

# Работа 3.1.3

## Измерение магнитного поля Земли

Шелихов Дмитрий  
Группа Б01-305

1 октября 2024 г.

**Цель работы:** исследовать свойства постоянных неодимовых магнитов; измерить с их помощью горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

**В работе используются:** неодимовые магниты; тонкая нить для изготовления крутильного маятника; медная проволока; электронные весы; секундомер; измеритель магнитной индукции; штангенциркуль; брусок; линейка и штатив из немагнитных материалов; набор гирь и разновесов.

### Теоретическая справка

$$\vec{m} = I\vec{S}$$

(1) - магнитный момент тонкого витка с током.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{m}}{r^3} \right)$$

(2) - Магнитное поле точечного диполя.

$$\vec{M} = [\vec{m} \times \vec{B}]$$

(3) - Механический момент сил, действующий на точечный магнитный диполь  $\vec{m}$

$$W = -(\vec{m} \cdot \vec{B})$$

(4) - Потенциальная энергия, которой обладает диполь с постоянным  $\vec{m}$

$$\vec{F} = (\vec{m} \cdot \nabla) \vec{B}$$

(5) - Сила, действующая на магнитный диполь в неоднородном внешнем поле  $\vec{B}$ .

$$F_{12} = -\frac{6m_1m_2}{r^4}$$

(6.1) - Сила, взаимодействия двух точечных диполей, когда их моменты направлены вдоль соединяющей их прямой.

$$F_{12} = \frac{3m_1m_2}{r^4}$$

(6.2) - Сила, взаимодействия, если моменты направлены перпендикулярно соединяющей их прямой.

### Экспериментальная установка

Используем неодимовые шарообразные магниты: а) Вещество магнитожестко б) Шары намагничены однородно

$$\vec{B}_0 = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi R^3}$$

(7) - магнитное поле внутри шара (однородно).

$$\vec{m} = \vec{M}V$$

(8), где  $\vec{M}$  - намагниченность материала магнита.

$$\vec{B}_r = 4\pi \vec{M}$$

(9) - остаточная индукция материала.

$$B_p = B_0 = \frac{2}{3}B_r$$

(10) - индукция на полюсах однородно намагниченного шара.

### Определение магнитного момента магнитных шариков

#### Метод А.

Когда векторы двух магнитных моментов ориентированы вертикально:

$$\vec{m} = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}}$$

(11)

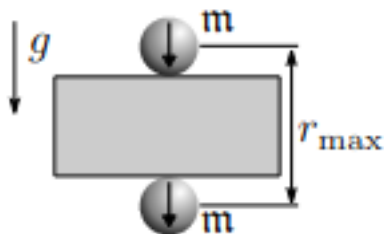


Рис. 1. Измерение магнитных моментов шариков

#### Метод Б.

Максимальная сила сцепления определится по весу магнитной цепочки, которую способен удержать самый верхний магнитный шарик.

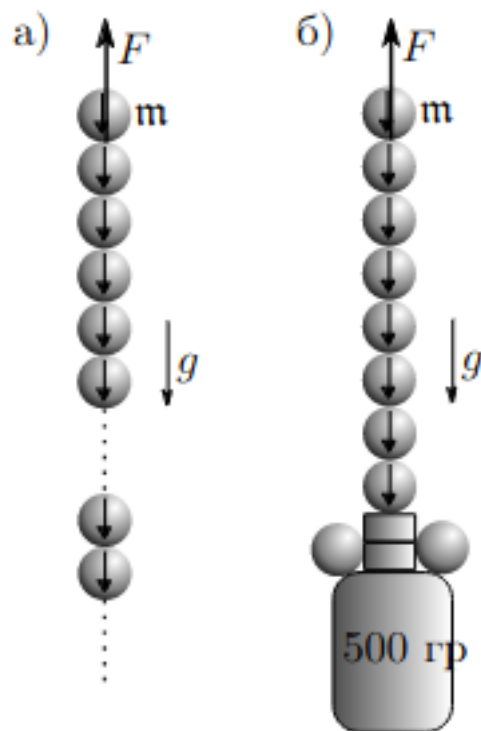


Рис. 2. Альтернативный метод измерения магнитных моментов шариков

Сила сцепления двух одинаковых шаров радиусами  $R$  с магнитными моментами  $\vec{m}$  равна

$$F_0 = \frac{6m^2}{(2R)^4} = \frac{3m^2}{8R^4} \quad (12)$$

Минимальный вес цепочки, при котором она оторвётся от верхнего шарика, равен:

$$F = F_0 \left( 1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \dots \right) \approx 1,08 F_0 \quad (13)$$

### Измерение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли

Магнитное поле измеряем по периоду крутильных колебаний "магнитной стрелки" вокруг вертикальной оси. Стрелка стремится повернуться по горизонтальной составляющей магнитного поля Земли  $\vec{B}_{||}$  в направлении Юг-Север.

