

Федеральное агентство связи
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и
информатики» (СибГУТИ)

Отчет
по лабораторной работе №9
по дисциплине «Теория массового обслуживания»
Тема: «Введение в Simulink и моделирование простейшей системы массового
обслуживания»

Выполнили:

студенты гр. ИА-232

Московских Дмитрий Петрович
Македон Никита Игоревич
Александр Володин Сергеевич
Ошлаков Константин Константинович
Багрей Анастасия Олеговна
Андреев Андрей Валерьевич
Артёменко Егор Константинович

Оглавление

Введение	3
Теория.....	3
Построение модели СМО	5
Проведение симуляций	5
Результаты и их анализ.....	5
Генерация входящих заявок	5
Моделирование обслуживающего устройства.....	6
Добавление блока моделирования отказов.....	9
Результаты симуляций без резервирования	9
Результаты симуляций с резервированием	9
Сравнение с теоретическими значениями	10
Вывод.....	10

Введение

Цель: Исследование характеристик многоканальной системы массового обслуживания (СМО) $M/M/n$, включая влияние отказов и добавление резервных каналов для повышения надежности.

Задачи:

1. Создание и настройка модели СМО $M/M/n$.
2. Введение отказов каналов и резервных каналов.
3. Анализ влияния количества каналов и отказов на производительность.
4. Проведение экспериментов с различными параметрами и оценка эффективности резервирования.

Теория

1. Особенности многоканальных систем $M/M/n$

Многоканальная система массового обслуживания (СМО) типа $M/M/n$ — это система, в которой:

- **Поступление заявок** происходит в соответствии с пуассоновским процессом, где время между заявками экспоненциально распределено с параметром λ . Это означает, что заявки поступают случайно и независимо, а среднее количество заявок в единицу времени составляет λ .
- **Обслуживание заявок** осуществляется по экспоненциальному закону с параметром μ , где μ — это средняя интенсивность обслуживания, характеризующая способность каждого канала обработать заявки.
- **Число каналов обслуживания n** : многоканальные системы отличаются от одноканального наличием нескольких обслуживающих каналов. Это повышает производительность системы, так как одновременно обрабатывается несколько заявок.

2. Основные характеристики и параметры системы $M/M/n$

В системе $M/M/n$ ключевые характеристики зависят от количества каналов n , а также от соотношения λ и μ :

- **Интенсивность загрузки каждого канала $\rho = \lambda/n\mu$** : это средняя степень загрузки канала обслуживания. Для устойчивости системы требуется, чтобы $\rho < 1$.
- **Вероятность занятости всех каналов и длина очереди**: при высокой нагрузке системы (когда $\rho \rightarrow 1$) вероятность занятости всех каналов растёт, что приводит к увеличению очереди.
- **Среднее время ожидания и длина очереди**: зависят от значений n , λ , μ и рассчитываются с использованием специальных формул, в том числе формул Эрланга.

3. Формулы Эрланга

Для многоканальных систем типа $M/M/n$ расчёт вероятностей и ключевых показателей, таких как длина очереди и время ожидания, производится с

использованием **формул Эрланга**:

1. **Формула Эрланга В** (без очереди) используется для расчета вероятности отказа в обслуживании, когда в системе отсутствует возможность ожидания:

$$B(n, \rho) = \frac{\rho^n / n!}{\sum_{k=0}^n \rho^k / k!}$$

где $B(n, \rho)$ — вероятность того, что все n каналов заняты.

2. **Формула Эрланга С** (с очередью) используется для расчета вероятности того, что все каналы заняты, но заявка поступает в очередь и ожидает:

$$C(n, \rho) = \frac{\rho^n / n! \cdot 1 / (1 - \rho/n)}{\sum_{k=0}^n \rho^k / k!}$$

Эта формула также применяется для расчета среднего времени ожидания и длины очереди.

