\text{пол}} = \frac{2}{3}V$, $V_{\text{мат}} = \frac{V}{3}$. Вес шарика равен архимедовой силе

$$\rho_{\text{мат}} g \frac{V}{3} = \rho g \frac{V}{3} \quad \text{или} \quad \rho_{\text{мат}} = \rho.$$

96.2. На тело действует сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции поверхности $-\vec{N}$, сила трения $-\vec{F}$, которые в сумме равны центростремительной силе.



а) Пусть сила трения направлена вниз. Запишем второй закон Ньютона в проекции на вертикальную и горизонтальные оси:

$$\begin{cases} mg = N \sin \alpha - F \cos \alpha, \\ m\omega^2 r = N \cos \alpha + F \sin \alpha. \end{cases} \quad (1)$$

Из системы (1) получаем

$$\begin{cases} F = -mg \cos \alpha + m\omega^2 r \sin \alpha, \\ N = mg \sin \alpha + m\omega^2 r \cos \alpha. \end{cases} \quad (2)$$

Подставляя в (2) неравенство $F \leq \mu N$, получаем

$$\mu \geq \frac{-g \cdot \operatorname{ctg} \alpha + \omega^2 r}{g + \omega^2 r \cdot \operatorname{ctg} \alpha},$$

что противоречит условию $\frac{\omega^2 r}{g} < \operatorname{ctg} \alpha$.

б) Пусть сила трения направлена вверх. Запишем второй закон Ньютона в проекции на вертикальную и горизонтальные оси:

$$\begin{cases} mg = N \sin \alpha + F \cos \alpha, \\ m\omega^2 r = N \cos \alpha - F \sin \alpha. \end{cases} \quad (3)$$

Из системы (3) получаем

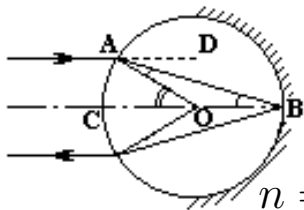
$$\begin{cases} F = mg \cos \alpha - m\omega^2 r \sin \alpha, \\ N = mg \sin \alpha + m\omega^2 r \cos \alpha. \end{cases} \quad (4)$$

Подставляя в (4) неравенство $F \leq \mu N$, получаем

$$\mu \geq \frac{g \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \omega^2 r}{g + \omega^2 r \cdot \operatorname{ctg} \alpha},$$

что не противоречит условию $\frac{\omega^2 r}{g} < \operatorname{ctg} \alpha$.

96.3. Единственно возможный путь луча указан на рисунке. По построению $\angle AOC = 30^\circ$; $\angle OAB = \angle BAD = \angle ABO = 15^\circ$ По закону преломления



$$n = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 15^\circ} = \frac{1}{2 \sin 15^\circ} = \frac{2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ} = 2 \cos 15^\circ.$$

Из тригонометрии $2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$, $2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$.

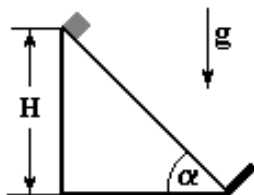
$$\text{Поэтому } n = 2 \cos 15^\circ = 2 \sqrt{\frac{1 + \sqrt{3}/2}{2}} = \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}.$$

96.4. Скорость в нижней точке определяется из закона сохранения энергии $V = \sqrt{4gR}$. Центробежная сила в нижней точке определяется тремя силами $\frac{mV^2}{R} = 4mg = N + VQB - mg$. По условию задачи $N = 0$. Поэтому $VQB = 5mg$ или $B = \frac{5m}{2Q} \sqrt{\frac{g}{R}}$.

Вариант 97р—ГГФ

97.1. Пусть искомое давление — P , температура воздуха — T , объем сосуда — V , число молей в шарике — ν_1 , а в остальной части сосуда — ν_2 . Уравнения Клапейрона—Менделеева для воздуха в шарике, остальной части сосуда, для конечного состояния $PV/2 = \nu_1 RT$, $P_0 V/2 = \nu_2 RT$, $1,1 P_0 V = (\nu_1 + \nu_2) RT$ соответственно. Откуда $1,1 P_0 = (P_0 + P)/2$, $P = 1,2 P_0$.

97.2. При упругом ударе о выступ кинетическая энергия тела не



меняется. Сила трения всегда направлена против движения и равна $\mu mg \cos \alpha$. При возвращении в исходную точку потенциальная энергия не изменилась, а кинетическая энергия меняется за счет работы силы трения:

$$m \frac{V^2}{2} = 2\mu mg \cos \alpha \frac{H}{\sin \alpha}. \text{ Откуда } V = 2\sqrt{\mu g H \operatorname{ctg} \alpha}.$$

97.3. Пусть верхнее левое сопротивление равно R_1 , а правое — R_2 . Согласно законам последовательного соединения сопротивлений, получим

$$\begin{cases} R_1 + R_X = 30, \\ R_2 + R_X = 40, \\ R_1 + R_2 = 50. \end{cases}$$

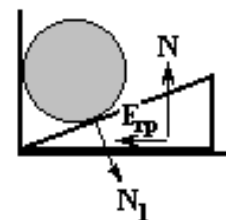
Откуда $R_X = 10 \text{ Ом}$.

97.4. $PV = \nu RT = m/\mu RT$, где универсальная газовая постоянная $R \approx 8,3 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$. У водорода $\mu = 0,002 \text{ кг/моль}$. При нормальных условиях ($P \approx 10^5 \text{ Па}$, $T \approx 273 \text{ К}$) $m = \mu PV/RT \approx 0,09 \text{ кг}$.

Вариант 98—ГГФ

98.1. Пусть сила трения между клином и полом $F_{\text{тр}}$, сила реакции между клином и полом N , а между бревном и клином N_1 . Условие покоя клина

$$\begin{cases} F_{\text{тр}} = N_1 \sin \alpha, \\ N = N_1 \cos \alpha. \end{cases}$$



Откуда $F_{\text{тр}} = \operatorname{tg} \alpha \cdot N$.

Так как всегда $F_{\text{тр}} \leq \mu N$, где равенство соответствует трению скольжения, а неравенство трению покоя то $\mu_{\min} = \operatorname{tg} \alpha$.

98.2. Пусть конечное давление в закрытом объеме — P , а сечение трубки — S . Для воздуха в закрытом объеме из уравнения Клапейрона—Менделеева при постоянной температуре получим

$$P_0 H S = P L S.$$

Давление P меньше атмосферного на величину давления, создаваемого столбом жидкости высотой H :

$$P + \rho g H = P_0.$$

Система уравнений имеет решение $L = P_0 H / (P_0 - \rho g H)$.

98.3. Сразу после замыкания ключа напряжение на конденсаторе равно начальному, т. е. равно \mathcal{E} . Напряжение на сопротивлении R_2 , определяемое как $I_0 R_2$, равно напряжению на конденсаторе. Следовательно, $I_0 = \mathcal{E} / R_2$.

По истечении большого промежутка времени конденсатор перезарядится и ток через него прекратится. В этом случае через сопротивление R_2 и R_1 идет одинаковый ток, который равен $I_\infty = \mathcal{E} / (R_1 + R_2)$.

98.4. а) Магнитный поток $\Delta\Phi$ через малую площадку ΔS равен произведению модуля вектора магнитной индукции B на площадь и косинус угла α между вектором индукции и нормалью к площадке: $\Delta\Phi = B \Delta S \cos \alpha$;

б) ЭДС индукции в контуре равна скорости изменения во времени магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром, взятой с противоположным знаком: $\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\Delta\Phi / \Delta t$;

в) $\Delta\Phi = BS = 10^{-4} \text{Тл} \cdot 1 \text{м}^2 = 10^{-4} \text{Вб}$.

2000 г.

Вариант 01р—ФФ

01.1. Условие равновесия пробирки с шариком: равенство нулю действующих сил и моментов. Если рассматривать моменты сил относи-

тельно маленького тяжелого шарика, то плечи силы тяжести шарика и реакции дна равны нулю. Тогда момент силы тяжести пробирки равен моменту архимедовой силы:

$$mg \frac{L}{2} \cos \alpha = \rho S g \frac{L}{2} \frac{L}{4} \cos \alpha, \quad \text{откуда} \quad m = \rho S \frac{L}{4}.$$

При выборе другой точки при решении необходимо использовать и условие равенства суммы сил нулю.

01.2. Пусть из баллона вышла масса m . В баллоне после установления равновесия насыщенный пар занял место жидкости (сжиженного газа). Поэтому $m = (\rho - \rho_H) V$. Из уравнения состояния для насыщенного пара получаем связь между его плотностью и давлением $\rho_H = \mu P_H / RT$. Уравнение состояния для газа в сосуде $P_0 V_0 = m RT / \mu$, откуда получаем $P_H = \rho RT / \mu - P_0 V_0 / V$ (конечно, модель идеального газа для насыщенного пара даже вдали от критической точки «работает» лишь с точностью 10–20 %).

01.3. Из закона сохранения импульса скорости осколков сразу после распада направлены в разные стороны и связаны уравнением $m_1 V_1 = m_2 V_2$. В общем случае траектория движения заряженной частицы в постоянном магнитном поле — спираль, где V_\perp определяет вращение по окружности, а V_\parallel — перенос с постоянной скоростью. Если бы у осколков существовали V_\parallel , то они были направлены в разные стороны, и встреча была невозможна. Следовательно, осколки движутся в одной плоскости, которая перпендикулярна B . Из уравнений движения для каждого осколка $m_1 V_1^2 / R_1 = q V_1 B$ и $m_2 V_2^2 / R_2 = q V_2 B$ следует $R_2 = m_2 V_2 / q B = R_1 = m_1 V_1 / q B = R$.

Осколки движутся по одной окружности и встретятся через время

$$t = \frac{2\pi R}{V_1 + V_2} = \frac{2\pi m_1 V_1}{q B (V_1 + m_1 V_1 / m_2)} = \frac{2\pi}{q B} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

01.4. Обозначим часть удаленных электронов за X , а число молекул в сосуде N (полное число электронов $2N$). Удаленный заряд

$q = 2NeX$. Избыточное давление $P \approx 10^6$ Па.

После удаления электронов положительные заряды, расталкиваясь, соберутся на поверхности сосуда.

а) Пусть сосуд-куб с ребром a (объем $V = a^3$). Простейшая модель — два точечных заряда по $q/2$, находясь в центре противоположных граней на расстоянии a друг от друга, оказывают дополнительное давление $P \approx \frac{k(q/2)^2}{a^2} \frac{1}{a^2} = \frac{kq^2}{4V^{4/3}}$, откуда $X \approx \frac{\sqrt{P} \cdot V^{2/3}}{eN\sqrt{k}}$. Условия в сосуде близки к нормальным, поэтому в 1 л находится $N_A/22,4$, $N_A \approx 6 \cdot 10^{23}$ — число Авогадро.

$$X \approx \frac{\sqrt{P} \cdot V^{2/3} \cdot 22,4}{eN_A\sqrt{k}} \approx 2,5 \cdot 10^{-8}.$$

б) Если «уточнить» модель, считая, что в шести гранях куба расположены точечные заряды $q/6$, ответ увеличится в 3 раза: $X \approx 7 \cdot 10^{-7}$.

в) Если считать, что заряд равномерно распределен по всей поверхности, а давление оценить через силу расталкивания пластин, то

$$P \approx \frac{q}{6} \frac{2\pi k q}{6a^2} \frac{1}{a^2} = \frac{\pi k q^2}{18V^{4/3}}; \quad X \approx 3 \cdot 10^{-7}.$$

г) Пусть сосуд — шар с диаметром a (объем $V = \pi a^3/6$). Задача в этом случае имеет точное решение

$$P \approx \frac{E^2}{8\pi k} = \left(\frac{4\pi k q}{\pi a^2} \right)^2 \frac{1}{8\pi k} = \frac{2 k q^2}{\pi a^4} = \frac{\pi^{1/3}}{3 \cdot 6^{1/3}} \frac{k q^2}{V^{4/3}},$$

$$X \approx 3 \cdot 10^{-8}.$$

01.5. Сумма сил нормального давления $2N \sin \alpha$ выталкивает упаковку, а сумма сил трения $2F \cos \alpha = 2\mu N \cos \alpha$ ее «удерживает», где 2α — угол раствора ножниц. Угол α для упаковки таков, что $\sin \alpha > \mu \cos \alpha$ вплоть до его полного выскальзывания. Поскольку толщина пластинки много меньше диаметра упаковки, для нее равенство $\sin \alpha = \mu \cos \alpha$ достигается на некотором расстоянии от конца ножниц. В этом случае сила трения F покоя препятствует выскальзыванию $2N \sin \alpha = 2F \cos \alpha < 2\mu N \cos \alpha$.

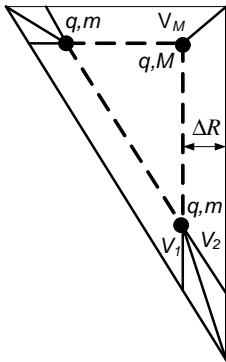
Вариант 02р–ФФ

02.1. Пусть x — искомая величина, k — жесткость пружины;
 $L_1 = x - m_1 g/k$; $L_2 = x + m_2 g/k$, откуда

$$x = (m_1 L_2 + m_2 L_1) / (m_1 + m_2).$$

02.2. Из симметрии следует, что «гипотенуза» всегда переносится параллельно (увеличиваясь в размерах). Если найдем условие, при котором один из «катетов» переносится параллельно, то подобие обеспечено.

Скорость и ускорение частицы m удобно разложить по направлениям «катета» (1) и «гипотенузы» (2). Из построения видно, что «катет» переносится параллельно, если в любой момент времени $V_M \cos 45^\circ = V_2 \cos 45^\circ$.



Иначе говоря, скорости равны $V_M = V_2$. Следовательно, в любой момент равны и ускорения $a_M = a_2$.

Если в некий момент времени «катет» равен b , то из закона Кулона $Ma_M = 2 \cos 45^\circ q^2/b^2$, $ma_2 = kq^2/2b^2$, откуда $M = 2\sqrt{2}m$.

02.3. Так как напряжение на катушке $U_L = L\Delta I/\Delta t$, то в момент, когда ток максимален, напряжение на ней равно нулю. Тогда напряжение на конденсаторах будет одинаковым. Обозначим это напряжение через V . Суммарный заряд на верхних (и нижних) пластинах конденсаторов сохраняется: $q = C_1 V_1 + C_2 V_2 = (C_1 + C_2) V$, $V = (C_1 V_1 + C_2 V_2) / (C_1 + C_2)$. (Это если на верхних пластинах вначале были одноименные заряды.)

Искомый ток I определяется из закона сохранения энергии: $C_1 V_1^2/2 + C_2 V_2^2/2 = LI^2/2 + (C_1 + C_2) V^2/2$, откуда $I = |V_1 - V_2| \sqrt{C_1 C_2 / L}$. Если на верхних пластинах были разноименные заряды, то

$$I = (V_1 + V_2) \sqrt{C_1 C_2 / L}.$$

02.4. Считается, что известны радиус Земли $R = 6,4 \cdot 10^6$ м, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ м³/с²кг (вместо G можно задать массу Земли или ее плотность).

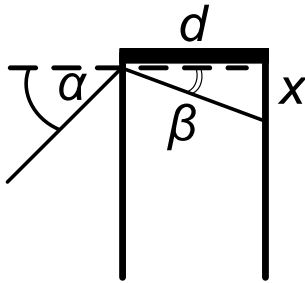
Простейшая модель — две точечные массы $M/2$ находятся примерно на расстоянии радиуса Земли. $F \approx GM^2/4R^2$. Поскольку $g = GM/R^2$, то $F \approx g^2 R^2/4G = Mg/4 = \rho \pi g R^3/3$. Откуда $F \approx 1,5 \cdot 10^{25} \approx 10^{25}$ Н.

Можно оценить силу через давление в Земле, считая ее недра несжимаемой жидкостью: $F \approx PS \approx \rho g R \pi R^2 \approx 5 \cdot 10^{25}$ Н (в принципе эта модель может дать точный результат для однородного шара).

02.5. См. решение задачи 5 варианта 1р.

Вариант 03—ФФ

03.1. Пусть луч преломится и далее отразится от грани под углом β . Согласно закону преломления, $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$. Из тригонометрии определим искомое расстояние x :



$$x = d \operatorname{tg} \beta = d \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = d \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = d \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.$$

03.2. Пусть в верхней части сосуда установится давление P_1 , а в нижней — P_2 . В конечном положении сила, действующая на поршень, равна нулю, откуда

$$P_2 = P_1 + \frac{mg}{S}. \quad (1)$$

Сосуд теплоизолирован, поэтому полная внутренняя энергия газа меняется только за счет уменьшения потенциальной энергии поршня:

$$\alpha P_0 2LS + mgh = \alpha P_1 (L + h) S + \alpha P_2 (L - h) S. \quad (2)$$

Число молей ν в каждой половинке сосуда одинаково. Из объединенного газового закона

$$\nu = \frac{P_0 L S}{R T_0} = \frac{P_1 (L + h) S}{R T} = \frac{P_2 (L - h) S}{R T}. \quad (3)$$

Здесь T_0 — начальная, а T — конечная температура газа.

Из (3) следует

$$P_1 (L + h) = P_2 (L - h). \quad (4)$$

Система линейных уравнений (1), (2), (4) записана для трех неизвестных P_1, P_2, m . Разрешая ее относительно массы поршня, получаем

$$m = \frac{2P_0 L^2 S \alpha}{g[\alpha L^2 - (\alpha + 1) h^2]}.$$

03.3. Сумма внешних сил, действующих на систему, равна нулю.

Поэтому сохраняется импульс

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0, \quad (1)$$

а центр масс O остается на месте (для определенности предположим, что $m_1 > m_2$ и центр масс находится ближе к первому телу).

Выберем положительное направление оси вправо и обозначим смещение первого тела χ_1 , а второго χ_2 .

Из уравнения (1) получается

$$v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1. \quad (2)$$

Скорости всегда противоположны по направлению и пропорциональны по величине. Поэтому их максимальные значения достигаются одновременно. Условие максимальности скорости тела — равенство нулю его ускорения, а следовательно, и действующей силы.

Для первого тела это условие принимает вид

$$qE = k(x_1 - x_2). \quad (3)$$

Закон сохранения энергии системы тел:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = qE(x_1 - x_2) - k \frac{(x_1 - x_2)^2}{2}. \quad (4)$$

Выражая $(x_1 - x_2)$ из (3), а v_2 из (4), получаем

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) = \frac{q^2 E^2}{2k}.$$

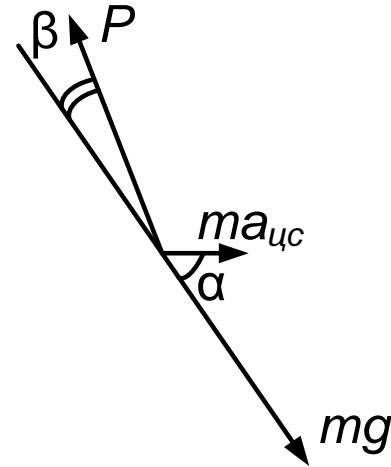
Откуда максимальные значения

$$v_1 = \frac{qE}{\sqrt{k}} \sqrt{\frac{m_2}{m_1(m_1 + m_2)}} \quad \text{и} \quad v_2 = \frac{qE}{\sqrt{k}} \sqrt{\frac{m_1}{m_2(m_1 + m_2)}}.$$

03.4. В связи с вращением Земли вокруг оси вес тела P меньше mg . Второй закон Ньютона для тела, покоящегося на Земле $m\vec{a}_{\text{цс}} = m\vec{g} + \vec{P}$.

Центростремительное ускорение $a_{\text{цс}} = \omega^2 R_{\text{ЗЕМ}} \cos \alpha$, где α — широта местности ω — угловая скорость вращения Земли, связанная с периодом вращения T :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$



Вследствие малости центростремительной силы по сравнению с силой тяжести, угол β между направлениями векторов $m\vec{g}$ и \vec{P} мал. Поэтому, проектируя силы на направление вектора силы тяжести, получаем

$$P \approx mg - ma_{\text{цс}} \cos \alpha = mg - m\omega^2 R_{\text{ЗЕМ}} \cos^2 \alpha.$$

Пусть ω_X , T_X — угловая скорость и период вращения Земли, при которых вес изменился на 10 %:

$$\frac{\delta P}{P} = \frac{(mg - m\omega^2 R_{\text{ЗЕМ}} \cos^2 \alpha) - (mg - m\omega_X^2 R_{\text{ЗЕМ}} \cos^2 \alpha)}{mg - m\omega^2 R_{\text{ЗЕМ}} \cos^2 \alpha}.$$

Так как поправка к весу тела при вращении Земли мала

$$(m\omega^2 R_{\text{ЗЕМ}} \cos^2 \alpha \ll mg),$$

то

$$\frac{\delta P}{P} = \frac{m(\omega_X^2 - \omega^2) R_{\text{ЗЕМ}} \cos^2 \alpha}{mg - m\omega^2 R_{\text{ЗЕМ}} \cos^2 \alpha} \approx \frac{\omega_X^2 R_{\text{ЗЕМ}} \cos^2 \alpha}{g} \approx 0,1 \quad (1)$$

Из (1) получаем

$$\omega_X \approx \sqrt{\frac{0,1g}{R_{\text{ЗЕМ}} \cos^2 \alpha}}. \quad (2)$$

Радиус Земли $R_{\text{ЗЕМ}} \approx 6400$ км, $g \approx 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, период обращения — сутки.

В наших широтах $\cos \alpha \approx 0,5$.

Далее

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{T - T_X}{T} = 1 - \frac{T_X}{T}.$$

Используя (2), получаем

$$\frac{T_X}{T} = \frac{\omega}{\omega_X} \approx \frac{2\pi \cos \alpha}{T} \sqrt{\frac{R_{\text{ЗЕМ}}}{0,1g}} \approx \frac{2\pi \cdot 0,5}{3600 \cdot 24} \sqrt{\frac{6400000}{0,1 \cdot 10}} \approx 0,09 \approx 0,1,$$

откуда $\frac{\delta T}{T} \approx 0,9 \approx 1$.

03.5. При погружении стержня повышается выталкивающая сила Архимеда и с некоторого момента теряется устойчивость вертикального положения.

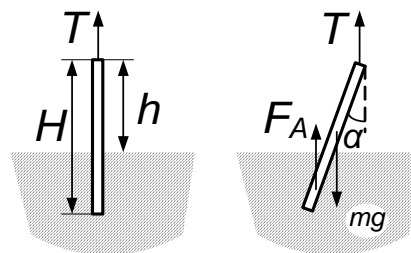
Пусть сечение стержня — S , длина — H , расстояние от вершины стержня до уровня воды — h , плотность дерева — $\rho_{\text{д}}$, плотность воды — $\rho_{\text{в}}$.

