
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО
ПО ТЕХНИЧЕСКОМУ РЕГУЛИРОВАНИЮ И МЕТРОЛОГИИ



НАЦИОНАЛЬНЫЙ
СТАНДАРТ
РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

ГОСТ Р
34.10—
2012

Информационная технология

КРИПТОГРАФИЧЕСКАЯ ЗАЩИТА ИНФОРМАЦИИ

Процессы формирования и проверки электронной
цифровой подписи

Издание официальное



Москва
Стандартинформ
2012

Предисловие

Цели и принципы стандартизации в Российской Федерации установлены Федеральным законом от 27 декабря 2002 г. № 184-ФЗ «О техническом регулировании», а правила применения национальных стандартов Российской Федерации – ГОСТ Р 1.0 – 2004 «Стандартизация в Российской Федерации. Основные положения»

Сведения о стандарте

1 РАЗРАБОТАН Центром защиты информации и специальной связи ФСБ России с участием Открытого акционерного общества «Информационные технологии и коммуникационные системы» (ОАО «ИнфоТеКС»)

2 ВНЕСЕН Техническим комитетом по стандартизации ТК 26 «Криптографическая защита информации»

3 УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 7 августа 2012 г. № 215-ст

4 ВЗАМЕН ГОСТ Р 34.10–2001

Информация об изменениях к настоящему стандарту публикуется в ежегодно издаваемом информационном указателе «Национальные стандарты», а текст изменений и поправок – в ежемесячно издаваемых информационных указателях «Национальные стандарты». В случае пересмотра (замены) или отмены настоящего стандарта соответствующее уведомление будет опубликовано в ежемесячно издаваемом информационном указателе «Национальные стандарты». Соответствующая информация, уведомление и тексты размещаются также в информационной системе общего пользования – на официальном сайте Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии в сети Интернет

© Стандартиформ, 2012

Настоящий стандарт не может быть полностью или частично воспроизведен, тиражирован и распространен в качестве официального издания без разрешения Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии

Содержание

1	Область применения
2	Нормативные ссылки
3	Термины, определения и обозначения
3.1	Термины и определения
3.2	Обозначения
4	Общие положения
5	Математические объекты
5.1	Математические определения
5.2	Параметры цифровой подписи
5.3	Двоичные векторы
6	Основные процессы
6.1.	Формирование цифровой подписи
6.2	Проверка цифровой подписи
	Приложение А (справочное) Контрольные примеры
A.1	Пример 1
A.1.1	Параметры схемы цифровой подписи
A.1.2	Процесс формирования цифровой подписи (алгоритм I)
A.1.3	Процесс проверки цифровой подписи (алгоритм II)
A.2	Пример 2
A.2.1	Параметры схемы цифровой подписи
A.2.2	Процесс формирования цифровой подписи (алгоритм I)
A.2.3	Процесс проверки цифровой подписи (алгоритм II)
	Библиография.....

Введение

Настоящий стандарт содержит описание процессов формирования и проверки электронной цифровой подписи (ЭЦП), реализуемой с использованием операций в группе точек эллиптической кривой, определенной над конечным простым полем.

Необходимость разработки настоящего стандарта вызвана потребностью в реализации электронной цифровой подписи разной степени стойкости в связи повышением уровня развития вычислительной техники. Стойкость электронной цифровой подписи основывается на сложности вычисления дискретного логарифма в группе точек эллиптической кривой, а также на стойкости используемой хэш-функции по ГОСТ Р 34.11–2012.

Настоящий стандарт разработан с учетом терминологии и концепций международных стандартов ИСО 2382–2 [1], ИСО/МЭК 9796 [2] – [3], ИСО/МЭК 14888 [4] – [7] и ИСО/МЭК 10118 [8] – [11].

НАЦИОНАЛЬНЫЙ СТАНДАРТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Информационная технология**КРИПТОГРАФИЧЕСКАЯ ЗАЩИТА ИНФОРМАЦИИ****Процессы формирования и проверки электронной цифровой
подписи**

Information technology. Cryptographic data security.

Signature and verification processes of [electronic] digital signature

Дата введения – 2013–01–01

1 Область применения

Настоящий стандарт определяет схему электронной цифровой подписи (ЭЦП) (далее – цифровая подпись), процессы формирования и проверки цифровой подписи под заданным сообщением (документом), передаваемым по незащищенным телекоммуникационным каналам общего пользования в системах обработки информации различного назначения.

Внедрение цифровой подписи на основе настоящего стандарта повышает, по сравнению с ранее действовавшей схемой цифровой подписи, уровень защищенности передаваемых сообщений от подделок и искажений.

Настоящий стандарт рекомендуется применять при создании, эксплуатации и модернизации систем обработки информации различного назначения.

2 Нормативные ссылки

В настоящем стандарте использована ссылка на следующий стандарт:

ГОСТ Р 34.11–2012 Информационная технология. Криптографическая защита информации. Функция хэширования

П р и м е ч а н и е – При пользовании настоящим стандартом целесообразно проверить действие ссылочных стандартов в информационной системе общего пользования – на официальном сайте Федерального агентства Российской Федерации по техническому регулированию и метрологии в сети Интернет или по ежегодно издаваемому информационному указателю «Национальные стандарты», который опубликован по состоянию на 1 января текущего года, и по соответствующим ежемесячно издаваемым информационным указателям, опубликованным в текущем году. Если ссылочный стандарт заменен (изменен), то при пользовании настоящим стандартом, следует руководствоваться заменяющим (измененным) стандартом. Если ссылочный стандарт отменен без замены, то положение, в котором дана ссылка на него, применяется в части, не затрагивающей эту ссылку.

3 Термины, определения и обозначения

В настоящем стандарте применены следующие термины с соответствующими определениями.

3.1 Термины и определения

3.1.1 дополнение (appendix): Строка бит, формируемая из цифровой подписи и произвольного текстового поля.

(ИСО/МЭК 14888-1:2008 [4])

3.1.2 ключ подписи (signature key): Элемент секретных данных, специфичный для субъекта и используемый только данным субъектом в процессе формирования цифровой подписи.

(ИСО/МЭК 14888-1:2008 [4])

3.1.3 ключ проверки подписи (verification key): Элемент данных, математически связанный с ключом подписи и используемый проверяющей стороной в процессе проверки цифровой подписи.

[(ИСО/МЭК 14888-1:2008 [4])]

3.1.4 параметр схемы ЭЦП (domain parameter): Элемент данных, общий для всех субъектов схемы цифровой подписи, известный или доступный всем этим субъектам.

(ИСО/МЭК 14888-1:2008 [4])

3.1.5 подписанное сообщение (signed message): Набор элементов данных, состоящий из сообщения и дополнения, являющегося частью сообщения.

(ИСО/МЭК 14888-1:2008 [4])

3.1.6 последовательность псевдослучайных чисел (pseudo-random number sequence): Последовательность чисел, полученная в результате выполнения некоторого арифметического (вычислительного) процесса, используемая в конкретном случае вместо последовательности случайных чисел.

3.1.7 последовательность случайных чисел (random number sequence): Последовательность чисел, каждое из которых не может быть предсказано (вычислено) только на основе знания предшествующих ему чисел данной последовательности.

