Федеральное агентство связи

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики» (СибГУТИ)

Отчет по

Лабораторной работе №6

по дисциплине «Теория массового обслуживания»

Тема: «Система массового обслуживания G/G/1. Формирование управляющих случайных последовательностей»

Вариант 11

Выполнил:

студент гр. ИА-232

Московских Дмитрий Петрович

Новосибирск 2024

Цель работы: Моделирование управляющих случайных последовательностей с различными функциями распределения.

Подготовка к лабораторной работе:

1. Изучить встроенные функции системы Mathcad.
2. Изучить различные законы распределения случайных величин.
3. Повторить обозначения систем массового обслуживания.
4. Повторить понятия входного потока и времени обслуживания.
5. Повторить понятия *математическое ожидание* и *дисперсия*.
6. Изучить формулы для расчета математического ожидания и дисперсии для заданных распределений.

Краткая теория:

5.1 Модель системы массового обслуживания

В предлагаемой лабораторной работе исследуется модель системы массового обслуживания (СМО), состоящей из очереди и прибора.

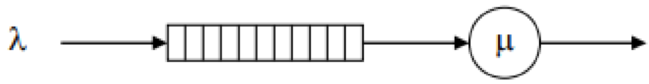


Рисунок 5.1 - Модель СМО

На вход системы поступает поток заявок с интенсивностью λ. Обслуживание осуществляется в единственном приборе с интенсивностью μ. Подразумевается, что очередь имеет неограниченную емкость (т.е. обслуживание без отказов). Любое требование, поступающее в систему, в то время, когда прибор занят, ждёт пока не обслужатся все стоящие перед ним в очереди требования. Входными параметрами для исследования СМО являются последовательности $\{\tau_n\}$ – последовательность промежутков времени между поступлениями требований и $\{\nu_n\}$ – последовательность промежутков времени обслуживания.

Задача данной лабораторной работы заключается в том, чтобы правильно сформировать управляющие последовательности в зависимости от вида СМО.

Для сравнения систем массового обслуживания различного типа необходимо, чтобы аналитические характеристики (математическое ожидание и дисперсия) распределений случайных величин ($\{\tau_n\}$ и $\{\nu_n\}$), подаваемых на вход этих СМО, совпадали. Таким образом, параметры распределений определяются решением системы уравнений:

$$\begin{cases} E_{\exp} = E_G \\ D_{\exp} = D_G \end{cases} \tag{5.1}$$

5.2 Решение системы уравнений

Для решения системы уравнений в Mathcad можно воспользоваться встроенной функцией **Find.** Это можно сделать следующим образом:

- Присвоить начальные значения всем искомым переменным.
- Ниже ввести ключевое слово **Given** (Дано).
- Перейти на строку ниже и ввести систему уравнений (использовать жирный знак равенства из панели отношений).
- Ниже выполнить вызов функции **Find(x,y)**.

Пример:

$x := 1$	$y := 1$	Начальные значения
Given		
$5 = \frac{x+2}{y}$	$x = 3 \cdot y + 10$	Система уравнений
$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := \text{Find}(x, y)$		Вызов функции Find
$x = 28$	$y = 6$	Вывод результата

5.3 Система M/M/1

Распределение времени между поступлениями требований – показательное

$$F(\tau) = 1 - e^{-\lambda \cdot \tau} \tag{5.2}$$

со средним

$$E_{\exp} = \bar{\tau} = \frac{1}{\lambda} \tag{5.3}$$

и дисперсией

$$D_{\exp} = \sigma_{\tau}^{2} = \frac{1}{\lambda^{2}}. \tag{5.4}$$

Распределение времени обслуживания – показательное $F(\nu) = 1 - e^{-\mu \cdot \nu}$. Среднее и дисперсия вычисляются по формулам 5.3 - 5.4 (с параметром μ). Для формирования последовательности показательно распределенных случайных чисел используется встроенная функция Mathcad – **rexp(*N*,*λ*),** где N – размерность последовательности, λ – параметр распределения.

