

Федеральное агентство связи  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и  
информатики» (СибГУТИ)

**Отчет**  
**по лабораторной работе №9**  
по дисциплине «Теория массового обслуживания»  
Тема: «Введение в Simulink и моделирование простейшей системы массового  
обслуживания»

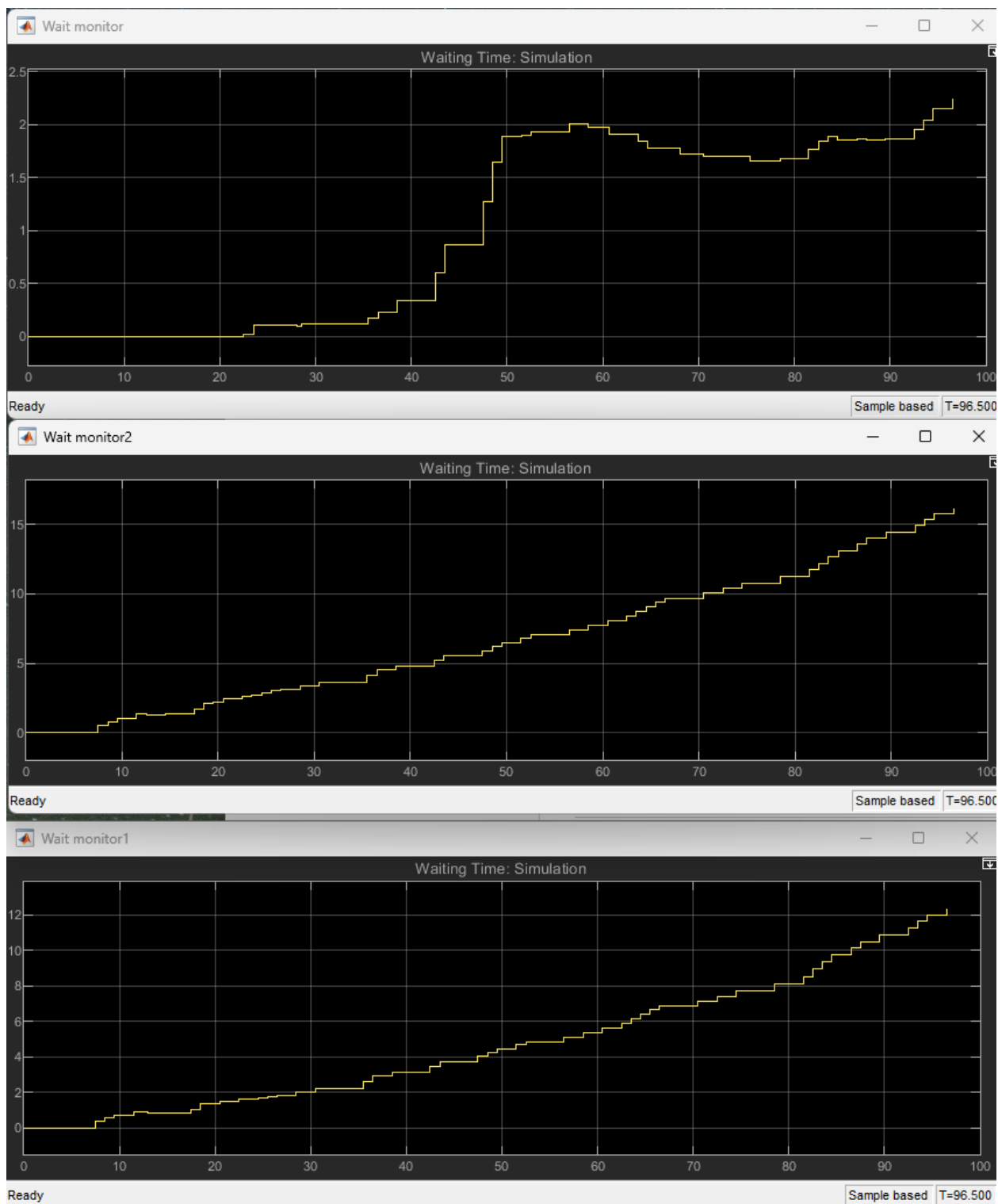
Выполнили:

студенты гр. ИА-232

Московских Дмитрий Петрович  
Македон Никита Игоревич  
Александр Володин Сергеевич  
Ошлаков Константин Константинович  
Багрей Анастасия Олеговна  
Андреев Андрей Валерьевич  
Артёменко Егор Константинович

## Оглавление

<b>Введение .....</b>	<b>4</b>
<b>Теория.....</b>	<b>4</b>
<b>Установка и настройка Simulink.....</b>	<b>5</b>
<b>Построение модели СМО .....</b>	<b>6</b>
<b>Проведение симуляций .....</b>	<b>6</b>
<b>Результаты и их анализ.....</b>	<b>6</b>
<b>Генерация входящих заявок .....</b>	<b>6</b>
<b>Моделирование обслуживающего устройства.....</b>	<b>7</b>
<b>Добавление блока моделирования отказов.....</b>	<b>8</b>
<b>Постройте графики зависимостей средних показателей системы от <math>\lambda</math>, <math>\mu</math>, <math>\rho_f</math> и <math>T_{восст}</math>.....</b>	<b>13</b>



.....	14
<b>Вывод</b> .....	15

## Введение

**Цель:** Исследование характеристик многоканальной системы массового обслуживания (СМО)  $M/M/n$ , включая влияние отказов и добавление резервных каналов для повышения надежности.

### Задачи:

1. Создание и настройка модели СМО  $M/M/n$ .
2. Введение отказов каналов и резервных каналов.
3. Анализ влияния количества каналов и отказов на производительность.
4. Проведение экспериментов с различными параметрами и оценка эффективности резервирования.

## Теория

### 1. Особенности многоканальных систем $M/M/n$

Многоканальная система массового обслуживания (СМО) типа  $M/M/n$  — это система, в которой:

- **Поступление заявок** происходит в соответствии с пуассоновским процессом, где время между заявками экспоненциально распределено с параметром  $\lambda$ . Это означает, что заявки поступают случайно и независимо, а среднее количество заявок в единицу времени составляет  $\lambda$ .
- **Обслуживание заявок** осуществляется по экспоненциальному закону с параметром  $\mu$ , где  $\mu$  — это средняя интенсивность обслуживания, характеризующая способность каждого канала обработать заявки.
- **Число каналов обслуживания  $n$** : многоканальные системы отличаются от одноканального наличием нескольких обслуживающих каналов. Это повышает производительность системы, так как одновременно обрабатывается несколько заявок.

### 2. Основные характеристики и параметры системы $M/M/n$

В системе  $M/M/n$  ключевые характеристики зависят от количества каналов  $n$ , а также от соотношения  $\lambda$  и  $\mu$ :

- **Интенсивность загрузки каждого канала  $\rho = \lambda/n\mu$** : это средняя степень загрузки канала обслуживания. Для устойчивости системы требуется, чтобы  $\rho < 1$ .
- **Вероятность занятости всех каналов и длина очереди**: при высокой нагрузке системы (когда  $\rho \rightarrow 1$ ) вероятность занятости всех каналов растет, что приводит к увеличению очереди.
- **Среднее время ожидания и длина очереди**: зависят от значений  $n$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$  и рассчитываются с использованием специальных формул, в том числе формул Эрланга.