Масса стержня равна

$$m = \rho_{\text{д}} H S.$$

Сила Архимеда

$$F_A = \rho_{\text{в}} (H - h) S g = \frac{mg}{H} (H - h) \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{д}}}. \quad (1)$$



В положении неустойчивого равновесия при небольших углах наклона стержня от вертикального положения моменты действующих сил не возвращают его, а «уводят» дальше.

Рассмотрим моменты силы Архимеда и силы тяжести относительно его вершины. При небольших поворотах сила Архимеда практически не меняется и вычисляется по формуле (1).

Плечо силы Архимеда

$$\left(H - \frac{H-h}{2}\right) \sin \alpha = \frac{H+h}{2} \sin \alpha,$$

$$F_A \frac{(H+h)}{2} \sin \alpha = \frac{mg}{H} (H-h) \frac{\rho_B (H+h)}{\rho_D} \sin \alpha > mg \frac{H}{2} \sin \alpha, \quad (2)$$

После упрощения (2) получаем

$$(H^2 - h^2) \frac{\rho_B}{\rho_D} > H^2.$$

Неустойчивость вертикального положения наступает при

$$h < h_{\text{кр}} = H \sqrt{1 - \frac{\rho_D}{\rho_B}}.$$

Можно показать, что сила натяжения при потере устойчивости не равна нулю. Действительно, в вертикальном погружении сила натяжения «зануляется» при $mg = F_A$. Другими словами, при

$$h = h_0 = H \left(1 - \frac{\rho_D}{\rho_B}\right).$$

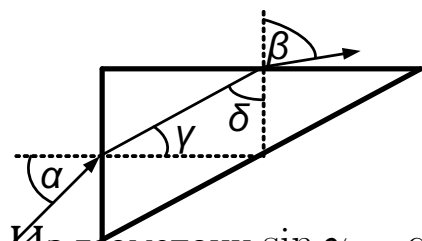
При $\frac{\rho_D}{\rho_B} < 1$ всегда $h_0 < h_{\text{кр}}$, так как $\sqrt{1 - \frac{\rho_D}{\rho_B}} > 1 - \frac{\rho_D}{\rho_B}$.

При дальнейшем повышении уровня воды стержень будет наклоняться. При этом сила Архимеда не будет меняться практически до достижения горизонтального положения.

В горизонтальном устойчивом положении сила натяжения равна нулю.

Вариант 04—ФФ

04.1. Проведем перпендикуляры к граням призмы в точках входа и выхода луча. Согласно закону преломления



$$\sin \gamma = \frac{\sin \alpha}{n}, \quad \sin \delta = \frac{\sin \beta}{n}.$$

Из геометрии $\sin \gamma = \cos \delta$.

Из тригонометрического тождества

$$\sin^2 \delta + \cos^2 \delta = 1 = \sin^2 \delta + \sin^2 \gamma = \frac{\sin^2 \beta}{n^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{n^2},$$

откуда

$$n = \sqrt{\sin^2 \beta + \sin^2 \alpha}.$$

04.2. Будем считать, что $P_1 > P_2$. Пусть искомая конечная температура T_x , смещение поршня h . Уравнения Клапейрона—Менделеева для начального состояния газа в половинках сосуда соответственно

$$P_1 L S = \nu_1 R T, \quad P_2 L S = \nu_2 R T.$$

Здесь $\nu = \nu_1 + \nu_2$ — общее число молей. После затухания колебаний в сосуде установится некое давление P_x .

Начальная внутренняя энергия газа в половинках сосуда

$$E_1 = \alpha P_1 L S = \alpha \nu_1 R T, \quad E_2 = \alpha P_2 L S = \alpha \nu_2 R T.$$

Так как сосуд теплоизолирован и внешняя работа не совершается, то сохраняется полная внутренняя энергия газа:

$$\begin{aligned} E_1 + E_2 &= \alpha P_1 L S + \alpha P_2 L S = \alpha \nu_1 R T + \alpha \nu_2 R T = \\ &= \alpha P_x 2 L S = (\nu_1 + \nu_2) R T_x. \end{aligned} \quad (1)$$

Из (1) получаем

$$P_x = \frac{P_1 + P_2}{2}, \quad (2)$$

$$T_X = T$$

(температура не изменилась).

При неизменной температуре для частей сосуда имеем

$$P_1 L = P_X (L + h), \quad P_2 L = P_X (L - h). \quad (3)$$

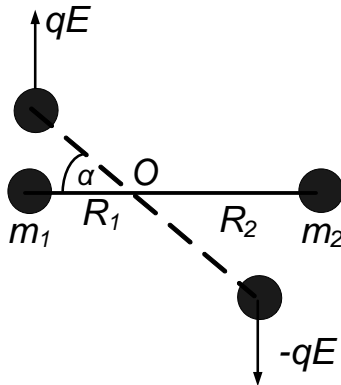
Подставляя (2) в любое из уравнений (3), получаем

$$h = L \left(\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} \right).$$

04.3. Сумма внешних сил, действующих на систему равна нулю. Поэтому сохраняется импульс

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = 0. \quad (1)$$

Будет происходить вращение относительно центра масс O , который остается на месте (для определенности предположим, что $m_1 > m_2$ и центр масс находится ближе к первому телу).



Радиусы вращения (расстояния до центра масс) для тел равны соответственно

$$R_1 = L \frac{m_2}{m_1 + m_2}, \quad R_2 = L \frac{m_1}{m_1 + m_2}. \quad (2)$$

После поворота на некий угол α закон сохранения энергии примет вид

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \Delta U = (qER_1 \sin \alpha + qER_2 \sin \alpha) = qEL \sin \alpha.$$

Выражая \vec{v}_2 из (1), получаем

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) = qEL \sin \alpha. \quad (3)$$

Сумма силы растяжения стержня N , кулоновской силы взаимодействия зарядов и проекции на стержень силы со стороны включенного поля равны центростремительной силе вращающегося первого заряда

$$\frac{m_1 v_1^2}{R_1} = N + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} - qE \sin \alpha. \quad (4)$$

Подставляя в (4) v_1^2 из (3), с учетом (2) получим

$$N = 3qE \sin \alpha - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2}.$$

При $\alpha = 90^\circ$ сила растяжения N принимает максимальное значение. Искомое максимально возможное значение поля E_{MAX} определяется из условия равенства силы натяжения критической величине T .

$$T = 3qE_{MAX} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2}, \quad \text{откуда} \quad E_{MAX} = \left(T + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} \right) / 3q.$$

04.4. Период колебаний маятника определяется натяжением нити (стержня), т. е. весом тела. В связи с вращением Земли вокруг оси и движением поезда вес тела P отличается от mg .

В инерциальной системе отсчета стороннего наблюдателя скорость поезда складывается из линейной скорости вращения Земли ωR и скорости поезда относительно Земли V . Обозначим как P_+ вес тела при движении поезда с запада на восток, а P_- — вес при движении с востока на запад.

Второй закон Ньютона для подвешенного груза (математического маятника) в инерциальной системе отсчета стороннего наблюдателя запишется как

$$P_{\pm} = mg - \frac{m(\omega R \pm V)^2}{R} = mg - m\omega^2 R \mp m2\omega V - m\frac{V^2}{R}. \quad (1)$$

В стоящем поезде $P_0 = mg - m\omega^2 R$.

Удвоенная линейная скорость вращения Земли на экваторе $2\omega R \approx 4\pi \frac{6400}{3600 \cdot 24} \approx 1 \frac{\text{км}}{\text{с}}$, что в 30 раз превышает скорость скорого поезда V . Поэтому в уравнении (1) можно пренебречь членом $m\frac{V^2}{R}$ по сравнению с $m2\omega V$.

Периоды колебаний маятника для различных случаев:

$$T_{\pm} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g - \omega^2 R \mp 2\omega V}}, \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g - \omega^2 R}}. \quad (2)$$

Несложно проверить, что относительное изменение периода колебаний будет мало. Поэтому $\frac{T_{\pm}-T_0}{T_0} \approx \frac{T_{\pm}-T_0}{T_{\pm}} = 1 - \frac{T_0}{T_{\pm}}$ (в знаменателе для удобства T_0 заменили T_{\pm}).

Из (2) получаем

$$\left(\frac{T_0}{T_{\pm}}\right)^2 = 1 \mp \frac{2\omega V}{g - \omega^2 R} \approx 1 \mp \frac{2\omega V}{g}. \quad (3)$$

В силу малости члена $\omega^2 R$ по сравнению с g его отбросили в (3).

Далее из (3)

$$\left(\frac{T_0}{T_{\pm}}\right)^2 - 1 = \left(\frac{T_0}{T_{\pm}} - 1\right) \left(\frac{T_0}{T_{\pm}} + 1\right) \approx 2 \left(\frac{T_0}{T_{\pm}} - 1\right) \approx \mp \frac{2\omega V}{g}. \quad (4)$$

Из-за малого различия периодов колебаний в (4) приближенно положили $\left(\frac{T_0}{T_{\pm}}\right) + 1 \approx 2$.

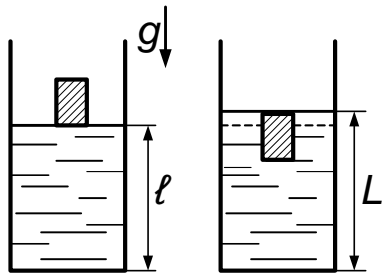
Пусть скорость поезда — 30 м/с, $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

Тогда из (4) $1 - \frac{T_0}{T_{\pm}} \approx \pm \frac{\omega V}{g} \approx \pm \frac{2\pi \cdot 30}{3600 \cdot 24 \cdot 10} \approx \pm 5 \cdot 10^{-4}$.

04.5. См. решение задачи 5 из варианта 03—ФФ.

Вариант 05р—ФЕН

05.1. Работа «пойдет» на повышение потенциальной энергии



жидкости. Пусть вначале расстояние от дна сосуда до 1-го поршня равно ℓ , а в конце — L . Из сохранения объема жидкости: $(S_1 + S_2)\ell = S_1 L + S_2(L - h)$, откуда $L = \ell + S_2 h / (S_1 + S_2)$. Из рисунка

видно, что изменение энергии можно считать как подъем массы $\rho S_2 [h - (L - \ell)] = \rho S_2 S_1 h / (S_1 + S_2)$ на высоту $h/2$ (отслеживайте подъем серединки объема, т. е. центра масс). Откуда

$$A = \rho g S_2 S_1 h^2 / 2 (S_1 + S_2).$$

Другое решение. Вдавливая поршень, мы совершаем работу против силы Архимеда. При этом проходим расстояние $d = [h - (L - \ell)] = S_1 h / (S_1 + S_2)$. Архимедова сила меняется от нуля до $\rho g S_2 h$ (ее среднее значение

$$F_{\text{ср}} = \rho g S_2 h / 2). \quad A = F_{\text{ср}} d = \rho g S_2 S_1 h^2 / 2 (S_1 + S_2).$$

05.2. При минимальной скорости V пуля вылетит из куба с «нулевой» относительной скоростью. Обозначим скорость куба и пули после взаимодействия в этом случае за u . Из законов сохранения импульса и энергии

$$mV = (m + M)u \quad mV^2/2 = Fa + (m + M)u^2/2,$$

откуда $V = \sqrt{2Fa(M + m)/mM}$.

05.3. Обозначим за X искомое смещение. Условие неизменности температуры в каждом отсеке: $P_0 V/2 = P'(V/2 + XS)$ и $P_0 V/2 = P''(V/2 - XS)$. По условию $P_1 = P'' - P' = \frac{P_0 V X S}{V^2/4 - X^2 S^2}$.

Квадратное уравнение $X^2 + X P_0 V / P_1 S - V^2 / 4 S^2 = 0$ имеет решение $X = \left(-P_0 / P_1 + \sqrt{1 + P_0^2 / P_1^2} \right) \cdot V / 2 S$.

Знак выбран так, чтобы корень был положителен.

05.4. Максимальная скорость достигается при нулевом ускорении, т. е. в точке, в которой сумма силы тяжести и кулоновской силы, действующих на заряд q_2 , равна нулю: $mg = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 X^2}$. Здесь X — расстояние от q_1 до q_2 в искомый момент, откуда $X = \sqrt{q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 mg}$. Значение искомой скорости определяется из закона сохранения суммы потенциальной и кинетической энергий:

$$mV^2/2 + mgX + q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 X^2 = mgh + q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 h^2.$$

Откуда

$$V = \sqrt{\frac{2}{m}} \left(\sqrt{mgh} - \sqrt{\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 h}} \right) \text{ при } \sqrt{mgh} \geq \sqrt{\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 h}},$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{m}} \left(\sqrt{\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 h}} - \sqrt{mgh} \right) \text{ при } \sqrt{mgh} \leq \sqrt{\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 h}}.$$

Или в общем случае

$$V = \sqrt{\frac{2}{m}} \left| \sqrt{mgh} - \sqrt{\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 h}} \right|.$$

Вариант 06р–ФЕН

06.1. На тело действуют силы упругости со стороны пружинок T и сила тяжести mg . Если выбрать положительное направление оси вниз, то согласно второму закону Ньютона $ma = mg - 2T \cos \frac{\alpha}{2}$, где $T = kx = k \left(\frac{L}{\sin \alpha/2} - L \right)$ (сила упругости определяется изменением длины пружинки относительно ненапряженного состояния).

$$a = g - \frac{2kL}{m} \left(\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} \right).$$

06.2. Пусть начальное давление в сосуде равно P_0 (из-за равенства начальных уровней в коленях оно равно внешнему, т. е. атмосферному), а конечное давление — P_1 .

При постоянной температуре для воздуха в сосуде выполняется условие

$$P_0 V = P_1 (V - hS).$$

Разность давления P_1 и атмосферного определяется разностью уровней воды в коленях трубки $P_1 = P_0 + \rho g (H - h)$.

Далее получаем ответ:

$$P_0 = \frac{\rho g (V - Sh) (H - h)}{hS}.$$

06.3. Из закона индукции Фарадея $\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = -B \frac{dS}{dt}$ в правом и левом контурах вырабатываемые ЭДС направлены в разные стороны.

Пусть через сопротивление R_1 течет ток I_1 , а через R_2 — ток I_2 . Рассмотрим закон Ома для левого контура, состоящего из сопротивления R_1 , перемычки и соединяющих рельсов: $\mathcal{E} = R_1 I_1$. Мы учли, что сопротивления рельсов и перемычки пренебрежимы.

Аналогично для правого контура $\mathcal{E} = R_2 I_2$, откуда напряжения на сопротивлениях всегда одинаковы, что эквивалентно обычному параллельному соединению

$$R_1 I_1 = R_2 I_2. \quad (1)$$

Перемычка тормозится из-за действия силы Ампера.

Из закона сохранения энергии к моменту остановки кинетическая энергия перемычки перейдет в джоулево тепло

$$m \frac{v^2}{2} = Q_1 + Q_2. \quad (2)$$

Отношение тепловых мощностей:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1^2 R_1}{I_2^2 R_2}. \quad (3)$$

Учитывая (1), получаем из (3)

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1^2 R_1^2 R_2}{I_2^2 R_2^2 R_1} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (4)$$

Хотя токи все время меняются, пропорция (4) сохраняется. Поэтому полные количества теплоты Q_1 и Q_2 относятся как соответствующие тепловые мощности

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (5)$$

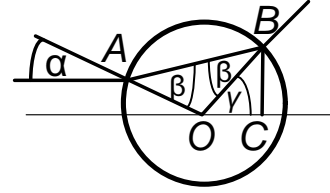
Решая систему уравнений (2), (5), получаем

$$Q_1 = m \frac{v^2}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad Q_2 = m \frac{v^2}{2} \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

06.4. Пусть отрезок AB — граница пучка в воздушном пузырьке.

OA и OB — радиусы пузырька (перпендикулярны в точках касания A и B к поверхности).

По построению $\sin \alpha = \frac{h}{2R}$.



По закону преломления $\sin \beta = n \sin \alpha$. Так как все углы малы, то $\alpha \cong \frac{h}{2R}$, $\beta \cong n\alpha = \frac{nh}{2R}$. Рассматривая равнобедренный треугольник ABO , получаем $2\beta = \alpha + \gamma$. Далее $\frac{H}{2} = R \sin \gamma = R \sin (2\beta - \alpha) \cong R(2\beta - \alpha) = R \frac{h}{2R} (2n - 1)$, откуда $H \cong h(2n - 1)$.

Вариант 07р—ГГФ

07.1. Если P_0 — атмосферное давление, то давление в углу трубки равно $P_0 + \rho gh$ (горизонтальное движение не влияет на гравитационную гидростатику). Ускорение жидкости в горизонтальной части трубки по второму закону Ньютона обусловлено разностью давлений в углу трубки и атмосферного $\rho(\ell - h)Sa = P_0S + \rho ghS - P_0S = \rho ghS$, откуда $h = \ell / (1 + g/a)$.

07.2. Можно (но не обязательно) перерисовать схему, соединив точки A и D , B и E :

$$J_1 = U/R_1, \quad J_2 = U/R_2, \quad q = CU.$$

07.3. Пусть сила, действующая на автомобиль в искомый момент (сила натяжения троса), равна T . Считая, что застрявший автомобиль практически не сдвинулся, получаем:

$$F = 2T \sin \alpha \cong 2T2\ell/L = T/50.$$

07.4. Первая космическая скорость — максимально возможная скорость спутника Земли. Считается, что спутник движется по круговой «предельно низкой» орбите, радиус которой равен радиусу Земли R :

а) $mV_1^2/R = GmM/R^2 = mg$ $V_1 = \sqrt{gR} \approx 8$ км/с;
 б) $mV^2/(R+h) = GmM/(R+h)^2 = mgR^2/(R+h)^2$, откуда $V = V_1/\sqrt{1+h/R}$. Скорость «Мира» меньше, чем V_1 .

Вариант 08—ГГФ

08.1. На тело действуют силы натяжения веревок T и сила тяжести mg . Если выбрать положительное направление оси вверх, то, согласно второму закону Ньютона $ma = 2T \cos \frac{\alpha}{2} - mg = 2T \frac{\sqrt{3}}{2} - mg = T\sqrt{3} - mg$, откуда $a = \frac{T\sqrt{3}}{m} - g$.

08.2. Установившиеся токи через конденсаторы не текут. Поэтому через сопротивления протекает одинаковый ток J . По закону Ома $J = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3}$.

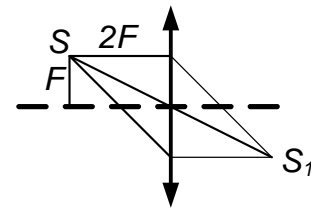
Рассмотрим правый контур. Напряжение на конденсаторе, выражаемое через заряд на нем q_1/C_1 , равно сумме напряжений на сопротивлениях R_2 и R_3 , откуда

$$q_1 = C_1 J (R_2 + R_3) = C_1 \mathcal{E} \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Проводя аналогичные операции для левого контура, получаем

$$q_2 = C_2 J (R_1 + R_2) = C_2 \mathcal{E} \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

08.3. Для нахождения изображения построим траектории основных лучей: луч, идущий через центр линзы, не преломляется; луч, параллельный главной оптической оси, идет через правый фокус; луч, проходящий через фокус, после линзы идет параллельно главной оптической оси.



Расстояние SS_1 определяется из теоремы Пифагора:

$$SS_1 = 2\sqrt{F^2 + 4F^2} = 2\sqrt{5}F.$$

08.4. а) Существуют системы отсчета, называемые инерциальными, в которых свободное тело покоится или движется равномерно и прямолинейно.

б) Силы, с которыми взаимодействующие тела действуют друг на друга, равны по величине и противоположны по направлению $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

в) Ускорение, которое приобретает тело, равно сумме всех действующих на него сил, деленной на его массу $\vec{a} = \sum \vec{F}_i / m$.

2001 г.

Вариант 11–ФФ

11.1. Силы сопротивления движению шаров из-за равенства их установившихся скоростей одинаковы в обоих случаях, хотя и направлены в противоположные стороны. С учетом этого, а также принимая во внимание вес шара, натяжение нити и выталкивающую силу, получаем $\rho / \rho_0 = 2$.

11.2. Импульсы, полученные поршнем и трубой, равны по величине, поскольку силы, действующие на них, PS , и времена действия этих сил одинаковы. Поэтому применим закон сохранения импульса. При учете работы против сил давления газа, постоянных при всем движении поршней, PSL , можно использовать закон сохранения энергии.

Максимальное расстояние между поршнями достигается при равенстве значений скоростей v_1 поршней. Таким образом, получаем $Mv = (m + M)v_1$, $Mv^2/2 = (m + M)v_1^2/2 + PSL$.

Откуда $v = (2PLS(m + M)/mM)^{1/2}$.

11.3. Из-за равенства напряжений на одинаковых по емкости конденсаторах заряды на них равны $q_1 = q_2 = q$. Постоянный ток идет, минуя участки с конденсаторами. Поэтому сила тока $J = U_1 / (r + R)$. Работа по замкнутому контуру, в частности для рассматриваемой цепи, равна нулю. Отсюда, пронося по нижнему участку цепи единичный положительный заряд, получаем $U_1 - U_2 = \frac{U_1}{r+R} + \frac{q}{C}$, откуда

$$q = C \left(U_1 \frac{R}{r+R} - U_2 \right).$$

11.4. Сначала найдем высоту h , на которой над заданной точкой земного экватора неподвижно висит спутник связи, обходя Землю по орбите радиуса $R_3 + h$ за время T , равное одним суткам:

$$mgR_3^2/(R_3 + h)^2 = m \cdot 4\pi^2(R_3 + h)/T^2.$$

Отсюда $h = (gT^2/4\pi^2)^{1/3} - R_3 \approx 6R_3$ (около $3,6 \cdot 10^4$ км). Искомое время примерно $\Delta t \sim 2h/c$, где c — скорость сигнала, равная скорости света $c = 3 \cdot 10^5$ км/с. Тогда

$$\Delta t \sim 2h/c \approx 7 \cdot 10^4 / 3 \cdot 10^5 \sim 0,2 \text{ с.}$$

11.5. Из-за эффекта полного внутреннего отражения свет, отразившись от наклонной грани, как от зеркала, не дойдет до сухой бумаги, между которой и стеклом призмы находится воздух. Свет после отражения практически полностью выйдет через нижнюю грань.

Если бумагу смочить, то между ней и стеклом призмы будет прослойка воды, у которой показатель преломления, в отличие от воздуха, близок к показателю преломления стекла. В результате эффект полного внутреннего отражения в этом случае пропадет, свет в значительной мере пройдет через боковую грань к мокрой черной бумаге и поглотится в ней. В итоге света, выходящего через нижнюю грань, практически не будет.

Вариант 12—ФФ

12.1. Рассматривая движение нижнего шара относительно верхнего, сразу получаем время до их встречи $t_0 = h/v$.

При упругом соударении происходит обмен скоростями, что получается из законов сохранения энергии и импульса. Поэтому верхний шар как бы проходит беспрепятственно сквозь нижний и падает на

землю через полное время $t_1 = \sqrt{2h/g}$. От момента соударения шаров до падения нижнего шара на землю, таким образом, пройдет время $t = t_1 - t_0 = \sqrt{2h/g} - h/v$.