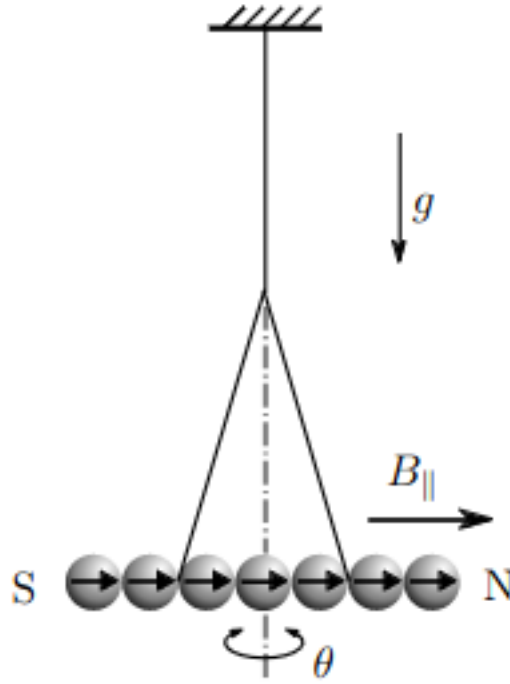


Рис. 3. Крутильный маятник во внешнем магнитном поле

$$M = -m_n B_{||} \sin \theta$$

(14) - возвращающий момент сил.

$$J_n \ddot{\theta} + m_n B_{||} \theta = 0$$

(15) - уравнение малых колебаний.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_n}{m_n B_{||}}}$$

(16) - период малых колебаний.

$$J_n \approx \frac{1}{12} m_n l_n^2 = \frac{1}{3} n^3 m R^2$$

(17) - момент инерции магнитной стрелки.

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m R^2}{3 m B_{||}}} \cdot n$$

(18) - период колебаний пропорционален числу шаров  $n$ , составляющих "стрелку".

### Измерение вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли.

#### Магнитное наклонение

Подвешиваем стрелку в одной точке.  $\beta$  - магнитное наклонение

С помощью доп. груза выравниваем стрелку по горизонтали.

$$M_n = mgr = nmB_{\perp}$$

(19) - момент силы тяжести, уравнивающего груза. Из равенства (19) определяем вертикальную составляющую индукции магнитного поля Земли.

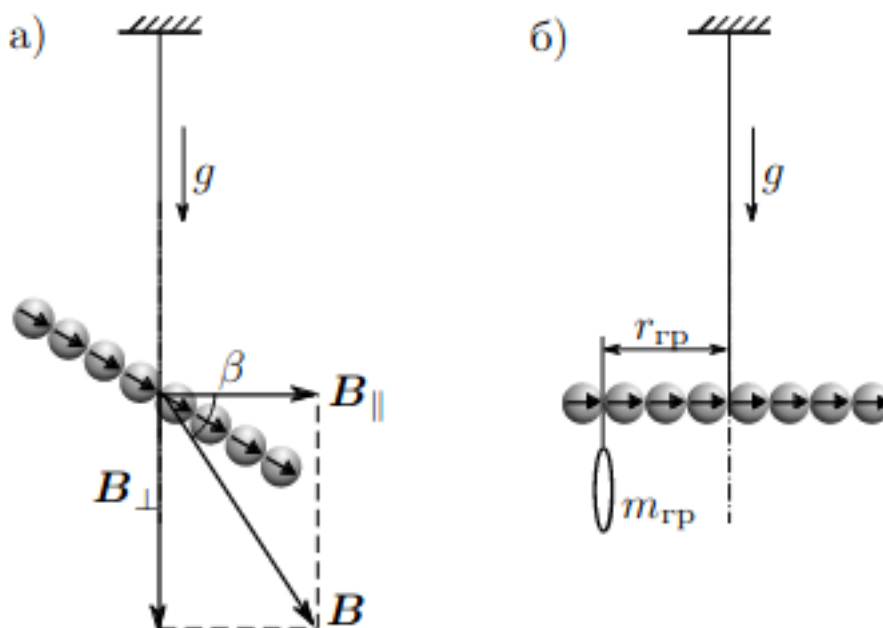


Рис. 4. Измерение вертикальной составляющей поля и магнитного наклона

#### Ход работы

I. Определение магнитного момента, намагниченности и остаточной магнитной индукции вещества магнитных шариков.

1) Измерим диаметр шариков и их массу.