3.1.8 процесс проверки подписи (verification process): Процесс, в качестве исходных данных которого используются подписанное сообщение, ключ проверки подписи и параметры схемы ЭЦП, результатом которого является заключение о правильности или ошибочности цифровой подписи.

(ИСО/МЭК 14888-1:2008 [4])

3.1.9 процесс формирования подписи (signature process): Процесс, в качестве исходных данных которого используются сообщение, ключ подписи и параметры схемы ЭЦП, а в результате формируется цифровая подпись.

(ИСО/МЭК 14888-1:2008 [4])

3.1.10 свидетельство (witness): Элемент данных, представляющий соответствующее доказательство достоверности (недостоверности) подписи проверяющей стороне.

3.1.11 случайное число (random number): Число, выбранное из определенного набора чисел таким образом, что каждое число из данного набора может быть выбрано с одинаковой вероятностью.

3.1.12 сообщение (message): Строка бит произвольной конечной длины.

(ИСО/МЭК 14888-1:2008 [4])

3.1.13 хэш-код (hash-code): Строка бит, являющаяся выходным результатом хэш-функции.

(ИСО/МЭК 14888-1:2008 [4])

3.1.14 хэш-функция (collision-resistant hash-function): Функция, отображающая строки бит в строки бит фиксированной длины и удовлетворяющая следующим свойствам:

- 1) по данному значению функции сложно вычислить исходные данные, отображаемые в это значение;
- 2) для заданных исходных данных сложно вычислить другие исходные данные, отображаемые в то же значение функции;
- 3) сложно вычислить какую-либо пару исходных данных, отображаемых в одно и то же значение.

(ИСО/МЭК 14888-1:2008 [4])

П р и м е ч а н и я

1 Применительно к области электронной цифровой подписи свойство по перечислению 1) подразумевает, что по известной электронной цифровой подписью невозможно восстановить исходное сообщение; свойство по перечислению 2) подразумевает, что для заданного подписанного сообщения трудно подобрать другое (фальсифицированное) сообщение, имеющее ту же электронную цифровую подпись; свойство по перечислению 3) подразумевает, что трудно подобрать какую-либо пару сообщений, имеющих одну и ту же подпись.

2 В настоящем стандарте в целях сохранения терминологической преемственности с действующими отечественными нормативными документами и опубликованными научно-техническими изданиями установлено, что термины «хэш-функция», «криптографическая хэш-функция», «функция хэширования» и «криптографическая функция хэширования» являются синонимами.

3.1.15 [электронная цифровая] подпись (signature); ЭЦП: Строка бит, полученная в результате процесса формирования подписи.

(ИСО/МЭК 14888-1:2008 [4])

Примечания

1. Строка бит, являющаяся подписью, может иметь внутреннюю структуру, зависящую от конкретного механизма формирования подписи.

2. В настоящем стандарте в целях сохранения терминологической преемственности с действующими отечественными нормативными документами и опубликованными научно-техническими изданиями установлено, что термины «электронная подпись», «цифровая подпись» и «электронная цифровая подпись» являются синонимами.

3.2 Обозначения

В настоящем стандарте применены следующие обозначения:

V_l	–	множество всех двоичных векторов длиной l бит;
V^*	–	множество всех двоичных векторов произвольной конечной длины;
Z	–	множество всех целых чисел;
p	–	простое число, $p > 3$;
F_p	–	конечное простое поле, представляемое как множество из p целых чисел $\{0, 1, \dots, p-1\}$;
$b(\text{mod } p)$	–	минимальное неотрицательное число, сравнимое с b по модулю p ;
M	–	сообщение пользователя, $M \in V^*$;
$(\overline{h_1} \parallel \overline{h_2})$	–	конкатенация (объединение) двух двоичных векторов;
a, b	–	коэффициенты эллиптической кривой;
m	–	порядок группы точек эллиптической кривой;
q	–	порядок подгруппы группы точек эллиптической кривой;
O	–	нулевая точка эллиптической кривой;
P	–	точка эллиптической кривой порядка q ;
d	–	целое число – ключ подписи;
Q	–	точка эллиптической кривой – ключ проверки подписи;
ζ	–	цифровая подпись под сообщением M .

4 Общие положения

Общепризнанная схема (модель) цифровой подписи (см. ИСО/МЭК 14888–1 [4]) охватывает следующие процессы:

– генерация ключей (подписи и проверки подписи);

- формирование подписи;
- проверка подписи.

В настоящем стандарте процесс генерации ключей (подписи и проверки подписи) не рассмотрен. Характеристики и способы реализации данного процесса определяются вовлеченными в него субъектами, которые устанавливают соответствующие параметры по взаимному согласованию.

Механизм цифровой подписи определяется посредством реализации двух основных процессов (см. раздел 6):

- формирование подписи (см. 6.1);
- проверка подписи (см. 6.2).

Цифровая подпись предназначена для аутентификации лица, подписавшего электронное сообщение. Кроме того, использование ЭЦП предоставляет возможность обеспечить следующие свойства при передаче в системе подписанного сообщения:

- осуществление контроля целостности передаваемого подписанного сообщения,
- доказательное подтверждение авторства лица, подписавшего сообщение,
- защита сообщения от возможной подделки.

Схематическое представление подписанного сообщения показано на рисунке 1.

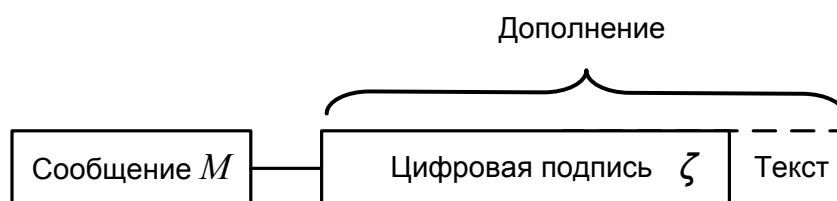


Рисунок 1 – Схема подписанного сообщения

Поле «Текст», показанное на данном рисунке и дополняющее поле «Цифровая подпись», может, например, содержать идентификаторы субъекта, подписавшего сообщение, и/или метку времени.

Установленная в настоящем стандарте схема цифровой подписи должна быть реализована с использованием операций группы точек эллиптической кривой, определённой над конечным простым полем, а также хэш-функции.

Криптографическая стойкость данной схемы цифровой подписи основывается на сложности решения задачи дискретного логарифмирования в группе точек эллиптической кривой, а также на стойкости используемой хэш-функции. Алгоритмы вычисления хэш-функции установлены в ГОСТ Р 34.11-2012.

Параметры схемы цифровой подписи, необходимые для ее формирования и проверки, определены в 5.2. В настоящем стандарте предусмотрена возможность выбора одного из двух вариантов требований к параметрам.

Настоящий стандарт не определяет процесс генерации параметров схемы цифровой подписи. Конкретный алгоритм (способ) реализации данного процесса определяется субъектами схемы цифровой подписи исходя из требований к аппаратно-программным средствам, реализующим электронный документооборот.

Цифровая подпись, представленная в виде двоичного вектора длиной 512 или 1024 бита, должна вычисляться с помощью определенного набора правил, изложенных в 6.1.