### 3. Формулы Эрланга

Для многоканальных систем типа  $M/M/n$  расчёт вероятностей и ключевых показателей, таких как длина очереди и время ожидания, производится с

использованием **формул Эрланга**:

1. **Формула Эрланга В** (без очереди) используется для расчета вероятности отказа в обслуживании, когда в системе отсутствует возможность ожидания:

$$B(n, \rho) = \frac{\rho^n / n!}{\sum_{k=0}^n \rho^k / k!}$$

где  $B(n, \rho)$  — вероятность того, что все  $n$  каналов заняты.

2. **Формула Эрланга С** (с очередью) используется для расчета вероятности того, что все каналы заняты, но заявка поступает в очередь и ожидает:

$$C(n, \rho) = \frac{\rho^n / n! \cdot 1 / (1 - \rho/n)}{\sum_{k=0}^n \rho^k / k!}$$

Эта формула также применяется для расчета среднего времени ожидания и длины очереди.

#### 4. Влияние отказов на производительность системы

**Отказы каналов** могут значительно снизить пропускную способность многоканальной системы. В таких моделях учитываются:

- **Вероятность отказа** каждого канала в момент времени.
- **Среднее время восстановления** каналов, в течение которого отказавший канал не участвует в обслуживании.

При моделировании отказов можно рассмотреть:

- **Снижение числа доступных каналов**: увеличение нагрузки на оставшиеся каналы и возрастание вероятности занятости всех доступных каналов.
- **Увеличение времени ожидания и длины очереди** из-за снижения общего числа активных каналов.

#### 5. Стратегии резервирования и восстановления

Чтобы компенсировать отказы каналов, применяются стратегии резервирования и восстановления:

- **Горячее резервирование**: система заранее предусматривает дополнительный канал, который активируется мгновенно при отказе одного из основных каналов.
- **Холодное резервирование**: резервный канал подключается только после обнаружения отказа, что требует дополнительного времени.
- **Восстановление отказавших каналов**: время восстановления и повторного включения отказавшего канала также влияет на ключевые показатели системы, так как при увеличении времени восстановления среднее время ожидания и вероятность отказа будут расти.

Резервирование позволяет системе сохранять устойчивость и снижать среднее время ожидания и длину очереди, увеличивая общую отказоустойчивость многоканальной системы обслуживания.

#### Методики следования

#### Установка и настройка Simulink

Для выполнения работы было установлено программное обеспечение MATLAB и пакет Simulink. После установки программного обеспечения была проведена настройка среды для работы с моделями.

## Построение модели СМО

Модель системы M/M/1 была построена с использованием стандартных блоков Simulink, включая блоки для генерации входящих заявок, моделирования обслуживания и учета отказов. Каждый блок был настроен в соответствии с заданными параметрами системы.

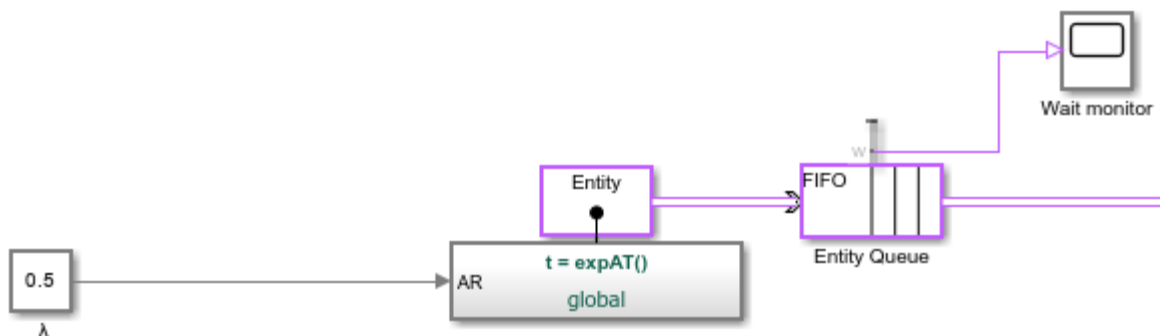
## Проведение симуляций

Симуляции проводились для различных значений  $\lambda$  и  $\mu$ , а также с учетом отказов и резервирования. Данные фиксировались и анализировались для получения статистики по ключевым показателям системы.

## Результаты и их анализ

### Генерация входящих заявок

Были расположены блоки Entity Generator (для создания заявок) и Scope (для визуализации):



