

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ
Факультет физико-математических и естественных
наук

Кафедра прикладной информатики и теории
вероятностей

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4

дисциплина: Математическое моделирование

Преподаватель: Кулябов Дмитрий Сергеевич

Студент: Попов Дмитрий Павлович

Группа: НФИбд-03-19

МОСКВА

2022 г.

Цель работы

Построение модели гармонических колебаний - фазового портрета гармонического осциллятора

Теоретическое введение

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний

выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), γ – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), ω_0 – собственная частота колебаний, t – время.

Уравнение есть линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы.

Условия задачи

Вариант 67

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 3.3x = 0$$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 3\dot{x} + 0.3x = 0$$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 3.3\dot{x} + 3x = 3.3\sin(3t)$$

На интервале t принадлежащему $[0; 33]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 1.3$, $y_0 = 0.3$

Выполнение лабораторной работы

1 Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

Уравнение гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 3.3x = 0$$

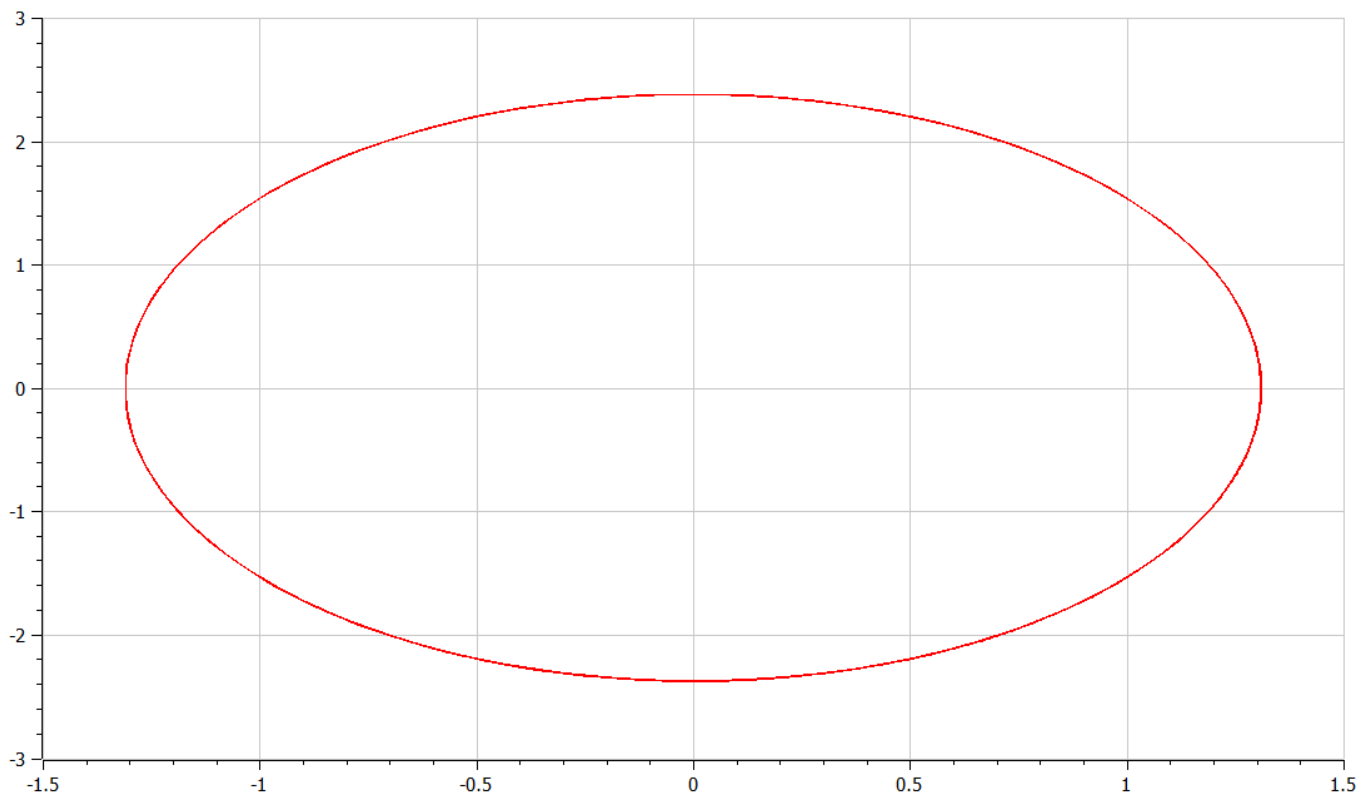
Чтобы построить фазовый портрет гармонического осциллятора, я написал следующий код:

```

1 //Параметры осциллятора
2 //x'' + g* x' + w^2* x = f(t)
3 //w - частота
4 //g - затухание
5 model lab4_1
6 parameter Real w = sqrt(3.3);
7 parameter Real g = 0;
8 parameter Real x0 = 1.3;
9 parameter Real y0 = 0.3;
10 Real x(start=x0);
11 Real y(start=y0);
12 equation
13 der(x) = y;
14 der(y) = -w*w*x - g*y;
15 end lab4_1;

