

4.2. Реализовать метод стрельбы и конечно-разностный метод решения краевой задачи для ОДУ в виде программ. С использованием разработанного программного обеспечения решить краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения 2-го порядка на указанном отрезке. Оценить погрешность численного решения с использованием метода Рунге – Ромберга и путем сравнения с точным решением.

№	Краевая задача	Точное решение
1	$xy'' + 2y' - xy = 0,$ $y'(1) = 0,$ $1.5y(2) + y'(2) = e^2$	$y(x) = \frac{e^x}{x}$
2	$xy'' + 2y' - xy = 0,$ $y(1) = e^{-1},$ $y(2) = 0.5e^{-2}$	$y(x) = \frac{e^{-x}}{x}$
3	$x^2(x+1)y'' - 2y = 0,$ $y'(1) = -1,$ $2y(2) - 4y'(2) = 4$	$y(x) = \frac{1}{x} + 1$
4	$x^2(x+1)y'' - 2y = 0,$ $y(1) = 1 + 4 \ln 2,$ $y(2) = -1 + 3 \ln 2$	$y(x) = -1 + \frac{2}{x} + \frac{2(x+1)}{x} \ln x+1 $
5	$y'' - 2(1 + (\operatorname{tg} x)^2)y = 0,$ $y'(\frac{\pi}{4}) = 3 + \frac{\pi}{2},$ $y'(\frac{\pi}{3}) - y(\frac{\pi}{3}) = 3 + \frac{\pi(4 - \sqrt{3})}{3}$	$y(x) = 1 + \operatorname{tg}(x(x+1))$
6	$y'' - 2(1 + (\operatorname{tg} x)^2)y = 0,$ $y(0) = 0,$ $y(\frac{\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$	$y(x) = -\operatorname{tg} x$
7	$(2x+1)y'' + 4xy' - 4y = 0,$ $y'(0) = -1,$ $y'(1) + 2y(1) = 3$	$y(x) = x + e^{-2x}$
8	$(2x+1)y'' + 4xy' - 4y = 0,$ $y'(-2) + 2y(-2) = -9,$ $y'(0) = 1$	$y(x) = 3x + e^{-2x}$
9	$xy'' - (2x+1)y' + (x+1)y = 0,$ $y'(0) = 1,$ $y'(1) - 2y(1) = 0$	$y(x) = e^x(x^2 + 1)$
10	$xy'' - (2x+1)y' + (x+1)y = 0,$ $y'(1) = 3e,$ $y'(2) - 2y(2) = 0$	$y(x) = e^x x^2$
11	$x(x-1)y'' - xy' + y = 0,$ $y'(1) = 2,$ $2y'(2) - y(2) = 1$	$y(x) = 1 + x + x \ln x $

12	$x(x-1)y'' - xy' + y = 0$ $y'(1) = 3$ $y(3) - 3y'(3) = -4$	$y(x) = 2 + x + 2x \ln x $
№	Краявая задача	Точное решение
13	$(e^x + 1) y'' - 2y' - e^x y = 0,$ $y'(0) = \frac{3}{4},$ $y'(1) = \frac{e^2(e+2)}{(e+1)^2}$	$y(x) = e^x - 1 + \frac{1}{e^x + 1}$
14	$(e^x + 1) y'' - 2y' - e^x y = 0,$ $y'(0) = 1,$ $y'(1) - y(1) = 1$	$y(x) = e^x - 1$
15	$x^2 \ln x y'' - xy' + y = 0,$ $y'(-1) = 0,$ $y'(1) - y(1) = 0$	$y(x) = 1 + x + \ln x$
16	$y'' - \operatorname{tg} x y' + 2y = 0,$ $y(0) = 2,$ $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2.5 - 0.5 \cdot \ln 3$	$y(x) = \sin x + 2 - \sin x \cdot \ln\left(\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}\right)$
17	$(x^2 - 1) y'' + (x - 3) y' - y = 0,$ $y'(0) = 0,$ $y'(1) + y(1) = -0.75$	$y(x) = x - 3 + \frac{1}{x + 1}$
18	$x y'' - (x + 1) y' - 2(x - 1) y = 0,$ $y'(0) = 4,$ $y'(1) - 2y(1) = -9e^{-1}$	$y(x) = e^{2x} + (3x + 1) e^{-x}$
19	$y'' + 4xy' + (4x^2 + 2)y = 0,$ $y'(0) = 1,$ $4y(2) - y'(2) = 23e^{-4}$	$y(x) = (1 + x)e^{-x^2}$
20	$xy'' - (2x + 1)y' + 2y = 0,$ $y'(0) = 4,$ $y'(1) - 2y(1) = -4$	$y(x) = 2x + 1 + e^{2x}$
21	$x(2x + 1)y'' + 2(x + 1)y' - 2y = 0,$ $y'(1) = 0,$ $y(3) - y'(3) = \frac{31}{9}$	$y(x) = x + 1 + \frac{1}{x}$
22	$x(x + 4)y'' - (2x + 4)y' + 2y = 0,$ $y'(0) = 1,$ $y(2) - y'(2) = 3$	$y(x) = x^2 + x + 2$
23	$x(x^2 + 6)y'' - 4(x^2 + 3)y' + 6xy = 0,$ $y'(0) = 0,$ $y(4) - y'(4) = 26$	$y(x) = x^3 + x^2 + 2$
24	$(x^2 + 1)y'' - 2y = 0$ $y'(0) = 2$ $y(1) = 3 + \frac{\pi}{2}$	$y(x) = x^2 + x + 1 + (x^2 + 1)\operatorname{arctg}(x)$
25	$2x(x + 2)y'' + (2 - x)y' + y = 0,$	

	$y'(4)+y(4)=\frac{21}{4},$	$y(x)=\sqrt{ x }+x-2$
№	Краевая задача	Точное решение
26	$x(x+1)y''+(x+2)y'-y=x+\frac{1}{x},$ $y'(1)=\frac{3}{2},$ $4y'(2)+y(2)=13+4\ln 2$	$y(x)=x+\frac{7}{2}+\frac{1}{x}+\left(\frac{x}{2}+1\right)\ln x $
27	$(2x+1)y''+(2x-1)y'-2y=x^2+x,$ $y'(0)=1,$ $y'(1)+y(1)=5$	$y(x)=2x-1+e^{-x}+\frac{x^2+1}{2}$
28	$xy''-(2x+1)y'+2y=0,$ $y'(0)=2,$ $y(1)=e^2$	$y(x)=e^{2x}$
29	$(x^2-1)y''+(x-3)y'-y=0,$ $y(0)=-18,$ $y(3)=0$	$y(x)=6x-18$
30	$(x^2+1)y''-2y=0,$ $y'(0)=0,$ $y(2)-y'(2)=1$	$y(x)=x^2+1$