Уважаемая комиссия, вашему вниманию представлена работа на тему “Минимизация неявно заданной функции, применение метода имитации отжига”

Слайд0: ТИТИУЛЬНИК (5 сек)

Данная работа посвящена применению метода отжига для решения NP-полной задачи

Слайд1: ***постановка задачи 1*** *(30 сек)*

1. Поставлена целочисленная задача о ранце на максимизацию.
2.

Для поставленной задачи будем называть оптимальным решением точку p, принадлежащую множеству из наборов длины n целых положительных чисел, на которой достигается максимум целевой функции и удовлетворяющая следующему ограничению $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \leq b$.
Тогда оптимальное значение функции для этой задачи – это значение целевой функции в этой точке.

3. Введем множество из наборов размерности n, у которых k компонент отличны от нуля <Z_k^n>
4. Тогда:

Аналогично введем понятия k-оптимального решения и k-оптимального значения функции для описанного множества

Слайд2: ***постановка задачи 2, цель работы*** (22 сек)

1. Для сравнения оптимального значения целочисленной задачи о ранце и k-оптимального введём понятие точности k - оптимального решения $< \boldsymbol{\alpha_k} = \frac{\boldsymbol{\lambda_k(a,b,c)}}{\boldsymbol{\lambda(a,b,c)}} >$
2. И тогда введем понятие гарантированной точности k-оптимального решения, как точную нижнюю грань точности k-оптимального решения этой же задачи:
$$< \alpha_{k,n} = \inf_{a,b,c} \left\{ \left| \frac{\lambda_k(a,b,c)}{\lambda(a,b,c)} \right| : \text{ a, c} \in Z_+{}^n, b \in N \right\} >$$
3. Требуется: для различных k и n - задачах найти инфинум от модуля отношения приближенного решения целочисленной задачи о рюкзаке к точному

Слайд3: ***сложность задачи, методы решения*** (30 сек)

1. Данная задача относится к классу NP-полных
2. Решение NP-задач возможно перебором всех кандитатов, но это занимает много времени, которое экспоненциально увеличивается с количеством входных данных.
3. Для NP-полных задач существуют приближенные методы, которые дают достаточно точный результат за разумное время, и поэтому для решения данной задачи был выбран один из эвристических алгоритмов – метод имитации отжига

Слайд4: ***алгоритм метода имитации отжига*** (29 сек)

1. На вход метода имитации отжига подается начальная температура $\mathrm{t_{max}}$ и конечная температура минимальная $\mathrm{t_{min}}$
2. Задается произвольное состояние s_1 и температура на 1ой итерации $t_1 = t_{max}$
3. Далее, пока температура i-ой итерации не стала меньше, чем $\mathrm{t_{min}}$:
   3.1. Получаем новое состояние i-ой итерации
   3.2. Подсчитываем разницу энергии прошлого состояния и полученного
   3.3. Если энергия «кандидата» меньше, то он становится новым состоянием
   Иначе переход осуществляется с некоторой вероятностью
   3.4. И понижаем температуру

Слайд5: ***исследования, задача поиска $\boldsymbol{\alpha_{1,\,n}}$***

1. Первое из исследований – задача, когда k = 1 и n от 3 до 5
2. Для этой задачи известно, что $\boldsymbol{\alpha_{1,\,n}}$ удовлетворяет следующей оценке <0,59136>
3. Из запуска программной реализации удалось минимизировать отношение приближенного решения к точному до значений, удовлетворяющих этой же нижней оценке

Слайд6: ***исследования, задача поиска $\boldsymbol{\alpha_{n-1,\,n}}$***

1. Следующее исследование – решение задачи при k = n-1, n = $\overline{3,6}$
2. Для этой задачи известны фиксированные значения для $\boldsymbol{\alpha_{n-1,\,n}}$
3. И из программной реализации для n = 3, 4 удалось минимизировать отношение приближенного решения к точному до этих же значений.

Слайд7: ***исследования, задача поиска $\boldsymbol{\alpha_{2,\,n}}$*** и $\boldsymbol{\alpha_{3,\,5}}$

1. Теперь рассмотрим задачу поиска $\alpha_{2,\,n}$ для n от 4 до 10. Известно, что $\alpha_{2,\,n}$ принадлежит следующему отрезку: $< \frac{2^n - 2^{n-k}}{2^n - 1} = \frac{2^n - 2^{n-2}}{2^n - 1} \leq \alpha_{2,n} \leq \frac{2^{k+1} - 2}{2^{k+1} - 1} = \frac{2^3 - 2}{2^3 - 1} \cong$ 0.857143 >
2. И из программной реализации получились следующие значения.
3. Так как метод имитации отжига - алгоритм, который дает различные результаты при каждом запуске в зависимости от начальных условий и параметров, необходимо либо модифицировать метод отжига для уменьшения размерности задачи, либо увеличить отрезок поиска состояний системы
4. Так же рассмотрев задачу поиска $\alpha_{3,\,5}$ - близкую задачу к $\alpha_{2,\,4}$ из серии задач с поиском $\alpha_{2,\,n}$, так же не удалось минимизировать до интервальной известной оценки. Разница полученного значения и верхней оценки представлена на слайде

Слайд8: ***решение задачи поиска $\boldsymbol{\alpha_{2,\,n}}$ с доп. ограничениями***