Набор правил, позволяющих принять либо отвергнуть цифровую подпись под полученным сообщением, установлен в 6.2.

5 Математические объекты

Для определения схемы цифровой подписи необходимо описать базовые математические объекты, используемые в процессах ее формирования и проверки. В данном разделе установлены основные математические определения и требования, предъявляемые к параметрам схемы цифровой подписи.

5.1 Математические определения

Эллиптической кривой E , определенной над конечным простым полем F_p (где $p > 3$ - простое число), называется множество пар чисел (x, y) , $x, y \in F_p$, удовлетворяющих тождеству

$$y^2 \equiv x^3 + ax + b \pmod{p}, \quad (1)$$

где $a, b \in F_p$ и $4a^3 + 27b^2$ не сравнимо с нулем по модулю p .

Инвариантом эллиптической кривой называется величина $J(E)$, удовлетворяющая тождеству

$$J(E) \equiv 1728 \frac{4a^3}{4a^3 + 27b^2} \pmod{p}. \quad (2)$$

Коэффициенты a , b эллиптической кривой E по известному инварианту $J(E)$ определяются следующим образом

$$\begin{cases} a \equiv 3k \pmod{p}, \\ b \equiv 2k \pmod{p}, \end{cases} \quad (3)$$

где $k \equiv \frac{J(E)}{1728 - J(E)} \pmod{p}$, $J(E) \neq 0$ или $0,1728$.

Пары (x, y) , удовлетворяющие тождеству (1), называются «точками эллиптической кривой E »; x и y – соответственно x - и y -«координатами точки».

Точка эллиптической кривой обозначается $Q(x, y)$ или просто Q . Две точки эллиптической кривой равны, если равны их соответствующие x - и y -координаты.

На множестве всех точек эллиптической кривой E операцию сложения обозначают знаком «+». Для двух произвольных точек $Q_1(x_1, y_1)$ и $Q_2(x_2, y_2)$ эллиптической кривой E рассматривают несколько случаев.

Для точек Q_1 и Q_2 , координаты которых удовлетворяют условию $x_1 \neq x_2$, их суммой называется точка $Q_3(x_3, y_3)$, координаты которой определяются сравнениями

$$\begin{cases} x_3 \equiv \lambda^2 - x_1 - x_2 \pmod{p}, \\ y_3 \equiv \lambda(x_1 - x_3) - y_1 \pmod{p}, \end{cases} \quad (4)$$

где $\lambda \equiv \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \pmod{p}$.

Если выполнены равенства $x_1 = x_2$ и $y_1 = y_2 \neq 0$, то координаты точки Q_3 определяются следующим образом:

$$\begin{cases} x_3 \equiv \lambda^2 - 2x_1 \pmod{p}, \\ y_3 \equiv \lambda(x_1 - x_3) - y_1 \pmod{p}, \end{cases} \quad (5)$$

где $\lambda \equiv \frac{3x_1^2 + a}{2y_1} \pmod{p}$.

Если выполнены условия $x_1 = x_2$ и $y_1 \equiv -y_2 \pmod{p}$, то сумма точек Q_1 и Q_2 называется нулевой точкой O без определения ее x - и y -координат. В этом случае точка Q_2 называется отрицанием точки Q_1 . Для нулевой точки O выполнены равенства

$$Q + O = O + Q = Q, \quad (6)$$

где Q – произвольная точка эллиптической кривой E .

Относительно введенной операции сложения множество всех точек эллиптической кривой E , вместе с нулевой точкой, образуют конечную абелеву (коммутативную) группу порядка m , для которого выполнено неравенство

$$p + 1 - 2\sqrt{p} \leq m \leq p + 1 + 2\sqrt{p}. \quad (7)$$

Точка Q называется «точкой кратности k », или просто «кратной точкой эллиптической кривой E », если для некоторой точки P выполнено равенство

$$Q = \underbrace{P + \dots + P}_k = kP. \quad (8)$$

5.2 Параметры цифровой подписи

Параметрами схемы цифровой подписи являются:

- простое число p - модуль эллиптической кривой;
- эллиптическая кривая E , задаваемая своим инвариантом $J(E)$ или коэффициентами $a, b \in F_p$;
- целое число m – порядок группы точек эллиптической кривой E ;
- простое число q - порядок циклической подгруппы группы точек эллиптической кривой E , для которого выполнены следующие условия:

$$\begin{cases} m = nq, & n \in \mathbb{Z}, & n \geq 1 \\ 2^{254} < q < 2^{256} & \text{или} & 2^{508} < q < 2^{512} \end{cases}; \quad (9)$$

- точка $P \neq O$ эллиптической кривой E , с координатами (x_p, y_p) ,

удовлетворяющая равенству $qP=O$.

- хэш-функция $h(\cdot) : V^* \rightarrow V_l$, отображающая сообщения, представленные в виде двоичных векторов произвольной конечной длины, в двоичные вектора длины l бит. Хэш-функция определена в ГОСТ Р 34.11. Если $2^{254} < q < 2^{256}$, то $l = 256$. Если $2^{508} < q < 2^{512}$, то $l = 512$.

Каждый пользователь схемы цифровой подписи должен обладать личными ключами:

- ключом подписи – целым числом d , удовлетворяющим неравенству $0 < d < q$;

– ключом проверки подписи – точкой эллиптической кривой Q с координатами (x_q, y_q) , удовлетворяющей равенству $dP = Q$.

К приведенным выше параметрам схемы цифровой подписи предъявляют следующие требования:

– должно быть выполнено условие $p^t \neq 1 \pmod{q}$, для всех целых $t = 1, 2, \dots, B$, где $B = 31$, если $2^{254} < q < 2^{256}$, и $B = 131$, если $2^{508} < q < 2^{512}$;

– должно быть выполнено неравенство $m \neq p$;

– инвариант кривой должен удовлетворять условию $J(E) \neq 0,1728$.

5.3 Двоичные векторы

Для определения процессов формирования и проверки цифровой подписи необходимо установить соответствие между целыми числами и двоичными векторами длины l бит.

Рассмотрим следующий двоичный вектор длиной l бит, в котором младшие биты расположены справа, а старшие – слева:

$$\bar{h} = (\alpha_{l-1}, \dots, \alpha_0), \quad \bar{h} \in V_l, \quad (10)$$

где $\alpha_i, i=0, \dots, l-1$ равно либо 1, либо 0.

Число $\alpha \in Z$ соответствует двоичному вектору \bar{h} , если выполнено равенство

$$\alpha = \sum_{i=0}^{l-1} \alpha_i 2^i. \quad (11)$$

Для двух двоичных векторов

$$\begin{aligned} \bar{h}_1 &= (\alpha_{l-1}, \dots, \alpha_0), \\ \bar{h}_2 &= (\beta_{l-1}, \dots, \beta_0), \end{aligned} \quad (12)$$

соответствующих целым числам α и β , операция конкатенации (объединения) определяется следующим образом:

$$\bar{h}_1 \parallel \bar{h}_2 = (\alpha_{l-1}, \dots, \alpha_0, \beta_{l-1}, \dots, \beta_0). \quad (13)$$

Объединение представляет собой двоичный вектор длиной $2l$ бит, составленный из коэффициентов векторов \bar{h}_1 и \bar{h}_2 .