Была задана интенсивность входящего потока  $\lambda = 0.5$

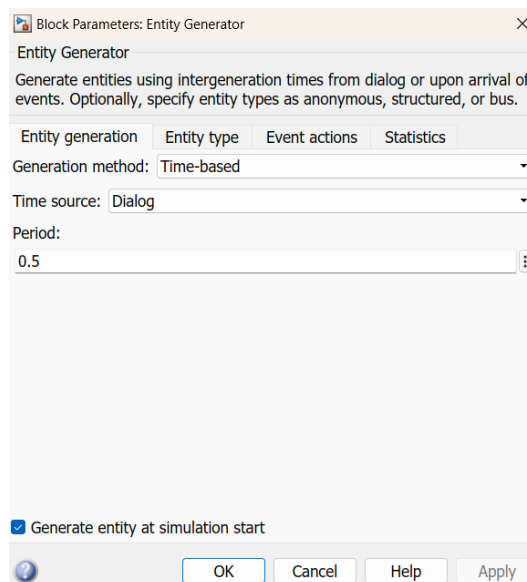
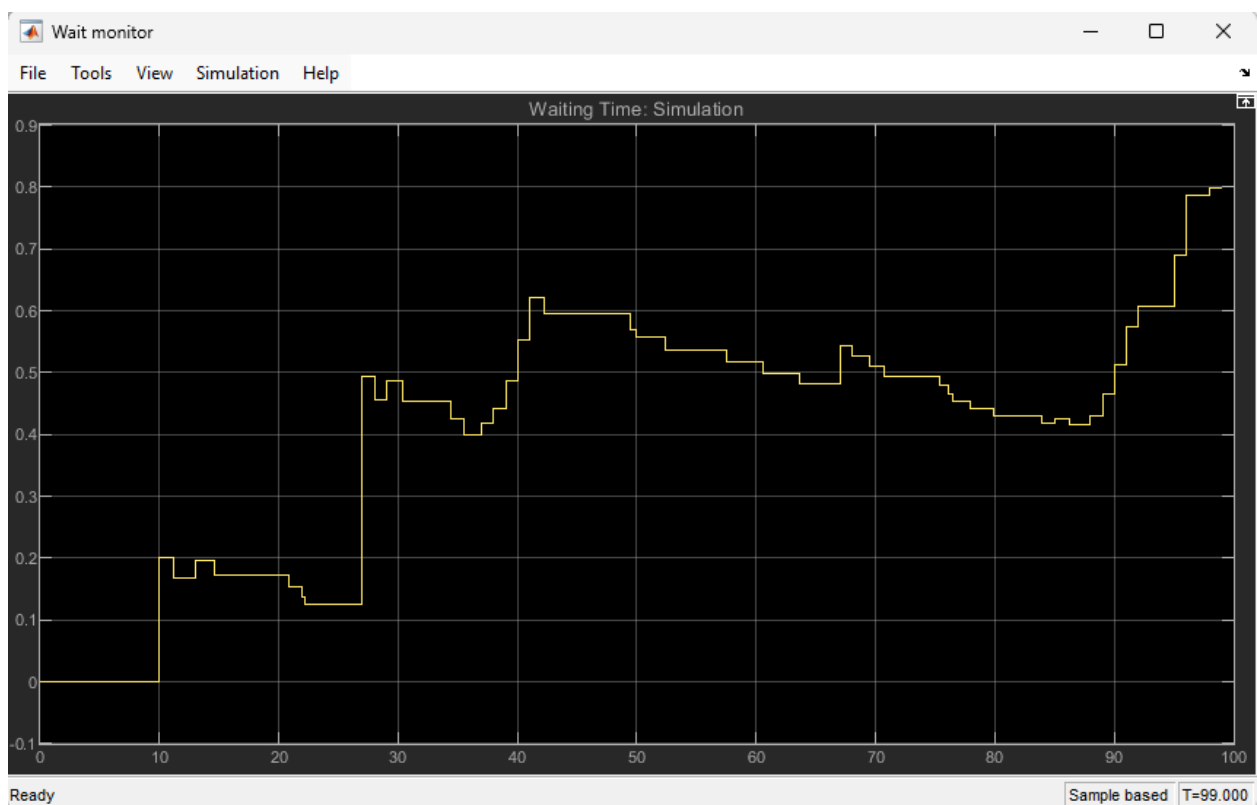
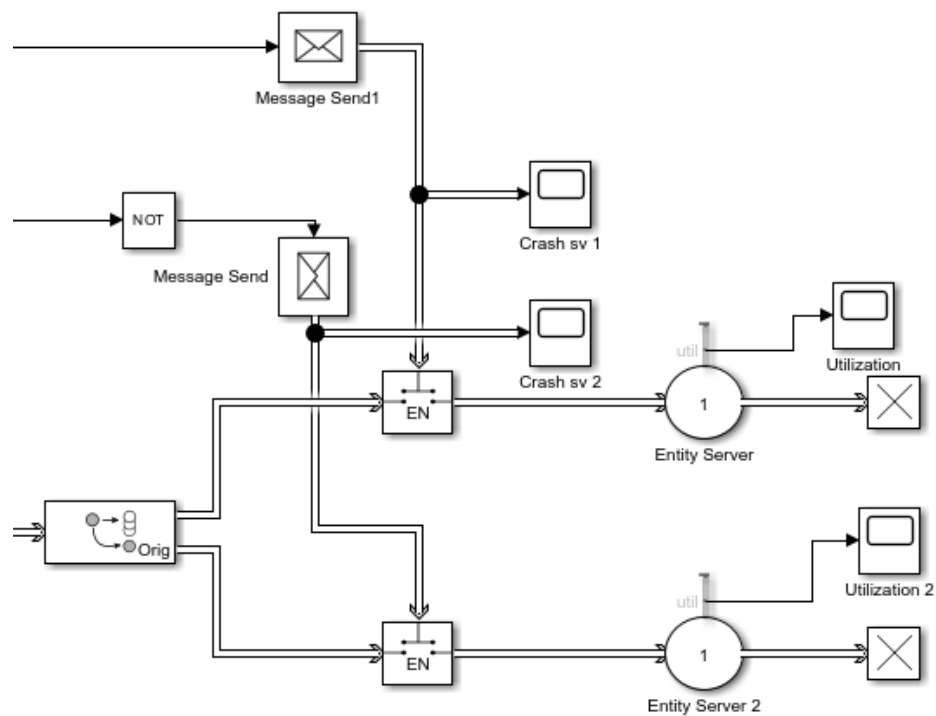


График задержки очереди:



## Моделирование обслуживающего устройства

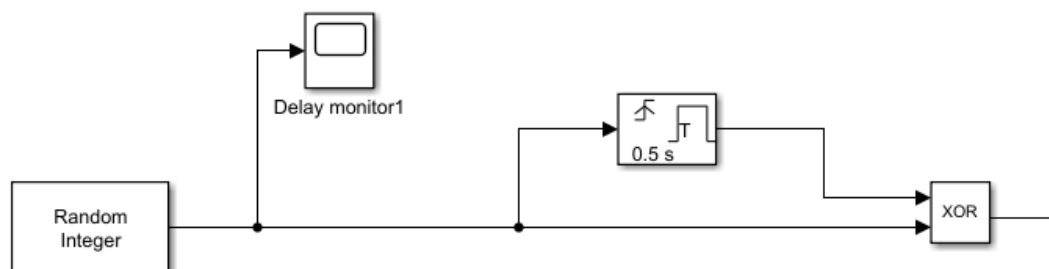
К схеме добавляется блок Server (для обработки входящих заявок):



### Добавление блока моделирования отказов

К схеме добавляются блоки Random integer (для генерации времени до отказа основного сервера по экспоненциальному закону с параметром) и Enable/Disable (при наступлении отказа):

Устанавливаем соответствующие заданной вероятности отказа  $pf = 0.1$ :



### Проведение симуляции системы при различных значениях $\lambda$ и $\mu$ :

- Без резервирования:
- Отключите резервный сервер из модели, оставив только основной сервер.
- Запустите симуляцию при нескольких наборах значений  $\lambda$  и  $\mu$ , например:

$\lambda = 0.5$ ,  $\mu = 1$ :