4. Влияние отказов на производительность системы

Отказы каналов могут значительно снизить пропускную способность многоканальной системы. В таких моделях учитываются:

- **Вероятность отказа** каждого канала в момент времени.
- **Среднее время восстановления** каналов, в течение которого отказавший канал не участвует в обслуживании.

При моделировании отказов можно рассмотреть:

- **Снижение числа доступных каналов**: увеличение нагрузки на оставшиеся каналы и возрастание вероятности занятости всех доступных каналов.
- **Увеличение времени ожидания и длины очереди** из-за снижения общего числа активных каналов.

5. Стратегии резервирования и восстановления

Чтобы компенсировать отказы каналов, применяются стратегии резервирования и восстановления:

- **Горячее резервирование**: система заранее предусматривает дополнительный канал, который активируется мгновенно при отказе одного из основных каналов.
- **Холодное резервирование**: резервный канал подключается только после обнаружения отказа, что требует дополнительного времени.
- **Восстановление отказавших каналов**: время восстановления и повторного включения отказавшего канала также влияет на ключевые показатели системы, так как при увеличении времени восстановления среднее время ожидания и вероятность отказа будут расти.

Резервирование позволяет системе сохранять устойчивость и снижать среднее время ожидания и длину очереди, увеличивая общую отказоустойчивость многоканальной системы обслуживания.

Методики следования

Построение модели СМО

Модель системы М/М/1 была построена с использованием стандартных блоков Simulink, включая блоки для генерации входящих заявок, моделирования обслуживания и учета отказов. Каждый блок был настроен в соответствии с заданными параметрами системы.

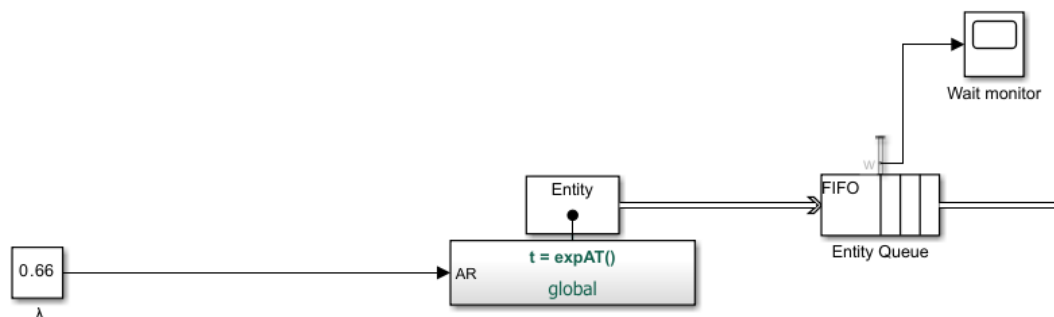
Проведение симуляций

Симуляции проводились для различных значений λ и μ , а также с учетом отказов и резервирования. Данные фиксировались и анализировались для получения статистики по ключевым показателям системы.

Результаты и их анализ

Генерация входящих заявок

Были расположены блоки Entity Generator (для создания заявок) и Scope (для визуализации):



