

**ПРОГРАММА**  
**экзамена по математическому анализу**  
**4 семестр, 2013/14 уч.г.**

1. Метрические пространства. Примеры.
2. Сходимость в метрических пространствах. Фундаментальные последовательности. Полные метрические пространства. Полнота пространства  $l_2$ .
3. Полнота пространства  $C[a, b]$ . Пространство непрерывных функций на отрезке с интегральной метрикой не полно.
4. Пополнение метрического пространства. Теорема о пополнении (без доказательства). Пространства  $L_1(a, b)$  и  $L_2(a, b)$ .
5. Нормированные пространства. Банаховы пространства.
6. Унитарные пространства. Неравенство Коши-Буняковского.
7. Нормируемость унитарных пространств. Непрерывность нормы и скалярного произведения.
8. Ортогональные системы векторов в унитарном пространстве. Евклидовы пространства. Пространство  $l_2$ .
9. Унитарное пространство  $L_2(-\pi, \pi)$ . Ортогональная система векторов в  $L_2(-\pi, \pi)$ .
10. Сепарабельные унитарные пространства.
11. Ряды Фурье в унитарном пространстве. Экстремальное свойство коэффициентов Фурье.
12. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Полнота и замкнутость ортонормированных систем.
13. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса-Фишера. Изоморфность сепарабельных гильбертовых пространств.
14. Тригонометрические ряды Фурье. Частичные суммы, ядро Дирихле.
15. Ядро Фейера. Теорема Фейера.
16. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
17. Многочлены Чебышева. Теоремы Вейерштрасса о приближении.
18. Полнота тригонометрической системы в  $L_2(-\pi, \pi)$ .
19. Сепарабельность пространства  $L_2(-\pi, \pi)$ .
20. Осцилляционная лемма.
21. Принцип локализации Римана.
22. Сходимость ряда Фурье в точке. Достаточные условия сходимости (Дини, Гельдера).
23. Равномерная сходимость ряда Фурье.
24. Комплексная форма рядов Фурье.
25. Интегральная формула Фурье.