5.4 Система M/G/1

Распределение времени между поступлениями – показательное (среднее и дисперсия смотри формулы 5.3 - 5.4). Распределение времени обслуживания – общего вида, в данной лабораторной работе это любое распределение из таблицы 5.1. Характеристики распределений общего вида описаны ниже.

5.5 Система G/M/1

Распределение времени между поступлениями – общего вида. Распределение времени обслуживания – показательное.

5.6 Система G/G/1

Распределение времени между поступлениями заявок и времени обслуживания – общего вида.

5.7 Распределения общего вида и их характеристики

5.7.1 Равномерное распределение

Функция распределения случайной величины *x*, равномерно распределенной на интервале (a,b) выглядит следующим образом:

$$F(x)=\frac{x-a}{b-a}. \tag{5.5}$$

Плотность вероятности

$$f(x)=\frac{1}{b-a} \tag{5.6}$$

со средним

$$E_{unif}=\bar{x}=\frac{a+b}{2} \tag{5.7}$$

и дисперсией

$$D_{unif}=\sigma_x^2=\frac{(b-a)^2}{12}. \tag{5.8}$$

Формирование последовательности из N случайных чисел, равномерно распределенных на интервале (a,b), производится с помощью встроенной функции Mathcad – **runif(*N,a,b*).** Параметры распределения (границы интервала) являются решением системы уравнений (5.1).

5.7.2 Гамма – распределение

Функция распределения не выражается в аналитическом виде.

Плотность вероятности

$$f(x) = \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} \cdot \left(\frac{\exp\left(\frac{x}{b}\right)}{b \cdot \Gamma(c)}\right), \tag{5.9}$$

где c – параметр формы, b – параметр масштаба (иногда не используется и предполагается равным 1).

Среднее

$$E_\Gamma = \bar{x} = b \cdot c. \tag{5.10}$$

Дисперсия

$$D_\Gamma = \sigma_x^2 = b^2 \cdot c. \tag{5.11}$$

Для формирования последовательности случайных чисел используется функция Mathcad – **rgamma(*N,c*)**, где N – размерность последовательности, $c > 0$ – параметр формы. Параметры распределения b и c определяются решением системы уравнений (5.1).

Необходимо учитывать, что Mathcad формирует случайные числа с параметром масштаба $b = 1$, поэтому для получения случайных чисел с требуемым Гамма – распределением необходимо всю сформированную последовательность умножить на параметр масштаба.

5.7.3 Логнормальное распределение

Функция распределения не выражается в аналитическом виде

Плотность вероятности

$$f(x) = \left(\frac{1}{x \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \right) \cdot \exp\left(\frac{-[\ln(x/m)]^2}{2 \cdot \sigma^2} \right), \tag{5.12}$$

где $\sigma > 0$ – параметр формы (стандартное отклонение случайной величины), m – параметр масштаба (медиана), $m = \exp(\bar{x})$. Параметры m и σ выражаются через характеристики показательного распределения следующим образом

$$m = \frac{E_{\exp}}{\sqrt{\omega}}, \tag{5.13}$$

$$\sigma = \sqrt{\ln(\omega)}, \tag{5.14}$$

где $\omega = \dfrac{D_{\exp} + E_{\exp}^2}{E_{\exp}^2}$ – вспомогательная переменная, E_{exp} – математическое ожидание показательного распределения, D_{exp} – дисперсия показательного распределения.

Математическое ожидание

$$E_{LN} = m \cdot \sqrt{\omega}. \tag{5.15}$$

Дисперсия

$$D_{LN} = m^2 \cdot \omega \cdot (\omega - 1) \tag{5.16}$$

Для формирования последовательности случайных чисел и используется функция Mathcad – **rlnorm(*N*, *υ* , *σ*),** где $\upsilon = \ln(m)$. Параметры распределения смотри выше.