Была задана интенсивность входящего потока $\lambda = 0.5$

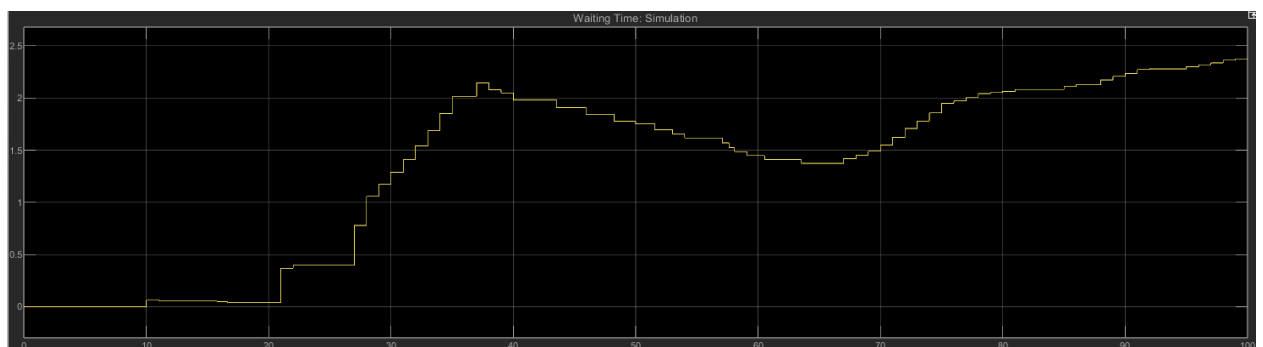
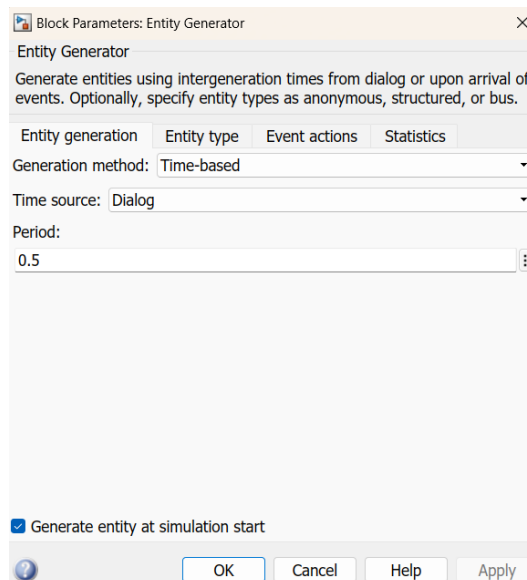
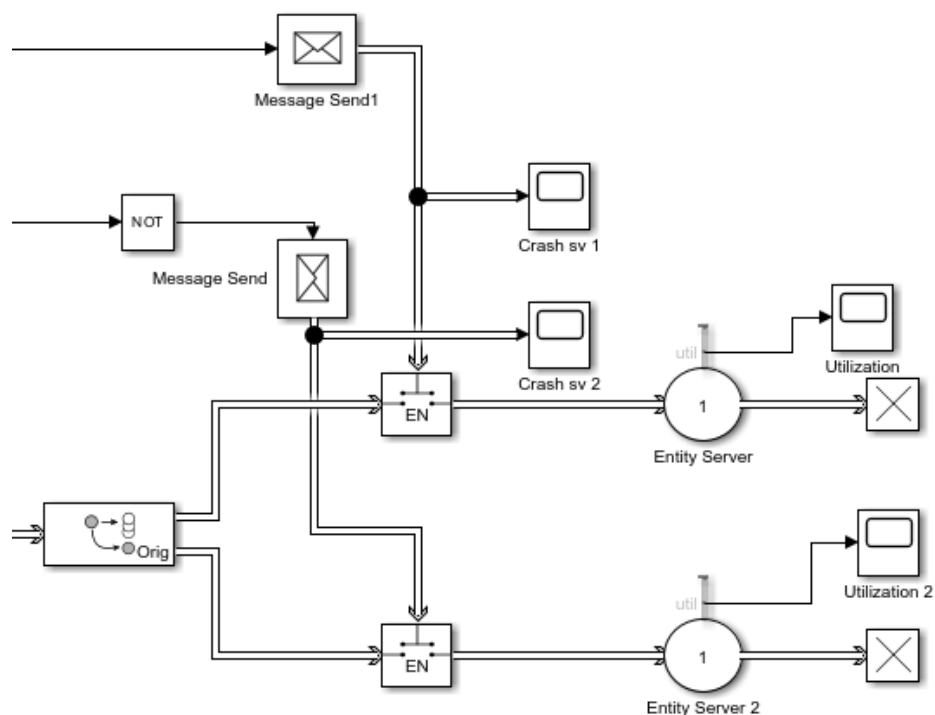