12.2. Задача в принципе аналогична задаче 2 варианта 01–ФФ, но предложим здесь иное решение.

Ускорения пробирки и поршня под действием силы давления воздуха равны соответственно $a_n = -PS/M$ и $a_{nop} = PS/m$.

Условием минимальности скорости v , сообщенной пробирке для вылета поршня из нее, будет равенство их скоростей: $\frac{PS}{m}t = v - \frac{PS}{M}t$, откуда $t = \frac{v}{PS} \cdot \frac{mM}{m+M}$.

Поэтому, почти остановившись на выходе из пробирки, поршень пройдет расстояние L :

$$L = vt - a_n t^2/2 + a_{nop} t^2/2 = v_{\min}^2 mM/[2PS \cdot (m + M)].$$

Отсюда $v_{\min} = [2PSL(m + M)/(mM)]^{1/2}$.

12.3. Введем неизвестный общий потенциал φ всех трех соединенных между собой внутренних обкладок конденсаторов, суммарный нулевой заряд которых сохраняется.

Пронумеруем конденсаторы, указав установившиеся заряды на них, как показано на рисунке в условии задачи. Расставим произвольно знаки зарядов на обкладках. Тогда

$$-q_1 + q_2 + q_3 = 0.$$

Постоянный ток, создаваемый источником ЭДС U_1 , минуя конденсаторы, идет через одинаковые сопротивления, поэтому падение напряжения на каждом из них равно $U_1/2$. Таким образом, известны потенциалы внешних обкладок 1, 2 и 3, соответственно $-U_1$, $U_1/2$ и U_2 .

Записываем отношение величины заряда конденсатора к его емкости, приравнивая результат к разности потенциалов на обкладках.

При этом из более высокого потенциала положительно заряженной обкладки вычитаем более низкий потенциал отрицательно заряженной обкладки:

$$(q_1/C) = U_1 - \varphi; \quad (q_2/C) = \varphi - U_1/2; \quad (q_3/C) = \varphi - U_2.$$

Подставляя q_1, q_2, q_3 из этих уравнений в уравнение для зарядов, получаем $C(-U_1 + \varphi - U_1/2 + \varphi + \varphi - U_2) = 0$, откуда $\varphi = U_1/2 + U_2/3$. Зная φ , находим q_1, q_2 и q_3 :

$$q_1 = C(U_1 - U_1/2 - U_2/3) = C(U_1/2 - U_2/3);$$

$$q_2 = C(U_1/2 + U_2/3 - U_1/2) = CU_2/3;$$

$$q_3 = C(U_1/2 + U_2/3 - U_2) = C(U_1/2 - 2U_2/3).$$

12.4. Спутник связи висит неподвижно над заданной точкой земного экватора, обходя Землю по круговой орбите радиуса ℓ за время T , равное суткам. По второму закону Ньютона $m(4\pi\ell^2/T^2) = mg \cdot (R_3^2/\ell^2)$, где $R_3 \approx 6 \cdot 10^4$ км, $g = 10$ м/с², m — масса спутника. Отсюда $\ell \sim \left(\frac{gT^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} \approx 7R_3 \approx 4 \cdot 10^4$ км. Искомая максимальная широта определяется проведением касательной к поверхности Земли от спутника и проведением радиуса Земли в точку касания. Угол наклона радиуса Земли к плоскости экватора и определяет максимальную широту, где еще возможен на пределе прием сигнала со спутника: $\cos \varphi = R_3/\ell \approx R_3/7R_3 = 1/7$ рад $\approx 80^\circ$.

12.5. См. решение задачи 5 в варианте 01—ФФ.

Вариант 05—ФЕН

13.1. Из кинематики времени соскальзывания бусинок по наклонной части спицы: $t_1 = \sqrt{2L_1/(g \sin \alpha)}$, $t_2 = \sqrt{2L_2/(g \sin \alpha)}$. Скорости к моменту достижения горизонтальной части $v_1 = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot L_1}$, $v_2 = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot L_2}$.

Введем путь S , который пройдут бусинки по горизонтальной части спицы до их встречи. Полные времена движений до соударения совпадают: $t = t_1 + S/v_1 = t_2 + S/v_2$. Находим отсюда $S = \frac{(t_1 - t_2)v_1 v_2}{v_1 - v_2}$. Таким образом, получаем искомое время t :

$$t = t_1 + \frac{(t_1 - t_2)v_2}{v_1 - v_2} = t_2 + \frac{(t_1 - t_2)v_1}{v_1 - v_2} = \frac{v_1 t_1 - v_2 t_2}{v_1 - v_2}.$$

Подставляя значения $v_{1,2}$ и $t_{1,2}$, в итоге имеем

$$t = \sqrt{2L_1/(g \sin \alpha)} + \sqrt{2L_2/(g \sin \alpha)} = t_1 + t_2.$$

13.2. Пусть разница уровней жидкости снаружи и внутри перевернутого стакана равна x . Тогда по закону Паскаля $\rho g x + P_0 = P$, для запертого перевернутого стакана, по Бойлю—Мариотту, $P_0 H = P \cdot (H - h_1 + x)$, из условия равновесия перевернутого стакана $(P - P_0) = mg/S$, а для неперевернутого плавающего — $\rho g h_2 = mg/S$, $x = h_2$. Получаем

$$P_0 = \rho g h_2 (H + h_2 - h_1) / (h_1 - h_2).$$

13.3. Когда диоды закрыты, ток идет через все три сопротивления, которые оказываются соединенными последовательно. Полная тепловая мощность, которая при этом выделяется, равна $U^2/(R + 2r)$. На сопротивлении R при этом выделяется мощность $U^2 R/(R + 2r)^2$. Когда диоды открыты, все три сопротивления соединены параллельно. На сопротивлении R выделится мощность U^2/R . Полная тепловая мощность при этом равна $U^2/(\frac{2}{r} + \frac{1}{R})$. Таким образом, искомая доля ξ равна

$$\xi = \left[\frac{R}{(2r + R)^2} + \frac{1}{R} \right] / \left(\frac{1}{2r + R} + \frac{2}{r} + \frac{1}{R} \right).$$

13.4. Скорость движения изображения $v_1 = f/(L - f)$.

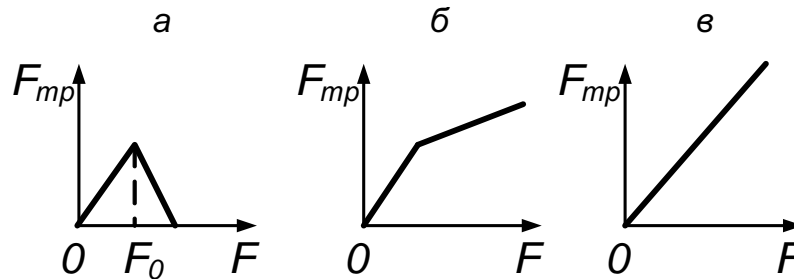
Вариант 08—ГГФ

14.1. Давление P равно весу атмосферы, приходящемуся на единицу площади планеты: $P = mg/(4\pi R^2)$. Отсюда $m = 4\pi R^2 P/g = 5 \cdot 10^{20}$ кг.

14.2. Из симметрии ясно, что концы ребра с сопротивлением R имеют одинаковые потенциалы и через сопротивление R ток не течет. Но тогда общее сопротивление схемы равно r и тепловая мощность $N = U^2/r$.

14.3. На собирающую линзу падает расходящийся пучок света, идущий как бы из мнимого фокуса рассеивающей линзы. Но тогда если от этой точки до собирающей линзы расстояние равно f_2 , то между линзами будет соответственно расстояние $L = f_2 - f_1$ и пучок, пройдя собирающую линзу, пойдет снова параллельно ее оси. Из подобия треугольников получим, что отношение $D_2/D_1 = f_2/f_1$.

14.4. Пусть угол $\alpha > 0$. Запишем второй закон Ньютона



$ma = F \cos \alpha - F_{тр}$. Брусек покоится при $F \cos \alpha = F_{тр}$, $a = 0$. Это происходит при увеличении F , пока сила трения покоя не достигнет своего максимального значения: $F_{тр} \leq \mu N = \mu(mg - F \sin \alpha)$, т. е. пока $F \leq \mu mg/(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) = F_0$ (см. рисунок слева). При $F > F_0$ $F_{тр} = \mu(mg - F \sin \alpha)$, т. е. сила трения уменьшается до 0 при росте F . При $F \geq mg/\sin \alpha$ происходит отрыв от поверхности и $F_{тр} = 0$; $\alpha < 0$. Брусек покоится при $F \cos \alpha = F_{тр}$, $a = 0$, до тех пор, пока сила трения покоя не достигнет своего максимального значения: $F_{тр} = \mu N = \mu(mg + F \sin \alpha)$. Тогда возможны варианты.

Поскольку движения бруска нет, пока $F \leq \mu mg / (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)$, то далее нужен анализ поведения в зависимости от α в знаменателе.

При $\cos \alpha > \mu \sin \alpha$, если $F > \mu g / (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)$, то возможно скольжение, а $F_{\text{тр}} = \mu(mg + F \sin \alpha)$ (см. рисунок в центре). Если же $\cos \alpha \leq \mu \sin \alpha$, то наблюдается так называемый «застой» (см. рисунок справа).

Вариант 01р–ФФ

15.1. Коэффициент трения $\mu = \operatorname{tg} \alpha = ut / \sqrt{L^2 - (ut)^2}$. Отсюда $t = \frac{L}{u} \cdot \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}$.

15.2. Из условия равновесия получаем $Mg + PS = P_1S$. По закону Бойля–Мариотта имеем $PH = P_1(H - x)$. Решая систему, получаем $V = HS / (1 + SD/Mg)$.

15.3. По закону сохранения энергии $\frac{LI^2}{8} + 2\frac{Q^2}{2C} = \frac{LI^2}{2}$, откуда $\frac{Q^2}{C} = \frac{3}{8}LI^2$. Максимальный ток при колебаниях в цепи переходит в максимальный заряд q : $\frac{5}{16}LI^2 = \frac{q^2}{2C}$, откуда $q = I\sqrt{5LC/8}$.

15.4. При соударении сила взаимодействия $F = (p - p_0)\pi[R^2 - (R - x)^2] \approx 2\pi R(p - p_0)x$. Получается закон для гармонических колебаний, для силы — аналог закона Гука. Искомое время t равно половине периода колебаний: $t = T/2 \cong \pi\sqrt{m/2\pi R(p - p_0)} \sim 5 \cdot 10^{-3}$ с, где масса мяча $m \sim 0,5$ кг, радиус $R \sim 0,1$ м, перепад давлений $p - p_0 \sim 10^5$ Па.

15.5. При резком рывке разрыв происходит в сложенной вдвое проволочке в точке приложения петли, идущей от одиночной проволочки. При иной постановке задачи, когда снизу медленно тянут с силой F , эта сила уравнивается векторной суммой сил натяжения I , действующих вдоль проволочки. Критическим условием в случае, когда снизу по вертикали тянут с силой F , а угол раствора между векторами двух направлений сил натяжения T равен 2α , будет угол

$\alpha = 60^\circ$. Если угол $\alpha < 60^\circ$, то рвется проволочка с петлей, тянущая вертикально вниз, если угол $\alpha > 60^\circ$, то порвется проволочка, располагающаяся сверху. В любом случае при этой постановке в пределах каждой проволочки разрыв происходит в самом слабом месте, в отличие от начальной постановки, где разрыв — всегда в верхней двойной проволочке в месте приложения петли.

Вариант 02р—ФФ

16.1. Если ось колеса движется со скоростью v и нет проскальзывания, то скорость нижней точки равна 0, а верхней, как и горизонтальная скорость камушка, равна $2v$. Время падения камушка $t = \sqrt{2 \cdot 2R/g}$, время движения оси по горизонтали $T = 2vt/v = 2t$ в два раза больше. Значит, наезд произойдет через $T = 4\sqrt{R/g}$.

16.2. Давление в пробирке создается паром. Тогда по закону Менделеева—Клапейрона имеем $m_b + \mu_b \frac{m_{no}}{\mu} \frac{RT_0}{SH_0} = P_0 \mu_b = (m_b + \frac{\mu_b m_{n1}}{\mu}) \frac{RT_1}{SH}$, где m_b — масса водяной пробки, μ_b — молярная масса воды. Отсюда получаем

$$\Delta m_\Gamma = \frac{\mu}{K} \cdot P_0 \left(\frac{H}{T} - \frac{H_0}{T_0} \right).$$

16.3. В момент замыкания ключа К1 по закону сохранения энергии $\frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{8C} + 2\frac{LJ^2}{2}$, отсюда $LJ^2 = \frac{3Q^2}{8C}$.

В момент размыкания ключа К2 $\frac{Q^2}{8C} + \frac{3}{16}\frac{Q^2}{C} = \frac{LJ^2}{2}$, $\frac{5}{8}\frac{Q^2}{C} = LJ^2$.

Вся энергия в конденсаторе переходит в энергию максимального тока через единственную индуктивность L . Итак, $J_{\max} = Q\sqrt{5/8 LC}$.

16.4. Приравнивая вес эквилибриста $Mg \sim 800$ Н к силе, действующей на человека со стороны мяча радиусом $R \sim 0,1$ м, получаем $p \cdot (p - p_0)2Rx \sim Mg$, для $p - p_0 \sim 10^5$ Па. Откуда $x = Mg/2\pi R(p - p_0) \sim (2/3)$ см.

16.5. См. решение задачи 5 из варианта 01р—ФФ.

Вариант 05р—ФЕН

17.1. Поскольку клин покоится, единственная горизонтальная сила, которая может привести его в движение, — это сила N давления со стороны движущейся по наклонной плоскости массы m . Эта сила компенсируется силой трения покоя. Для максимального значения силы трения покоя имеем

$$N \sin \alpha = \mu(Mg + N \cos \alpha).$$

Так как ускорение массы m направлено под углом α к горизонту, то $a \cos \alpha = N \sin \alpha$, $a \sin \alpha = mg - N \cos \alpha$. Домножая первое уравнение на $\sin \alpha$, а второе — на $\cos \alpha$, получаем $N \sin^2 \alpha = mg \cos \alpha - N \cos^2 \alpha$, откуда $N = mg \cos \alpha$. Подставляя найденное значение N в уравнение для максимального значения силы, имеем $\mu(Mg + mg \cos^2 \alpha) = mg \sin \alpha \cos \alpha$, откуда $\mu = m \sin \alpha \cos \alpha / (M + m \cos^2 \alpha)$.

17.2. Ток через сопротивление R не идет, конденсаторы 1 и 3 соединены параллельно, так что $q_1/C_1 = q_2/C_2$. Заряд Q растекается по обкладкам 1 и 2: $q_1 + q_2 = Q$, из двух уравнений находим заряды: $q_1 = QC/(C_1 + C_2)$, $q_2 = QC_2/(C_1 + C_2)$.

17.3. При заполнении правой части полностью из условия сохранения объема жидкости перегородка сдвинется на величину x : $Hx = (H/2)a$, $x = a/2$. Высота уровня в левой части тогда станет равной h ; $h(3a - x) = (H/2) \cdot 2a$, откуда $h = 2H/5$. Из условия равенства давлений, действующих на перегородку, получаем $PH + \rho gh^2/2 = P_0H + \rho gH^2/2$. Обобщенный газовый закон определяет, что $2a \cdot (P_0H/2)/T_0 = P(H - h)(3a - x)/T$. В итоге получаем $T = \frac{3}{2}T_0 \left(1 + \frac{21}{50} \frac{\rho g H}{P_0}\right)$.

17.4. По второму закону Ньютона

$$mv^2/R = qvH, \quad \text{а} \quad \ell = 2R \cos \alpha = 2mv \cos \alpha / (qH).$$

Вариант 07р—ГГФ

18.1. Запишем второй закон Ньютона: $m\frac{4\pi^2}{T_0^2}R = mg - N$, в рассматриваемом случае $N = 0$ и $m\frac{4\pi^2}{T^2}R = mg$. $T = 2\pi\sqrt{R/g}$, т. е. время новых суток $T \sim 5 \cdot 10^3$ с, в обычных сутках $T_0 = 8,6 \cdot 10^4$ с. Значит, сутки сократятся в $n = T_0/T = 17$ раз, а число дней в году увеличилось бы до величины $n \cdot 365 = 17 \cdot 365 \sim 6\,200$.

18.2. По закону Бойля—Мариотта $p_0H = p_1(H - h)$. Для азота $p_1hS = RT_0$, откуда $p_1 = RT_0H/hV$. Исключая p_1 из этих уравнений, получаем $h = H/(1 + p_0V/RT_0)$.

18.3. Первый конденсатор последовательно соединен с параллельно соединенными конденсаторами вторым и третьим. Общая емкость равна $C = \frac{1}{1/C_0 + 1/5C_0} = \frac{5}{6}C_0$. При последовательном соединении заряды на всех обкладках по величине одинаковы. Поэтому находим $q_1 = U \cdot C = 5UC/6$. У второго и третьего конденсатора из-за параллельности их соединения напряжение на обкладках одно и то же $U/6$, поэтому $q_2 = UC/3$, $q_3 = UC/2$.

18.4. а) $\Delta A = F \cdot \Delta S \cos \vec{F}\vec{S}$: работа равна произведению силы на перемещение и на \cos угла между направлениями векторов силы и перемещения.

б) При установившемся движении сила сопротивления воздуха $F = mg$. Тогда $A = mg\ell = 100 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 100 \text{ м} = 10^5 \text{ Дж}$.

2002 г.**Вариант 21р—ФФ**

21.1. Уравнения равновесия

$$\begin{aligned}\rho gHS + F &= F_A/2, \\ \rho g(H + h)S &= F_A.\end{aligned}$$

Ответ: $F = \frac{\rho g(h-H)S}{2}$. При $h < H$ вода вытекала бы также и в начальном положении.

21.2. Скорость в положении равновесия

$$\frac{2mV^2}{2} = \frac{kx^2}{2}, \Rightarrow V = x\sqrt{\frac{k}{2m}}.$$

С этой скоростью движется правое тело после разъединения. Левое сдвинется из положения равновесия на y ;

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{ky^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{kx^2}{2} \Rightarrow y = \frac{x}{\sqrt{2}}.$$

Правое за четверть периода $\frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}}$ проедет $z = \frac{V\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi x}{2\sqrt{2}}$. Расстояние будет $z - y = \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \frac{x}{\sqrt{2}}$.

21.3. Вначале имеются два конденсатора, емкости их $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$, заряды $\frac{q}{2}$, энергия $2 \frac{(q/2)^2}{2C} = \frac{q^2 d}{4\varepsilon_0 S}$. Перед контактом с одной из обкладок электрическая энергия стремится к 0: напряжения на зазорах одинаковы, весь заряд перетечет на малый зазор, емкость C' этого конденсатора стремится к бесконечности, а энергия $\frac{q^2}{2C'}$ — к 0. Поэтому вся начальная энергия переходит в кинетическую: $\frac{mV^2}{2} = \frac{q^2 d}{4\varepsilon_0 S} \Rightarrow V = q\sqrt{\frac{d}{2\varepsilon_0 S m}}$; в системе СГС $V = q\sqrt{\frac{2\pi d}{S m}}$. Заряд не обязательно компенсировать: поле снаружи системы не существенно.

21.4. При нагреве растет давление, оно должно приподнимать банку: $\Delta P = Mg/S$. Из уравнения состояния $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{\Delta T}{T_0}$, так что $\Delta T = T_0 \frac{Mg}{P_0 S}$. При $T_0 \approx 300$ К, $M = 0,5$ кг, $P_0 \approx 10^5$ Па, $S = 0,01$ м² получаем $\Delta T \approx 1,5$ К.

21.5. Положение пробирки грузом вниз устойчиво, и силы трения о стенку невелики, даже если при всплывании имеется контакт. Если же пробирка расположена вверх дном, она стремится перевернуться и упирается в стенки трубки, что создает заметные силы реакции и трения.

Вариант 22р—ФФ

22.1. Ускорение тел при совместном движении $a = \frac{F}{m_1+m_2}$. Для левого тела $m_1 a = \frac{kq^2}{R^2}$, откуда $F = \frac{m_1+m_2}{m_1} \frac{kq^2}{R^2}$. Учет гравитационного взаимодействия дает $F = \frac{m_1+m_2}{m_1} \left(\frac{kq^2 + Gm_1m_2}{R^2} \right)$. Оба результата считаются равноценными.

22.2. В начальном состоянии давление под поршнем равно $P_0 + \frac{Mg}{S} = 1,5P_0$. Можно считать, что первое слагаемое обеспечивается давлением пара воды, а второе — воздухом под поршнем. После охлаждения давление под поршнем не изменится, но будет целиком обеспечиваться воздухом. Из уравнения состояния $\frac{0,5P_0SH}{373} = \frac{1,5P_0Sh}{280}$, откуда $h = H \frac{280}{3 \cdot 373} \approx 0,25H$. Поршень сместится на $0,75H = 15$ см.

22.3. При максимуме тока напряжение на индуктивности L (как и на конденсаторе) нулевое. Вся энергия сосредоточена в L и равна $\frac{LJ^2}{2}$. Энергия после замыкания сохраняется. В момент максимума тока через L_1 на конденсаторе опять нет напряжения: $\frac{LJ^2}{2} = \frac{LI^2}{2} + \frac{L_1J_1^2}{2}$. Токи в катушках связаны условием равенства модулей напряжений на индуктивностях: $\left| \frac{L\Delta I}{\Delta t} \right| = \frac{L_1\Delta J_1}{\Delta t}$, откуда с учетом знака (уменьшение I) следует для любого момента времени $L(J - I) = L_1J_1$, или $LI + L_1J_1 = LJ$ (сохранение магнитного потока). Из двух уравнений получаем $J_1 = \frac{2LJ}{L+L_1}$. Можно отметить аналогию с упругим ударом: индуктивности соответствуют массам, токи — скоростям, конденсатор — упругому взаимодействию.

22.4. Мощность равна $\Delta PV/t$, где ΔP — разность артериального и венозного давлений, примерно 100 мм рт. ст. и во всяком случае не менее (120—80), в крайнем случае это можно оценить и как давление столба высотой в 1 м (порядка роста человека). Выталкиваемый объем порядка 100 см^3 , откуда $N \approx (100/760) \cdot 10^5 \cdot 100 \cdot 10^{-6}/1 \approx 1,3 \sim 1$ Вт.

22.5. Положение пробирки грузом вниз устойчиво, и силы трения о стенку невелики, даже если при всплывании имеется контакт. Если же пробирка расположена вверх дном, она стремится перевернуться и упирается в стенки трубки, что создает заметные силы реакции и трения.