5.7.4 Распределение хи - квадрат

Функция распределения:

$$F(x) = \left(\frac{1}{2^{d/2} \cdot \Gamma\left(\frac{d}{2}\right)} \right) \cdot \int_0^y u^{\frac{d}{2}-1} \cdot \exp\left(-\frac{u}{2}\right) du. \tag{5.17}$$

Плотность вероятности:

$$f(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{d}{2}-1} \cdot \left(\frac{\exp\left(-\frac{x}{2}\right)}{b \cdot \Gamma\left(\frac{d}{2}\right)} \right), \tag{5.18}$$

где $d > 0$ – параметр формы (число степеней свободы).

Среднее:

$$E_{\chi^2} = \bar{x} = d. \tag{5.19}$$

Дисперсия:

$$D_{\chi^2} = \sigma_x^2 = 2 \cdot d. \tag{5.20}$$

Для формирования последовательности случайных чисел и используется функция Mathcad – **rchisq(*N*, *d*).** Параметры распределения определяются решением системы уравнений 5.1.

5.7.5 Распределение Эрланга

Распределение Эрланга – это гамма - распределение с целым параметром *c*.

Функция распределения

$$F(x) = 1 - \exp\left(\frac{x}{b}\right) \cdot \left[\sum_{i=1}^{c-1} \frac{\left(\frac{x}{b}\right)^i}{i!}\right]. \tag{5.21}$$

Плотность вероятности

$$f(x) = \frac{\left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} \cdot \exp\left(-\frac{x}{b}\right)}{b \cdot [(c-1)!]}, \tag{5.22}$$

где $c > 0$ – параметр формы (целое число), $b > 0$ – параметр масштаба.

Среднее

$$E_E = \bar{x} = b \cdot c. \tag{5.23}$$

Дисперсия

$$D_E = \sigma_x^2 = b^2 \cdot c. \tag{5.24}$$

Для формирования последовательности случайных чисел и используется функция Mathcad – **rgamma(*N*, *c*)**, где *N* – размерность вектора. Параметры распределения *c* и *b* определяются решением системы уравнений 5.1.

Необходимо учитывать, что Mathcad формирует случайные числа с параметром масштаба $b = 1$, поэтому для получения случайных чисел с требуемым распределением Эрланга необходимо всю сформированную последовательность умножить на параметр масштаба.

5.7.6 Распределение Вейбулла

Функция распределения

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{b}\right)^c\right). \tag{5.25}$$

Плотность вероятности

$$f(x) = \left(\frac{c \cdot x^{c-1}}{b^c}\right) \cdot \exp\left(-\left(\frac{x}{b}\right)^c\right), \tag{5.26}$$

где $c > 0$ – параметр формы, $b > 0$ – параметр масштаба (характерное время жизни).

Среднее

$$E_W = \bar{x} = b \cdot \Gamma\left(\frac{c+1}{c}\right). \tag{5.27}$$

Дисперсия

$$D_W = \sigma_x^2 = b^2 \cdot \left[\Gamma\left(\frac{c+2}{c}\right) - \left\{\Gamma\left(\frac{c+1}{c}\right)\right\}^2\right]. \tag{5.28}$$

Для формирования последовательности случайных чисел и используется функция Mathcad – **rweibull(*N*, c*)*.** Параметры распределения определяются решением системы уравнений 5.1.

Необходимо учитывать, что Mathcad формирует случайные числа с параметром масштаба $b = 1$, поэтому для получения случайных чисел с требуемым распределением Вейбулла необходимо всю сформированную последовательность умножить на параметр масштаба.

5.8 Статистические характеристики

Среднее

$$M = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}.$$

Дисперсия

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{N} - M^2.$$

Порядок выполнения:

1. Создать новый рабочий лист Mathcad.