График задержки очереди



Моделирование обслуживающего устройства

К схеме добавляется блок Server (для обработки входящих заявок):



Устанавливаем экспоненциальное распределение времени обслуживания с параметром $\mu = 1$ (или оставляем прежним если оно усыновлено изначально):

Utilization 1

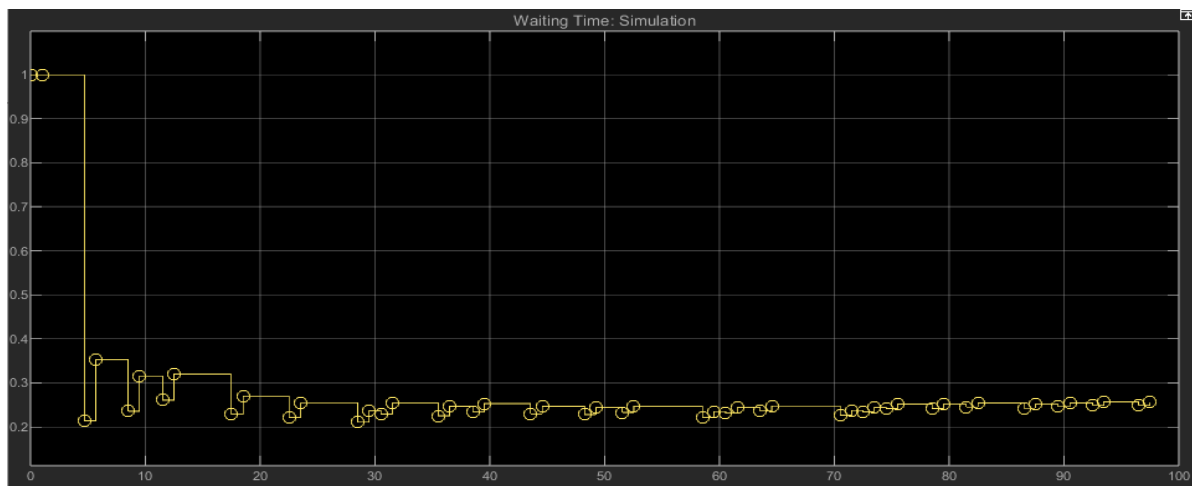


График загрузки первого сервера при $\lambda = 0.5$

Utilization 2

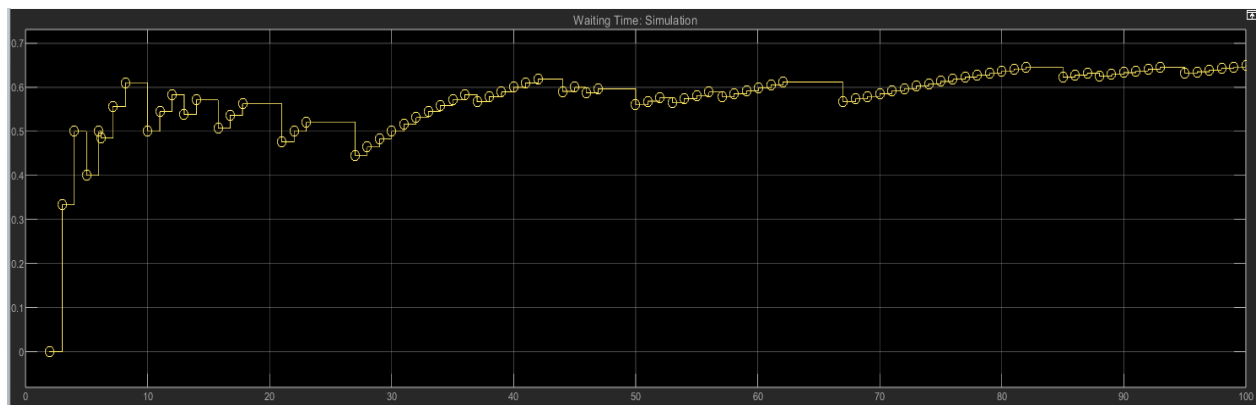