```

и получил фазовый портрет:



2 Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Уравнение гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы:

$$\ddot{x} + 3\dot{x} + 0.3x = 0$$

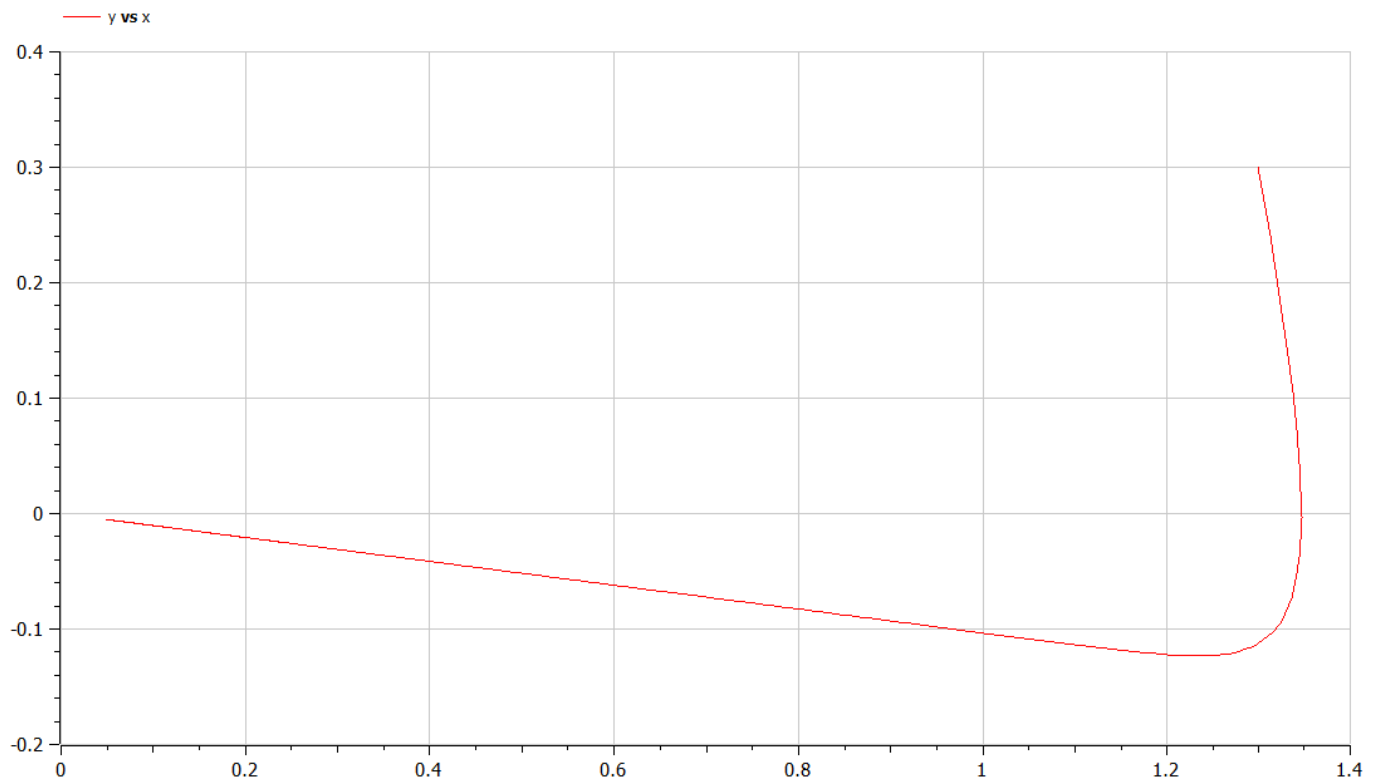
Чтобы построить фазовый портрет гармонического осциллятора, я написал следующий код:

```

1 //Параметры осциллятора
2 //x'' + g* x' + w^2* x = f(t)
3 //w - частота
4 //g - затухание
5 model lab4_2
6 parameter Real w = sqrt(0.3);
7 parameter Real g = 3;
8 parameter Real x0 = 1.3;
9 parameter Real y0 = 0.3;
10 Real x(start=x0);
11 Real y(start=y0);
12 equation
13 der(x) = y;
14 der(y) = -w*w*x - g*y;
15 end lab4_2;