Формулы (12) и (13) определяют способ разбиения двоичного вектора \bar{h}_1 длиной $2l$ бит на два двоичных вектора длиной l бит, конкатенацией которых он является.

6 Основные процессы

В данном разделе определены процессы формирования и проверки цифровой подписи под сообщением пользователя.

Для реализации данных процессов необходимо, чтобы всем пользователям были известны параметры схемы цифровой подписи, соответствующие требованиям 5.2.

Кроме того, каждый пользователь должен иметь ключ подписи d и ключ проверки подписи $Q(x_q, y_q)$, которые также должны соответствовать требованиям 5.2.

6.1 Формирование цифровой подписи

Для получения цифровой подписи под сообщением $M \in V^*$ необходимо выполнить следующие действия (шаги) по алгоритму 1:

Шаг 1 – вычислить хэш-код сообщения $M : \bar{h} = h(M)$. (14)

Шаг 2 – вычислить целое число α , двоичным представлением которого является вектор \bar{h} , и определить

$$e \equiv \alpha \pmod{q}. \quad (15)$$

Если $e = 0$, то определить $e = 1$.

Шаг 3 – сгенерировать случайное (псевдослучайное) целое число k , удовлетворяющее неравенству

$$0 < k < q. \quad (16)$$

Шаг 4 – вычислить точку эллиптической кривой $C = kP$ и определить

$$r \equiv x_c \pmod{q}, \quad (17)$$

где x_c – x -координата точки C .

Если $r = 0$, то вернуться к шагу 3.

Шаг 5 – вычислить значение

$$s \equiv (rd + ke)(\text{mod } q). \quad (18)$$

Если $s = 0$, то вернуться к шагу 3.

Шаг 6 – вычислить двоичные векторы \bar{r} и \bar{s} , соответствующие r и s , и определить цифровую подпись $\zeta = (\bar{r} \parallel \bar{s})$ как конкатенацию двух двоичных векторов.

Исходными данными этого процесса являются ключ подписи d и подписываемое сообщение M , а выходным результатом – цифровая подпись ζ .

Схема процесса формирования цифровой подписи приведена на рисунке 2.

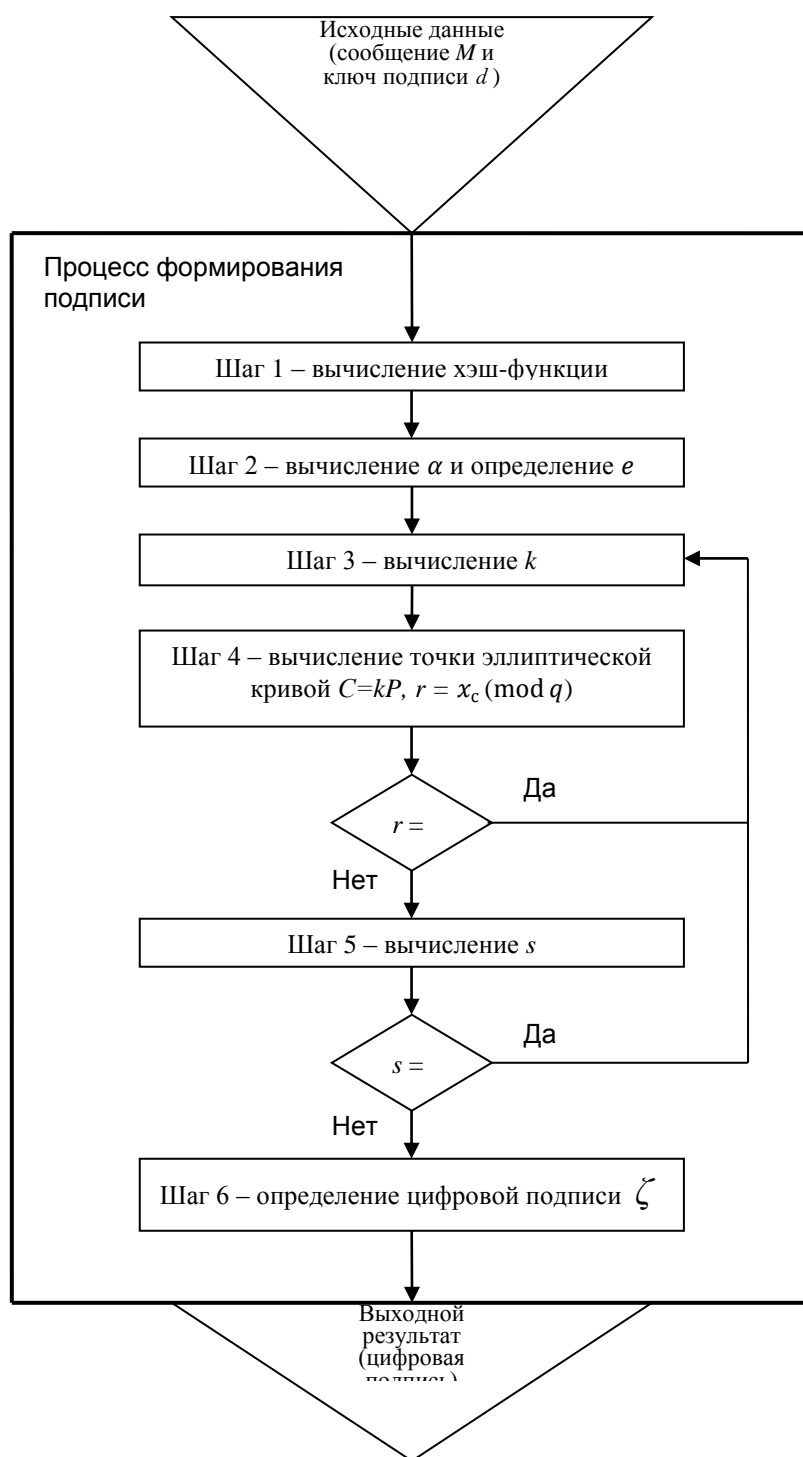


Рисунок 2 – Схема процесса формирования цифровой подписи

6.2 Проверка цифровой подписи

Для проверки цифровой подписи ζ под полученным сообщением M необходимо выполнить следующие действия (шаги) по алгоритму II:

Шаг 1 – по полученной подписи ζ вычислить целые числа r и s . Если выполнены неравенства $0 < r < q$, $0 < s < q$, то перейти к следующему шагу. В противном случае подпись неверна.

Шаг 2 – вычислить хэш-код полученного сообщения M

$$\bar{h} = h(M). \quad (19)$$

Шаг 3 – вычислить целое число α , двоичным представлением которого является вектор \bar{h} и определить

$$e \equiv \alpha \pmod{q}. \quad (20)$$

Если $e = 0$, то определить $e = 1$.

Шаг 4 – вычислить значение $v \equiv e^{-1} \pmod{q}$. (21)

Шаг 5 – вычислить значения

$$z_1 \equiv sv \pmod{q}, \quad z_2 \equiv -rv \pmod{q}. \quad (22)$$

Шаг 6 – вычислить точку эллиптической кривой $C = z_1P + z_2Q$ и определить

$$R \equiv x_c \pmod{q}, \quad (23)$$

где x_c – x -координата точки C .