График загрузки первого сервера при  $\lambda = 0.5$

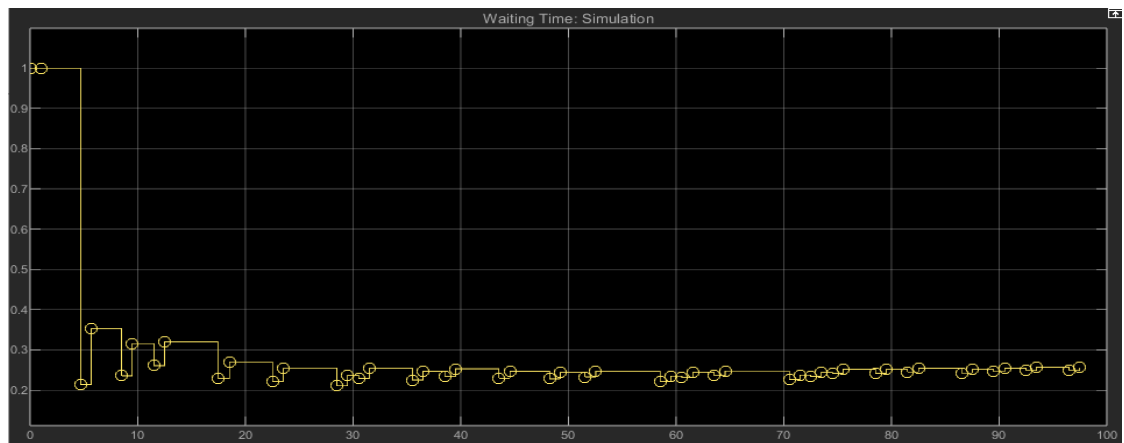
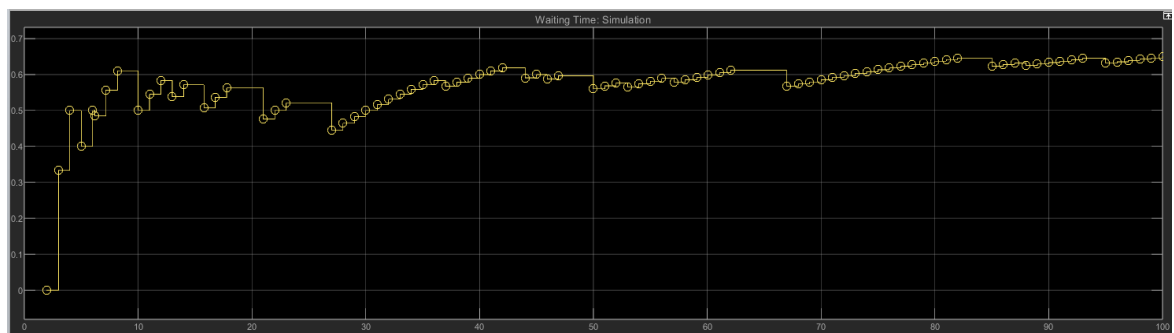
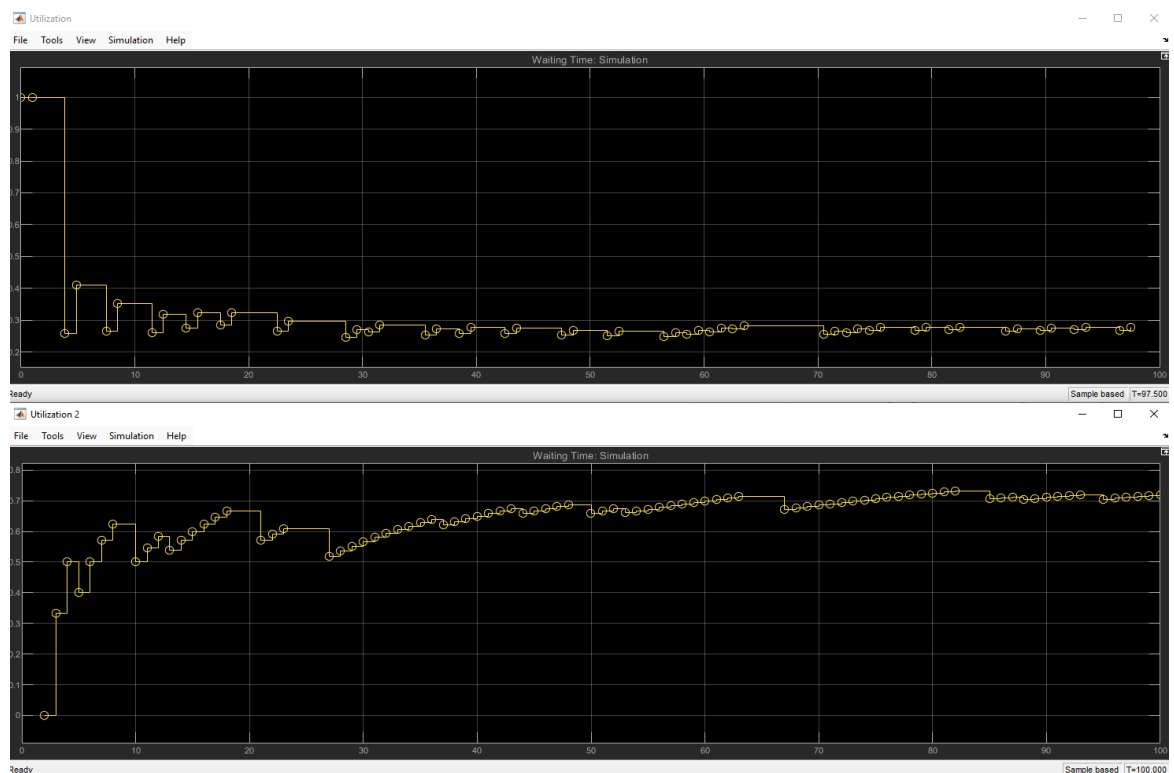


График загрузки второго сервера при  $\lambda = 0.5$



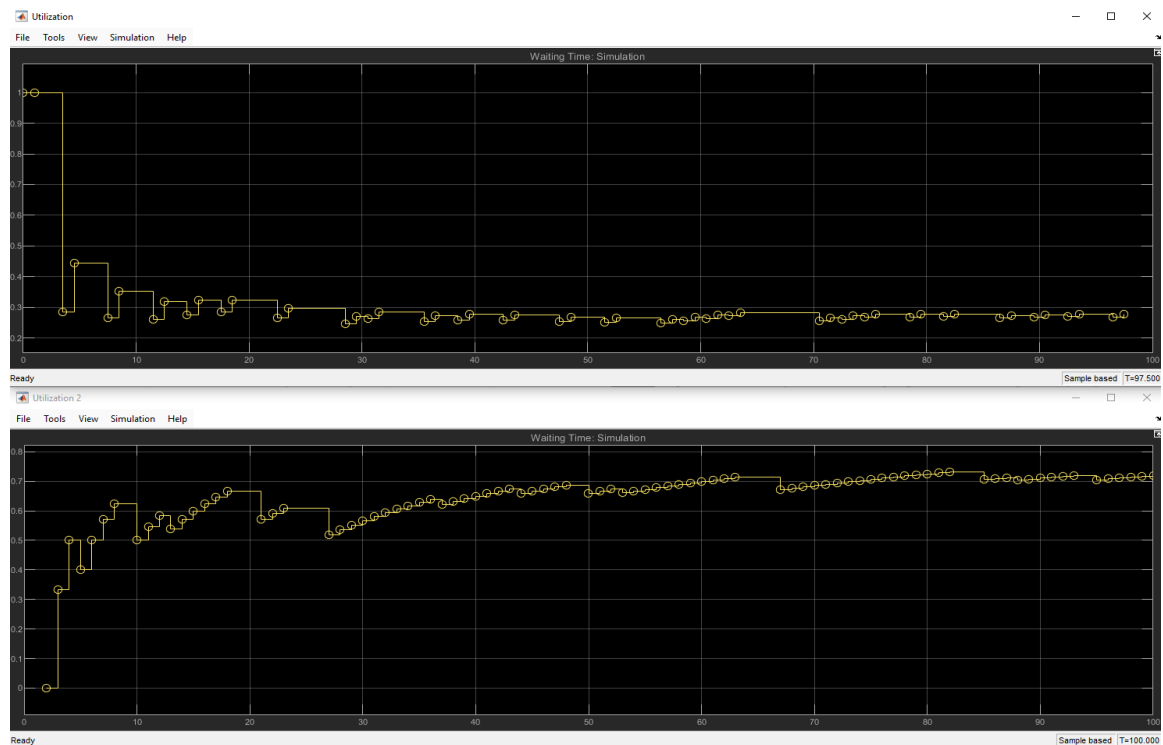
$\lambda = 0.8, \mu = 1$ :