```

и получил фазовый портрет:



3 Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Уравнение гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы:

$$\ddot{x} + 3.3\dot{x} + 3x = 3.3\sin(3t)$$

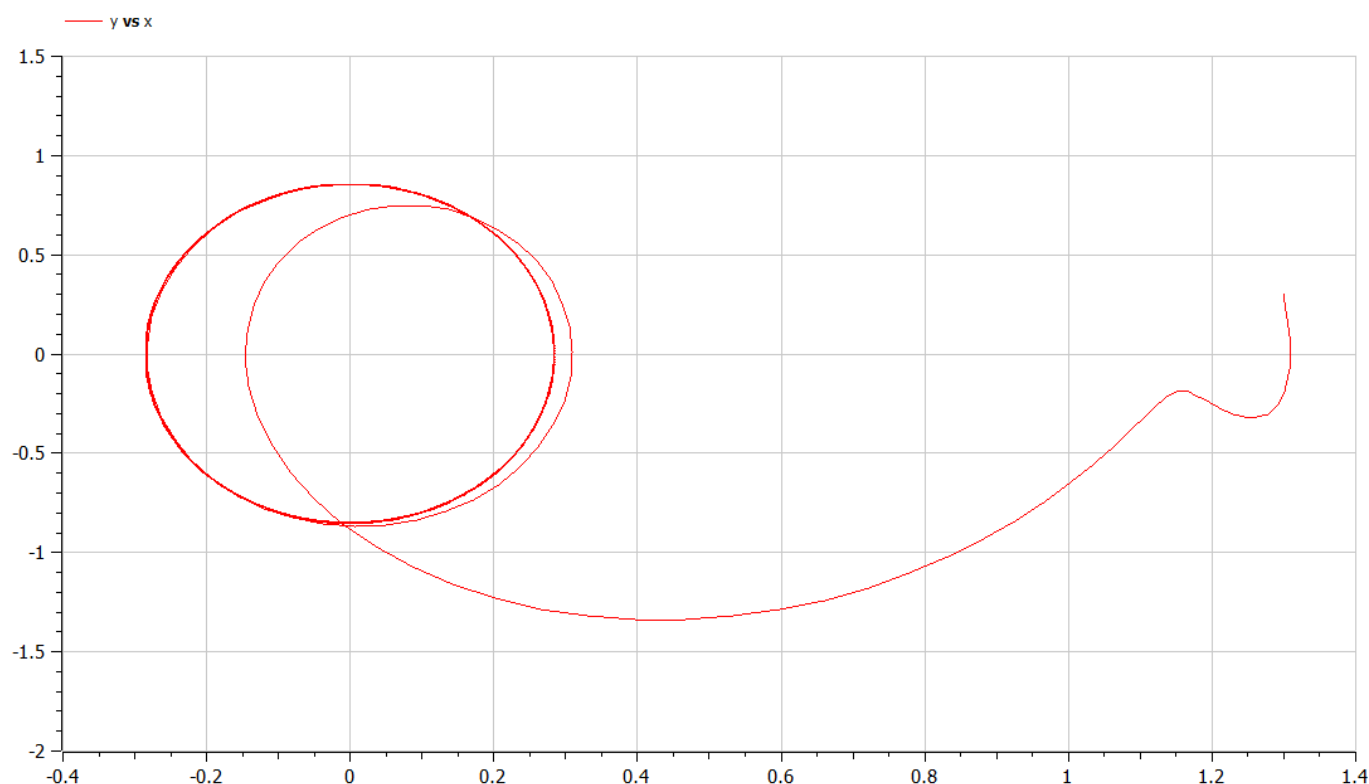
Чтобы построить фазовый портрет гармонического осциллятора, я написал следующий код:

```

1  //Параметры осциллятора
2  //x'' + g* x' + w^2* x = f(t)
3  //w - частота
4  //g - затухание
5  model lab4_3
6  parameter Real w = sqrt(3);
7  parameter Real g = 3.3;
8  parameter Real x0 = 1.3;
9  parameter Real y0 = 0.3;
10 Real x(start=x0);
11 Real y(start=y0);
12 equation
13 der(x) = y;
14 der(y) = -w*w*x - g*y + 3.3*sin(3*time);
15 end lab4_3;

```

и получил фазовый портрет:



Выводы

После завершения данной лабораторной работы - я научился выполнять построение модели гармонических колебаний: фазового портрета гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, фазового портрета гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы, фазового портрета гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы в OpenModelica.

Список литературы

1. Кулябов, Д.С. - Модель гармонических колебаний