2. Задать значения λ и μ (по своему усмотрению, но с учетом выполнения условия стационарности системы).
3. Определить аналитические характеристики (математическое ожидание и дисперсию) показательного распределения (для входного потока и времени обслуживания).
4. Определить параметры распределения общего вида (распределение из таблицы 5.1, вариант по журналу).
5. Определить аналитические характеристики распределения общего вида.
6. Задать длину последовательности $N \geq 100$.
7. Используя встроенные функции Mathcad сформировать управляющие последовательности для системы *M/M/1* ($\{\tau_n\}$ и $\{\nu_n\}$).
8. Сформировать управляющие последовательности для потока общего вида ($\{\tau 1_n\}$ и $\{\nu 1_n\}$).
9. Рассчитать статистические характеристики для всех полученных выборок (формулы 5.29 – 5.30).
10. Проверить совпадение аналитических и статистических характеристик, тем самым, оценив точность генерации последовательностей.
11. Проверить совпадение статистических характеристик показательного распределения и распределения общего вида.
12. Добиться наиболее полного совпадения, изменяя параметр *N*.
13. Оформить полученные данные в виде рабочего листа Mathcad.
14. Сохранить файл в папке «*Мои документы\ОТМО*», имя файла задать следующим образом: *<Группа>.<Фамилия>.<№ лабораторной работы>*.
15. Сдать и защитить работу.

Содержание отчета по лабораторной работе:

1. Название и цель работы.
2. Задание к лабораторной работе.
3. Расчет и задание параметров распределений.
4. Длина последовательностей.
5. Сформированные последовательности.
6. Статистические и аналитические характеристики.
7. Вывод по лабораторной работе.

Контрольные вопросы:

1. Обозначение СМО.
2. Классификация СМО.
3. Функции распределения.
4. Математическое ожидание и дисперсия.
5. Формирование случайных чисел.
6. Аналитические и статистические характеристики.
7. Решение систем линейных уравнений.

Задать значения λ и μ

```
lambda = 3; % Интенсивность потока заявок
mu = 4; % Интенсивность обслуживания заявок
```

Определить аналитические характеристики (математическое ожидание и дисперсию) показательного распределения (для входного потока и времени обслуживания).

```
E_input_thread = 1 / lambda;
D_input_thread = 1 / lambda^2;

E_work_thread = 1 / mu;
D_work_thread = 1 / mu^2;
```

Определить параметры распределения общего вида

```
Eexp = E_input_thread;
Dexp = D_input_thread;
```

4	Логнормальное распределение

$$\begin{cases} E_{exp} = \frac{1}{\lambda} \\ D_{exp} = \frac{1}{\lambda^2} \end{cases} \qquad \begin{cases} E_{exp} = E_r \\ D_{exp} = D_r \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_r = b \cdot c \\ D_r = b^2 \cdot c \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\lambda} = b \cdot c \quad (1) \\ \frac{1}{\lambda^2} = b^2 \cdot c \quad (2) \end{cases}$$

Выразим c, подставим в (2)

$$\Rightarrow \begin{cases} c = \frac{1}{\lambda b} \\ \frac{1}{\lambda^2} = b^2 \cdot \frac{1}{\lambda b} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda^2} = \frac{b}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{\lambda}}{\lambda^{\cancel{2}}} = b \Leftrightarrow b = \frac{1}{\lambda}$$

подставим $b = \frac{1}{\lambda}$ в (1) $\Rightarrow c = \frac{1}{\lambda \cdot \frac{1}{\lambda}}$

$$c = \frac{\cancel{\lambda}}{\cancel{\lambda}} = 1$$

$$\begin{cases} E_r = b \cdot c \\ D_r = b^2 \cdot c \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda} = b \cdot c \\ \frac{1}{\lambda^2} = b^2 \cdot c \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \cdot c$$

$$\frac{\lambda}{\lambda} = c \Rightarrow 1$$

$$1) \; \frac{1}{\lambda b} = c$$

$$2) \; \frac{1}{\lambda^2 b^2} = \frac{1}{\lambda b} \Rightarrow \frac{\cancel{\lambda}}{\lambda^{\cancel{2}}} = \frac{b^{\cancel{2}}}{\cancel{b}}$$

$\lambda > 0$

$b > 0$

$$\frac{1}{\lambda} = b$$

$$\frac{1}{\lambda^2 b^2} = \frac{1}{\lambda b}$$

Определить аналитические характеристики распределения общего вида

```
% G/G/1
tau_1n = gamrnd(c_param, b_param, [1, N_len]);
nu_1n = gamrnd(c_param, b_param, [1, N_len]);
```