График загрузки второго серверов при  $\lambda = 0.8$



$\lambda = 0.9, \mu = 1$ :

График загрузки второго серверов при  $\lambda = 0.9$



Отключаем резервирование:

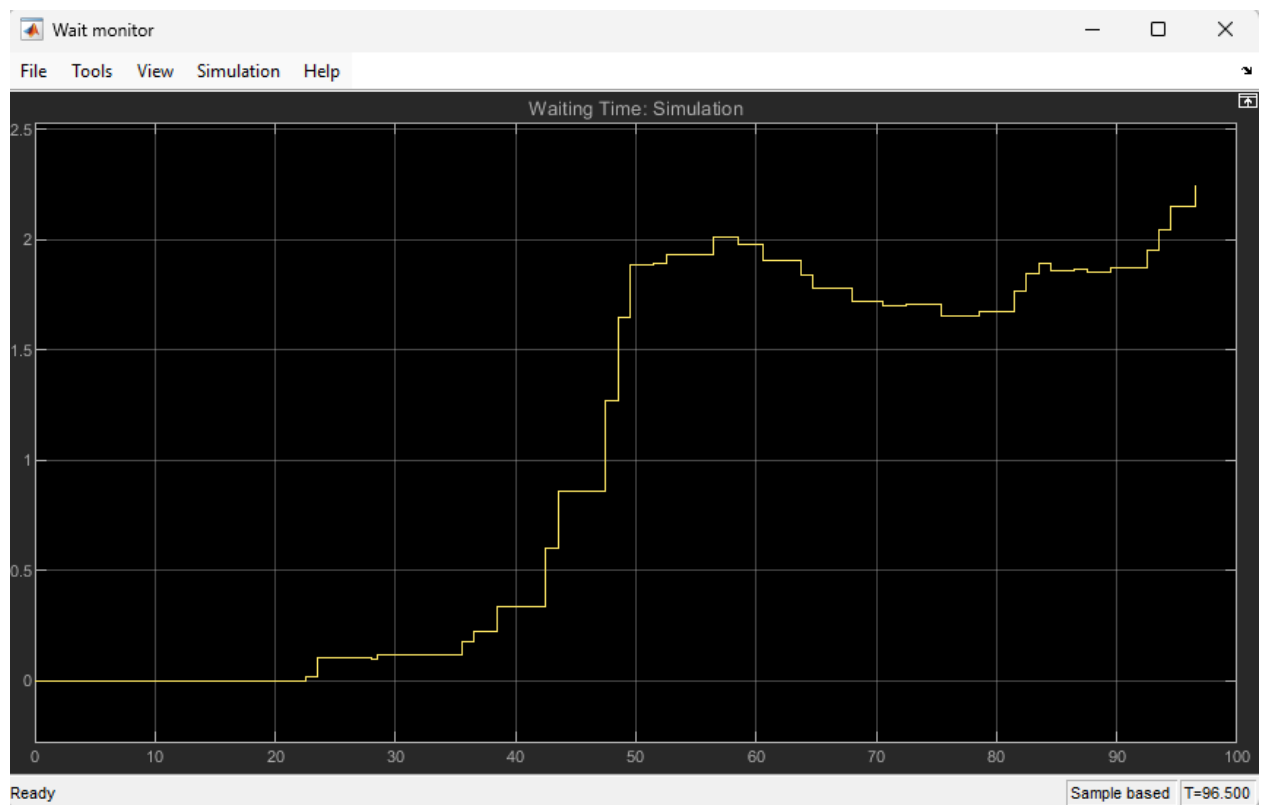


Рисунок 1 (Среднее время ожидания  $\lambda=0.5$ )

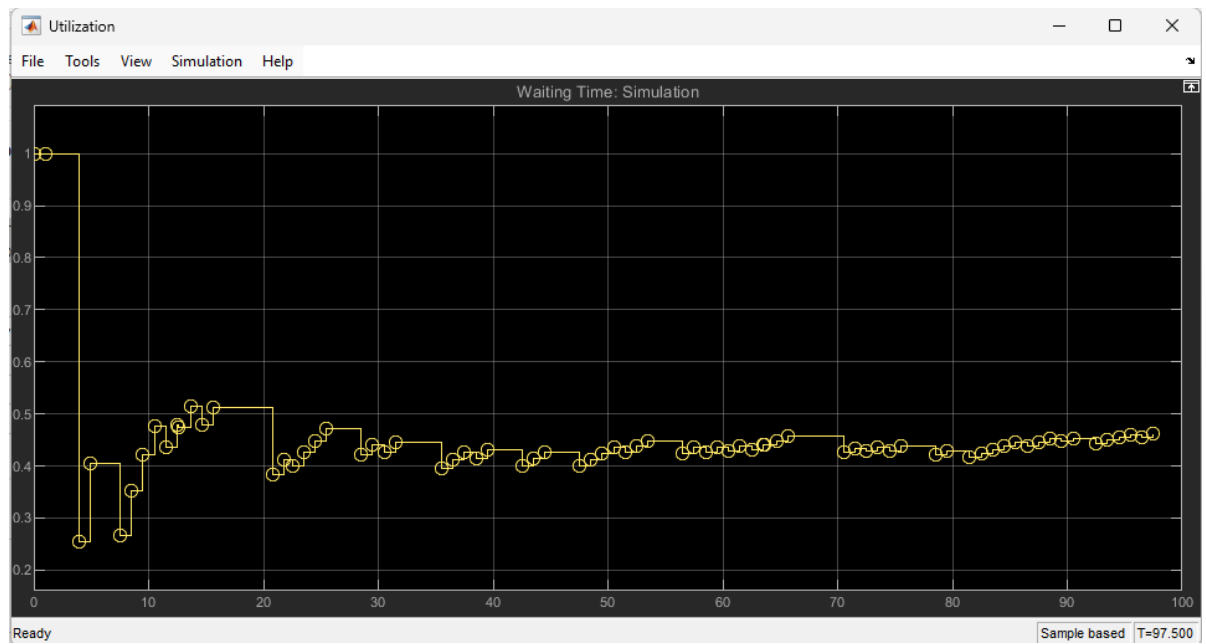


Рисунок 2 (Среднее время обслуживания  $\Lambda=0.5$ )

