

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ
Факультет физико-математических и естественных
наук

Кафедра прикладной информатики и теории
вероятностей

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №5

дисциплина: Математическое моделирование

Преподаватель: Кулябов Дмитрий Сергеевич

Студент: Попов Дмитрий Павлович

Группа: НФИбд-03-19

МОСКВА

2022 г.

Цель работы

Построение модели Лотки-Вольтерры "хищник-жертва".

Теоретическое введение

Данная двумерная модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

Уравнение имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -cy(t) + dx(t)y(t)\end{aligned}$$

В этой модели x – число жертв, y – число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Стационарное состояние системы уравнений (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:

$$x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{b}$$

Условия задачи

Вариант 67

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.81x(t) + 0.048x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.76y(t) - 0.038x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:

$$x_0 = 7, y_0 = 29.$$

Найдите стационарное состояние системы. (интервал $t = [0; 300]$ (шаг = 0.1)).

Выполнение лабораторной работы

Построение модели Лотки-Вольтерры "хищник-жертва"

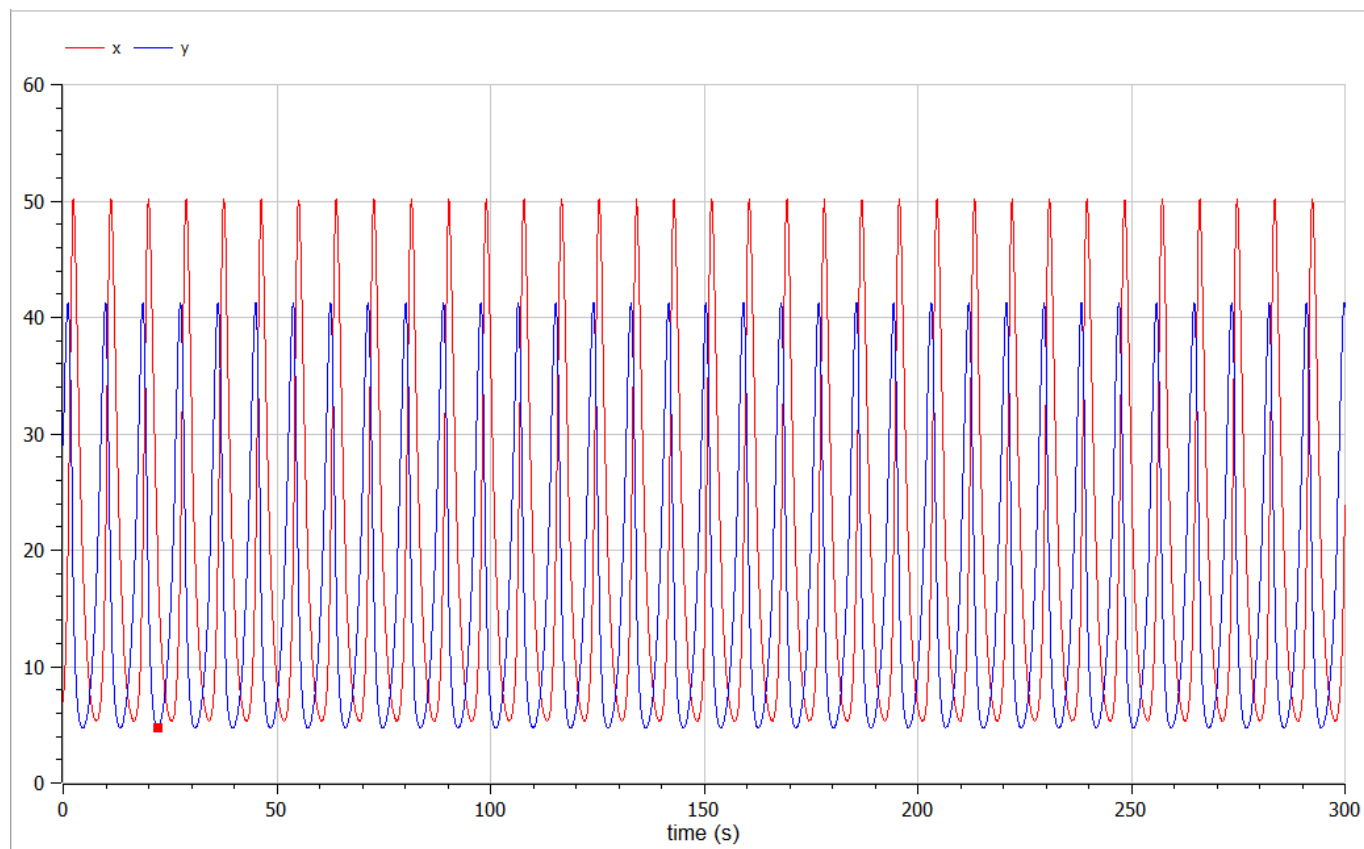
Модели «хищник-жертва» Варианта 67:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.81x(t) + 0.048x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.76y(t) - 0.038x(t)y(t) \end{cases}$$

