Исследовать на дифференцируемость функцию $f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)^{-1}}$, $x^2+y^2>0$, $f(0,0)=0$.

По каким направлениям φ существует конечный предел $\lim_{\rho\to 0+} e^{\frac{x}{x^2+y^2}}$, если $x=\rho\cos\varphi$, $y=\rho\sin\varphi$?

Исследовать на экстремум функцию $f(x,y)=e^{x^2-y}(5-2x+y)$.

Будет ли равномерно непрерывной функция $z=x-2y+1$ в $\mathbb{R}^2$?

Показать, что функция

$$f(x,y)=(x^2+y^2)\sin\frac{1}{x^2+y^2}$$

имеет в окрестности начала координат частные производные первого порядка, которые разрывны в точке (0,0) и неограничены в ее окрестности, но тем не менее эта функция дифференцируема в точке (0,0).

Является ли функция $f(x,y)=\sqrt[3]{xy}$ дифференцируемой в точке $(0,0)$?

Найти градиент функции $u=u(x,y)$, заданной неявно системой уравнений $u=f(x,y,z,t)$, $g(y,z,t)=0$, $h(z,t)=0$.

Преобразовать выражение $\left(\dfrac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)^2$, приняв x за функцию, а $u=xz$, $v=yz$ за независимые переменные.

Написать формулу Тейлора для функции e^{x+y} в точке $(1,-1)$.

Является ли отображение $f(x,y)=(x^3,y^3)$ регулярным во всей плоскости?

Найти локальные экстремумы функции $z=e^{x+3y}(2x^2-3xy+3y^2)$.

Написать разложение по формуле Тейлора для функции $f(x,y)=x^y$ в окрестности точки (1,1) до второго порядка включительно.

Найти уравнение касательной плоскости к графику функции $z=\operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$ в точке $(1,1,\pi/4)$.

Найти

$$\lim_{x,y\to\infty}\frac{x^2+y^2}{x^4+y^4}.$$

Доказать, что отображение $f(x,y)=(x^5,y^5)$ является диффеоморфизмом в первом квадранте $(x,y>0)$.

Доказать, используя теорему о промежуточном значении, что функция $f(x,y)=x^3+y^2+3xy+10$ обращается по крайней мере один раз в нуль на плоскости.

Является ли дифференцируемой в точке $(0,0)$ функция $f(x,y)=\sqrt[3]{x^3+y^3}$?

Найти производное отображение и дифференциал функции $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$, определенной формулой $f(x,y)=(x^2+y^3,3xy)$ а) в произвольной точке, б) в точке (1,1).

Преобразовать выражение $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ к полярным координатам.

Найти точки локального экстремума функции $u=\dfrac{1}{x}+\dfrac{x^2}{y}+\dfrac{y^2}{z}+z^2$ $(x,\, y,\, z>0)$.

Вычислить норму линейного отображения $Ax=(x_1+x_2;2x_1-3x_2)$, действующего из $\mathbb{R}^2$ в $\mathbb{R}^2$.

Заменяя приращение функции дифференциалом, вычислить приближенно $1,01^{0,99}$.

Является ли дифференцируемой в начале координат функция $f(x,y)=\sqrt[5]{x^5+y^5}$?

Вычислить приближенно, заменяя приращение дифференциалом $\sqrt{0,98^4+2,01^3}$.

Показать, что для функции

$$f(x,y)=\frac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^2}$$

существуют пределы $\lim_{x\to 0}\lim_{y\to 0} f(x,y)$ и $\lim_{y\to 0}\lim_{x\to 0} f(x,y)$, но предел $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ не существует.

Выразить частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ через частные производные $\dfrac{\partial w}{\partial u}\dfrac{\partial w}{\partial v}$, если $u=xy$, $v=\dfrac{y}{x}$, $w=xz^2-y^2$.

Показать, что для функции

$$f(x,y)=(x+y)\sin\frac{1}{x}\sin\frac{1}{y}$$

не существуют пределы $\lim_{x\to 0}\lim_{y\to 0} f(x,y)$ и $\lim_{y\to 0}\lim_{x\to 0} f(x,y)$, но предел $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ существует.

Доказать, что функция $f(x,y)=\dfrac{x^2}{x^4+y^2}$ является непрерывной вдоль любого луча, проходящего через точку (0,0), но не является непрерывной в этой точке.

Написать уравнение касательной к графику функции $z=x^2+y^2$ в точке $(1,2,5)$.

Преобразовать выражение $\dfrac{\partial z}{\partial x} : \dfrac{\partial z}{\partial y}$, полагая $u = xe^z$, $v = ye^z$, $w = ze^z$, где $w = w(u, v)$.

Доказать, что функция $u(x) = \|x\|$ равномерно непрерывна в $\mathbb{R}^n$.

Найти матрицу Якоби отображения, обратного к $f(x, y) = (x^2+y^2, xy)$ в точке $(2, 1) = f(1, 1)$.

Найти локальные экстремумы функции $z = xy\ln(x^2 + y^2)$.

Найти угол между градиентами функции $u = x^2 + y^2 - z^2$ в точках $(1, 0, 0)$ и $(0, 1, 0)$.

Написать уравнение касательной плоскости к поверхности, заданной уравнением $z = y + \ln\dfrac{x}{z}$ в точке $(1, 1, 1)$.

Найти локальные экстремумы функции $z(x, y)$, заданной неявно: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 10 = 0$.

Доказать, что если ω_1, ω_2 и ω_3 — три единичных взаимно перпендикулярных вектора в трехмерном пространстве, то

$$\left(\frac{\partial u}{\partial \omega_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial \omega_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial \omega_3}\right)^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x_3}\right)^2.$$

Написать формулу Тейлора для функции $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ вплоть до 4-го порядка включительно.

Пусть $u(x, y, z)$ — дважды непрерывно дифференцируемая функция. Найти $\dfrac{\partial^2 u}{\partial \omega^2} = \dfrac{\partial}{\partial \omega}\left(\dfrac{\partial u}{\partial \omega}\right)$, если $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ — единичный вектор направления.

Найти локальные экстремумы функции $u = xy^2z^3(1 - x - 2y - 3z)$.