Вариант 23р–ФФ

23.1. Начальная вертикальная скорость $V = g(T_1 + T_2)/2$ (в момент $(T_1 + T_2)/2$ высота максимальна). Высота в момент T_1 :

$$H = VT_1 - gT_1^2/2 = gT_1T_2/2.$$

23.2. Скорость бусинки всегда вдвое больше горизонтальной составляющей скорости груза: перед ударом скорости связаны: $u = 2V$. Сохранение энергии: $\frac{MV^2}{2} + \frac{mu^2}{2} = MgL$. Ответ:

$$V = \sqrt{\frac{2gL}{M + 4m}}, \quad u = 2\sqrt{\frac{2gL}{M + 4m}}.$$

23.3. Имеем два параллельно включенных конденсатора. При сдвиге поршня на x заряд перераспределяется между его сторонами, сумма $q_1 + q_2 = q$, а напряжения равны $\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$, $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d-x}$, $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d+x}$, $\Rightarrow q_1(d-x) = q_2(d+x)$, откуда $q_1 = q \frac{(d+x)}{2d}$, $q_2 = q \frac{(d-x)}{2d}$. Поля $E_1 = \frac{q_1}{C_1(d-x)} = \frac{q_1}{\varepsilon_0 S}$, $E_2 = \frac{q_2}{\varepsilon_0 S}$. Поршень находится в поле внешних пластин $(E_1 - E_2)/2$, действует электрическая сила $q \frac{E_1 - E_2}{2} = \frac{q^2 x}{2\varepsilon_0 S d}$, направленная к ближайшей крышке. Разность давлений

$$P_1 = P_0 \frac{d}{d-x}, \quad P_2 = P_0 \frac{d}{d+x}, \quad \Delta P = \frac{2P_0 dx}{d^2 - x^2}.$$

Условие равновесия

$$\frac{2P_0 d S}{d^2 - x^2} x = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 S d} x.$$

Три решения

$$x = 0, \quad x = \pm d \sqrt{1 - \frac{4\varepsilon_0 P_0 S^2}{q^2}}.$$

Последние два решения имеют смысл, когда под корнем положительное число (заряд достаточно велик), тогда первое решение (отсутствие сдвига) неустойчиво. Если же заряд мал, остается только решение $x = 0$. Заряд не обязательно компенсировать: поле снаружи системы не существенно.

23.4. Разность плотностей воздуха и водорода около 1 кг/м^3 , плотность человека $1\,000 \text{ кг/м}^3$. Надо набрать объем примерно в $1\,000$ раз больше, чем занимает человек, т. е. $\approx 6\,000 \text{ л}$. Объем шарика радиусом $20 \text{ см} \approx 4 \cdot 2^3 \approx 30 \text{ л}$. Потребуется минимум ~ 200 шариков, с учетом веса шарика скорее ~ 400 .

23.5. При небольшом наклоне скорость почти перпендикулярна стенке, шарик останавливает и затем разгоняет обратно в основном сила реакции стенки. Шарик отскакивает, хотя не вполне упруго (как из-за вращения, так и из-за неупругости деформации: вертикально падающий на пол шарик тоже отскочит на меньшую высоту). При большом наклоне силы реакции стенки и плоскости одного порядка и почти поперечны направлению отскока; в торможении основную роль играют силы трения, которые после остановки уже не разгоняют шарик обратно. При достаточно малом угле между плоскостью и стенкой возможно заклинивание: после остановки силы трения сменяют знак и силы реакции не смогут вытолкнуть шарик. Даже без трения потери возросли бы: вместо одного удара можно говорить о серии ударов, в каждом из которых теряется часть энергии.

Вариант 24–ФФ

24.1. В момент разрыва высота поршня h :

$$P_0 H = (P_0 + \Delta P) h.$$

Далее свободное падение

$$V = \sqrt{2gh} = \sqrt{\frac{2gHP_0}{P_0 + \Delta P}}.$$

24.2. При опускании сохраняется энергия

$$\frac{3\nu RT_0}{2} + mgH = \frac{3\nu RT}{2}.$$

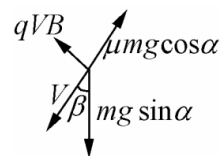
Вначале поршень в равновесии

$$mg = \frac{P_0 SH}{H} = \frac{\nu RT_0}{H}.$$

Отсюда

$$T = T_0 + \frac{2mgH}{3\nu R} = \frac{5}{3}T_0.$$

24.3. Сила Лоренца действует в пределах наклонной плоскости и перпендикулярна скорости. При установившейся скорости все силы в плоскости уравниваются. Удобно рассмотреть проекции поперек и вдоль скорости, которая отклоняется от направления наискорейшего спуска на угол β :



$$mg \sin \alpha \sin \beta = qVB, \quad mg \sin \alpha \cos \beta = \mu mg \cos \alpha.$$

Отсюда

$$\cos \beta = \mu / \tan \alpha, \quad V = \frac{mg \sqrt{\sin^2 \alpha - \mu^2 \cos^2 \alpha}}{qB}.$$

Если $\tan \alpha < \mu$, тело не движется.

24.4. После испарения молекулы воды непременно смешиваются с воздухом. число молей водяного пара $\nu = m/\mu = 10/0,018 \approx 500$. Объем замещаемого паром воздуха $V = \nu RT/P_a \approx 500 \cdot 22,4 \approx \approx 10000 \text{ л} = 10 \text{ м}^3$. Можно оценить и как 1000 объемов ведра, считая, что воздух на три порядка легче воды и не обращая внимания на разность молекулярных весов. Желательно понимание, что водяной пар неправильно представлять себе занимающим такой объем при атмосферном давлении.

24.5. Вблизи линзы препятствие перекрывает небольшую часть светового пучка и лишь немного ослабляет яркость пятна на экране. Полное перекрытие пучка между линзами указывает, что там имеется точка фокусировки.

Вариант 25—ФФ

25.1. Когда лед растает, уровень воды не изменится. Температура постоянна: $PSh = P_0(Sh - \Delta V)$, где ΔV — объем льда, высовывающийся вначале наружу. Масса куска льда $0,9\rho V = \rho(V - \Delta V) \rightarrow \Delta V = 0,1V$. Изменение давления $\Delta P = -P_0\Delta V/Sh = -0,1P_0V/Sh$. Давление паров воды постоянно и на ответ не влияет.

25.2. Второй закон: $(M+m)a = F - \mu N$, $N = Mg + F$. Отсюда

$$a = \frac{F(1 - \mu) - \mu Mg}{M + m}.$$

При $\mu > \frac{F}{F+Mg}$ брусок покоится, при $\mu > 1$ движение невозможно ни при какой силе F .

25.3. При подъеме легкого края рамки и практически неподвижном стержне возникает эдс индукции $\mathcal{E} = \Delta\Phi/\Delta t = VLB$. Идет ток $I = \mathcal{E}/R = BVL/R$. Поднимающая стержень сила $BIL = mg$, откуда $V = \frac{mgR}{B^2L^2}$.

25.4. Энергия каждого атома $3kT/2$, можно просто kT . Число атомов порядка $3M/m$, где M — масса организма, m — масса молекулы воды. Получается $E \approx 9kTM/2m = 9RTM/2\mu = 36$ МДж при 60 кг. Если по теплоемкости воды 1 кал/(г град) и 300 К, выходит вдвое больше, с учетом меньшей теплоемкости льда совпадение улучшится.

25.5. Вблизи линзы препятствие перекрывает небольшую часть светового пучка и лишь немного ослабляет яркость пятна на экране. Полное перекрытие пучка между линзами указывает, что там имеется точка фокусировки.

Вариант 26р—ФЕН

26.1. Время свободного падения $\frac{\sqrt{2gh}}{g}$, время для второго мяча должно быть вдвое меньше: $\frac{\sqrt{V^2+2gh}-V}{g} = \frac{\sqrt{2gh}}{2g}$. Отсюда $V = 3\sqrt{\frac{gh}{8}}$.

26.2. Максимальная скорость будет при сдвиге на y , когда уравновешены силы: $2ky = k(x-y)$, $\Rightarrow y = \frac{x}{3}$. Сохранение энергии: $\frac{kx^2}{2} = \frac{k(x-y)^2}{2} + 2\frac{ky^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$, откуда $v = x\sqrt{\frac{k}{3m}}$.

26.3. Начальная энергия $2\frac{CV^2}{2}$. После замыкания получаются конденсаторы емкостью $2C$ и C , напряжение на обоих $\frac{2CV}{3C} = \frac{2V}{3}$. Энергия $\frac{3C(2V/3)^2}{2} = \frac{4CV^2}{2}$. В тепло уходит $\frac{2CV^2}{2}$ (частью при замыкании пластины в контактах и проводах, частью в сопротивлении).

26.4. При реакции $2H_2 + O_2 = 2H_2O$ на грамм кислорода нужно $1/8$ г водорода. В случае *a* реагирует $6/8$ г водорода и получается 6,75 г воды и 0,25 г водорода; в случае *б* реагирует $3/8$ г водорода, получается 3,375 г воды и 0,625 г водорода. При 100 °С давление насыщенного пара атмосферное. Объем 10 л вмещает $m = \frac{\mu P_a V}{RT} = 5,8$ г насыщенного пара. В случае *a* часть воды сконденсируется, будет атмосферное давление пара + парциальное водорода

$= 10^5 + \frac{0,25RT}{2V} = 1,39 \cdot 10^5$ Па. В случае б вся вода в виде пара, $\frac{3,375RT}{18V} + \frac{0,625RT}{2V} = (0,581 + 0,969) \cdot 10^5 = 1,55 \cdot 10^5$ Па. При большей исходной массе в варианте а давление получается меньше, за счет меньшего парциального давления водорода и частичной конденсации воды.

Вариант 27—ФЕН

27.1. До смещения силы компенсированы. После раздвижения стенок шарик сдвинется на x (положительным считаем сдвиг вправо). Равновесие $k_2(x_0 - x) = k_1(x_0 + x)$, откуда

$$x = x_0 \frac{k_2 - k_1}{k_2 + k_1}.$$

27.2. Давления в отсеках одинаковы; числа молей $\nu_1 = PV_1/RT_1$, $\nu_2 = PV_2/RT_2$. После выравнивания температур давления изменятся, но опять будут равны

$$\nu_1 = P'(V_1 + Sx)/RT, \quad \nu_2 = P'(V_2 - Sx)/RT.$$

Имеем

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{V_1 T_2}{V_2 T_1} = \frac{V_1 + Sx}{V_2 - Sx},$$

откуда

$$x = \frac{V_1 V_2 (T_2 - T_1)}{S(V_1 T_2 + V_2 T_1)},$$

положительным считается сдвиг вправо.

27.3. Сохранение энергии

$$2mgL - \frac{kq^2}{3L} = \frac{2mV^2}{2} - \frac{kq^2}{L}.$$

Скорость

$$V = \sqrt{2gL + \frac{2kq^2}{3mL}}.$$

27.4. Расстояния от линзы до пересечения луча с осью

$$a = h / \operatorname{tg} \alpha, \quad b = h / \operatorname{tg} \beta.$$

Формула линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

откуда

$$f = \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}.$$

Вариант 28р—ГГФ

28.1. Из сохранения импульса $mu = (M + m)V$, из сохранения энергии $\frac{(M+m)V^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{mu^2}{2}$, откуда $x = V \sqrt{\frac{M(M+m)}{km}}$.

28.2. После нагревания объем газа справа увеличился в 1,5 раза, слева — уменьшился в 2 раза, давление слева (по закону Бойля—Мариотта) будет $2P_0$ а справа — больше на давление столба жидкости: $P = 2P_0 + 2\frac{\rho g R}{\sqrt{2}}$. Температура справа

$$T = T_0 \frac{P \cdot 1,5V}{P_0 V_0} = 3T_0 \left(1 + \frac{\rho g R}{\sqrt{2} P_0} \right).$$

28.3. Поскольку на $(x + y)$ напряжение 2 В, а на y 1 В, на x будет тоже 1 В, значит, $y = x$. Аналогично на параллельно соединенных сопротивлениях 2х и 3 Ом такое же напряжение (2 В), как и на 1 Ом, откуда $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3} = \frac{1}{1}$. Ответ: $x = y = \frac{3}{4}$ Ом.

28.4. а) Силы взаимодействия двух точечных масс M и m пропорциональны их произведению, обратно пропорциональны квадрату расстояния R между массами и направлены по прямой, их соединяющей. Величина силы $F = \frac{GMm}{R^2}$, где $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ в системе СИ. В векторном виде сила, действующая на m , равна $\vec{F} = -\frac{GMm}{R^2} \frac{\vec{R}}{R}$, (\vec{R} направлен от M к m , знак минус обозначает притяжение).

б) $\frac{mV^2}{R} = mg$, откуда $V_1 = \sqrt{Rg} \approx 8$ км/с.

Вариант 29—ГГФ

29.1. Из сохранения энергии $\frac{mV^2}{2} = \frac{mu^2}{2} + 2mgR$, откуда $u = \sqrt{V^2 - 4gR}$. Время падения $t = \sqrt{\frac{4R}{g}}$, смещение по горизонтали $ut = \sqrt{V^2 - 4gR} \sqrt{\frac{4R}{g}}$. При малой скорости ($V < 2\sqrt{gL}$) бусинка не сможет подняться в верхнюю точку.

29.2. Вначале равны объемы, давления, температуры и, значит, числа молей. После нагрева $PS(L+x) = \nu RT_1$, $PS(L-x) = \nu RT_2$. Отсюда $T_2 = T_1 \frac{L-x}{L+x}$.

29.3. Полное сопротивление $1/2 + 1/3 = 5/6$ Ом, ток источника $1,5/(5/6) = 1,8$ А. По двум левым сопротивлениям течет по 0,9 А, по трем правым — по 0,6 А. По перемычкам $0,9 - 0,6 = 0,3$ А, направление токов от периферии к точке С.

29.4. а) При одинаковом давлении и температуре равные объемы любого идеального газа содержат одинаковое число молекул, или: 1 моль любого газа при заданных давлении и температуре занимает один и тот же объем, например при 1 атм и 0 °С 22,4 л.

б) Число Авогадро $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$.

в) Это число молекул в моле; моль — единица количества вещества, по массе соответствующая молекулярной массе в граммах (например, 28 г азота N_2).

2003 г.**Вариант 31р—ФФ**

31.1. Вначале давление над поршнем атмосферное, а давление сверху меньше на величину ρgH . Давления определяются только равновесием поршня и жидкости и не зависят от присутствия пузырька. При всплывании давление в пузыре уменьшится от P_0 до $P_0 - \rho gH$, а

объем возрастет до $VP_0/(P_0 - \rho gH)$. Изменение объема = xS , где x — смещение поршня, откуда $x = \frac{V}{S} \frac{\rho gH}{P_0 - \rho gH}$.

31.2. Законы сохранения:

$$mv = MU_x, \quad mu = MU_y, \quad \frac{mv^2}{2} = \frac{MU^2}{2} + \frac{mu^2}{2}.$$

Исключая скорости U_x , U_y и $U^2 = U_x^2 + U_y^2$, имеем $M = m \frac{v^2 + u^2}{v^2 - u^2}$.

31.3. Сила, действующая на одну из бусинок вдоль спицы, в начальном состоянии равна $mg \cos \alpha - \frac{kq^2 \sin \alpha}{(2L \sin \alpha)^2} = 0$ в равновесии, откуда $L = \frac{q\sqrt{k}}{2\sqrt{mg \cos \alpha \sin \alpha}}$. С появлением заряда Q на расстоянии x от бусинки до угла сила будет $mg \cos \alpha + \frac{kqQ}{x^2} - \frac{kq^2 \sin \alpha}{(2x \sin \alpha)^2}$. При $Q > \frac{q}{4 \sin \alpha}$ сила всегда направлена вниз, и нижний заряд притянет бусинки. В противном случае ситуация аналогична отталкиванию двух зарядов: q и $(q/4 \sin \alpha - Q)$, которое не может быть преодолено постоянной силой.

31.4. Надо разогнаться до первой космической скорости $V = 8$ км/с, причем ускорение a не должно превышать нескольких g . Время $t = V/a = 400$ с при $a = 2g$. Перегрузка при этом около $\sqrt{4g^2 + g^2} = \sqrt{5}g$, так как направление разгона горизонтально. Участок подъема в атмосфере высотой H может занять время $H/u = 30$ км/ $0,3$ км/с = 100 с, даже если явно занизить вертикальную скорость и зависить высоту, т. е. подъемом можно пренебречь.

31.5. При слабом рывке прочность проволочки достаточна, чтобы поднять оба груза. Когда рывки становятся более резкими, растут силы натяжения. Пока грузы не оторвались от стола, абсолютные удлинения проволочки с каждой стороны одинаковы. Если бы проволочка свободно скользила в подвесе (как в подвижном блоке), натяжения были бы равны. Но из-за трения проволочка практически не скользит, два отрезка тянут независимо. Тогда удлинения с каждой стороны обеспечиваются растяжением проволочек. Поскольку абсолютные

удлинения одинаковы, относительные заметно различаются. По закону Гука сила натяжения пропорциональна относительному удлинению, которое больше для короткой проволоочки. Например, при отношении длин $1 : 3$ натяжение короткой проволоочки втрое больше. Поэтому первой рвется короткая проволоочка, а длинная растянута недостаточно для разрыва. После разрыва натяжение короткого отрезка исчезает, уменьшается трение в подвесе, что облегчает проскальзывание. Это дополнительно может способствовать сохранению оставшейся проволоочки.

Вариант 32р–ФФ

32.1. Пусть \mathcal{E} — ЭДС источника, r — внутреннее сопротивление. При одном вольтметре идет ток $\frac{\mathcal{E}}{R+r}$, напряжение $V_1 = \frac{\mathcal{E}R}{R+r}$, при двух параллельных вольтметрах $V_2 = \frac{\mathcal{E}R/2}{R/2+r} = \frac{\mathcal{E}R}{R+2r}$. Исключая ЭДС, получаем $r = R \frac{V_1 - V_2}{2V_2 - V_1}$.

32.2. Пусть атмосферное давление — P_0 , сила трения — F , площадь поршня — S . Равновесие поршня и газовый закон: $P_0 S - F = P_0 S T L / T_0 h$, $P_0 S + F = P_0 S L / H$, откуда $T = T_0 \frac{h(2H-L)}{HL}$, $F = P_0 S \left(\frac{L}{H} - 1 \right)$. При $H < L/2T < 0$, но тогда $F > P_0 S$: поршень при охлаждении не сдвинется и условие задачи не выполнится. При $h < H$, $L/2 < H < L$ решение всегда имеет смысл, в частности $0 < T < T_0$.

32.3. Пружины рвутся при растяжениях: $x_1 = T/k$ (левая) и $x_2 = 2T/3k$ (правая). Если сначала рвется левая пружина, то правая при этом сжата на x_1 . Даже если скорость тела в этот момент нулевая, правая пружина в фазе растяжения заведомо достигнет меньшей деформации x_2 . Значит, минимальная начальная кинетическая энергия тела равна энергии деформации обеих пружин на x_1 : $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{kx_1^2}{2} + \frac{3kx_1^2}{2} = 4\frac{T^2}{2k}$, $v_1 = 2T\sqrt{\frac{1}{mk}}$. Скорость v_1 должна быть

направлена вправо, иначе правая пружина порвется раньше. Поскольку правая пружина сжата с избытком, после ее разрыва у тела останется еще кинетическая энергия. Поэтому неправильно приравнивать начальную кинетическую энергию сумме максимальных энергий растяжения пружин: $\frac{mv_2^2}{2} = \frac{3kx_2^2}{2} + \frac{kx_1^2}{2} = \frac{4T^2}{6k} + \frac{T^2}{2k} = \frac{7T^2}{6k}$, $v_2 = T\sqrt{\frac{7}{3mk}}$. Скорость v_2 меньше v_1 . При начальной скорости v_2 тоже порвутся обе пружины, но сначала правая, а затем левая (при любом направлении v_2), что противоречит условию задачи.

32.4. Если на лепестках одноименные заряды q , а расстояние между концами лепестков порядка их размера r , то сила отталкивания лепестков порядка $kq^2/r^2 \approx mg$. Потенциал оценим как $kq/r \approx \sqrt{kmg} \approx 10$ кВ. В СГС $q/r \approx \sqrt{mg} \approx 30$. Можно писать и $2q$, и $r\sqrt{2}$, что не влияет на оценку.

32.5. При опрокидывании банки часть воды выливается и в верхней части образуется пузырь воздуха. Затем холодная вода, как более тяжелая, частично вытекает из банки, заменяясь горячей, а также нагревается через стенки, так что температуры в банке и в сосуде постепенно выравниваются. В результате нагрева воздух в пузыре расширяется; кроме того, объем пузыря растет и за счет испарения. Пузырь вытесняет часть воды из банки. При достаточном увеличении объема пузыря банка становится легче воды и всплывает. Можно также сказать, что причиной подъема является превышение давления в пузыре на величину ρgh по сравнению с давлением воды на доньшко банки, где h — высота пузыря.

Вариант 33р—ФФ

33.1. Поршни сместятся вниз, и давление возрастет:

$$(P - P_0)(2S - S) = mg,$$

$$P = P_0 + mg/S = P_0 \cdot 3hS/(3hS - xS),$$

откуда смещение $x = 3hmg/(P_0S + mg)$, если $mg < P_0S/2$, иначе $x = h$.

33.2. При начальной скорости V нижнее тело проедет расстояние x , верхнее y . Ускорения тел

$$a = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) \quad \text{и} \quad b = g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha),$$

откуда

$$x = \frac{V^2}{2g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)},$$

$$y = \frac{V^2}{2g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)},$$

$$L = \frac{\mu V^2 \cos \alpha}{g(\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}.$$

33.3. Заряды притягиваются, а внешнее поле E препятствует их сближению. Поскольку силы, действующие на тела, противоположны, движение симметрично. Заряды должны пройти точку равновесия, где $qE = kq^2/x^2$, откуда критическое расстояние $x = \sqrt{kq/E}$. Если $x < R$, т. е. $qE > kq^2/R^2$, пишем закон сохранения энергии:

$$2mV^2/2 - kq^2/R = qE(R - x) - kq^2/x.$$

Получаем

$$V = \sqrt{qE/mR}(R - \sqrt{kq/E}).$$

Если же $\sqrt{kq/E} > R$, можно не придавать никакой скорости, так как притяжение достаточно уже в начальном положении. (Или можно придавать скорости «наружу», которые даются предыдущим выражением с обратным знаком, но тогда это будут максимальные величины.)

33.4. Кинетическая энергия пули расходуется на пробивание:

$$mV^2/2 = Fx = PSx,$$

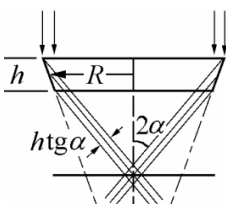
где P — искомое давление; S — площадь сечения пули; x — глубина пробивания. Учитывая, что $m = \rho S \ell$ (ρ — плотность пули, ℓ — ее длина), получим $P = \rho V^2 \ell / 2x \approx 10^4 \cdot 700^2 \cdot 1/10 = 5 \cdot 10^8 \text{ Па} = 5000 \text{ атм}$, если глубина пробивания на порядок больше длины пули (что получается, например, при попадании в человека). Можно также рассмотреть кинематику торможения, предполагая ускорение постоянным. Можно рассматривать «натекание» среды плотности ρ_0 на пулю, выйдет то же самое с учетом примерного равенства $\rho \ell \approx \rho_0 x$. Конечно, при попадании в бетон давление будет на порядок больше. Это не ошибка, если условия достаточно четко заданы.