Задать длину последовательности N ≥ 100

```
N_len = 200;
```

Используя встроенные функции Mathcad сформировать управляющие последовательности для системы M/M/1 ({τn} и {νn})

```
tau_n = exprnd(b_param, [1, N_len]);
nu_n = exprnd(c_param, [1, N_len]);
```

Сформировать управляющие последовательности для потока общего вида ({τ1n} и {ν1n})

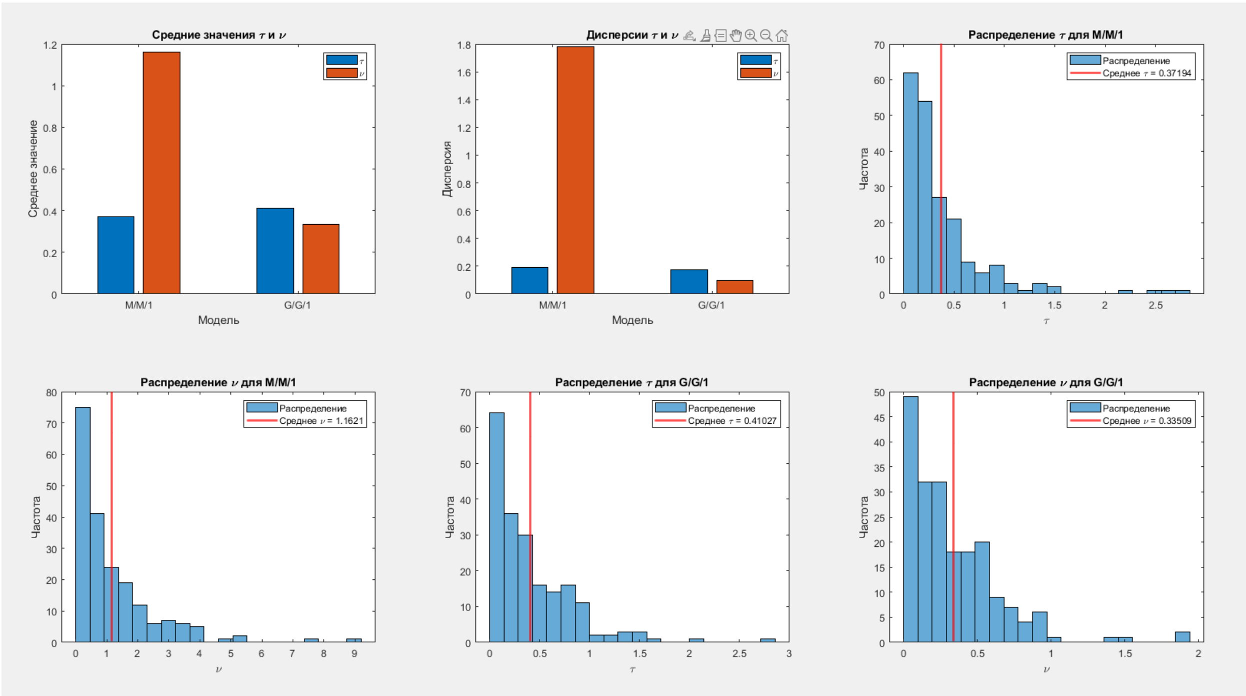
```
tau_1n = gamrnd(c_param, b_param, [1, N_len]);
nu_1n = gamrnd(c_param, b_param, [1, N_len]);
```

Рассчитать статистические характеристики для всех полученных выборок

```
% 1. Расчет статистических характеристик для M/M/1
mean_tau_n = mean(tau_n);
var_tau_n = var(tau_n);

mean_nu_n = mean(nu_n);
var_nu_n = var(nu_n);

% 2. Расчет статистических характеристик для G/G/1
mean_tau_1n = mean(tau_1n);
var_tau_1n = var(tau_1n);

mean_nu_1n = mean(nu_1n);
var_nu_1n = var(nu_1n);
```