Шаг 7 – если выполнено равенство $R = r$, то подпись принимается, в противном случае – подпись неверна.

Исходными данными этого процесса являются подписанное сообщение M , цифровая подпись ζ и ключ проверки подписи Q , а выходным результатом – свидетельство о достоверности или ошибочности данной подписи.

Схема процесса проверки цифровой подписи приведена на рисунке 3.

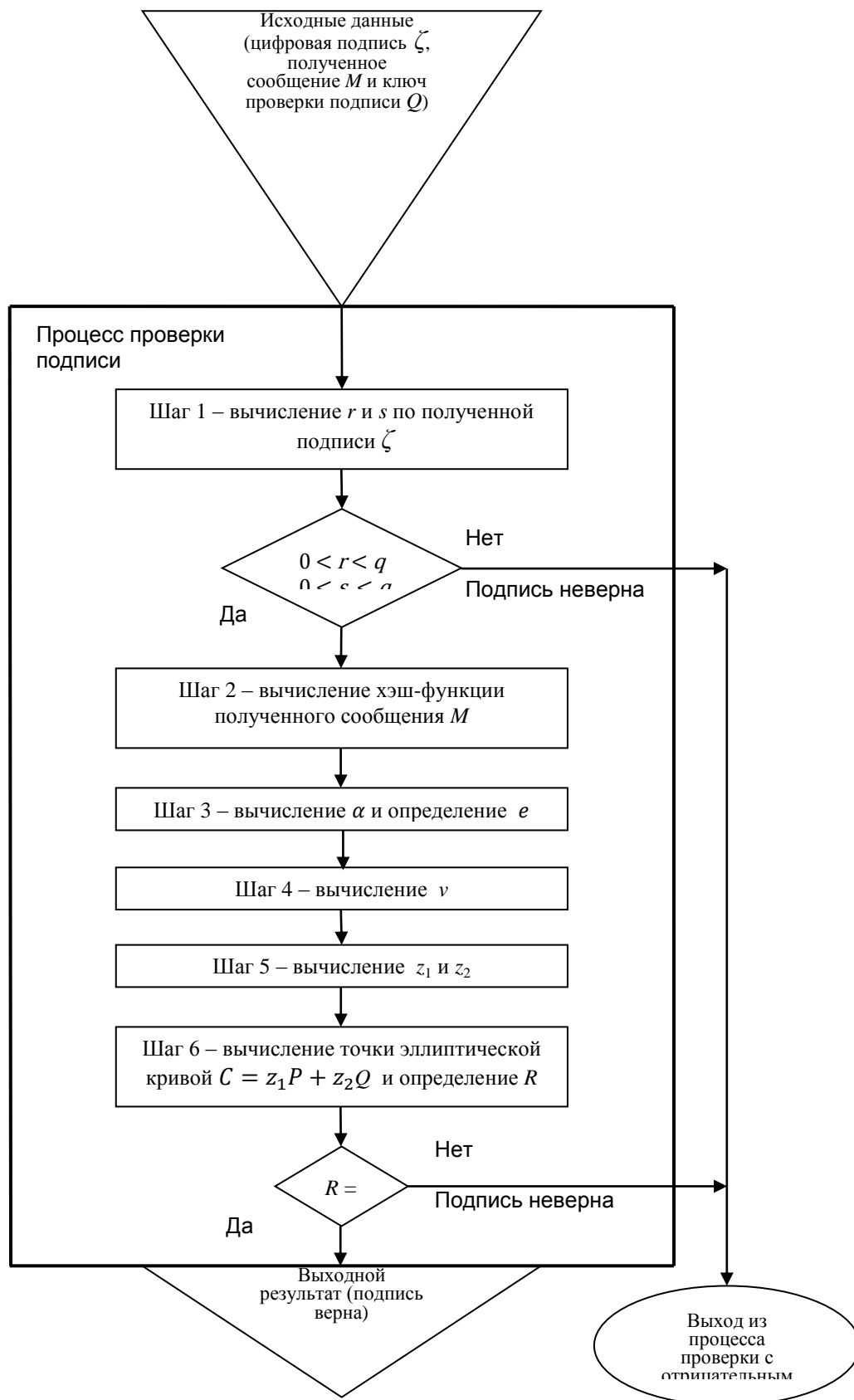


Рисунок 3 – Схема процесса проверки цифровой подписи

В данном примере параметры a и b принимают следующие значения:

$$a = 7_{10}$$

$$a = 7_{16}$$

$$b = 43308876546767276905765904595650931995 \setminus \setminus$$

942111794451039583252968842033849580414₁₀

$$b = 5\text{FBFF}498\text{AA}938\text{CE}739\text{B}8\text{E}022\text{FBAFEF}40563\text{F}6\text{E}6\text{A}3472\text{FC}2\text{A}514\text{C}0\text{CE}9\text{DAE}23\text{B}7\text{E}_{16}$$

А.1.1.3 Порядок группы точек эллиптической кривой

В данном примере параметр m принимает следующее значение:

$$m = 5789604461865809771178549250434395392 \backslash \backslash$$

7082934583725450622380973592137631069619₁₀

$$m =$$

[illegible]

A.1.1.4 Порядок циклической подгруппы группы точек эллиптической кривой

В данном примере параметр q принимает следующее значение:

$$q = 5789604461865809771178549250434395392 \backslash \backslash$$

7082934583725450622380973592137631069619₁₀

$q =$

[illegible]

А.1.1.5 Коэффициенты точки эллиптической кривой

В данном примере координаты точки P принимают следующие значения:

$$x_p = 2_{10}$$

$$x_p = 2_{16}$$

$$y_p = 40189740565390375033354494229370597\backslash\backslash$$

$$75635739389905545080690979365213431566280_{10}$$

$$y_p = 8E2A8A0E65147D4BD6316030E16D19\backslash\backslash$$

$$C85C97F0A9CA267122B96ABBCEA7E8FC8_{16}$$

А.1.1.6 Ключ подписи

В данном примере считается, что пользователь обладает следующим ключом подписи d :

$$d = 554411960653632461263556241303241831\backslash\backslash$$

$$96576709222340016572108097750006097525544_{10}$$

$$d = 7A929ADE789BB9BE10ED359DD39A72C\backslash\backslash$$

$$11B60961F49397EEE1D19CE9891EC3B28_{16}$$

А.1.1.7 Ключ проверки подписи

В данном примере считается, что пользователь обладает ключом проверки подписи Q , координаты которого имеют следующие значения:

$$x_q = 57520216126176808443631405023338071\backslash\backslash$$

$$176630104906313632182896741342206604859403_{10}$$

$$x_q = 7F2B49E270DB6D90D8595BEC458B5\backslash\backslash$$

$$0C58585BA1D4E9B788F6689DBD8E56FD80B_{16}$$

$$y_q = 17614944419213781543809391949654080\backslash\backslash$$

$$031942662045363639260709847859438286763994_{10}$$

$$y_q = 26F1B489D6701DD185C8413A977B3\backslash\backslash$$

$$CBBAF64D1C593D26627DFFB101A87FF77DA_{16}$$

А.1.2 Процесс формирования цифровой подписи (алгоритм I)