33.5. При опрокидывании банки часть воды выливается и в верхней части образуется пузырь воздуха. Затем холодная вода как более тяжелая частично вытекает из банки, заменяясь горячей, а также нагревается через стенки, так что температуры в банке и в сосуде постепенно выравниваются. В результате нагрева воздух в пузыре расширяется; кроме того, объем пузыря растет и за счет испарения. Пузырь вытесняет часть воды из банки. При достаточном увеличении объема пузыря банка становится легче воды и всплывает. Можно также сказать, что причиной подъема является превышение давления в пузыре на величину $\rho g h$ по сравнению с давлением воды на доньшко банки, где h — высота пузыря.

Вариант 34—ФФ

34.1. По закону Бойля—Мариотта $P_A h = (P_A + \frac{mg}{S}) \cdot \frac{2h}{3}$, где h — высота цилиндра. Отсюда атмосферное давление $P_A = 2mg/S$.

34.2. Отраженный от средней точки пояска луч идет под углом



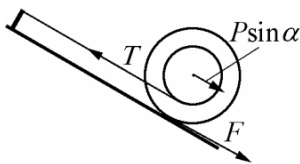
2α к вертикали и пересекает ось на расстоянии $R/\operatorname{tg} 2\alpha$ от средней плоскости. Это и будет искомое положение экрана (см. рисунок) Диаметр пятна определяется крайними лучами.

Расстояние между ними равно $h \operatorname{tg} \alpha$, а диаметр будет $h \operatorname{tg} \alpha / \cos 2\alpha \equiv h(\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha)$. Возможны и другие формы ответа.

34.3. Проводник, двигаясь со скоростью $V = at$, создает в цепи ЭДС $\mathcal{E} = BVL = BatL$. Напряжения на обоих конденсаторах равны \mathcal{E} , а их суммарный заряд $Q = \mathcal{E}(C_1 + C_2)$. Ток, текущий в проводнике, $I = \Delta Q / \Delta t = BaL(C_1 + C_2)$. По второму закону Ньютона $F - BIL = ma$, откуда $F = a(m + B^2L^2(C_1 + C_2))$. Наличие начальной скорости не изменяет результата, так как равносильно сдвигу начала отсчета времени.

34.4. Прыгун разгоняется до скорости $V_0 \approx 10$ м/с. В полете он приводит в движение массу воздуха порядка ρSL , где ρ — плотность воздуха; S — площадь «сечения» прыгуна; L — длина прыжка. Это уменьшает скорость: по закону сохранения импульса, $mV_0 = (m + \rho SL)V$. Уменьшение длины прыжка будет около $(V_0 - V)t \approx (V_0 - V)L/V_0 = L \cdot \rho SL / (m + \rho SL) \approx L(\rho SL/m)$, так как масса увлекаемого воздуха мала по сравнению с массой прыгуна m . Отношение в скобках порядка $(1 \text{ кг/м}^3 \cdot 0,5 \text{ м}^2 \cdot 8 \text{ м} / 80 \text{ кг}) = 0,05$, т. е. потеря составляет несколько процентов от длины прыжка, или около 40 см.

34.5. На плоскости, кроме «скатывающей» силы $P \sin \alpha$, натя-

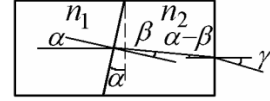


жение нити T должно компенсировать еще и силу трения F , которая в данном случае толкает катушку вниз (иначе она начала бы вращаться вокруг своей оси). Сумма $P \sin \alpha + F$ может превышать вес P , а поскольку нить рвется, она именно и превышает. Более подробное решение следует из рассмотрения равенства моментов относительно точки касания: $P \sin \alpha R = T(R - r)$, где R и r — внешний и внутренний радиусы катушки.

Получаем $T = P \sin \alpha R / (R - r)$. При близких радиусах натяжение может стать очень большим.

Вариант 35—ФФ

35.1. На левой границе луч не отклоняется. На внутренней границе $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$ или для малых углов $\beta = \alpha n_1/n_2$. На правой границе $\gamma = n_2(\alpha - \beta) = \alpha(n_2 - n_1)$. Это и есть угол отклонения. При $n_2 > n_1$ луч отклоняется вниз.



35.2. Пусть начальное давление — P_0 ; начальная температура — T_0 ; масса поршня — m ; конечное давление в верхнем отсеке P . Поскольку объемы отсеков не изменились, из уравнения состояния газа следуют равенства: $T_1 = T_0 \frac{P}{P_0}$, $T_2 = T_0 \frac{P+mg/S}{P_0}$, $T = T_0 \frac{P+2mg/S}{P_0}$. Видно, что температуры составляют арифметическую прогрессию: $T_2 - T_1 = T - T_2$, т. е. $T = 2T_2 - T_1$.

35.3. Составляющая скоростей вдоль поля не меняется. Поперечная скорость постоянна по величине, но меняется по направлению, так что проекция траектории на плоскость, перпендикулярную полю — круг радиуса R , причем $mV^2 \sin^2 \alpha / R = eV \sin \alpha B$. Отсюда $R = mV \sin \alpha / eB$. Электроны вращаются в одном направлении (по часовой стрелке вокруг вектора индукции, с учетом их отрицательного заряда) и встретятся после завершения оборота: $t = 2\pi R / V \sin \alpha = 2\pi m / eB$. За это время вдоль поля они пройдут искомое расстояние $Vt \cos \alpha = 2\pi mV \cos \alpha / eB$.

35.4. Число приседаний будет максимальным, если при движении вниз падать свободно, а в нижнем положении тратить минимум времени на разгон вверх, так чтобы поднять центр масс на заданное расстояние h (которое не может быть очень малым, иначе приседание не будет засчитано). Такое движение аналогично прыжкам мяча, подлетающего на высоту h , и одно приседание займет время $2\sqrt{2h/g} = 2/3$ с при высоте $h = 0,5$ м. За минуту получится порядка 90 приседаний. Рассмотрение стадии торможения с ограничением по силе ног и мощности уменьшит результат, но не изменит его порядок величины. (Рекорд на

данный момент равен 66.)

35.5. Во *вращающейся* системе отсчета можно говорить о центробежной силе, направленной наружу от оси вращения и складывающейся с силой притяжения к Земле, направленной вниз. Суммарная «тяжесть» при достаточных скорости вращения и расстоянии от оси может иметь составляющую в том числе и вверх по трубке. Легкие тела в жидкости всплывают, т. е. движутся против тяжести, что и объясняет эксперимент.

В *инерциальной* системе отсчета частицы воды в трубке движутся по кругу под действием разности давлений. При достаточных скорости вращения и расстоянии от оси давление может возрастать с удалением от оси вдоль трубки. Легкие тела в жидкости перемещаются в сторону уменьшения давления.

Вариант 36р—ФЕН

36.1. Пусть скорость равна V . Граничная траектория задается углом α и касается потолка на окружности, откуда $V^2 \sin^2 \alpha / 2g = R$, $(V \sin \alpha / g) V \cos \alpha = R$, имеем $\operatorname{tg} \alpha = 2$, $\sin^2 \alpha = 4/5$, $V = \sqrt{5gR/2}$.

36.2. Ускорения по условию одинаковы, откуда $F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha) = F - \mu mg$. Имеем $\mu = \frac{F(1 - \cos \alpha)}{F \sin \alpha} = \operatorname{tg}(\alpha/2)$. Должно выполняться неравенство $mg / \sin \alpha > F > mg \operatorname{tg}(\alpha/2)$.

36.3. Поршни сместятся вниз, максимум на h , и давление упадет. $(P_0 - P)(2S - S) = mg$, $P = P_0 - mg/S = P_0 \cdot 3hS / (3hS + hS)$, откуда максимальная масса $m = P_0 S / 4g$.

36.4. Энергия плоского конденсатора емкости $C = \varepsilon_0 S / h$ нагревает газ: Энергия ν молей одноатомного газа равна $3\nu RT/2$. Получаем $Q^2 h / 2\varepsilon_0 = 3\nu R \Delta T / 2$, где ΔT — изменение температуры. Из уравнения Клапейрона—Менделеева $PV = \nu RT$, $\Delta PV = \nu R \Delta T$,

$3\nu R\Delta T/2 = 3V\Delta P/2, \Rightarrow \Delta P = (Q^2 h/2\varepsilon_0 S)/(3hS/2) = Q^2/3\varepsilon_0^2$.
В СГС будет $\Delta P = 4\pi Q^2/3S^2$.

Вариант 37р–ФЕН

37.1. Начальная скорость $V = \sqrt{2gh}$, дальность полета

$$L = 2V^2 \sin \alpha \cos \alpha / g = 4h \sin \alpha \cos \alpha.$$

37.2. Записываем равенство работ: $(a_1 t^2/2)F \cos \alpha = (a_2 t^2/2)F$.
Закон Ньютона для обоих вариантов: $ma_1 = F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)$, $ma_2 = F - \mu mg$. Получаем

$$\mu = \frac{F \sin^2 \alpha}{F \cos \alpha \sin \alpha + mg(1 - \cos \alpha)}.$$

Должно быть $F > \mu mg$, что сводится к $F > \frac{mg(1-\cos \alpha)}{\sin \alpha} = mg \operatorname{tg}(\alpha/2)$,
а также $mg > F \sin \alpha$.

37.3. Пусть F — величина силы трения. Равновесие поршня и закон Бойля–Мариотта: $SP_0 + F + mg = SP_0 L/h$, $SP_0 + F - mg = SP_0 L/H$. Отсюда

$$m = \frac{SP_0 L(H-h)}{2gHh}, \quad F = SP_0 \left(\frac{L(h+H)}{2Hh} - 1 \right).$$

При условиях задачи ($L > H > h$) m и F положительны, следовательно, решение имеет смысл.

37.4. Пусть в указанный момент скорость V . Из закона сохранения энергии $\frac{2mV^2}{2} + \frac{kq^2}{2R} = \frac{2mgR\sqrt{3}}{2} + \frac{kq^2}{R}$, откуда $V^2 = \sqrt{3}gR + \frac{kq^2}{2mR}$.
Ускорение бусинки V^2/R создается давлением обруча F и отталкиванием зарядов с силой $q^2/4R^2$. Получаем

$$F = \frac{mV^2}{R} + \frac{q^2}{4R^2} = \sqrt{3}mg + \frac{3kq^2}{4R^2}.$$

Вариант 38—ФЕН

38.1. Мяч поднимается на высоту h , поэтому вертикальную составляющую скорости можно найти из условия $mV_y^2/2 = mgh$, т. е. $V_y^2 = 2gh$, $V_y = \sqrt{2gh}$. Время подъема $V_y/g = \sqrt{2h/g}$. За это время мяч пролетает половину расстояния между воротами. Горизонтальная составляющая скорости $V_x = (L/2)/\left(\sqrt{2h/g}\right) = L\sqrt{g/8h}$. Начальная скорость $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{gL}\sqrt{\frac{L}{8h} + \frac{2h}{L}} = 1,312\sqrt{gL} = 41,5$ м/с. (При запуске мяча под углом 45° и той же дальности L скорость получилась бы меньше: $V_0 = \sqrt{gL} = 31,6$ м/с, но при этом высота траектории $V_0^2 \sin^2 45^\circ / 2g = L/4 = 25$ м превышает высоту зала.)

38.2. В исходном состоянии равны объемы отсеков, давления и температуры, следовательно, в каждом отсеке содержится одинаковое количество газа — половина искомого числа молей. Пусть при вертикальном положении трубки давление сверху равно P . Из уравнений состояния имеем $PSH = \nu RT/2$, $(PS + mg)h = \nu RT/2$. Исключая P , получим $\nu = \frac{2mghH}{RT(H-h)}$.

38.3. Начальная энергия конденсатора равна $\frac{q^2}{2C}$. В первый раз заряд перетекает на внутреннюю пластину. Получается конденсатор с уменьшенным втрое зазором (и утроенной емкостью) и с тем же зарядом, имеющий энергию $\frac{q^2}{6C}$; тепло $Q_1 = \frac{q^2}{2C} - \frac{q^2}{6C} = \frac{q^2}{3C}$. После второго замыкания выделяется энергия $Q_2 = \frac{q^2}{6C}$.

38.4. Отраженный от зеркала луч идет под углом 2α к падающему пучку. Расстояние между крайними лучами равно $L \sin \alpha$, а длина зайчика $L \sin \alpha / \cos 2\alpha$. Ширина пучка L , и площадь $S = L^2 \sin \alpha / \cos 2\alpha = L^2 \cos \alpha (\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha)$ (возможны и другие формы ответа).

Вариант 39р—ГГФ

39.1. Над водой поднимется масса ρSx , которая равна m , откуда $x = m/\rho S$.

39.2. На обоих сопротивлениях и на конденсаторе напряжение \mathcal{E} , поэтому токи будут \mathcal{E}/R_1 и \mathcal{E}/R_2 , суммарный ток $\mathcal{E}(R_1 + R_2)/R_1 R_2$ (параллельное включение), заряд конденсатора $q = C\mathcal{E}$.

39.3. По закону Бойля—Мариотта давление P в середине не изменилось, внизу $2P$, вверху $2P/3$. Поршни держит разность давлений: $m_1 g = (P - 2P/3)S$, $m_2 g = (2P - P)S$, откуда $m_1/m_2 = 1/3$.

39.4. а) Атом — мельчайшая частица химического элемента. Атомы состоят из положительного ядра, заряд которого (в единицах заряда электрона) равен номеру элемента в периодической таблице. Заряд ядра создается протонами, а масса — и протонами, и нейтронами; массы протона и нейтрона приблизительно одинаковы. Вокруг ядра летают отрицательные электроны, число которых также равно атомному номеру, так что суммарно атом нейтрален. Область, где движутся электроны, и определяет характерный размер атома; размер ядра гораздо меньше. Масса электронов гораздо меньше массы ядра.

Молекула — мельчайшая частица химического вещества. Молекула состоит из атомов. Бывают одноатомные молекулы (например, благородных газов), но для большинства веществ молекулы составлены из нескольких либо одинаковых атомов (например, O_2) либо различных (как H_2O). При химических реакциях происходит обмен атомами между различными молекулами, распад молекул на фрагменты или соединение молекул в одну. Поэтому молекула — это мельчайшая частица, проявляющая основные химические свойства вещества.

б) Если в стакан входит 200 г воды, то это около 11 молей, т. е. $11N_A = 6,6 \cdot 10^{24}$ молекул.

в) Соответственно масса одной молекулы в граммах равна 200, деленному на это число, т. е. $3 \cdot 10^{-23}$, или $3 \cdot 10^{-26}$ кг.

Вариант 310р—ГГФ

310.1. Над водой поднимаются одинаковые массы $m = \rho S_1 x_1 = \rho S_2 x_2$, а сумма смещений $x_1 + x_2 = 2h$, откуда $x_1 = 2hS_2/(S_1 + S_2)$, $x_2 = 2hS_1/(S_1 + S_2)$.

310.2. На обоих конденсаторах и на сопротивлении напряжение \mathcal{E} , поэтому ток будет \mathcal{E}/R , он же идет через источник, заряды конденсаторов $q_1 = C_1 \mathcal{E}$, $q_2 = C_2 \mathcal{E}$.

310.3. По закону Бойля—Мариотта давление P в середине не изменилось, вверху $4P/5$, внизу $4P/3$. Поршни держит разность давлений: $m_1 g = (P - 4P/5)S$, $m_2 g = (4P/3 - P)S$, откуда $m_1/m_2 = 3/5$.

310.4. а) Атом — мельчайшая частица химического элемента. Атомы состоят из положительного ядра, заряд которого (в единицах заряда электрона) равен номеру элемента в периодической таблице. Заряд ядра создается протонами, а масса — и протонами, и нейтронами; массы протона и нейтрона приблизительно одинаковы. Вокруг ядра летают отрицательные электроны, число которых также равно атомному номеру, так что суммарно атом нейтрален. Область, где движутся электроны, и определяет характерный размер атома; размер ядра гораздо меньше. Масса электронов гораздо меньше массы ядра.

Молекула — мельчайшая частица химического вещества. Молекула состоит из атомов. Бывают одноатомные молекулы (например, благородных газов), но для большинства веществ молекулы составлены из нескольких либо одинаковых атомов (например, O_2) либо различных (как H_2O). При химических реакциях происходит обмен атомами между различными молекулами, распад молекул на фрагменты или соединение молекул в одну. Поэтому молекула — это мельчайшая частица, проявляющая основные химические свойства вещества.

б) Если в стакан входит 200 г воды, то это около 11 молей, т. е. $11N_A = 6,6 \cdot 10^{24}$ молекул.

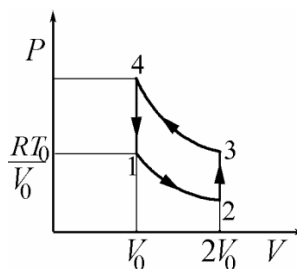
в) Соответственно масса одной молекулы в граммах равна 200, деленному на это число, т. е. $3 \cdot 10^{-23}$, или $3 \cdot 10^{-26}$ кг.

Вариант 311–ГГФ

311.1. Скорости бусинок перед ударом находятся из закона сохранения энергии: $V_1 = \sqrt{2gL_1 \sin \alpha}$, $V_2 = \sqrt{2gL_2 \sin \alpha}$. Скорость получившегося тела из закона сохранения импульса

$$V = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2} = \sqrt{2g \sin \alpha} \frac{m_1 \sqrt{L_1} + m_2 \sqrt{L_2}}{m_1 + m_2}.$$

311.2. Давление $P = RT/V$ максимально при максимальной температуре и минимальном объеме: $P_{max} = 2RT_0/V_0$. Аналогично $P_{min} = RT_0/2V_0$. В осях $P - V$ цикл состоит из двух прямых (изохор) и двух гипербол — изотерм (см. рисунок).



311.3. После того как вставлена третья пластина, система эквивалентна двум конденсаторам, емкости которых $\frac{\varepsilon_0 S}{d/2} = C$ и $\frac{2\varepsilon_0 S}{d/2} = 2C$, включенным последовательно. (У верхнего конденсатора «работает» только часть площади средней пластины, равная S .) Разность потенциалов (напряжение) между верхней и средней пластинами $V_1 = q/C = qd/2\varepsilon_0 S$, между средней и нижней $V_2 = q/2C = qd/4\varepsilon_0 S$, между крайними пластинами $V_1 + V_2 = 3qd/4\varepsilon_0 S$. В системе СГС $V_1 = 2\pi qd/S$, $V_2 = \pi qd/S$, $V_1 + V_2 = 3\pi qd/S$.

311.4. а) Полное внутреннее отражение — это ситуация, когда при наклонном падении луча на границу двух сред отсутствует преломленный луч.

б) На границе сред с показателями преломления n_1 и n_2 предельный угол α задается условием $\sin \alpha = n_2/n_1$, причем $n_1 > n_2$ (луч идет из оптически более плотной среды).

в) Для границы вода — воздух $\sin \alpha = 3/4$, $\alpha = 48,6^\circ$.

2004 г.**Вариант 41р–ФФ**

41.1. Мощность выделяемая на сопротивлении при постоянном напряжении U определяется формулой $N_i = U^2/R_i$, где i — номер сопротивления. Следовательно, величины сопротивлений подчиняются отношению: $R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 2 : 3$, сопротивление цепи равно

$$R_0 = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{11}{3} R_1 = \frac{11}{3} \times \frac{U^2}{N},$$

откуда выделяющаяся в цепи мощность равна:

$$N_0 = \frac{U^2}{R_0} = \frac{3}{11} N.$$

41.2. Из симметрии работа $A_{\text{тр}}$ силы трения на первой половине пути та же, что и на второй. Из закона сохранения энергии

$$\begin{cases} \frac{mv^2}{2} + \frac{kq^2}{R} = \frac{mv_1^2}{2} + A_{\text{тр}} + \frac{kq^2}{h}, \\ \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + 2A_{\text{тр}}. \end{cases}$$

Исключая $A_{\text{тр}}$ из этих уравнений, получаем скорость бусинки:

$$v = \sqrt{2v_1^2 - v_2^2 + 4\frac{kq^2}{m} \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{R} \right)}.$$

41.3. Из закона сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = mgh = mgR \cos \alpha. \quad (1)$$

Для того чтобы найти натяжение нити в конечном состоянии, запишем второй закон Ньютона для проекции сил вдоль нити:

$$T = \frac{mv^2}{R} + mg \cos \alpha \quad (2)$$

Из (1) и (2) получаем, что $T = 3mg \cos \alpha$.

В момент, когда подставка сдвинется с места, проекция силы натяжения нити вдоль пола, равная $T \sin \alpha$, должна сравняться с величиной силы трения скольжения μN , где $N = Mg + T \cos \alpha$ — реакция опоры со стороны пола. Следовательно,

$$\mu = \frac{T \sin \alpha}{Mg + T \cos \alpha} = \frac{3m \sin \alpha \cos \alpha}{M + 3m \cos^2 \alpha}.$$

41.4. При большой горизонтальной скорости верхняя точка траектории незначительно превышает высоту автобуса $H \simeq 4$ м. Поэтому для вертикальной скорости вниз имеем $\frac{mv^2}{2} = mgH$.

Вертикальная скорость мотоциклиста гасится на пути равном деформации амортизаторов 0,3 м плюс 0,4 ÷ 0,5 м за счёт приседания каскадёра, который в момент приземления стоит почти выпрямившись, т. е тормозной путь примерно равен $h = 0,7 \div 0,8$ м. Тогда если F — сила давления каскадёра на мотоцикл при приземлении, то

$$\frac{mv^2}{2} = Fh \Rightarrow F = \frac{mgH}{h} \simeq \frac{60 \text{ кг} \times 10 \text{ м/с}^2 \times 4 \text{ м}}{0,8 \text{ м}} = 3000 \text{ Н}.$$

Были попытки решить эту задачу путём введения в задачу времени торможения. Так как в этом случае не объяснялось откуда была взята величина торможения, то задача полностью не засчитывалась.

41.5. На поверхности соприкосновения подошв и пола имеется небольшая контактная разность потенциалов и заряды противоположного знака. Этот заряд возникает из-за того, что человек, когда ходит шаркает подошвами ботинок по полу.

При увеличении зазора напряжение многократно возрастает, соответственно возрастает и заряд электроскопа. Перетекание заряда на электроскоп можно объяснить и уменьшением ёмкости подошва—пол. При приземлении исходная ситуация восстанавливается.

Ещё один вариант объяснения: систему человек—пол и электроскоп—пол можно представить как два параллельных конденсатора. Ёмкость

первого² многократно превышает ёмкость второго³ и поэтому весь имеющийся заряд сконцентрирован на подошве. При уменьшении ёмкости конденсатора человек-пол (человек подпрыгивает) заряды в системе перераспределяются. При восстановлении начальной ситуации (человек приземляется) всё приходит в начальное состояние.