Проверить совпадение аналитических и статистических характеристик, тем самым, оценив точность генерации последовательностей. Проверить совпадение статистических характеристик показательного распределения и распределения общего вида

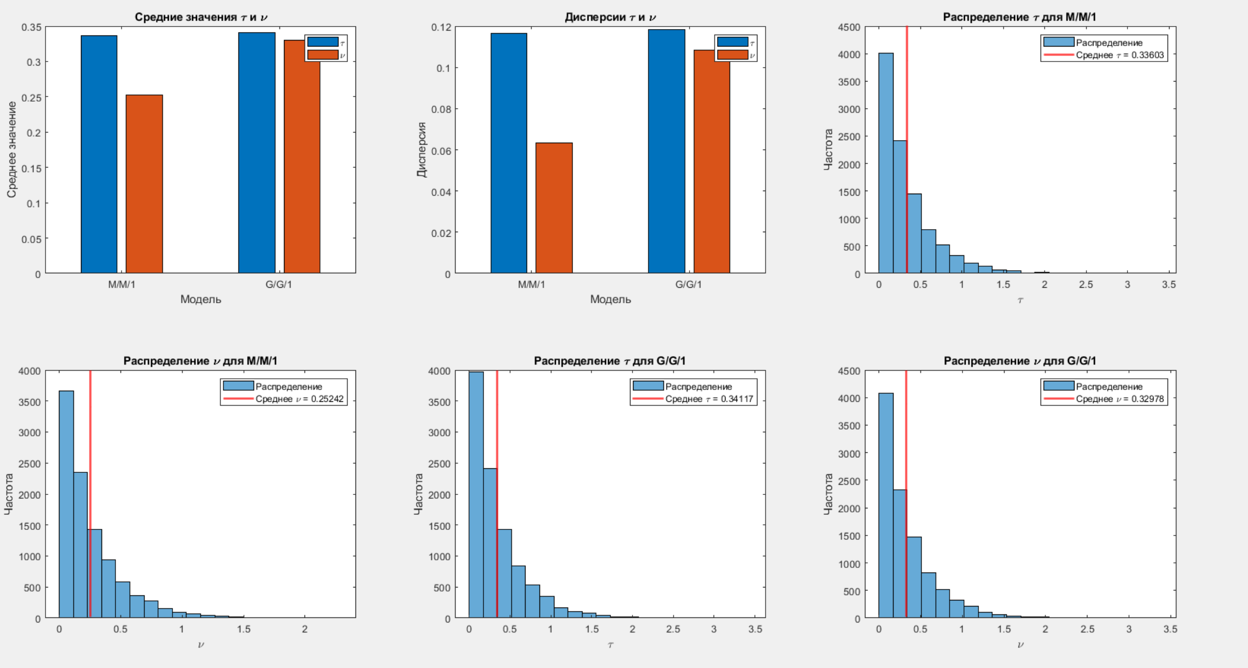
```
Система стационарна, так как коэффициент загрузки rho = 0.75 < 1
Математическое ожидание для времени между заявками: 0.3333
Дисперсия для времени между заявками: 0.1111
Математическое ожидание для времени обслуживания: 0.2500
Дисперсия для времени обслуживания: 0.0625
Статистические характеристики для системы M/M/1:
Среднее tau_n: 0.3451, Дисперсия tau_n: 0.1079
Среднее nu_n: 1.0407, Дисперсия nu_n: 0.9630
Статистические характеристики для системы G/G/1:
Среднее tau_ln: 0.3059, Дисперсия tau_ln: 0.0941
Среднее nu_ln: 0.3264, Дисперсия nu_ln: 0.1175
Аналитическое среднее tau: 0.3333, Статистическое среднее tau_n: 0.3451
Аналитическая дисперсия tau: 0.1111, Статистическая дисперсия tau_n: 0.1079
Аналитическое среднее nu: 0.2500, Статистическое среднее nu_n: 1.0407
Аналитическая дисперсия nu: 0.0625, Статистическая дисперсия nu_n: 0.9630
Сравнение статистических характеристик tau_n и tau_ln:
Среднее tau_n: 0.3451, Среднее tau_ln: 0.3059
Дисперсия tau_n: 0.1079, Дисперсия tau_ln: 0.0941
Сравнение статистических характеристик nu_n и nu_ln:
Среднее nu_n: 1.0407, Среднее nu_ln: 0.3264
Дисперсия nu_n: 0.9630, Дисперсия nu_ln: 0.1175
```