1. Вернемся к задаче поиска $\alpha_{2,\,n}$ и введем дополнительные ограничения в программную реализацию, упрощающие поиск состояния системы
2. Таким образом, мы ограничили область поиска решения поставленной задачи $\Rightarrow$ исключили из рассмотрения некоторое количество совпадающих решений, но имеющие разные компоненты вектора цен и весов

3. Запустив, программную реализацию с введенными ограничениями, удалось минимизировать при n = 4 отношение приближенного решения к точному до значения 0.8526, принадлежащему известной интервальной оценке для $\boldsymbol{\alpha_{2,\,4}}$
4. Для n = 5 так же удалось уменьшить значение, но найденное решение все еще не лежит в известных пределах $\alpha_{2,\,5}$

Слайд9: ***решение задачи поиска $\alpha_{2,\,n}$ при $n = 5$ с использованием предыдущих результатов1***

1. Пусть начальное состояние в программной реализации будет не случайное, а выбрано из результатов предыдущих исследований
2. Для задачи поиска минимума отношения решения приближенной задачи к точному при n = 5 мы можем использовать результаты близкой к ней задачи поиска $\alpha_{2,\,4}$, либо результаты запуска программной реализации этой же задачи, либо же изменять для перечисленных задач некоторые из начальных параметров.

Слайд10: ***решение задачи поиска $\alpha_{2,\,n}$ при $n = 5$ с использованием предыдущих результатов2***

1. На слайде представлены результаты запуска программной реализации с начальными параметрами, выбранными согласно описанию раннее. И при использовании результатов задачи поиска $\alpha_{2,\,5}$ было изменено ограничено на сумму компонент вектора цен до 10 в 6, и была запущена программа без ограничения B

< Пояснение, почему не получилось с $\alpha_{2,\,4}$: >
< при запуске программы сумма 4-ех компонент вектора цен уже равняется A = 10000 ⇒ >
< при добавлении 5-ой компоненты из-за невыполнения ограничения, меняются другие >
< компоненты вектора цен так, чтобы удовлетворить ограничению >

< Пояснение, почему с не получилось с $\alpha_{2,\,5}$ 1: >
< В начале оптимизации получаемое решение уже “хорошее” и не сильно отличающееся >
< от действительного ⇒ метод не может позволить перейти при начальной высокой >
< M температуре в состояние хуже >

2. Увеличив значение ограничения на сумму компонента цен A или убрав ограничение на сумму компонент вектора весов, мы увеличили область поиска состояний системы
3. Запустив программу с различными начальными условиями, удалось получить меньшее значение, чем найденное ранее. Наиболее подходящий результат получился при использовании результатов задачи поиска $\alpha_{2,\,5}$ без ограничения B.
4. Но также отыскать вектора цен и весов, при которых найденное значение принадлежало бы известному интервалу – не удалось

Слайд11: ***Решение задачи с понижением размерности***

1. Понизим размерность задачи. Будем применять метод отжиг для поиска оптимального вектора весов, и далее применим еще раз метод отжига для поиска оптимального вектора цен. Таким образом, на выходе будем иметь минимизированное значение $\alpha_k = \frac{\lambda_k(a,b,c)}{\lambda\,(a,b,c)}$ для поставленной задачи и оптимальные вектора цен и веса
2. Ограничение на сумму компонент вектора цен в реализации метода остается

Слайд12: ***Решение задачи поиска $\alpha_{2,\,5}$ с модифицированным методом имитации отжига*** (19 сек)

1. Применим описанный раннее алгоритм для задачи $\alpha_{2,\,5}$
2. Из программной реализации получили значение гарантированной точки k-оптимального решения меньше, чем раннее, но все же она не принадлежит интервальной оценке

Слайд13: ***Выводы 1*** (16 сек)

1. Подводя итоги, получаем, что удалось решить задачу поиска $\alpha_{1,\,n}$ и для любого n значения гарантированной точности k-оптимального решения удовлетворяют известной нижней оценке
2. Для задачи поиска $\alpha_{n-1,\,n}$ удалось получить в точности такие же значения гарантированной точности k-оптимального решения

Слайд14: ***Выводы 2***

1. Для задачи $\alpha_{2,\,n}$ было проведено некоторое количество модификаций для метода имитациии отжига и в следствии чего удалось решить задачу поиска $\alpha_{2,\,4}$ и в задаче $\alpha_{2,\,5}$ уменьшить отношение приближенного решения к точному до 0.8608, что близко к верхней оценке для $\alpha_{2,\,5}$

Слайд22: КОНЕЦ

Важность:

В данном исследовании анализируется эффективность использования эвристических алгоритмов для решения NP-полных задач. Особое внимание уделяется оптимизации целочисленной задачи о рюкзаке, и для исследования качества приближенного решения используется один из эвристических алгоритмов, метод имитации отжига

Круг	Время	Общее время
15	00:12.31	05:36.40
14	00:16.03	05:24.09
13	00:11.91	05:08.06
12	00:21.58	04:56.14
11	00:39.36	04:34.56
10	00:23.22	03:55.19
9	00:35.41	03:31.97
8	00:39.61	02:56.56
7	00:15.32	02:16.94
6	00:18.39	02:01.62
5	00:25.66	01:43.22
4	00:22.04	01:17.56
3	00:21.11	00:55.51
2	00:30.26	00:34.39
1	00:04.13	00:04.13