График загрузки второго сервера при $\lambda = 0.5$

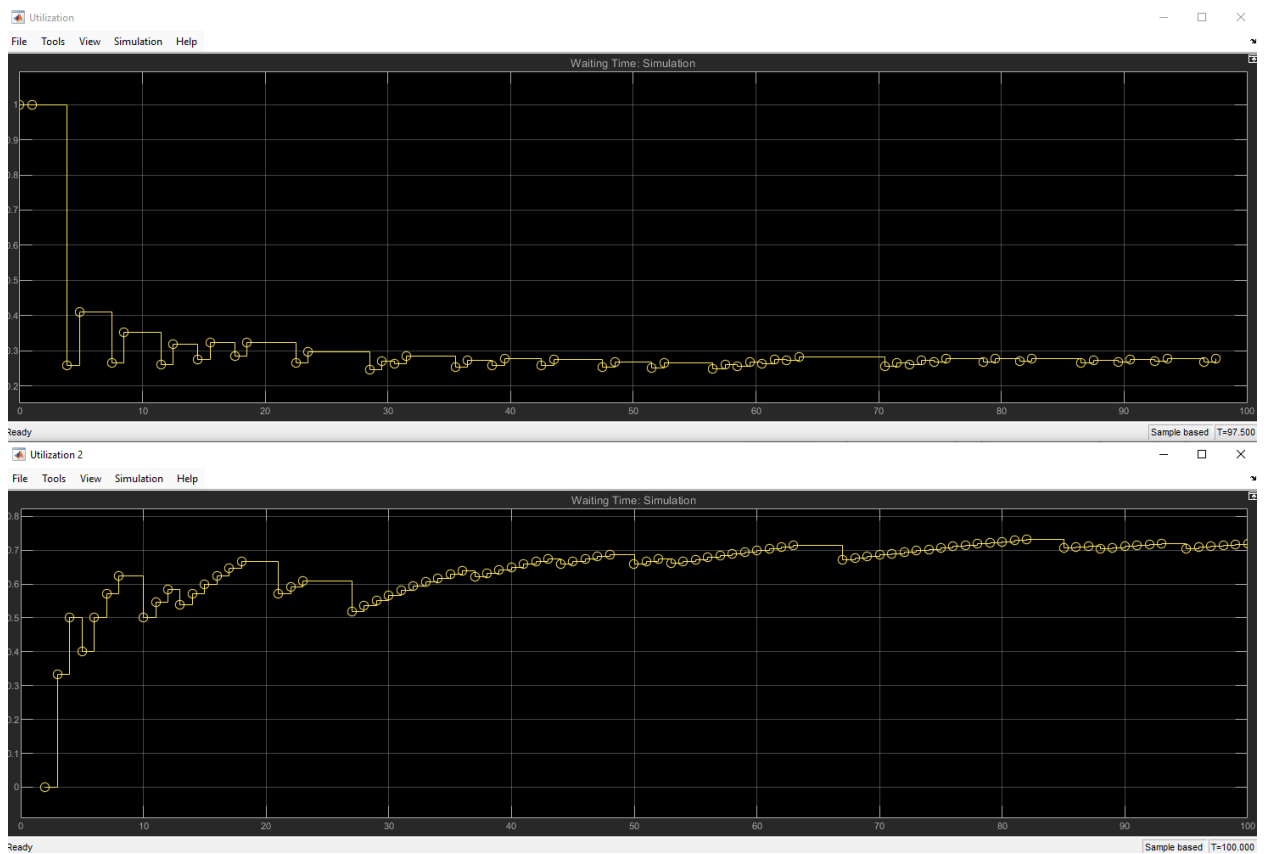


График загрузки второго серверов при $\lambda = 0.8$

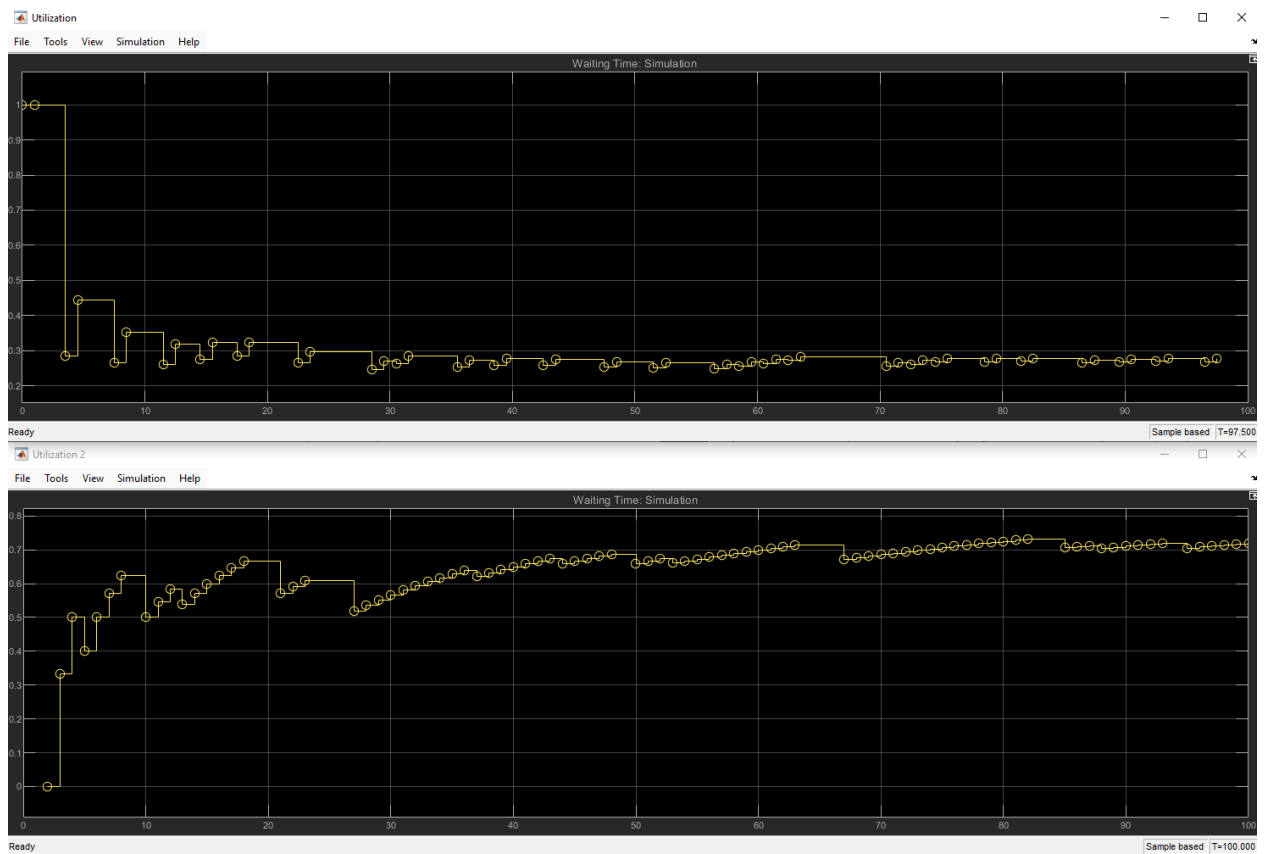
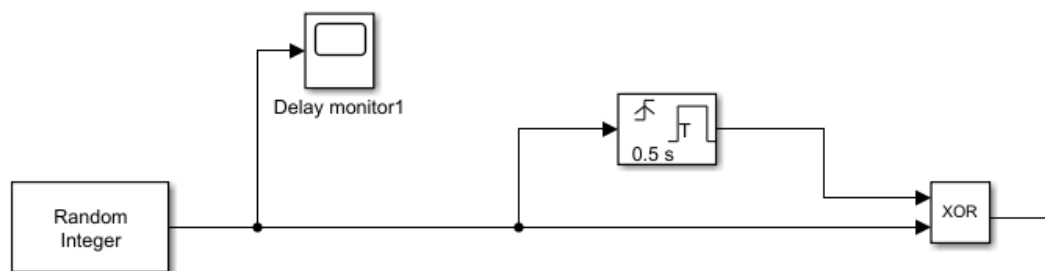