Добиться наиболее полного совпадения, изменяя параметр N

```
N_len = 10000;  % Увеличим N для более точных значений
```

```
Статистические характеристики для системы M/M/1:
Среднее tau_n: 0.3308, Дисперсия tau_n: 0.1093
Среднее nu_n: 0.2512, Дисперсия nu_n: 0.0627
Статистические характеристики для системы G/G/1:
Среднее tau_ln: 0.3332, Дисперсия tau_ln: 0.1114
Среднее nu_ln: 0.3362, Дисперсия nu_ln: 0.1126
Аналитическое среднее tau: 0.3333, Статистическое среднее tau_n: 0.3308
Аналитическая дисперсия tau: 0.1111, Статистическая дисперсия tau_n: 0.1093
Аналитическое среднее nu: 0.2500, Статистическое среднее nu_n: 0.2512
Аналитическая дисперсия nu: 0.0625, Статистическая дисперсия nu_n: 0.0627
Сравнение статистических характеристик tau_n и tau_ln:
Среднее tau_n: 0.3308, Среднее tau_ln: 0.3332
Дисперсия tau_n: 0.1093, Дисперсия tau_ln: 0.1114
Сравнение статистических характеристик nu_n и nu_ln:
Среднее nu_n: 0.2512, Среднее nu_ln: 0.3362
Дисперсия nu_n: 0.0627, Дисперсия nu_ln: 0.1126
```



Контрольные вопросы

<u>Обозначение СМО</u> - это математическая модель, используемая для анализа процессов обслуживания в различных сферах, таких как транспорт, связь, торговля и другие. Она описывает, как потоки клиентов (или запросов) взаимодействуют с ограниченными ресурсами обслуживания (например, очередями, кассами, серверами).

Основные компоненты СМО:

1. Поток клиентов — описывает, как клиенты приходят в систему (например, по пулам или случайным интервалам времени).

2. Система обслуживания — включает в себя количество серверов и правила обслуживания (например, FIFO — first in, first out).

3. Очередь — место, где клиенты ожидают обслуживания.

Модели СМО могут быть различными: M/M/1 (один сервер с пуассоновским потоком), M/M/c (несколько серверов), M/G/1 и другие. Каждая из них имеет свои особенности и применяется в зависимости от конкретной ситуации.

Классификация СМО

1. По типу потока клиентов:

Пуассоновский поток (M): клиенты приходят в систему случайно, с экспоненциальными интервалами времени.

Детерминированный поток (D): клиенты приходят в систему с фиксированными интервалами.

Общий поток (G): более общая модель, где интервалы времени могут иметь любую распределение.

2. По количеству серверов:

Односерверные (1): система с одним обслуживающим устройством.

Многосерверные (c): система с несколькими обслуживающими устройствами.

3. По типу очереди:

FIFO (First In, First Out): клиенты обслуживаются в порядке их прихода.

LIFO (Last In, First Out): последние пришедшие обслуживаются первыми.

Приоритетные очереди: клиенты обслуживаются в зависимости от их приоритета.

4. По типу обслуживания:

С фиксированным временем обслуживания: время обслуживания каждого клиента одинаково.

С переменным временем обслуживания: время обслуживания может варьироваться и подчиняется определенному распределению (например, экспоненциальному, нормальному и т.д.).

5. По наличию ограничений:

С ограниченной емкостью очереди: максимальное количество клиентов в очереди ограничено.

С неограниченной емкостью очереди: нет ограничений на количество ожидающих клиентов.

6. По типу системы:

Системы с ожиданием: клиенты могут ждать обслуживания в очереди.