Вариант 42р–ФФ

42.1. Пусть I — ток источника, а R — неизвестное сопротивление, тогда

$$\begin{cases} V_0 = IR_0, \\ V = I \frac{R_0 R}{R_0 + R} \end{cases} \Rightarrow R = R_0 \frac{V}{V_0 - V}.$$

42.2. В начале давление на поршень складывается из давления воздуха P и давления пара, которое равно P_0 . Пусть P_1 — конечное давление. Тогда уравнения состояния идеального газа имеем:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P(V + hS)}{T_0}. \quad (1)$$

Из условия же равновесия в начальном и конечном состояниях имеем

$$\begin{cases} P = \frac{k(x+h)}{S}, \\ P_1 - P_0 = \frac{kx}{S} \end{cases} \Rightarrow P = P_1 - P_0 + \frac{kh}{S}, \quad (2)$$

где x — конечное сжатие пружины.

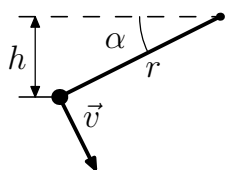
Подставляем (2) в (1):

$$\begin{aligned} \frac{P_1 V_1}{T_1} &= \frac{(P_1 - P_0 + \frac{kh}{S})(V_1 + hS)}{T_0} \Rightarrow \\ \Rightarrow P_1 &= \frac{(P_0 - \frac{kh}{S})(V_1 + hS)T_1}{T_1(V_1 + hS) - V_1 T_0}. \end{aligned}$$

42.3. Из-за изменения потока магнитного поля через квадратную

²Плоский конденсатор с площадью пластин равных площади подошв и характерным расстоянием между пластин в толщину подошвы.

³Обычный сферический конденсатор с бесконечной внешней оболочкой.



рамку со стороной r ЭДС электромагнитной индукции равна

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = Brv \sin \alpha = \frac{q}{C}, \quad (1)$$

где α — угол отклонения рамки от горизонтали, а q — заряд на конденсаторе. Как видно из рисунка, $\sin \alpha = h/r$.

Из закона сохранения энергии получаем, что

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{q^2}{C} = mgh. \quad (2)$$

Подставляем величину заряда из (1) в (2) и получаем:

$$v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + CB^2h^2}}.$$

42.4. Перепад давления между центром и ободом для жидкости в центрифуге можно оценить как

$$\Delta P = \rho \left(\frac{\omega^2 x^2}{2} + gy \right),$$

где ρ — плотность жидкости; ω — частота вращения; x — характерный размер центрифуги; а ρgy — перепад из-за силы тяжести.

Так как $\rho gy \ll \Delta P$, этим членом можно пренебречь.

Скорость вращения центрифуги равна

$$v = \omega x \Rightarrow v^2 \simeq \frac{2\Delta P}{\rho} \Rightarrow v \simeq 300 \text{ м/с}.$$

Коэффициент 2 появляется по причине, что скорость жидкости от центра к краю возрастает линейно. Принимались ответы и без этого коэффициента.

42.5. См. решение задачи 5, вариант 41р—ФФ.

Вариант 43в–фф

43.1. Сила, которая прижимает груз к поверхности, равна $F + mg \cos \alpha$, следовательно, по закону Ньютона

$$mg \sin \alpha = \mu N = \mu (F + mg \cos \alpha) \Rightarrow F = mg \left(\frac{\sin \alpha}{\mu} - \cos \alpha \right),$$

где N — реакция опоры.

43.2. Пусть v' — скорость первого тела в момент, когда надо найти натяжение пружины, тогда по закону сохранения импульса

$$mv_0 = mv' + mv \Rightarrow v' = v_0 - v.$$

Тогда из закона сохранения энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{F^2}{2k} + \frac{mv^2}{2} + \frac{m(v_0 - v)^2}{2},$$

где F — сила натяжения пружины, следовательно:

$$F = \sqrt{2k m v (v_0 - v)}.$$

43.3. Внутренняя энергия гелия из уравнения состояния равна

$$U = \frac{3}{2} \nu R T = \frac{3}{2} P V,$$

где T , P и V — температура, давление и объём гелия соответственно.

Сначала объём неизменен и тепло идёт на приращение внутренней энергии гелия

$$\Delta U = \frac{3}{2} \Delta P V = \frac{3}{2} m g H.$$

Затем давление $P = P_0 + \frac{mg}{S}$ постоянно и тепло идёт на работу $P \Delta V$ и приращение внутренней энергии гелия $\Delta U = \frac{3}{2} P \Delta V$, что даёт в общей сумме

$$\delta Q = \frac{3}{2} \Delta P V + \frac{5}{2} P \Delta V.$$

После всех подстановок получаем подведённое тепло:

$$Q = \delta Q + \Delta U = 4mgH + \frac{5}{2}P_0SH.$$

43.4. В электрическом поле заряды на проводнике распределятся так, что суммарное поле в нём становится нулевым. Лежащего человека можно рассматривать как «закороченный» плоский конденсатор, так как оно проводит электрический ток. Тогда

$$\sigma/\varepsilon_0 = E \Rightarrow q = \sigma S = \varepsilon_0 ES \simeq 10^{-9} \text{ Кл},$$

где σ — поверхностная плотность заряда; E — электрическое поле; S — площадь кожи человека с одной стороны.

Возможно более грубое решение

$$\frac{kq}{r^2} \simeq E \Rightarrow q \simeq \frac{Er^2}{k}$$

с выбором характерного размера.

43.5. При подъёме узкого конца вверх горячая вода частично стекает и быстро нагревает воздух, давление которого повышается. Плюс к этому добавляется давление паров самой воды. Избыточное над атмосферным давление и выбрасывает воду оставшуюся около узкого конца.

Вариант 44—ФФ

44.1. Пусть μ — коэффициент трения между бруском и наклонной поверхностью, а α — угол наклона поверхности, тогда

$$\begin{cases} a_1 = g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha \\ a_2 = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{a_1 + a_2}{2g}.$$

Отсюда $\sin \alpha = (a_1 + a_2)/2g$.

44.2. Пусть P_2 — давление в нижнем отсеке, а P_1 — в верхнем, тогда из условия равновесия получаем

$$P_2 - P_1 = mg/S. \quad (1)$$

Воспользуемся тем фактом, что полное число молекул газа в обоих отсеках сосуда сохраняется⁴. Пусть в какой-то момент времени объёмы отсеков были равны V_1 и V_2 для верхнего и нижнего соответственно. Пусть сдвинувшийся в результате процесса поршень увеличил/уменьшил верхний/нижний отсек на ΔV , тогда

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2} = \text{const} = \frac{P_1 (V_1 + \Delta V)}{T_1} + \frac{P_2 (V_2 - \Delta V)}{T_2}.$$

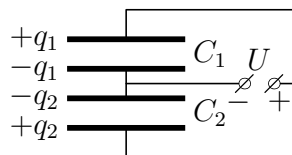
Отсюда

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (2)$$

Из (1) и (2) получаем, что

$$\begin{cases} P_1 = \frac{mg}{S} \frac{T_1}{T_2 - T_1}, \\ P_2 = \frac{mg}{S} \frac{T_2}{T_2 - T_1}. \end{cases} \quad (3)$$

44.3. Перерисуем рисунок из условия задачи. Получается два конденсатора ёмкости C_1 и C_2 с распределениями зарядов как показано на рисунке.



Ёмкость конденсаторов определяется по формуле плоского конденсатора $C_i = S/4\pi k d_i$, электрические поля, создаваемые в конденсаторах равны $E_i = U/d_i$, а заряды на пластинах $q_i = C_i U$, где $i = 1, 2$.

Сила, действующая на пластину конденсатора, равна $F_i = \frac{1}{2} q_i E_i$, где $i = 1, 2$. Множитель $1/2$ взялся из того, что для определения силы требуется учесть только внешнее поле по отношению к пластине, которое равно половине от общего поля в конденсаторе⁵.

⁴ Достаточно не тривиальное для школьника умозаключение, но как показала практика довольно многие с этой задачей справились.

⁵ Эта ошибка была основной для этой задачи.

Сила, действующая на среднюю пластину, равна

$$\begin{aligned} F = F_1 - F_2 &= \frac{q_1 E_1}{2} - \frac{q_2 E_2}{2} = \\ &= \frac{C_1 U^2}{2d_1} - \frac{C_2 U^2}{2d_2} = \frac{SU^2}{8\pi k} \left(\frac{1}{d_1^2} - \frac{1}{d_2^2} \right). \end{aligned}$$

44.4. Для начала вспомним, какие величины нам известны. Известно, что масса пули примерно $m = 10$ г, скорость вылета пули из ствола ружья примерно $v = 1$ км/с (точнее, 800 м/с), а длина ствола порядка $\ell = 1$ м. Получившаяся мощность должна зависеть от этих величин.

Можно попытаться скомбинировать получившиеся величины, чтобы в результате получилось выражение с размерностью равной размерности мощности. Это не является решением и полный бал за такие действия не дадут, но это хорошо проделывать для проверки нормального решения. Запишем возможную формулу для мощности в общем виде:

$$N = \left[\frac{\text{кг м}^2}{\text{с}^3} \right] = K m^a v^b \ell^c = \left[\text{кг}^a \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^b \text{м}^c \right] = [\text{кг}^a \text{м}^{b+c} \text{с}^{-b}], \quad (1)$$

где a , b и c целые числа, а K — некий безразмерный коэффициент⁶.

Из (1) получаем систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} a = 1, \\ b + c = 2, \\ -b = -3, \end{cases} \Rightarrow N = K \times \frac{mv^3}{\ell}. \quad (2)$$

Для полного решения «задачи-оценки» необходимо предложить модель явления. Мы точно не знаем, как ведёт себя пуля при выстреле в стволе, но не сильно ошибёмся в случае определения средних величин, если предположим, что движение равноускоренное, в этом случае

⁶Обычно он порядка единицы, к сожалению это не всегда так.

мощность постоянна. Тогда время, которая пуля разгоняется в стволе, равно $t = 2\ell/v$, а из определения мощности и закона сохранения энергии можно получить

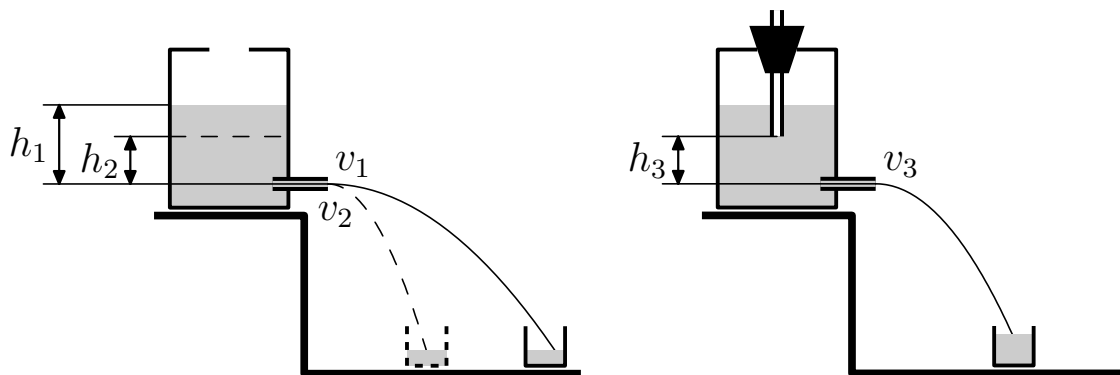
$$N = \frac{mv^2}{2t} = \frac{mv^3}{4t} = \frac{1}{4} \times \frac{mv^3}{\ell}, \quad (3)$$

что по форме полностью соответствует формуле (3), полученной из размерности. Теперь подставим известные нам величины, переведя их в стандартные единицы СИ, т. е. в килограмм, метр и секунду:

$$N = \frac{1}{4} \times \frac{mv^3}{\ell} \simeq \frac{10^{-2}\text{кг} \times (10^3\frac{\text{м}}{\text{с}})^3}{4 \times 1\text{м}} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Вт}.$$

Если вместо $v = 10^3$ м/с подставить $v = 800$ м/с, то результат будет уменьшен примерно в 2 раза.

44.5. Немного модифицируем рисунки, которые шли с условием задачи.



Чем больше перепад давления на входе трубочки и на выход, тем больше скорость воды в струе. Чем больше скорость воды в струе, тем дальше она «бьёт».

Из левого рисунка видно, что скорость струи понижения уровня v_2 меньше начальной скорости v_1 , так как $h_2 < h_1$. В данном случае перепад давления соответствует высоте столба жидкости равен ρgh_i , где ρ — плотность воды, а $i = 1, 2$. Следствием это является, что струя со временем из-за понижения уровня перестаёт попадать в ёмкость.

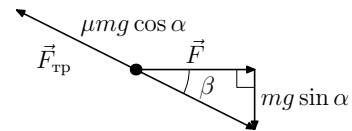
Во втором случае для формирования струи необходимо, чтобы воздух заполнил верхнюю трубочку и «пробулькивался» через неё, так как вода не сжимаема. Следовательно, в самом нижнем конце трубки устанавливается атмосферное давление и воду «разгоняет» столб жидкости, равный ρgh_3 , который не меняется до тех пор пока уровень жидкости выше нижнего конца трубки, а следовательно, не меняется скорость на выходе v_3 и струя воды всё время попадает в ёмкость, наполняя её полностью.

Вариант 45—ФФ

45.1. Пусть T — температура газа, h — расстояние от дна до поршня в начале, а Δh — изменение высоты после того, как шарик лопнул, тогда число молей газа равно

$$\nu = \frac{P_0(hS - V)}{RT} + \frac{PV}{RT} = \frac{P_0S(h + \Delta h)}{RT} \Rightarrow \Delta h = \frac{V}{S} \left(\frac{P}{P_0} - 1 \right).$$

45.2. На рисунке изображены силы, которые действуют на тело. Сила трения направлена против движения. Так как тело движется с постоянной скоростью, то сумма всех сил, действующих на него, должна быть равна нулю. Пусть m — масса тела, тогда получаем систему уравнений



$$\begin{cases} \operatorname{tg} \beta = \frac{mg \sin \alpha}{F} \Rightarrow F = \frac{mg \sin \alpha}{\operatorname{tg} \beta} \\ \mu mg \cos \alpha = \sqrt{F^2 + m^2 g^2 \sin^2 \alpha} \end{cases} \Rightarrow \mu = \operatorname{tg} \alpha \sqrt{\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta} + 1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \beta}.$$

45.3. Пусть v — скорость пластин после неупругого удара, а v' — скорость верхней пластины, в момент когда отпустили вторую. Пусть C' — ёмкость конденсатора в момент, когда отпустили вторую пластину. Из такого определения получается, что $C/C' = d/D$.

Пусть q — заряд, который находится на пластине, то есть $q = CU$,

тогда запишем закон сохранения энергии и импульса:

$$\begin{cases} \frac{q^2}{2C} = \frac{mv'^2}{2} + \frac{q^2}{2C'} \\ mv' = 2mv \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{CU^2}{4m} \left(1 - \frac{d}{D}\right)}.$$

45.4. Пусть спортсмен подпрыгивает на высоту h , тогда длительность прыжка равна $t = 2\sqrt{2h/g}$. Следовательно, средняя скорость центра скакалки равна $v = 2 \times 2\pi(\ell/2)/t$, где ℓ — длина скакалки.

Высота прыжков составляет около 20 см, а длина скакалки $\ell \sim 2$ м, следовательно,

$$v = \pi\ell \times \sqrt{\frac{g}{2h}} \simeq \pi \times 2\text{м} \times \sqrt{\frac{10\frac{\text{м}}{\text{с}}}{2 \times 0,2\text{м}}} \simeq \pi \times 2 \times 1,6 \simeq 10\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

45.5. См. решение задачи 5 из варианта 44—ФФ.

Вариант 46р—ФЕН

46.1. Движение по гладкому участку, это равномерное движение. В случае возникновения силы трения тело начинает тормозиться с ускорением μg , следовательно время движения равно

$$t = \frac{L}{v} = \frac{v}{\mu g}, \quad (1)$$

где v — начальная скорость тела. Из (1) получаем, что

$$v = \sqrt{\mu g L}.$$

46.2. Пусть T — температура, до которой нагрели воздух для открытия клапана; ν — число молей газа под поршнем; V — объём цилиндра, тогда из уравнения состояния идеального газ имеем

$$\begin{cases} P_0 \frac{V}{2} = \nu R T_0, \\ (P_0 + P_1)V = \nu R T, \end{cases} \Rightarrow T = 2T_0 \frac{P_0 + P_1}{P_0}.$$

46.3. Воспользуемся законом Ньютона для случая, когда тело соскальзывает вниз, тогда

$$ma = mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha). \quad (1)$$

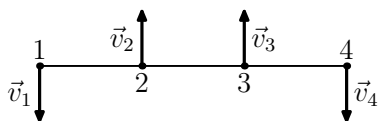
Теперь воспользуемся тем же законом Ньютона для случая, когда тело едет вверх:

$$ma = F(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) - mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha). \quad (2)$$

Разрешив (1) и (2) получаем, что $\mu = 1/3$.

Уточнение: В задании ФЕН, которое было выдано на открытой олимпиаде, угол α равнялся 30° . Это приводило к бессмысленному ответу, где $\mu > 1$. В этом случае брусок не может соскальзывать с уклона. Как ни странно, это не помешало решающим задачу. Формально её решило достаточное количество участников, но никто не заметил потенциальной проблемы⁷.

46.4. Пронумеруем заряды, как это показано на рисунке.



Пусть \vec{v}_i — скорость i -го заряда. Из закона сохранения импульса

$$v_1 - v_2 - v_3 + v_4 = 0 \Rightarrow v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = v.$$

Запишем закон сохранения энергии системы:

$$4\frac{kq^2}{L} + 2\frac{kq^2}{\sqrt{2}L} = 4\frac{mv^2}{2} + 3\frac{kq^2}{L} + 2\frac{kq^2}{2L} + \frac{kq^2}{3L}.$$

Разрешая предыдущее выражение, получаем

$$v = \sqrt{\left(\sqrt{2} - \frac{1}{3}\right) \frac{kq^2}{2mL}}.$$

⁷Если бы кто-то заметил, то этому кому-то добавили бы баллов за эту задачу. Так что будьте внимательны.

Вариант 47в–ФЕН

47.1. Движение с ускорением g , следовательно, время полёта можно вычислить по формуле

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} - \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}.$$

47.2. Пусть m_1 — масса газа в первом сосуде, а m_2 — масса газа во втором после изменения температуры, следовательно, $m_1 + m_2 = m$. Из уравнения состояния с учётом равенства конечного давления получаем, что

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}.$$

Отсюда $m_1 = \frac{m}{3}$. До изменения температуры масса газа в первом сосуде была равна $\frac{m}{2}$. Поэтому масса перешедшего воздуха равна $\frac{m}{2} - \frac{m}{3} = \frac{m}{6}$.

47.3. Пусть μ — коэффициент трения между грузом и полом, а F — сила натяжения пружины, тогда, воспользовавшись законом Ньютона, для случая когда тело начинает приближаться к оси вращения и для случая, когда тело начинает удаляться:

$$\begin{cases} m\omega_1^2 L = F - \mu mg, \\ m\omega_2^2 L = F + \mu mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu = (\omega_2^2 - \omega_1^2) \frac{L}{2g}, \\ x = \frac{F}{k} = m (\omega_2^2 + \omega_1^2) \frac{L}{2k}, \end{cases}$$

где x — начальное удлинение пружины.

47.4. Воспользуемся законом Ньютона и получим натяжение нити

$$T = \frac{kqQ}{L^2}, \quad (1)$$

где q и Q — заряды тел m и $2m$ соответственно.

Из (1) начальная потенциальная энергия равна

$$U_0 = \frac{kqQ}{L} = TL, \quad (2)$$

конечная потенциальная энергия равна

$$U_1 = \frac{kqQ}{2L} = \frac{TL}{2}. \quad (3)$$

Пусть v и u — скорости тел m и $2m$, соответственно, тогда из закона сохранения энергии получаем, что

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{2mu^2}{2} = U_0 - U_1 = TL - \frac{TL}{2} = \frac{TL}{2}, \quad (4)$$

а из сохранения импульса

$$mv = 2mu. \quad (5)$$

Скомбинировав (4) и (5), получаем, что

$$\begin{cases} u = \sqrt{\frac{TL}{6m}}, \\ v = 2\sqrt{\frac{TL}{6m}}. \end{cases}$$

Вариант 48—ФЕН

48.1. Так как удар абсолютно упругий, то скорость шарика после удара находим из закона сохранения энергии:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2gh. \quad (1)$$

Движение в поле тяжести равноускоренное, следовательно, расстояние, на которое отскочил шарик по горизонтали, равно

$$L = 2v_{\parallel} \times t = 2v_{\parallel} \times (v_{\perp}/g) = 2v \cos \alpha \times (v \sin \alpha/g) = v^2 \sin 2\alpha/g, \quad (2)$$

а так как нам требуется максимальное расстояние для отскока, то это произойдёт, когда $\sin 2\alpha = 1$, т. е., подставив (1) в (2), получим $L = v^2/g = 2gh/g = 2h$.

48.2. Пусть C — искомая ёмкость, q_1 — заряд, который возникнет на конденсаторе C_0 после замыкания, а q_2 — заряд на C также после замыкания. Тогда до замыкания заряд на искомом конденсаторе равнялся $q_0 = q_1 + q_2$. Из этих определений следует, что

$$\begin{cases} \frac{q_1}{C_0} = \frac{q_2}{C} = V, \\ \frac{q_1 + q_2}{C} = V_0, \end{cases}$$

отсюда $V \frac{C+C_0}{C} = V_0$, тогда $C = \frac{VC_0}{V_0 - V}$.