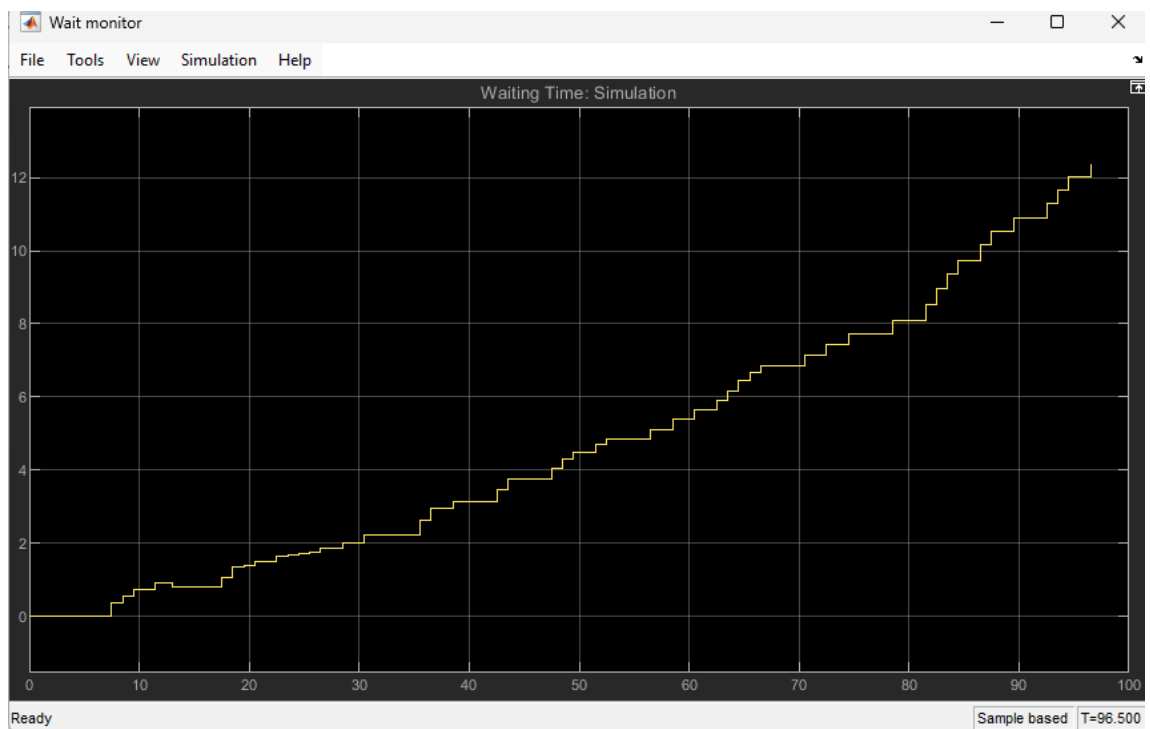


Рисунок 3 (Среднее время ожидания  $\Lambda=0.8$ )

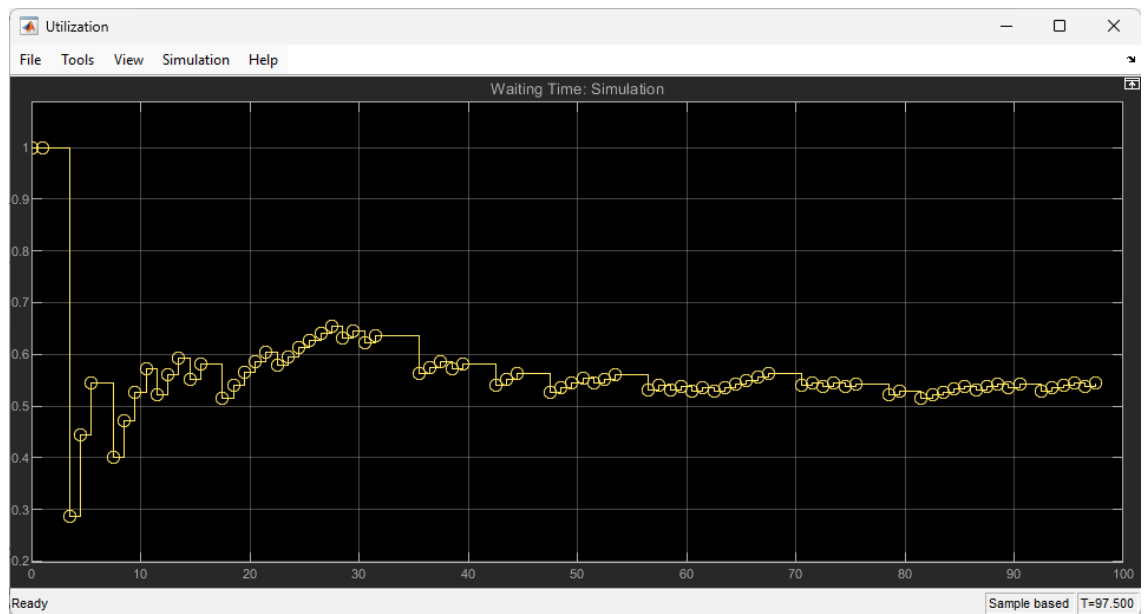


Рисунок 4 (Среднее время обслуживания  $\Lambda=0.8$ )

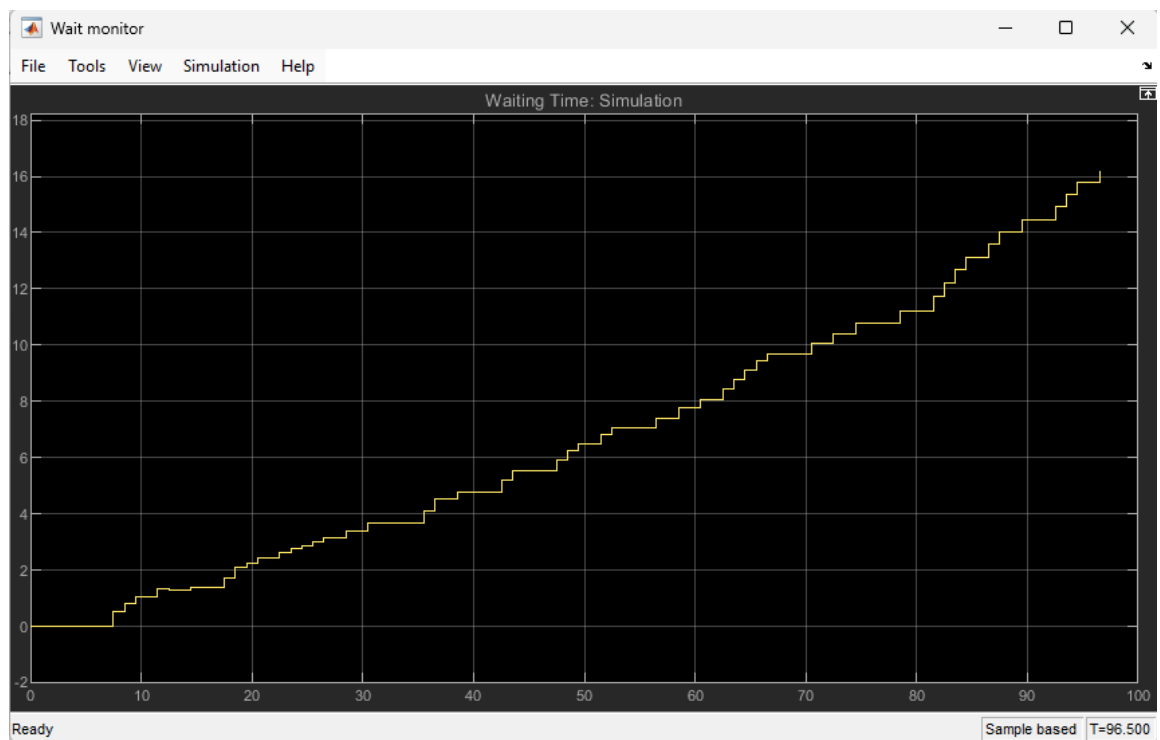


Рисунок 5 (Среднее время ожидания  $\Lambda=0.9$ )