Пусть после выполнения шагов 1 – 3 по алгоритму I (см. 6.1) были получены следующие числовые значения:

$$\begin{aligned}
 e &= 2079889367447645201713406156150827013 \\
 &0637142515379653289952617252661468872421_{10} \\
 e &= 2DFBC1B372D89A1188C09C52E0EE \\
 &C61FCE52032AB1022E8E67ECE6672B043EE_{16} \\
 k &= 538541376773484637314038411479966192 \\
 &41504003434302020712960838528893196233395_{10} \\
 k &= 77105C9B20BCD3122823C8CF6FCC \\
 &7B956DE33814E95B7FE64FED924594DCEAB_{16}
 \end{aligned}$$

При этом кратная точка $C = kP$ имеет координаты:

$$\begin{aligned}
 x_c &= 297009809158179528743712049839382569 \\
 &90422752107994319651632687982059210933395_{10} \\
 x_c &= 41AA28D2F1AB148280CD9ED56FED \\
 &A41974053554A42767B83AD043FD39DC0493_{16} \\
 y_c &= 328425352786846634770946653225170845 \\
 &06804721032454543268132854556539274060910_{10} \\
 y_c &= 489C375A9941A3049E33B34361DD \\
 &204172AD98C3E5916DE27695D22A61FAE46E_{16}
 \end{aligned}$$

Параметр $r = x_c \pmod{q}$ принимает значение:

$$\begin{aligned}
 r &= 297009809158179528743712049839382569 \\
 &90422752107994319651632687982059210933395_{10} \\
 r &= 41AA28D2F1AB148280CD9ED56FED \\
 &A41974053554A42767B83AD043FD39DC0493_{16}
 \end{aligned}$$

Параметр $s = (rd + ke) \pmod{q}$ принимает значение:

$$s = 57497340027008465417892531001914703 \backslash \backslash$$

$$8455227042649098563933718999175515839552_{10}$$

$$s = 1456C64BA4642A1653C235A98A60249BCD6D3F746B631DF928014F6C5BF9C40_{16}$$

А.1.3 Процесс проверки цифровой подписи (алгоритм II)

Пусть после выполнения шагов 1 – 3 по алгоритму II (см. 6.2) были получены следующие числовые значения:

$$e = 2079889367447645201713406156150827013 \backslash \backslash$$

$$0637142515379653289952617252661468872421_{10}$$

$$e = 2DFBC1B372D89A1188C09C52E0EE \backslash \backslash$$

$$C61FCE52032AB1022E8E67ECE6672B043EE5_{16}$$

При этом параметр $v = e^{-1} \pmod{q}$ принимает значение:

$$v = 176866836059344686773017138249002685 \backslash \backslash$$

$$62746883080675496715288036572431145718978_{10}$$

$$v = 271A4EE429F84EBC423E388964555BB \backslash \backslash$$

$$29D3BA53C7BF945E5FAC8F381706354C2_{16}$$

Параметры $z_1 \equiv sv \pmod{q}$ и $z_2 \equiv -rv \pmod{q}$ принимают значения:

$$z_1 = 376991675009019385568410572935126561 \backslash \backslash$$

$$08841345190491942619304532412743720999759_{10}$$

$$z_1 = 5358F8FFB38F7C09ABC782A2DF2A \backslash \backslash$$

$$3927DA4077D07205F763682F3A76C9019B4F_{16}$$

$$z_2 = 141719984273434721125159179695007657 \backslash \backslash$$

$$6924665583897286211449993265333367109221_{10}$$

$$z_2 = 3221B4FBBF6D101074EC14AFAC2D4F7 \backslash \backslash$$

$$EFAC4CF9FEC1ED11BAE336D27D527665_{16}$$

Точка $C = z_1P + z_2Q$ имеет координаты:

$$x_c = 2970098091581795287437120498393825699\backslash\backslash$$

$$0422752107994319651632687982059210933395_{10}$$

$$x_c = 41AA28D2F1AB148280CD9ED56FED\backslash\backslash$$

$$A41974053554A42767B83AD043FD39DC0493_{16}$$

$$y_c = 3284253527868466347709466532251708450\backslash\backslash$$

$$6804721032454543268132854556539274060910_{10}$$

$$y_c = 489C375A9941A3049E33B34361DD\backslash\backslash$$

$$204172AD98C3E5916DE27695D22A61FAE46E_{16}$$

Тогда параметр $R = x_c \pmod{q}$ принимает значение:

$$R = 2970098091581795287437120498393825699\backslash\backslash$$

$$0422752107994319651632687982059210933395_{10}$$

$$R = 41AA28D2F1AB148280CD9ED56FED\backslash\backslash$$

$$A41974053554A42767B83AD043FD39DC0493_{16}$$

Поскольку выполнено равенство $R = r$, то цифровая подпись принимается.

А.2 Пример 2

А.2.1 Параметры схемы цифровой подписи

Для формирования и проверки цифровой подписи должны быть использованы следующие параметры (см. 5.2).

А.2.1.1 Модуль эллиптической кривой

В данном примере параметру p присвоено следующее значение:

$$p = 36239861022290036359077887536838743060213209255346786050\backslash\backslash$$

$$8654615045085616662400248258848202227149685402509082360305\backslash\backslash$$

$$8735163734263822371964987228582907372403_{10}$$

$$p = 4531ACD1FE0023C7550D267B6B2FEE80922B14B2FFB90F04D4EB7C09B5D2D15D \backslash \backslash$$

$$F1D852741AF4704A0458047E80E4546D35B8336FAC224DD81664BBF528BE6373_{16}$$

A.2.1.2 Коэффициенты эллиптической кривой

В данном примере параметры a и b принимают следующие значения:

$$a = 7_{10}$$

$$a = 7_{16}$$

$$b = 1518655069210828534508950034714043154928747527740206436 \backslash \backslash$$

$$1940188233528099824437937328297569147859746748660416053978836775 \backslash \backslash$$

$$96626326413990136959047435811826396_{10}$$

$$b = 1CFF0806A31116DA29D8CFA54E57EB748BC5F377E49400FDD788B649ECA1AC4 \backslash \backslash$$

$$361834013B2AD7322480A89CA58E0CF74BC9E540C2ADD6897FAD0A3084F302ADC_{16}$$

A.2.1.3 Порядок группы точек эллиптической кривой

В данном примере параметр m принимает следующее значение:

$$m = 36239861022290036359077887536838743060213209255346786050865461 \backslash \backslash$$

$$50450856166623969164898305032863068499961404079437936585455865192212 \backslash \backslash$$

$$970734808812618120619743_{10}$$

$$m = 4531ACD1FE0023C7550D267B6B2FEE80922B14B2FFB90F04D4EB7C09B5D2D15D \backslash \backslash$$

$$A82F2D7ECB1DBAC719905C5EECC423F1D86E25EDBE23C595D644AAF187E6E6DF_{16}$$

A.2.1.4 Порядок циклической подгруппы группы точек эллиптической кривой

В данном примере параметр q принимает следующее значение:

$$q = 36239861022290036359077887536838743060213209255346786050865461 \backslash \backslash$$