48.3. Пусть P — искомое давление; S — площадь сечения цилиндра; H — полная высота цилиндра; h_0 — начальная высота верхнего отсека. Так как температура везде и всегда в цилиндре постоянна и газ из цилиндра не утекает, то можно записать уравнение состояния в следующем виде:

$$\begin{aligned} P_0 S h_0 + \left(P_0 + \frac{mg}{S} \right) S (H - h_0) &= \\ = P S (h_0 + h) + \left(P + \frac{mg}{S} \right) S (H - h_0 - h) &\Rightarrow \\ \Rightarrow P_0 H = P H - mgh/S &\Rightarrow |V \equiv SH| \Rightarrow P = P_0 + \frac{mgh}{V}. \end{aligned}$$

48.4. Пусть μ — искомый коэффициент трения; a_1 — ускорение, которое испытывает тело при движении вверх; a_2 — при движении вниз, тогда

$$\begin{cases} a_1 = g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha, \\ a_2 = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha. \end{cases} \quad (1)$$

При своём перемещении тело проехало вверх и вниз одно и то же расстояние, и это расстояние равно

$$S = \frac{a_1 t^2}{2} = \frac{a_2 (2 \times t)^2}{2} \Rightarrow a_1 = 4a_2. \quad (2)$$

Подставим (1) в (2) и получим

$$g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha = 4g \sin \alpha - 4\mu g \cos \alpha \Rightarrow \mu = \frac{3}{5} \operatorname{tg} \alpha,$$

а

$$S = \frac{4}{5}gt^2 \sin \alpha.$$

Выделившееся в исследуемом процессе тепло есть разница начальной и конечной кинетических энергий:

$$Q = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = \frac{ma_1^2 t^2}{2} - \frac{ma_2^2 (2t)^2}{2} = \frac{24}{25}mg^2 t^2 \sin^2 \alpha.$$

Вариант 49р–ГГФ

49.1. Пусть x — искомое расстояние, тогда из закона сохранения энергии работа силы трения равна работе силы тяжести:

$$mgx \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha (2L + x) \Rightarrow x = \frac{2L}{\operatorname{tg} \alpha - \mu}.$$

49.2. Пока жидкость полностью не испарится, плотность пара неизменна. При увеличении объёма вдвое испарится вся жидкость и тогда масса пара удвоится, с дальнейшим ростом объёма втрое плотность пара изменится обратно пропорционально изменению объёма:

$$\rho = \frac{2m}{3V} = \frac{2}{3}\rho_0.$$

49.3. Пусть v — скорость частицы в магнитном поле, а R — радиус кривизны траектории, тогда по закону Ньютона

$$\frac{mv^2}{R} = qvB.$$

Так как постоянное магнитное поле не изменяет модуля скорости, а только поворачивает частицу, то движение в магнитном поле является движением по окружности, следовательно, искомое расстояние равно

$$L = \sqrt{2}R = \sqrt{2}\frac{mV}{qB}.$$

49.4. а) При параллельном соединении поступивший на схему заряд равен сумме зарядов соединенных пластин конденсаторов, а напряжения на всех конденсаторах одинаково и равно поданному напряжению.

б) Так как энергия имеет вид $W = CU^2/2$, а напряжения на конденсаторах равны, то $C_1/C_2 = W_1/W_2$.

Вариант 410в–ГГФ

410.1. Из закона сохранения энергии работа силы трения равна работе силы тяжести:

$$mgL \sin \alpha = \mu_1 mgx \cos \alpha + \mu_2 mg(L - x) \cos \alpha,$$

где x — расстояние до границы раздела, на котором отпущено тело, следовательно,

$$x = L \frac{\mu_2 - \operatorname{tg} \alpha}{\mu_2 - \mu_1}.$$

410.2. Пусть P — давление насыщенного пара; V — начальный объём пара; T — температура пара; μ — молярная масса пара, следовательно, из уравнения состояния для идеального газа получаем, что

$$\begin{cases} \frac{P}{2}V = \frac{m}{\mu}RT, \\ P\frac{V}{3} = \frac{(m-m_x)}{\mu}RT, \end{cases}$$

где m_x — масса сконденсировавшегося пара. Отсюда получаем $m_x = m/3$.

410.3. Пусть v — скорость частицы в магнитном поле, R — радиус кривизны траектории, тогда по закону Ньютона

$$\frac{mv^2}{R} = qvB.$$

Так как постоянное магнитное поле не изменяет модуля скорости, то время поворота равно

$$t = \frac{\pi R}{4v} = \frac{\pi m}{4qB}.$$

410.4. а) Ёмкость C — коэффициент, связывающий заряд с напряжением по формуле $C = q/U$.

б) Энергия конденсатора определяется по формуле $W = qU/2$.

Вариант 411—ГГФ

411.1. Пусть V — объём баллона. Так как температура постоянна, то сохранение количества вещества можно записать в виде

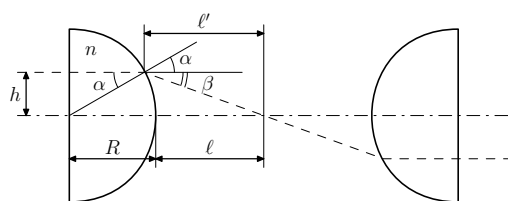
$$P_0V = P_2V + P_1V_1.$$

Отсюда $V = V_1P_1/(P_0 - P_2)$.

411.2. Пусть T — натяжение нити, α — угол наклона, тогда для каждого из тел можно записать закон Ньютона:

$$\begin{cases} m_1g \sin \alpha - \mu_1gm_1 \cos \alpha - T = 0, \\ T + m_2g \sin \alpha - \mu_2gm_2 \cos \alpha = 0, \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu_1m_1 + \mu_2m_2}{m_1 + m_2}.$$

411.3. Проследим путь луча, который падает на полусферу на рас-



стоянии h от главной оптической оси (см. рисунок). Чтобы луч вошёл и вышел параллельно главной оптической оси, он должен следовать пунктирной

линии на рисунке, пересекая главную оптическую ось точно между полусферами.

По закону преломления, с учётом того что все углы малы, получаем

$$\frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \simeq \frac{1}{n} \Rightarrow \beta \simeq (n - 1)\alpha.$$

В свою очередь,

$$\alpha \simeq \sin \alpha = h/R.$$

Так как пучок света тонкий, т. е. оптика геометрическая, то

$$\ell \simeq \ell' \simeq \frac{h}{\sin \beta} \simeq \frac{h}{(n - 1)\alpha} \simeq \frac{R}{n - 1},$$

значит, искомое расстояние равно

$$L = 2(R + \ell) \simeq 2R \frac{n}{n-1}.$$

411.4. а) Фотоэффект — вылет электронов из металла при освещении его светом⁸.

б) $\frac{mv^2}{2} = \hbar\omega - A$, где m — масса фотоэлектрона; v — максимальная скорость вылета; \hbar — постоянная Планка; ω — частота падающего света; A — работа выхода.

в) Красная граница фотоэффекта — наименьшая частота света, при которой фотоэффект прекращается.

2005 г.

Вариант 51р—ФФ

51.1. Пусть v_0 — скорость капли при пересечении верхней границы окна, тогда уравнение движения капли в поле тяжести:

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow v_0 = \frac{h}{t} - \frac{gt}{2}.$$

Пусть v_1 — скорость капли при пересечении нижней границы окна, тогда

$$v_1 = v_0 + gt \Rightarrow v_1 = \frac{h}{t} + \frac{gt}{2}.$$

Ответ: $v_0 = h/t - gt/2$, $v_1 = h/t + gt/2$.

51.2. Пусть U_{AB} — напряжение между точками А и В, а q_1 , q_2 и q_3 — заряды на конденсаторах C_1 , C_2 и C_3 соответственно. Запишем закон сохранения заряда в точке А:

$$q_1 + q_2 + q_3 = 0,$$

⁸Достаточно и такой формулировки.

где

$$\begin{cases} q_1 = C_1(U_1 - U_{AB}), \\ q_2 = C_2(U_2 - U_{AB}), \\ q_3 = C_3(U_3 - U_{AB}), \end{cases} \Rightarrow U_{AB} = \frac{C_1U_1 + C_2U_2 + C_3U_3}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

Ответ: $U_{AB} = (C_1U_1 + C_2U_2 + C_3U_3)/(C_1 + C_2 + C_3)$.

51.3. Давление в сосуде определяется массой поршня и равно $P = (M + m)g/S$ до отрыва груза и $P' = Mg/S$ после отрыва груза, где S — площадь поршня. Пусть ν — число молей газа в сосуде, а h — высота, на которую поднимется поршень после отрыва груза. Тогда из уравнения состояния идеального газа получаем

$$\begin{cases} \nu RT_0 = (M + m)gH, \\ \nu RT = Mg(H + h). \end{cases}$$

Тепло $Q = mgH_0$, выделившееся при неупругом ударе, идёт на работу по подъёму поршня $A = Mgh$ и приращение внутренней энергии гелия:

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}(Mg(H + h) - (M + m)gH) = \\ &= \frac{3}{2}(Mgh - mgH). \end{aligned}$$

Из закона сохранения энергии (первое начало термодинамики) следует

$$mgH_0 = Mgh + \frac{3}{2}(Mgh - mgH) \Rightarrow h = \frac{(2H_0 + 3H)m}{5M}.$$

Ответ: $h = m(2H_0 + 3H)/5M$.

51.4. Отношение плотностей равно отношению молярных масс. В данном случае

$$\mu_{H_2O}/\mu_{D_2O} = (1 \times 2 + 18)/(2 \times 2 + 18) = 1,1,$$

следовательно, так как в стандартном стакане помещается 200 г обычной воды, то масса тяжёлой воды будет на 20 г больше.

Ответ: на 20 г.

51.5. В первом случае сила тяжести ($m_1\vec{g}$ и $m_2\vec{g}$ соответственно), действующая на конусы равной массы, одинакова, а сила сопротивления (\vec{F}_1 и \vec{F}_2 соответственно) со стороны воздуха больше при той же скорости для большего конуса. Поэтому больший конус медленнее разгоняется и отстаёт от меньшего. Во втором случае ускорения практически равны, что указывает на пропорциональность силы сопротивления площади основания конуса:

$$\begin{cases} m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{F}_1, \\ m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{F}_2, \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{S_1}{S_2}.$$

Вариант 52р—ФФ

52.1. В этой задаче сохраняется площадь торцевой части разматывающегося рулона, поэтому

$$S_{\text{торца}} = \pi(R^2 - r^2) = \frac{at^2}{2} \times d \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\pi(R^2 - r^2)}{ad}},$$

где t — искомое время.

Ответ: $t = \sqrt{2\pi(R^2 - r^2)/ad}$.

52.2. Пусть x — расстояние от нижнего (свободного) шарика до выступа с верхним шариком, тогда в момент отрыва выполняется равенство сил:

$$\frac{kq^2}{x^2} = mg,$$

следовательно, по закону сохранения энергии

$$\frac{kq^2}{\ell} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kq^2}{x} - mgx \Rightarrow v = q\sqrt{\frac{2k}{m\ell}},$$

где v — искомая скорость.

Ответ: $v = q\sqrt{2k/m\ell}$.

52.3. Так как при нагреве газа жидкость вытесняется в горизонтальный участок, то в обоих коленах устанавливается одинаковое давление, следовательно, слева и справа одинаковое число молей. Пусть P_1 и P_2 начальные давления в правом и левом коленах соответственно, тогда

$$\begin{cases} P_1(H+h) = P_2(H-h), \\ P_2 - P_1 = \rho gh, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = \frac{\rho g(H-h)}{2}, \\ P_2 = \frac{\rho g(H+h)}{2}. \end{cases}$$

В ходе уменьшения h при нагреве те же формулы применимы при $h \rightarrow +0$, отсюда давление при температуре T , когда столбик жидкости вытесняется в горизонтальный участок трубки, равно

$$P = \lim_{h \rightarrow +0} P_1 = \lim_{h \rightarrow +0} P_2 = \frac{\rho g H}{2},$$

следовательно,

$$\frac{P_2(H-h)}{T_0} = \frac{PH}{T} \Rightarrow T_0 = T \frac{H^2 - h^2}{H^2},$$

где T_0 — начальная температура.

Ответ: $P_1 = \rho g(H-h)/2$, $P_2 = \rho g(H+h)/2$, $T_0 = T(H^2 - h^2)/H^2$.

52.4. Пусть вся вода вылилась, и осталась только капля на самом дне, тогда в случае, если капля на дно уже не опирается, записываем закон Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} \Rightarrow mg \cos \alpha = m\omega^2 r \sin \alpha,$$

где m — масса капли; \vec{a} — центростремительное ускорение капли; \vec{N} — реакция опоры со стороны стенки; r — радиус дна; ω — угловая частота; α — угол между вертикалью и стенкой ведра.

При $\omega > \sqrt{g \operatorname{ctg} \alpha / r}$ появится вертикальное ускорение.

Модель явления готова, теперь оценим ω : $\operatorname{ctg} \alpha = H/(R-r) \simeq 4 \div 9$, $r \simeq 0,1$ м, следовательно, $\omega = (2 \div 3) \cdot 10^1$ рад/с, т. е. число оборотов в секунду равно: $n = \frac{\omega}{2\pi} = 3 \div 5$ об/с.

52.5. Когда чашку ставят в горячую воду, то давление нагревающегося воздуха (и паров) возрастает, заметно уменьшая прижимающую силу, а значит, и силу трения, что приводит к сползанию чашки. Слой же воды вне чашки не позволяет выйти воздуху из неё, пока избыточное давление не сравняется с давлением слоя.

Попробуйте провести этот эксперимент самостоятельно.

Вариант 53р–ФФ

53.1. Энергия, выделяющаяся в проводах, равна $Q = U \cdot I$, поэтому

$$\frac{U^2 R_{1,2}}{(R + R_{1,2})^2} = \beta_{1,2} \frac{U^2}{R + R_{1,2}} \Rightarrow R_{1,2} = R \frac{\beta_{1,2}}{1 - \beta_{1,2}}.$$

Сопротивление однородного провода в случае постоянного тока обратно пропорционально его сечению, следовательно,

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\beta_1(1 - \beta_2)}{\beta_2(1 - \beta_1)} = 11.$$

Ответ: в 11 раз.

53.2. Пусть x — растяжение верхней и нижней пружин, а y — растяжение «передней» средней пружины, тогда «задняя» средняя пружина сожмётся на $y - x$. По второму закону Ньютона получим, что

$$m\vec{a} = ky + k(y - x). \quad (1)$$

Сумма сил, приложенных к заднему невесомому стержню, равна нулю, следовательно,

$$2k_0x = k(y - x) \Rightarrow y = x \frac{2k_0 + k}{k}.$$

После подстановки в (1) находим, что

$$x = \frac{ma}{4k_0 + k}.$$

Ответ: $x = ma/(4k_0 + k)$.

53.3. Перепады напряжения между пластинами на разных участках горизонтали равны, поэтому можно записать, что

$$E_1 d_1 = E_2 d_2. \quad (1)$$

Заряды плоских участков верхней пластины противоположны по знаку (q и $-q$), как и у участков нижней (Q и $-Q$)⁹. Поля, создаваемые этими зарядами в зазорах, можно найти как сумму полей плоскостей, тогда

$$\begin{cases} E_1 = E + k \frac{Q-q}{2S_1}, \\ E_2 = E - k \frac{Q-q}{2S_2}, \end{cases} \Rightarrow E_1 S_1 + E_2 S_2 = E(S_1 + S_2).$$

Воспользуемся равенством (1) и получим

$$E_{1,2} = E d_{2,1} \frac{S_1 + S_2}{S_1 d_2 + S_2 d_1}.$$

Ответ: $E_{1,2} = E d_{2,1} (S_1 + S_2) / (S_1 d_2 + S_2 d_1)$.

53.4. Когда пластину только отпустили, то разница давлений на верхнюю и нижнюю поверхности равна

$$\Delta P_0 = \rho_0 g d,$$

ρ_0 — плотность воды; g — ускорение свободного падения; d — толщина пластины.

Под воздействием силы трения со стороны воды в конце концов скорость тонущей пластины станет постоянной, следовательно, из второго закона Ньютона получаем, что

$$\Delta P_{\text{макс}} = \rho g d,$$

где ρ — плотность пластины. Следовательно, отношение давлений равно:

$$\frac{\Delta P_0}{\Delta P_{\text{макс}}} = \frac{\rho_0}{\rho} \simeq \frac{1}{8}.$$

Ответ: примерно в 8 раз.

⁹При зеркальной симметрии системы $Q = -q$.

53.5. Когда чашку ставят в горячую воду, то давление нагревающегося воздуха (и паров) возрастает, заметно уменьшая прижимающую силу, а значит, и силу трения, что приводит к сползанию чашки. Слой же воды вне чашки не позволяет выйти воздуху из неё, пока избыточное давление не сравняется с давлением слоя.

Попробуйте провести этот эксперимент самостоятельно.

Вариант 54–ФФ

54.1. Время соприкосновения мела с транспортёром равно $t = L/v$. За единицу времени мел рисует полосу длиной $v + u$. Общая длина ленты — $2 \times (L + \pi R)$, следовательно,

$$2 \times (L + \pi R) = L \frac{v + u}{v} \Rightarrow u = v \times \left(1 + 2\pi \frac{R}{L}\right).$$

Ответ: $u = v(1 + 2\pi R/L)$.

54.2. Так как сосуд всплывает, то масса вытесненной воды вначале равна массе сосуда, следовательно, объём воздуха вначале равен

$$V_1 = \frac{m}{\rho},$$

где m — масса сосуда; ρ — плотность воды. Давление в сосуде перед началом всплытия равно

$$P_1 = P + \rho g \left(H + \frac{V_1}{S} \right).$$

Объём воздуха в сосуде после всплытия равен

$$V_2 = V_1 + hS,$$

а давление

$$P_2 = P + \frac{\rho g V_1}{S}.$$

Получилось четыре уравнения и пять неизвестных. Дополним систему пятым уравнением — уравнением состояния идеального газа в случае изотермического процесса:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

и разрешим её, тогда

$$h = \frac{mgH}{PS + mg}.$$

Ответ: $h = mgH/(PS + mg)$.

54.3. Запишем второй закон Ньютона:

$$\frac{mv^2}{r} = qBv - \frac{kq^2}{4r^2}. \quad (1)$$

Разрешив квадратное уравнение (1) относительно v , получим

$$v = \frac{qBr}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{qBr}{2m}\right)^2 - \frac{kq^2}{4mr}}.$$

Минимальное возможное значение B_{\min} отвечает обращению в нуль подкоренного выражения, следовательно,

$$B_{\min} = \sqrt{\frac{km}{r^3}}.$$

Ответ: $B_{\min} = \sqrt{km/r^3}$.

54.4. Предельная скорость автомобиля определяется соотношением $\mu mg = F$, где F — сила сопротивления воздуха. При исчезновении трения автомобиль тормозится воздухом с ускорением $a = \mu g$, следовательно, уменьшение скорости равно

$$\Delta v = \frac{aL}{v} = \frac{\mu gL}{v} \simeq \frac{0.5 \times 9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \times 20 \text{ м}}{50 \frac{\text{м}}{\text{с}}} \simeq 2 \text{ м/с}.$$

54.5. Когда бумага прижата вплотную, то рассеяние света от «точки» надписи происходит на малом участке матовой поверхности, прилегающей к точке. Тогда лучи, идущие в направлении наблюдателя

от разных точек, не совпадают и детали надписи видны чётко. Когда лист бумаги отодвинут, то на любой малый участок матовой поверхности одновременно попадают лучи от разных точек надписи, и в направлении наблюдателя будут совместно идти лучи света от всех точек надписи. Поэтому надпись полностью «размажется».

Вариант 55—ФФ

55.1. Пусть P — давление под подвижным поршнем, тогда запишем уравнения состояния идеального газа:

$$\begin{cases} PV_0 = \nu_0 RT_0, \\ PV = \nu RT, \end{cases}$$

где ν_0 и ν — число молей газа в начале и в конце соответственно, следовательно,

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{\nu_0 - \nu}{\nu_0} = 1 - \frac{\nu}{\nu_0} = 1 - \frac{VT_0}{V_0T}.$$

Ответ: $1 - VT_0/V_0T$.

55.2. Запишем закон Ньютона по направлению движения бусинки и вдоль спицы для момента времени, когда бусинка начинает соскальзывать:

$$\begin{cases} N = ma \\ \frac{mv^2}{r} = \mu N \end{cases} \Rightarrow \frac{m(at)^2}{r} = \mu ma \Rightarrow t^2 = \frac{\mu r}{a},$$

где N — реакция опоры со стороны спицы, t — время от начала движения спицы, следовательно, длина дуги равна

$$s = \frac{at^2}{2} = \frac{\mu r}{2}.$$

Ответ: $\mu r/2$.

55.3. Так как τ мало, то за один цикл напряжение конденсатора не меняется, поэтому за первый период энергосодержание на сопротивлении равно

$$Q_1 = \left(\frac{U_1^2}{R} + \frac{U_2^2}{R} \right) \times \tau.$$

Через большое время напряжение на конденсаторе U устанавливается такое, что ток зарядки равен току разрядки, т. е.

$$I = \frac{U_1 - U}{R} = \frac{U + U_2}{R} \Rightarrow I = \frac{U_1 + U_2}{2R} \Rightarrow Q_2 = \frac{(U_1 + U_2)^2}{2R} \times \tau, \quad (1)$$

где Q_2 — энергосодержание за период после большого числа переключений. Из (1) получаем и заряд на конденсаторе:

$$q = CU = C \frac{U_1 - U_2}{2}.$$

Ответ: $Q_1 = (U_1^2/R + U_2^2/R)\tau$, $Q_2 = (U_1 + U_2)^2\tau/2R$, $q = C(U_1 - U_2)/2$.

55.4. При вдохе и выдохе перемещается масса m , равная $3 \div 5$ кг, на расстояние $\ell \simeq 2$ см примерно за $\delta t \simeq 1$ с. Следовательно, при вдохе человек давит на поверхность с силой порядка

$$\Delta F = ma \simeq \frac{2m\ell}{t^2} \simeq 10\text{г} \simeq 0,1 \text{ Н}.$$

55.5. Когда бумага прижата вплотную, то рассеяние света от «точки» надписи происходит на малом участке матовой поверхности, прилегающей к точке. Тогда лучи, идущие в направлении наблюдателя от разных точек, не совпадают и детали надписи видны чётко. Когда лист бумаги отодвинут, то на любой малый участок матовой поверхности одновременно попадают лучи от разных точек надписи и в направлении наблюдателя будут совместно идти лучи света от всех точек надписи. Поэтому надпись полностью «размажется».

Вариант 56р–ФЕН

56.1. Запишем работу силы тяжести:

$$A_{\text{тяж}} = mg(\ell + x) \sin \alpha$$

и работу силы трения:

$$A_{\text{тр}} = \mu mg \cos \alpha.$$

Из закона сохранения энергии условие на преодоление шероховатой полоски:

$$A_{\text{тяж}} \geq A_{\text{тр}},$$

следовательно, $x = \ell(\mu \operatorname{ctg} \alpha - 1)$, если $\mu > \operatorname{tg} \alpha$, и $x = 0$, если $\mu \leq \operatorname{tg} \alpha$.

Ответ: $x = \ell(\mu \operatorname{ctg} \alpha - 1)$, если $\mu > \operatorname{tg} \alpha$, и $x = 0$, если $\mu \leq \operatorname{tg} \alpha$.

56.2. Пусть P_0 — давление атмосферы, тогда в случае изотермического процесса получается

$$\begin{cases} P_0 h_0 = P_1 h_1, \\ P_0 h_0 = P_2 h_2, \end{cases} \quad (1)$$

где P_1 и P_2 — давление воздуха внутри не перевёрнутой и перевёрнутой трубки соответственно. Пусть m — масса вынутаго столба жидкости, тогда условие его равновесия можно записать как

$$\begin{cases} P_1 S + mg = P_0 S, \\ P_0 S + mg = P_2 S, \end{cases} \Rightarrow P_2 - P_0 = P_0 - P_1. \quad (2)$$

Подставляем в это уравнение значения P_1 и P_2 из (1) и (2) и получаем

$$\frac{P_0 h_0}{h_1} - P_0 = P_0 - \frac{P_0 h_0}{h_2} \Rightarrow h_2 = \frac{h_0 h_1}{2h_1 - h_0}.$$

Ответ: $h_2 = h_0 h_1 / (2h_1 - h_0)$.