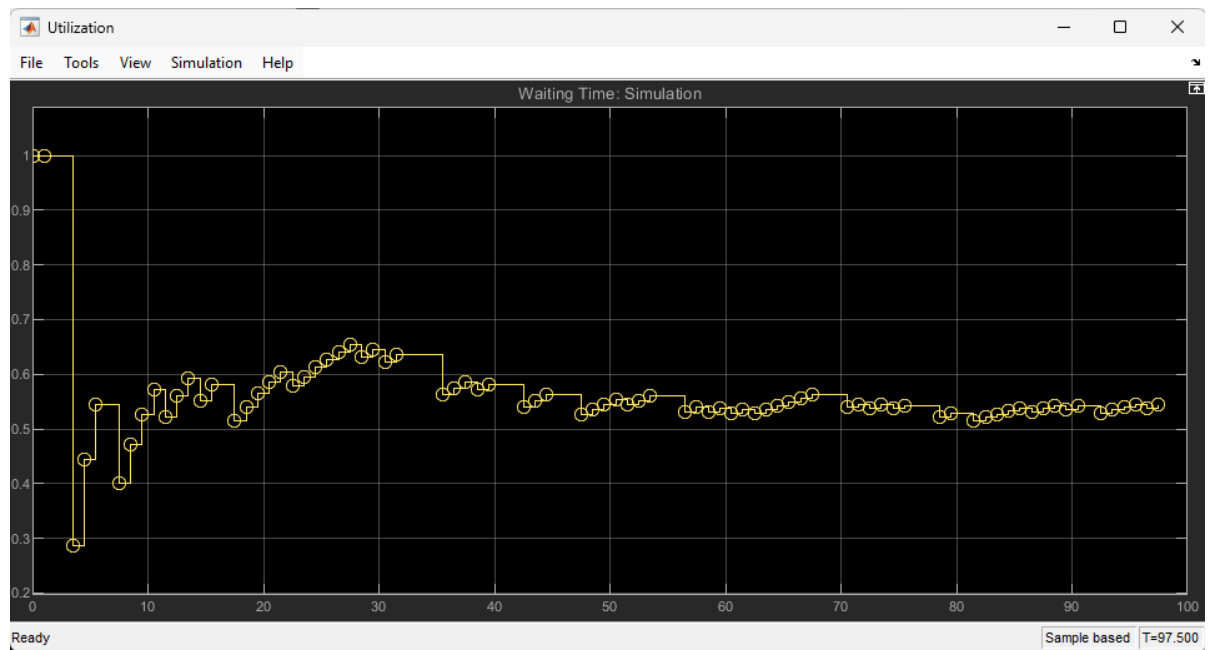


Рисунок 6 (Среднее время обслуживания  $\Lambda=0.9$ )

**Постройте графики зависимостей средних показателей системы от  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\rho_f$  и  $T_{\text{восст.}}$ .**