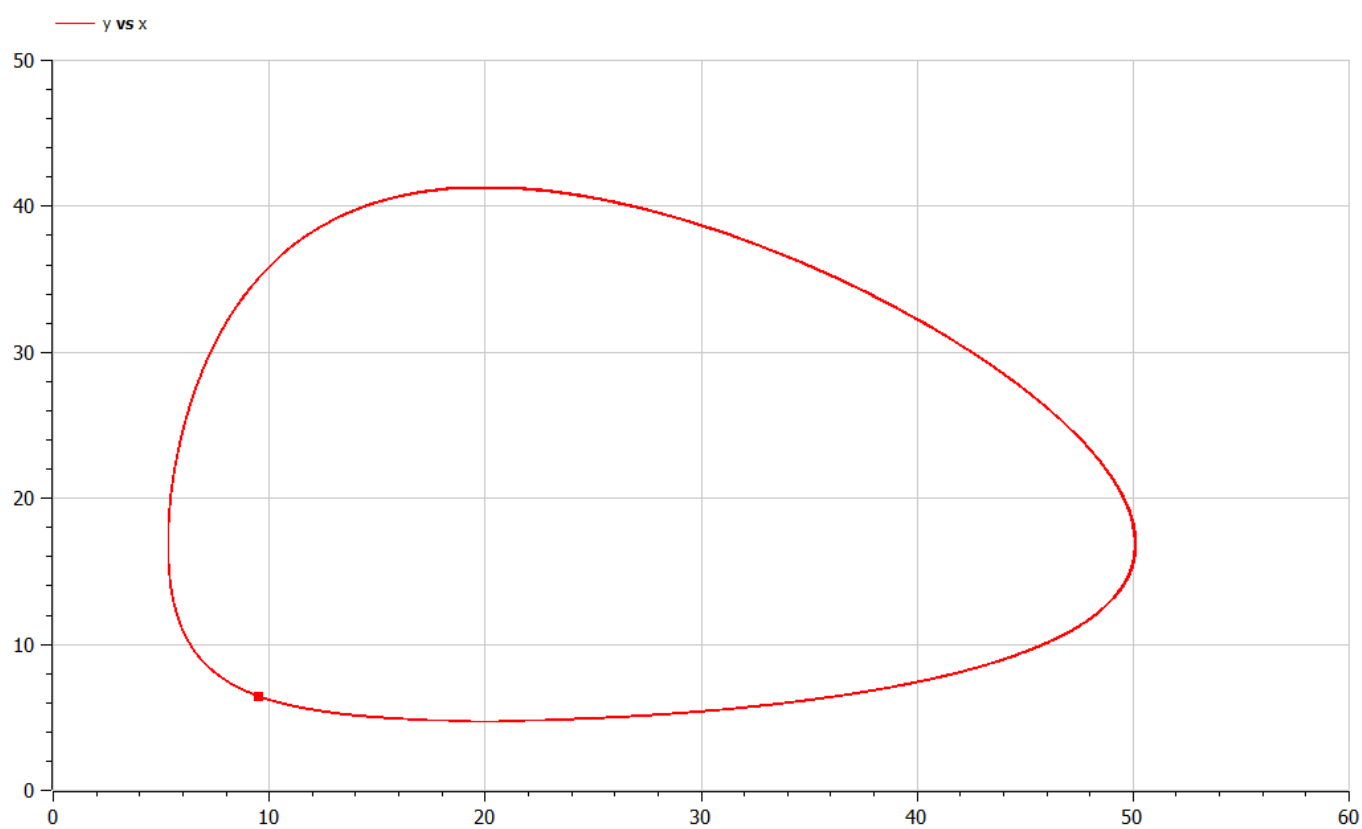
Чтобы построить фазовый портрет модели, я написал следующий код:

```
1 model lab5
2   parameter Real a = 0.81;
3   parameter Real b = 0.048;
4   parameter Real c = 0.76;
5   parameter Real d = 0.038;
6   parameter Real x0 = 7;
7   parameter Real y0 = 29;
8   Real x(start = x0);
9   Real y(start = y0);
10  parameter Real stat_x = c/d;
11  parameter Real stat_y = a/b;
12  equation
13    der(x) = -a*x + b*x*y;
14    der(y) = c*y - d*x*y;
15  end lab5;
```

и получил фазовый портрет модели в варианте для обычной системы, зависящей от времени:



и фазовый портрет модели в варианте для параметрической системы:



Выводы

После завершения данной лабораторной работы - я научился выполнять построение модели Лотки-Вольтерры "хищник-жертва" в OpenModelica.

Список литературы

1. Кулябов, Д.С. - Модель хищник-жертва
https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1343893/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%204.pdf