График загрузки второго серверов при $\lambda = 0.9$

Добавление блока моделирования отказов

К схеме добавляются блоки Random integer (для генерации времени до отказа основного сервера по экспоненциальному закону с параметром) и Enable/Disable (при наступлении отказа):

Устанавливаем соответствующие заданной вероятности отказа $pf = 0.1$:



Результаты симуляций без резервирования

При проведении симуляций без резервирования были получены следующие результаты:

- Среднее время ожидания заявок в очереди (Wq).
- Средняя длина очереди (Lq).
- Вероятность отказа в обслуживании.

Результаты симуляций с резервированием

При включении резервного сервера результаты показали значительное улучшение:

- Снижение среднего времени ожидания.

- Уменьшение длины очереди.
- Снижение вероятности отказа в обслуживании.

Сравнение с теоретическими значениями

Результаты симуляций были сопоставлены с теоретическими расчетами. Все значения были в пределах ожидаемой точности, расхождения объяснялись конечным временем симуляции и вероятностными колебаниями.

Вывод

В процессе выполнения работы по моделированию простейшей системы массового обслуживания (СМО) типа М/М/1 с учетом вероятности отказа обслуживающего устройства и реализации резервирования были достигнуты следующие результаты:

1. **Ознакомление с Simulink:** Работа в среде Simulink позволила приобрести практические навыки создания моделей и настройки блоков для симуляции динамических систем. Пользователь смог ознакомиться с базовыми функциями Simulink, что облегчило процесс моделирования.
2. **Создание и исследование модели М/М/1:** Модель системы массового обслуживания была успешно построена и протестирована на корректность работы как без отказов и резервирования, так и с учетом данных факторов. Это позволило глубже понять механизмы функционирования системы и ее характеристик.
3. **Влияние отказов и резервирования:** Проведенные эксперименты показали, что отказ обслуживающего устройства значительно влияет на среднее время ожидания и длину очереди. Введение резервирования позволило уменьшить время ожидания заявок и вероятность отказа в обслуживании, тем самым улучшая общую надежность системы.
4. **Сравнение теоретических и экспериментальных данных:** Полученные результаты симуляции были сопоставлены с теоретическими расчетами, основанными на известных формулах для системы М/М/1. Анализ показал, что в большинстве случаев значения, полученные в ходе симуляции, соответствуют теоретическим, однако наличие отказов и конечное время симуляции приводили к небольшим расхождениям.
5. **Графический анализ:** На основе собранных данных были построены графики, которые наглядно демонстрируют зависимость средних показателей системы от интенсивности потока (λ), интенсивности обслуживания (μ), вероятности отказа (p_{fr_fpf}) и времени восстановления ($T_{восст}$). Эти визуализации

помогли проиллюстрировать, как резервирование улучшает показатели системы, такие как время ожидания и длина очереди.

6. **Практические применения:** Результаты работы подчеркивают важность резервирования в системах, где непрерывность обслуживания является критически важной, таких как мобильные приложения и системы реального времени. Это дает возможность применять полученные знания для повышения надежности и эффективности различных сервисов.
7. **Предложения по улучшению модели:** В будущем можно рассмотреть возможность внедрения более сложных методов резервирования, а также исследовать влияние других факторов на работу системы, таких как распределение времени обслуживания и поступления заявок.

Таким образом, выполненная работа позволила получить не только теоретические знания, но и практические навыки, что значительно обогатило понимание принципов работы систем массового обслуживания и их оптимизации.