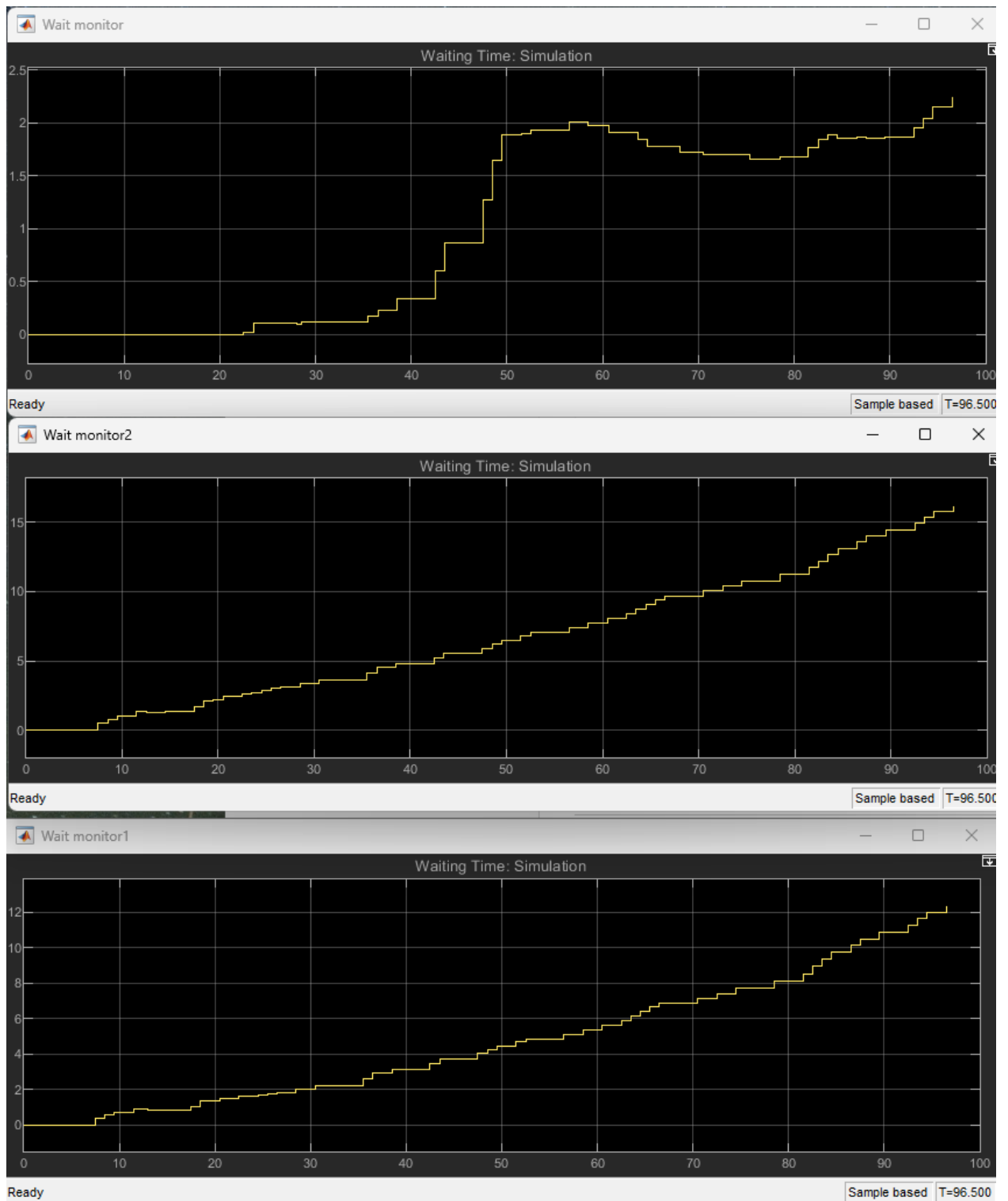


Рисунок 7 Зависимость времени ожидания от  $\lambda = 0.5, 0.8, 0.9$

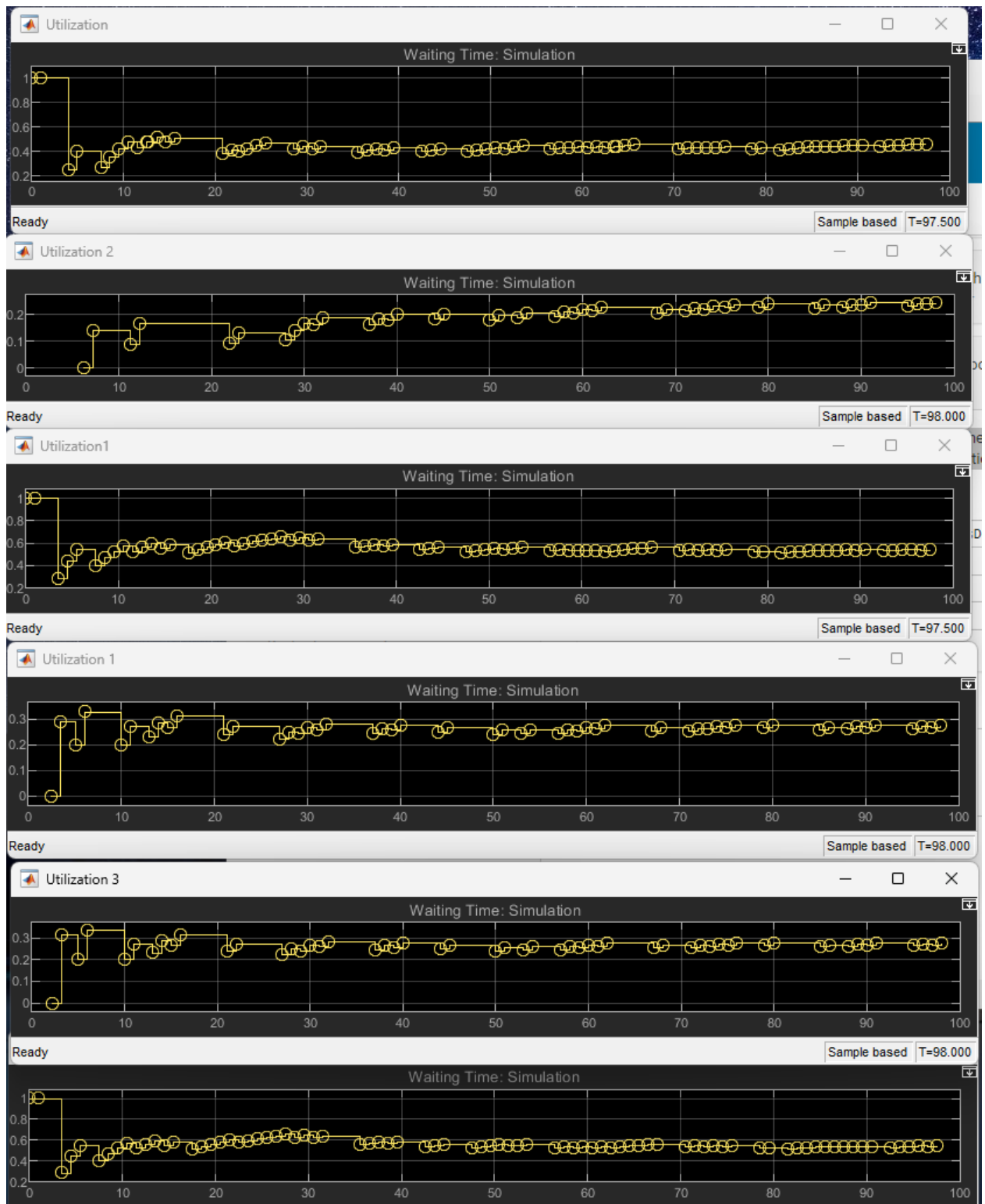


Рисунок 8 Зависимость времени обслуживания от  $\lambda = 0.5, 0.8, 0.9$

## Вывод

В процессе выполнения работы по моделированию простейшей системы массового обслуживания (СМО) типа М/М/1 с учетом вероятности отказа обслуживающего устройства и реализации резервирования были достигнуты следующие результаты:

1. **Ознакомление с Simulink:** Работа в среде Simulink позволила приобрести практические навыки создания моделей и настройки блоков для симуляции динамических систем. Пользователь смог ознакомиться с базовыми функциями Simulink, что облегчило процесс моделирования.
2. **Создание и исследование модели М/М/1:** Модель системы массового обслуживания была успешно построена и протестирована на корректность работы как без отказов и резервирования, так и с учетом данных факторов. Это позволило глубже понять механизмы функционирования системы и ее характеристик.
3. **Влияние отказов и резервирования:** Проведенные эксперименты показали, что отказ обслуживающего устройства значительно влияет на среднее время ожидания и длину очереди. Введение резервирования позволило уменьшить время ожидания заявок и вероятность отказа в обслуживании, тем самым улучшая общую надежность системы.
4. **Сравнение теоретических и экспериментальных данных:** Полученные результаты симуляции были сопоставлены с теоретическими расчетами, основанными на известных формулах для системы М/М/1. Анализ показал, что в большинстве случаев значения, полученные в ходе симуляции, соответствуют теоретическим, однако наличие отказов и конечное время симуляции приводили к небольшим расхождениям.
5. **Графический анализ:** На основе собранных данных были построены графики, которые наглядно демонстрируют зависимость средних показателей системы от интенсивности потока ( $\lambda$ ), интенсивности обслуживания ( $\mu$ ), вероятности отказа ( $p_{fr\_fpf}$ ) и времени восстановления ( $T_{восст}$ ). Эти визуализации помогли проиллюстрировать, как резервирование улучшает показатели системы, такие как время ожидания и длина очереди.
6. **Практические применения:** Результаты работы подчеркивают важность резервирования в системах, где непрерывность обслуживания является критически важной, таких как мобильные приложения и системы реального времени. Это дает возможность применять полученные знания для повышения надежности и эффективности различных сервисов.
7. **Предложения по улучшению модели:** В будущем можно рассмотреть возможность внедрения более сложных методов резервирования, а также исследовать влияние других факторов на работу системы, таких как распределение времени обслуживания и поступления заявок.

Таким образом, выполненная работа позволила получить не только теоретические знания, но и практические навыки, что значительно обогатило понимание принципов работы систем массового обслуживания и их оптимизации.