50450856166623969164898305032863068499961404079437936585455865192212\\

970734808812618120619743₁₀

$q = 4531ACD1FE0023C7550D267B6B2FEE80922B14B2FFB90F04D4EB7C09B5D2D15D\\$

$A82F2D7ECB1DBAC719905C5EECC423F1D86E25EDBE23C595D644AAF187E6E6DF_{16}$

А.2.1.5 Коэффициенты точки эллиптической кривой

В данном примере координаты точки P принимают следующие значения:

$$x_p =$$

19283569440670228493993094012431375989977866354595079743570754913077665\\

9268583544106555768100318487481965800490321233288425233583025072952763238\\

3493573274₁₀

$$x_p =$$

24D19CC64572EE30F396BF6EBBFD7A6C5213B3B3D7057CC825F91093A68CD762\\

FD60611262CD838DC6B60AA7EEE804E28BC849977FAC33B4B530F1B120248A9A₁₆

$$y_p = 22887286933719728599700121555294784163535623273295061803\\$$

144974259311028603015728141419970722717088070665938506503341523818\\

57347798885864807605098724013854₁₀

$$y_p = 2BB312A43BD2CE6E0D020613C857ACDDCFBF061E91E5F2C3F32447C259F39B2\\$$

$C83AB156D77F1496BF7EB3351E1EE4E43DC1A18B91B24640B6DBB92CB1ADD371E_{16}$

А.2.1.6 Ключ подписи

В данном примере считается, что пользователь обладает следующим ключом подписи d :

$$d = 610081804136373098219538153239847583006845519069531562982388135\\$$

35489060630178225538360839342337237905766552759511682730702504645883\\

7440766121180466875860₁₀

$d = \text{BA6048AADA E241BA40936D47756D7C93091A0E8514669700EE7508E508B102072} \backslash \backslash$
 $\text{E8123B2200A0563322DAD2827E2714A2636B7BFD18AADFC62967821FA18DD4}_{16}$

A.2.1.7 Ключ проверки подписи

В данном примере считается, что пользователь обладает ключом проверки подписи Q , координаты которого имеют следующие значения:

$x_q = 9095468530025365965566907686698303100069292725465562815963 \backslash \backslash$

$72965370312498563182320436892870052842808608262832456858223580 \backslash \backslash$

$713780290717986855863433431150561_{10}$

$x_q = 115\text{DC5BC96760C7B48598D8AB9E740D4C4A85A65BE33C1815B5C320C854621D} \backslash \backslash$

$\text{D5A515856D13314AF69BC5B924C8B4DDFF75C45415C1D9DD9DD33612CD530EFE1}_{16}$

$y_q = 29214572033744256206324497342484154556407008235594887051648958 \backslash \backslash$

$37509539134297327397380287741428246088626609329139441895016863758 \backslash \backslash$

$984106326600572476822372076_{10}$

$y_q = 37\text{C7C90CD40B0F5621DC3AC1B751CFA0E2634FA0503B3D52639F5D7FB72AFD6} \backslash \backslash$

$\text{1EA199441D943FFE7F0C70A2759A3CDB84C114E1F9339FDF27F35ECA93677BEEC}_{16}$

A.2.2 Процесс формирования цифровой подписи (алгоритм I)

Пусть после выполнения шагов 1 – 3 по алгоритму I (см. 6.1) были получены следующие числовые значения:

$e = 2897963881682868575562827278553865049173745197871825199562947 \backslash \backslash$

$4190413889509705366611095534999542487330887197488445389646412816544 \backslash \backslash$

$63513296973827706272045964_{10}$

$e = 3754\text{F3CFACC9E0615C4F4A7C4D8DAB531B09B6F9C170C533A71D147035B0C591} \backslash \backslash$

$\text{7184EE536593F4414339976C647C5D5A407ADEDB1D560C4FC6777D2972075B8C}_{16}$

$k = 1755163560258504995406282799211252803334510317477377916502 \backslash \backslash$

081442431820570750344461029867509625089092272358661268724735168078105417\\

47529710309879958632945₁₀

$k = 359E7F4B1410FEACC570456C6801496946312120B39D019D455986E364F3\\$

65886748ED7A44B3E794434006011842286212273A6D14CF70EA3AF71BB1AE679F1₁₆

При этом кратная точка $C = kP$ имеет координаты

$x_c = 24892044770313492650728646430321477536674513192821314440274986373\\$

576110928102217951018714129288237168059598287083302842436534530853\\

22004442442534151761462₁₀

$x_c = 2F86FA60A081091A23DD795E1E3C689EE512A3C82EE0DCC2643C78EEA8FCAC\\$

D35492558486B20F1C9EC197C90699850260C93BCBCD9C5C3317E19344E173AE36₁₆

$y_c = 77017388992899183604784479878096044168206263187609613767394680150\\$

24422293532765176528442837832456936422662546513702148162933079517\\

08430050152108641508310₁₀

$y_c = EB488140F7E2F4E35CF220BDBC75AE44F26F9C7DF52E82436BDE80A91831DA27\\$

C8100DAA876F9ADC0D28A82DD3826D4DC7F92E471DA23E55E0EBB3927C85BD6₁₆

Параметр $r = x_c \pmod{q}$ принимает значение

$r = 24892044770313492650728646430321477536674513192821314440274986373\\$

576110928102217951018714129288237168059598287083302842436534530853\\

22004442442534151761462₁₀

$r = 2F86FA60A081091A23DD795E1E3C689EE512A3C82EE0DCC2643C78EEA8FCAC\\$

D35492558486B20F1C9EC197C90699850260C93BCBCD9C5C3317E19344E173AE36₁₆

Параметр $s = (rd + ke) \pmod{q}$ принимает значение

$s = 8645232217076695190388492973829369170750237358484315799195987\\$

99313385180564748877195639672460179421760770893278030956807690115\\

822709903853682831835159370₁₀

$s = 1081B394696FFE8E6585E7A9362D26B6325F56778AADBC081C0BFBE933D52FF58\\$

23CE288E8C4F362526080DF7F70CE406A6EEB1F56919CB92A9853BDE73E5B4A₁₆

A.2.3 Процесс проверки цифровой подписи (алгоритм II)

Пусть после выполнения шагов 1 – 3 по алгоритму II (см. 6.2) были получено следующее числовое значение:

$e = 2897963881682868575562827278553865049173745197871825199562947\\$
 $4190413889509705366611095534999542487330887197488445389646412816544\\$
 $63513296973827706272045964_{10}$

$e = 3754F3CFACC9E0615C4F4A7C4D8DAB531B09B6F9C170C533A71D147035B0C591\\$
 $7184EE536593F4414339976C647C5D5A407ADEDDB1D560C4FC6777D2972075B8C_{16}$

При этом параметр $v = e^{-1}(\bmod q)$ принимает значение

$v = 255694215394605222266074084316408615387769223440078319114692849\\$
 $356194345732344708924001925205698280688153534004145821243990606136\\$
 $7072238185934815960252671_{10}$

$v = 30D212A9E25D1A80A0F238532CADF3E64D7EF4E782B6AD140AAF8BBD9BB4729\\$
 $84595EEC87B2F3448A1999D5F0A6DE0E14A55AD875721EC8CFD504000B3A840FF_{16}$

Параметры $z_1 \equiv sv \pmod{q}$ и $z_2 \equiv -rv \pmod{q}$ принимают значения:

$z_1 = 3206470827336768629686907101873475250343306448089030311214484\\$
 $385872743205045180345208826552901003496732941049780357793541942055\\$
 $600084956198173707197902575_{10}$

$z_1 = 3D38E7262D69BB2AD24DD81EEA2F92E6348D619FA45007B175837CF13B026079\\$
 $051A48A1A379188F37BA46CE12F7207F2A8345459FF960E1EBD5B4F2A34A6EEF_{16}$

$z_2 = 13667709118340031081429778480218475973204553475356412734827\\$
 $320820470283421680060312618142732308792036907264486312226797437575\\$
 $61637266958056805859603008203_{10}$

$z_2 = 1A18A31602E6EAC0A9888C01941082AEFE296F840453D2603414C2A16EB6FC529\\$

D8D8372E50DC49D6C612CE1FF65BD58E1D2029F22690438CC36A76DDA444ACB₁₆

Точка $C = z_1P + z_2Q$ имеет координаты:

$x_c = 2489204477031349265072864643032147753667451319282131444027498637\\$

$3576110928102217951018714129288237168059598287083302842436534530853\\$

$22004442442534151761462_{10}$

$x_c = 2F86FA60A081091A23DD795E1E3C689EE512A3C82EE0DCC2643C78EEA8FCAC\\$

$D35492558486B20F1C9EC197C90699850260C93BCBCD9C5C3317E19344E173AE36_{16}$

$y_c = 7701738899289918360478447987809604416820626318760961376739468015\\$

$0244222935327651765284428378324569364226625465137021481629330795170\\$

$8430050152108641508310_{10}$

$y_c = EB488140F7E2F4E35CF220BDBC75AE44F26F9C7DF52E82436BDE80A91831DA27\\$

$C8100DAA876F9ADC0D28A82DD3826D4DC7F92E471DA23E55E0EBB3927C85BD6_{16}$

Тогда параметр $R = x_c \pmod{q}$ принимает значение

$R = 24892044770313492650728646430321477536674513192821314440274986\\$

$37357611092810221795101871412928823716805959828708330284243653453085\\$

$322004442442534151761462_{10}$

$R = 2F86FA60A081091A23DD795E1E3C689EE512A3C82EE0DCC2643C78EEA8FCAC\\$

$D35492558486B20F1C9EC197C90699850260C93BCBCD9C5C3317E19344E173AE36_{16}$

Поскольку выполнено равенство $R = r$, то цифровая подпись принимается.

Библиография *

- | | |
|---|---|
| <p>[1] ИСО 2382-2:1976
(ISO 2382-2:1976)</p> | <p>Системы обработки информации. Словарь. Часть 2. Арифметические и логические операции
(Data processing – Vocabulary – Part 2: Arithmetic and logic operations)</p> |
| <p>[2] ИСО/МЭК 9796-2:2010

(ISO/IEC 9796-2:2010)</p> | <p>Информационные технологии. Методы обеспечения безопасности. Схемы цифровой подписи, обеспечивающие восстановление сообщений. Часть 2. Механизмы на основе целочисленной факторизации
(Information technology – Security techniques – Digital signatures with appendix – Part 2: Integer factorization based mechanisms)</p> |
| <p>[3] ИСО/МЭК 9796-3:2006

(ISO/IEC 9796-3:2006)</p> | <p>Информационные технологии. Методы обеспечения безопасности. Схемы цифровой подписи, обеспечивающие восстановление сообщений. Часть 3. Механизмы на основе дискретного логарифма
(Information technology – Security techniques – Digital signature schemes giving message recovery – Part 3: Discrete logarithm based mechanisms)</p> |
| <p>[4] ИСО/МЭК 14888-1:2008

(ISO/IEC 14888-1:2008)</p> | <p>Информационные технологии. Методы защиты. Цифровые подписи с приложением. Часть 1. Общие положения
(Information technology – Security techniques – Digital signatures with appendix – Part 1: General)</p> |
| <p>[5] ИСО/МЭК 14888-2:2008

(ISO/IEC 14888-2:2008)</p> | <p>Информационные технологии. Методы защиты. Цифровые подписи с приложением. Часть 2. Механизмы, основанные на разложении на множители
(Information technology – Security techniques – Digital signatures with appendix – Part 2: Integer factorization based mechanisms)</p> |
| <p>[6] ИСО/МЭК 14888-3:2006

(ISO/IEC 14888-3:2006)</p> | <p>Информационные технологии. Методы защиты. Цифровые подписи с приложением. Часть 3. Механизмы на основе дискретного логарифма
(Information technology – Security techniques – Digital signatures with appendix – Part 3: Discrete logarithm based mechanisms)</p> |
| <p>[7] ИСО/МЭК 14888-3:2006/Изм. 1:2010</p> | <p>Информационные технологии. Методы защиты. Цифровые подписи с приложением. Часть 3. Механизмы на основе дискретного логарифма. Изменение 1. Алгоритм русской цифровой подписи эллиптической кривой, алгоритм цифровой подписи Шнора, алгоритм цифровой подписи Шнора для</p> |

* Оригиналы международных стандартов ИСО/МЭК находятся во ФГУП «Стандартинформ» Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии.

(ISO/IEC 14888-3:2006/Amd 1:2010)	эллиптической кривой, и полный алгоритм цифровой подписи Шнора для эллиптической кривой (Information technology – Security techniques – Digital signatures with appendix – Part 3: Discrete logarithm based mechanisms. Ammendment 1. Elliptic Curve Russian Digital Signature Algorithm, Schnorr Digital Signature Algorithm, Elliptic Curve Schnorr Digital Signature Algorithm, and Elliptic Curve Full Schnorr Digital Signature Algorithm)
[8] ИСО/МЭК 10118-1:2000 (ISO/IEC 10118-1:2000)	Информационные технологии. Методы защиты информации. Хэш–функции. Часть 1. Общие положения (Information technology – Security techniques – Hash–functions – Part 1: General)
[9] ИСО/МЭК 10118-2:2010 (ISO/IEC 10118-2:2010)	Информационные технологии. Методы защиты информации. Хэш–функции. Часть 2. Хэш–функции с использованием алгоритма шифрования n-битными блоками (Information technology – Security techniques – Hash–functions – Part 2: Hash–functions using an n–bit block cipher)
[10] ИСО/МЭК 10118-3:2004 (ISO/IEC 10118-3:2004)	Информационные технологии. Методы защиты информации. Хэш–функции. Часть 3. Выделенные хэш–функции (Information technology – Security techniques – Hash–functions – Part 3: Dedicated hash–functions)
[11] ИСО/МЭК 10118-4:1998 (ISO/IEC 10118-4:1998)	Информационные технологии. Методы защиты информации. Хэш–функции. Часть 4. Хэш–функции с применением арифметики в остаточных классах (Information technology – Security techniques – Hash–functions – Part 4: Hash–functions using modular arithmetic)

УДК 681.3.06:006.354

ОКС 35.040

ОКСТУ 5001

П 85

Ключевые слова: обработка данных, передача данных, обмен информацией, сообщения, цифровые подписи, защита информации, формирование цифровой подписи, проверка цифровой подписи