56.3. Запишем условие отрыва груза массы M :

$$T = Mg,$$

где T — натяжение нити.

Из сохранения длины нити ускорение груза массы m равно

$$A = 2a.$$

Из второго закона Ньютона

$$mA = T - mg \Rightarrow M \geq m \left(1 + 2\frac{a}{g} \right).$$

Ответ: $M \geq m(1 + 2\frac{a}{g})$.

56.4. Из соображения «симметрии» треугольник должен быть равнобедренный. Пусть R — длина стороны, соединяющей q и $3q$ заряды. При отсутствии трения натяжение всех участков петли одинаково. Тогда из равновесия заряда q получим

$$T = 3\frac{kq^2}{R^2}, \quad (1)$$

а из равновесия заряда $3q$ получаем

$$T = 9\frac{kq^2}{4R^2 \cos^2 \alpha}. \quad (2)$$

Следовательно, приравняв T из (1) и (2), получим

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$

Ответ: $\alpha = 30^\circ$.

Вариант 57р–ФЕН

57.1. Пусть тело с массой M придёт в движение при сжатии пружины на x , тогда

$$kx = \mu Mg. \quad (1)$$

«Граничный случай» отвечает остановке тела с искомой массой m , следовательно, уменьшение потенциальной энергии пружины равно работе силы трения на пути $x_0 + x$:

$$\frac{kx_0^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \mu mg(x_0 + x) \Rightarrow \frac{k(x_0 - x)}{2} = \mu mg. \quad (2)$$

Подставив (1) в (2), получим¹⁰, что

$$m = \frac{kx_0}{2\mu g} - \frac{M}{2}.$$

Ответ: $m = kx_0/2\mu g - M/2$.

57.2. Приравниваем перемещения тел по вертикали и горизонтали:

$$\begin{cases} \left(vt + \frac{at^2}{2} \right) \sin \alpha = \frac{gt^2}{2}, \\ \left(vt + \frac{at^2}{2} \right) \cos \alpha = ut, \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{gt^2}{2ut} \Rightarrow t = \frac{2u \operatorname{tg} \alpha}{g}.$$

После сокращения первого (или второго) уравнения на t и подстановки t и $a = g \sin \alpha$ находим, что

$$u = \frac{v}{\cos \alpha}.$$

Можно рассмотреть проекции скорости и ускорения второго тела на оси по склону и по нормали к склону.

Ответ: $u = v / \cos \alpha$.

57.3. Пусть суммарный объём песчинок равен V , тогда из уравнения состояния газа получим, что

$$\begin{cases} P(SH_0 - V) = \nu RT_0, \\ P(SH - V) = \nu RT, \end{cases}$$

где P — давление газа в сосуде, ν — число молей. Разделив одно уравнение на другое, найдём V и затем, подставив $\rho = m/V$, получим, что

$$\rho = \frac{m(T - T_0)}{S(H_0T - HT_0)}.$$

Ответ: $\rho = m(T - T_0)/S(H_0T - HT_0)$.

¹⁰Описанное в условии происходит при $kx_0 > \mu Mg$.

57.4. Силу отталкивания бусинок с зарядом q $F_{qq} = kq^2/r^2$ уравновешивает составляющая вдоль спицы силы притяжения закреплённого заряда Q ($Qq < 0!$), следовательно,

$$\frac{kq^2}{r^2} = -\frac{kqQr}{2\left(h^2 + \frac{r^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow Q = -2q\left(\frac{h^2}{r^2} + \frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Ответ: $Q = -2q(h^2/r^2 + 1/4)^{3/2}$.

Вариант 58—ФЕН

58.1. Проведите линию (радиус) из точки O в точку пересечения луча с шаром и опустите из точки пересечения на главную оптическую ось перпендикуляр. Пусть β — угол между радиусом и продолжением пути луча, а α — угол между радиусом и главной оптической осью, тогда

$$\sin \alpha = n \sin \beta.$$

Пусть R — радиус шара, тогда

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{H}{R}, \\ \sin \beta = \frac{h}{R}, \end{cases} \Rightarrow h = \frac{H}{n}.$$

Ответ: $h = H/n$.

58.2. Поскольку суммарная сила, действующая на тело, $\vec{T} + m\vec{g}$ неизменна по величине и направлению, то и ускорение \vec{a} неизменно по величине и направлению. При нулевой начальной скорости тело движется по прямой под углом α к горизонтали, тогда в момент времени t , когда тело поднялось на высоту H :

$$\begin{cases} v = at \\ \frac{H}{\sin \alpha} = \frac{at^2}{2} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{v^2 \sin \alpha}{2H}.$$

Ответ: $a = v^2 \sin \alpha / 2H$.

58.3. Пусть ρ — плотность воды; k — жёсткость пружины; S — сечение поршня, следовательно, можно записать условие равновесия для второго и третьего случая:

$$\begin{cases} \rho g V_1 = k \frac{V_1 - V_0}{S}, \\ \rho g V = k \frac{2V - V_0}{S}, \end{cases} \Rightarrow \frac{V}{V_1} = \frac{2V - V_0}{V_1 - V_0} \Rightarrow V = \frac{V_1 V_0}{V_1 + V_0}.$$

Ответ: $V = V_1 V_0 / (V_1 + V_0)$.

58.4. Пусть T — температура газа, x — искомое смещение вправо, когда температуры в правой выровнялись, тогда из уравнения состояния идеального газа получаем

$$\begin{cases} L_1 T_1 = (L_1 + x) T, \\ L_2 T_2 = (L_2 - x) T, \end{cases} \Rightarrow \frac{L_1 T_1}{L_2 T_2} = \frac{L_1 + x}{L_2 - x} \Rightarrow x = L_1 L_2 \frac{T_1 - T_2}{L_1 T_1 + L_2 T_2}.$$

Ответ: $x = L_1 L_2 (T_1 - T_2) / (L_1 T_1 + L_2 T_2)$.

Вариант 59р–ГГФ

59.1. Пусть V_0 — объём воды в сосуде; H — уровень жидкости в начале (до отрыва шарика); S — сечение сосуда, тогда

$$V_0 + V = HS.$$

При всплытии по закону Архимеда шар вытесняет объём воды равный его массе, следовательно,

$$V_0 + \frac{m}{\rho} = (H - h)S \Rightarrow m = \rho(V - hS).$$

Ответ: $m = \rho(V - hS)$.

59.2. По второму закону Ньютона

$$\begin{cases} \frac{mv^2}{R} = N \cos \alpha, \\ mg = N \sin \alpha, \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{Rg \operatorname{ctg} \alpha},$$

где v — скорость шара, а N — реакция опоры.

Ответ: $v = \sqrt{Rg \operatorname{ctg} \alpha}$.

59.3. Так как температура не изменилась, то из уравнения состояния идеального газа получим

$$(P - \rho gh)(H - h) = P(H - h - d) \Rightarrow P = \frac{\rho gh(H - h)}{d}.$$

Ответ: $P = \rho gh(H - h)/d$.

59.4.

Вариант 510р–ГГФ

510.1. Уровень воды в цилиндре после образования отверстия сравняется с уровнем воды снаружи. Запишем условие равновесия до образования отверстия и после:

$$\begin{cases} \rho SH = m + \rho s(H + h), \\ \rho S(H - y) = m + \rho s(H - y), \end{cases}$$

где $S = \pi R^2$, $s = \pi r^2$; H — глубина погружения цилиндра до образования отверстия; ρ — плотность воды; y — искомое смещение цилиндра после образования отверстия. Вычитая эти уравнения друг из друга, получаем

$$\rho Sy = \rho s(h + y) \Rightarrow y = \frac{hs}{S - s} = \frac{hr^2}{R^2 - r^2}.$$

Ответ: $y = hr^2/(R^2 - r^2)$.

510.2. Запишем второй закон Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{a} = \vec{T} + m\vec{g} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{g}{\sin \alpha}, \\ T = mg \operatorname{ctg} \alpha. \end{cases}$$

Ответ: $a = \frac{g}{\sin \alpha}$, $T = mg \operatorname{ctg} \alpha$.

510.3. Пусть U_1 , U_2 и q_1 , q_2 — падение напряжения и заряды на конденсаторах C_1 и C_2 , соответственно тогда

$$U_1 + U_2 = U = \frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}, \quad (1)$$

где q — заряд на конденсаторе C . Так как в начале конденсаторы C_1 и C_2 были не заряжены, то

$$q_1 = q_2 = \frac{C_1 C_2 U}{C_1 + C_2}. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), получим

$$q = CU + \frac{C_1 C_2 U}{C_1 + C_2}.$$

Ответ: $q = CU + C_1 C_2 U / (C_1 + C_2)$.

510.4.

Вариант 511–ГГФ

511.1. Запишем закон сохранения энергии и закон сохранения импульса:

$$\begin{cases} mgR = \frac{Mu^2}{2} + \frac{mv^2}{2}, \\ Mu = mv, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = \sqrt{\frac{2gRM}{M+m}}, \\ u = \frac{m}{M} \sqrt{\frac{2gRM}{M+m}}, \end{cases}$$

где v — скорость тела массы m , а u — M .

Ответ: $v = \sqrt{2gRM/(M+m)}$.

511.2. Так как ток постоянный, то ток через сопротивления равен

$$I = \frac{U}{6R},$$

а напряжение на конденсаторах

$$\begin{cases} U_1 = I(R + 2R) = \frac{U}{2} \\ U_2 = I(2R + 3R) = \frac{5U}{6}, \end{cases}$$

где U_1 и U_2 — напряжение на верхнем и нижнем конденсаторе, соответственно. Следовательно, заряды на конденсаторах равны

$$\begin{cases} q_1 = CU_1 = \frac{CU}{2}, \\ q_2 = CU_2 = \frac{5CU}{6}. \end{cases}$$

Мощность, которая выделяется на сопротивлениях, равна

$$N = I^2 \times 6R = \frac{U^2}{6R}.$$

Ответ: $q_1 = CU/2$, $q_2 = 5CU/6$, $N = U^2/6R$.

511.3. Пусть P_0 — атмосферное давление, тогда

$$P_0 S = PS + mg.$$

Пусть P_1 — давление в сосуде, когда выпадает поршень, следовательно,

$$P_1 H = P(H - h).$$

Запишем второй закон Ньютона для поршня в момент, когда он выпадает:

$$ma = (P_0 - P_1)S - mg \Rightarrow a = \frac{PSh}{mH}.$$

Ответ: $a = PSh/mH$.

511.4.

2006 г.

Вариант 61р–ФФ

61.1. $I = 2U/3R$.

61.2. $u^2 = 2gh$; $v^2 = 2gR$; $(u \pm v)^2 = 2g(h_{1,2} + R)$;
 $h_{1,2} = h \pm 2\sqrt{hR}$.

$$61.3. \quad P_2 - P_1 = 2mg/S; \quad P_2 h / (h + x) - P_1 h / (h - x) = \\ = mg/S = (P_2 - P_1)/2; \quad (h + x)^2 / (h - x)^2 = P_2 / P_1; \\ x = h/3; \quad Q = mgh - mgx = 2mgh/3.$$

$$61.4. \quad v^2 = gL; v^2 = aR_a; a/g = \rho_a R_a / \rho_3 R_3 = L/R_a;$$

$$R_a^2 = \rho_3 R_3 L / \rho_a; R_a \approx 20 \text{ км.}$$

$$(\rho_3 / \rho_a \approx 1; R_3 \approx 6400 \text{ км}; L \approx 50 \text{ м}).$$

61.5. Плотность солевого раствора ρ больше плотности воды ρ_0 . Условия плавания $\rho V = m$; $\rho_0(V + sH) = m$; $H = (\rho - \rho_0)V/s$. Поскольку диаметры спиц заметно отличаются (у толстой примерно в 5–6 раз больше), то её смещение, обратно пропорциональное площади сечения, значительно меньше (примерно в 25–36 раз).

Вариант 62р–ФФ

$$62.1. \quad \operatorname{tg} \alpha = (1 + m/M)\mu.$$

62.2. Давление воздуха в стакане неизменно. Поэтому неизменен и уровень воды в стакане по отношению к уровню воды вне. Тогда $V = V_0 + (h - h_0)S$; $V = V_0 T / T_0$.

$$V_0 = (h - h_0)ST_0 / (T - T_0).$$

62.3. $R = R_0 - 2\rho vt$; $vBH = IR + q/C = I(R_0 - 2\rho vt) + It/C$; при $t = 0$ находим $I = vBH/R_0$; поскольку $v = 1/2\rho C$, то $I = BH/2R_0\rho C$.

62.4. $mv^2/2 = mgh$; $v = 4 \text{ м/с}$ при $h = 1 \text{ м}$; $q = 1 \text{ л/с} = vs$; $s = 2 \text{ см}^2$.

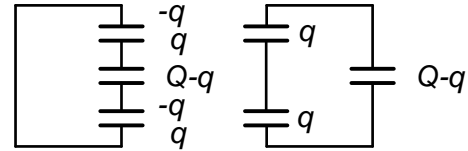
62.5. См решение задачи 5 варианта 61р–ФФ.

Вариант 63–ФФ

$$63.1. \quad T_x = ma; T_y = mg; T = m\sqrt{a^2 + g^2}.$$

$$63.2. \quad mg = PS; PSH = \nu RT; U = (3/2)\nu RT; \\ N\Delta t = mg\Delta H + \Delta U = (5/2)mg\Delta H; v = \Delta H/\Delta t = 2N/5mg.$$

63.3. Заряд нижней внешней пластины q , верхней $-q$. Условие нулевого напряжения $qH = Qh$. Энергия системы вначале может считаться равной энергии трёх конденсаторов, двух с зарядами q и одного с зарядом $Q - q$.



$$W_0 = q^2(H - h)/2\varepsilon_0 S + (Q - q)^2 h/2\varepsilon_0 S.$$

В конце же энергия $W = Q^2 h/2\varepsilon_0 S$.

$$\text{Работа } A = W - W_0 = Q^2 h^2/2\varepsilon_0 SH.$$

Можно начальную энергию рассчитать иначе, как энергию двух конденсаторов плюс энергию взаимодействия, равную $-qQh/\varepsilon_0 S$.

Или найти эквивалентную схему (см. рисунок), содержащую сначала три, а затем два конденсатора и найти разность энергий.

$$63.4. \quad v \approx (2\pi/T)H = 3 \text{ см/с} \quad (H = 500 \text{ м}; T = 86400 \text{ с}).$$

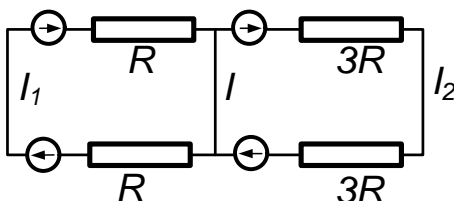
63.5. При повороте катушки в ней меняется знак потока, а значит и ЭДС. Поэтому почти одинаковые ЭДС в катушках в одном случае складываются, а в другом вычитаются. В соответствии с этим при неизменном общем сопротивлении в одном случае ток заметен, а в другом — близок к нулю.

Вариант 64—ФФ

$$64.1. \quad \rho = \rho_0 m/(m + \rho_0 S(h_0 - h)).$$

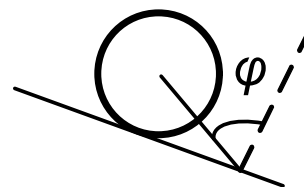
$$64.2. \quad \varepsilon_{\text{макс}} = \omega BHh; I_1 2R = 2\varepsilon_{\text{макс}}; I_2 6R = 2\varepsilon_{\text{макс}}; \\ I = I_1 - I_2 = 2\omega BHh/3R.$$

$$64.3. \quad C_0 U_0^2/2 + mgh = mv^2/2 + CU^2/2; C_0 U_0 = CU; \\ C = C_0^2 U_0^2/(C_0 U_0^2 + 2mgh - mv^2).$$



64.4. $m = M_0 - M$; $PV = (M/\mu)RT$; $PV = (M_0/\mu)RT_0$;
 $M = mT_0/(T - T_0)$; $Q = cM(T - T_0)$; $Q = cmT_0 = 30 \text{ МДж}$.

64.5. Массивное колесо давит на стержень с некоторой силой F , при лёгком стержне можно считать эту силу направленной вдоль стержня. Если угол между стержнем и нормалью к доске φ , то при проскальзывании $f_{\text{тр}} = \mu F \cos \varphi \leq F \sin \varphi$.



Условие проскальзывания $\text{tg } \varphi > \mu$ выполняется для длинного стержня, а для короткого происходит «заклинивание».

Вариант 65р–ФЕН

65.1. $u = PS\tau/(m_1 + m_2)$.

65.2. $r = v_x t$; r максимально при максимальных t и v_x . Тогда конечное $v_y = 0$, а начальное $v_y^2 = 2gH$; $t^2 = 2H/g$; $v_x^2 = r^2/t^2 = gr^2/2H$; $v^2 = g(r^2 + 4H^2)/2H$.

65.3. $H = 0,75L + h$; $H + x = L + h + y$; $x = 0,25L + y$.
 $\rho_0 Sh = M + 0,75m(\rho - \rho_0)$; $\rho_0 S(h + y) = M + m(\rho - \rho_0)$;
 $y = 0,25m(\rho - \rho_0)/\rho_0 S$. $x = 0,25(L + m(\rho - \rho_0)/\rho_0 S)$.

65.4. $Mg = k/H^2$; $Mgh + k/h = Mgx + k/x$; $x = H^2/h$.

Вариант 66–ФЕН

66.1. Пусть c — гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами a и b . По закону преломления $na/c = \sin \alpha$; $nb/c = \sin \beta$;
 $\sin \beta = (b/a) \sin \alpha$.

66.2. При отсутствии трения натяжение тросика T одинаково слева и справа. Тогда

$$ma = T(\cos \alpha - \cos \beta); mg = T(\sin \alpha + \sin \beta);$$

$$a = g(\cos \alpha - \cos \beta)/(\sin \alpha + \sin \beta).$$

$$66.3. \omega_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}\omega.$$

$$66.4. u = v - q\sqrt{k/mR}.$$

Вариант 67р–ГГФ

$$67.1. (M + m)v^2/2 = Mgh; H = L^2/2R;$$

$$v^2 = MgL^2/(M + m)R.$$

$$67.2. I = N/U_0; U - Ir = U_0; r = (U - U_0)U_0/N.$$

$$67.3. (P_2 - P_1)ST_1/T = mg + F; (P_2 - P_1)ST_2/T = mg - F;$$

$$F = mg(T_1 - T_2)/(T_1 + T_2).$$

$$67.4. \text{ а) } v_1 = R\sqrt{4\pi G\rho/3+};$$

$$\text{ б) } v_1 = 3 \text{ км/с};$$

$$\text{ в) } g_m = 4\pi G\rho R/3 = 3,7 \text{ м/с}^2.$$

Вариант 68–ГГФ

$$68.1. PL_0 = (P - \rho gH)L; P = \rho gHL/(L - L_0).$$

68.2. Из рассмотрения проекций сил по вертикали и горизонтали имеем: $(T_1 - T_2)/2 = mg - kq^2/2R^2$; $T_1 + T_2 = kq^2/R^2$.

$$T_1 = mg; T_2 = kq^2/R^2 - mg.$$

$$68.3. h \cos \alpha = H \cos \beta; \sin \alpha = n \sin \beta; \sin^2 \alpha = n^2(H^2 - h^2)/(n^2H^2 - h^2).$$

$$68.4. \text{ а) } P = UI = I^2R = U^2/R \text{ (в любом варианте);}$$

$$\text{ б) } I = P/U = 10/22 \text{ А} = 0,45 \text{ А};$$

$$\text{ в) } R = U^2/P = 10 \text{ Ом}.$$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Элементарный учебник физики: Учеб. пособие: В 3 т. 10-е изд., перераб / Под ред. Г. С. Ландсберга. М.: Наука, 1985—1986.

Бутиков Е. И., Быков А. А., Кондратьев А. С. Физика в примерах и задачах. 3-е изд. М.: Наука, 1989.

Брук Ю. М., Стасенко А. Л. Как физики делают оценки — метод размерностей и порядки физических величин // О современной физике — учителю. М.: Знание, 1975.

Перельман Я. И. Занимательная физика: В 2 кн. 21-е изд. М.: Наука, 1986.

Маковецкий П. В. Смотри в корень. 5-е изд. М.: Наука, 1984.

Уокер Дж. Физический фейерверк: Вопросы и ответы по физике: Пер. с англ. / Под ред. И. Ш. Слободецкого. М.: Мир, 1979.

Коган Б. Ю. Сто задач по физике. 2-е изд. М.: Наука, 1986; Размерность физической величины. М.: Наука, 1968.

Ланге В. Н. Физические парадоксы, софизмы. М.: Просвещение, 1967.

Енохович А. С. Справочник по физике и технике. М.: Просвещение, 1976.

Гольдфарб Н. И. Сборник вопросов и задач по физике. М.: Просвещение, 1982.

Сборник задач по элементарной физике / Б. Б. Буховцев, Г. Я. Мякишев, В. Д. Кривченко, И. М. Сараева. 5-е изд. М.: Наука, 1987.

Балаш В. А. Задачи по физике и методы их решения. М.: Просвещение, 1983.

Тульчинский М. Е. Занимательные задачи-парадоксы и софизмы по физике. М.: Просвещение, 1971.

Ащеулов С. В., Барышев В. А. Задачи по элементарной физике. Л.: Изд-во ЛГУ, 1974.

Задачи по физике / И. И. Воробьев, П. И. Зубков, Г. А. Кутузова и др.; Под ред. О. Я. Савченко. 2-е изд. М.: Наука, 1988.

Слободецкий И. Ш., Асламазов Л. Г. Задачи по физике. М.: Наука, 1980. (Б-чка «Квант». Вып. 5).

Слободецкий И. Ш., Орлов В. А. Всесоюзные олимпиады по физике. М.: Просвещение, 1982.

Сборник задач по физике / Л. П. Баканина, В. Е. Белонучкин, С. М. Козел, И. П. Мазанько; Под ред. С. М. Козела. М.: Наука, 1983.

Задачи московских физических олимпиад / Под ред. С. С. Кротова, М.: Наука, 1988. (Б-чка «Квант». Вып. 60).

Учебное издание

ШКОЛЬНАЯ ФИЗИКА В ЗАДАЧАХ С РЕШЕНИЯМИ
Часть II

Меледин Генрий Викторович,
Черкасский Валерий Семенович

Редактор С. Д. Андреева

Подписано в печать	24.04.2007 г	Формат 60 × 84/16
Офсетная печать.	Усл. печ. л. 24,18	Уч.-изд. л. 26.
Заказ №	Тираж 300 экз.	

Редакционно-издательский центр
Новосибирский государственный университет
630090, Новосибирск-90, ул. Пирогова, 2.