Системы без ожидания: если нет свободного сервера, клиент уходит.

Функции распределения - это математическая функция, которая описывает вероятность того, что случайная величина примет значение, меньшее или равное заданному. Функции распределения делятся на два основных типа: дискретные и непрерывные.

Дискретные функции распределения

Непрерывные функции распределения

Свойства функции распределения:

Непрерывность: $F(x)$ непрерывна.

Монотонность: $F(x)$ не убывает: если $a < b$, то $F(a) \leq F(b)$.

Математическое ожидание и дисперсия

Математическое ожидание (или среднее значение) случайной величины X обозначается как $E(X)$ и представляет собой "центр" распределения. Оно показывает, каково "среднее" значение этой величины в долгосрочной перспективе.

Дисперсия случайной величины X обозначается как $D(X)$ или $Var(X)$ и измеряет разброс значений случайной величины относительно ее математического ожидания. Она показывает, насколько значения величины отклоняются от среднего.

Математическое ожидание помогает оценить "среднее" поведение случайных процессов.

Дисперсия позволяет понять степень неопределенности или вариативности этих процессов.

Формирование случайных чисел - это процесс генерации чисел, которые не поддаются предсказанию. Случайные числа используются в различных областях, таких как статистика, моделирование, криптография и игры. Существует несколько методов их генерации:

Псевдослучайные числа

Истинно случайные числа

Генерация случайных чисел в языках программирования

Применение случайных чисел

Аналитические и статистические характеристики - это важные понятия в статистике и анализе данных, которые помогают описывать и интерпретировать распределение данных.

Аналитические и статистические характеристики используются для:

Оценки и интерпретации данных.

Принятия решений на основе анализа данных.

Проверки гипотез и исследовательских вопросов.

Моделирования и прогнозирования.

Эти характеристики помогают лучше понять структуру данных и делать обоснованные выводы.

Решение систем линейных уравнений

Графический метод

Метод подстановки

Метод исключения (метод Гаусса)

Матрицы и определители

Вывод

На основе ваших ответов на контрольные вопросы можно сделать следующие выводы о системах массового обслуживания (СМО) и связанных с ними концепциях:

1. СМО: определение и ключевые компоненты. Системы массового обслуживания представляют собой важные математические модели, используемые для анализа процессов обслуживания клиентов в разных сферах. Основные компоненты включают поток клиентов, систему обслуживания и очередь, что подчеркивает необходимость учитывать их взаимодействие для эффективного управления.
2. Классификация СМО. Системы массового обслуживания можно классифицировать по нескольким критериям: тип потока клиентов (пуассоновский, детерминированный, общий), количество серверов (односерверные или многосерверные), тип очереди (FIFO, LIFO, приоритетные очереди) и тип обслуживания (с фиксированным или переменным временем). Такая классификация помогает выбрать наиболее подходящую модель для конкретных задач.
3. Функции распределения. Распределения случайных величин, как дискретные, так и непрерывные, играют ключевую роль в вероятностных моделях, позволяя описывать и прогнозировать поведение системы
4. Математическое ожидание и дисперсия. Эти показатели помогают анализировать случайные процессы. Математическое ожидание дает представление о среднем значении величины, а дисперсия показывает степень разброса значений, что важно для оценки надежности и устойчивости систем в условиях неопределенности.
5. Генерация случайных чисел. Этот процесс широко применяется в статистике и моделировании. Правильная генерация случайных чисел необходима для точного проведения симуляций в моделях СМО.
6. Аналитические и статистические характеристики. Эти характеристики являются основой для принятия обоснованных решений и анализа данных, что делает их важными для эффективной работы СМО.
7. Решение систем линейных уравнений. Методы решения линейных уравнений, такие как графический метод, метод подстановки и метод исключения, важны для анализа и оптимизации СМО, поскольку многие задачи управления можно представить в виде линейных уравнений.

Эти выводы подчеркивают значимость СМО как инструмента анализа и оптимизации процессов обслуживания, а также необходимость хорошего понимания вероятностных и статистических методов для успешного применения таких моделей.