М, г (76 шаров)	m, г	$\Delta m$ , г
63,316	0,833	0,001

	d, мм
	5,496
	5,487
	5,492
$\langle d \rangle$ , мм	5,492
$\Delta d$ , мм	0,004
d, мм	$5,492 \pm 0,004$

2) С помощью магнитометра измерим индукцию поля  $B_p$  на полюсах шарика

N	$B_p$ , мТл
1	357
2	319
3	275
4	305
5	346
6	265
7	368
8	367
9	357
10	354
11	400
12	393
$\langle B_p \rangle$ , мТл	342
$\sigma_{B_p}$ , мТл	41
$B_p$ , мТл	$342 \pm 41$

3) Определим максимальное расстояние  $r_{max}$ , на котором шарики удерживают друг друга в поле тяжести Земли.

N	$r_{max}$ , мм
1	22,5
2	21,0
3	22,5
4	21,5
5	22,5
6	21,5
7	19,0
8	22,0
9	21,5
10	23,0
$\langle r_{max} \rangle$ , мм	21,7
$\sigma_{r_{max}}$ , мм	1,1
$r_{max}$ , мм	$21,7 \pm 1,2$

4) Рассчитаем величину магнитного момента магнетика  $m$  по формуле (11). Оценим погрешность

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2}(\varepsilon_m + 4\varepsilon_{r_{max}})$$

m, г	g, $\bar{z}$	$r_{max}$	m, ед.СГС	$\Delta m$ , ед.СГС
0,833	981,5	2,17	54,95	6,11

5-6) Используя дополнительные шарики, составим цепочку из 23 шариков и подсоединим цепочку к гире и разновесам так, чтобы общая масса системы составила 500 г.

Подберём минимальный вес системы цепочки с гирей, при котором она отрывается от верхнего шарика. Оценить максимальную нагрузку таким методом получилось с точностью до 20 грамм.

$M$ ,	N, шт	$M$ ,	$M$ ,	$\Delta M$
539	23	19,16	558	20

- 7) Рассчитаем силу сцепления двух шаров и по ней определим магнитный момент шарика  $\vec{m}$ . Оценим погрешность результата по формуле

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_M + 4 \cdot \varepsilon_d)$$

$M$ ,	g, см/с <sup>2</sup>	d, см	m, ед.СГС	$\varepsilon_M$	$\varepsilon_d$	$\Delta m$ , ед.СГС
557,03	981,5	0,5492	87,61	0,036	$7,3 \cdot 10^{-4}$	3,13

- 8) Итого, мы получили два различных значения магнитных моментов:

Способ А	Способ Б
$m = (54,95 \pm 6,11)$ ед.СГС	$m = (87,61 \pm 3,13)$ ед.СГС

Исходя из полученных данных второй метод обладает меньшей погрешностью. По табличным данным для данного материала остаточная индукция  $B_r = 12200$  Гаусс, что соответствует  $m = 85$  ед.СГСЭ для шариков диаметром  $d = 5,5$  мм. Исходя из этого, далее будем считать правильными данные, полученные в методе Б.

- 9) Рассчитаем величину намагниченности материала шариков  $M$  и остаточную индукцию магнитного поля  $B_r$ . Проведем сравнение с табличными значениями.

d, мм	V, мм <sup>3</sup>	m, ед.СГС	M, ед.СГС	$B_r$ , кГс	$B_r$ , кГс
$5,492 \pm 0,004$	$86,734 \pm 0,190$	$87,61 \pm 3,13$	$1010 \pm 10$	$12,7 \pm 0,1$	12,2-12,5

Видим, что полученные данные отличаются от табличных всего на 0.8 - 5%. Это подтверждает, что метод Б более точный, чем метод А. Незначительное расхождение с табличным значением может быть вызвано отличием магнитного момента  $\vec{m}$  самого верхнего шарика цепочки от среднего значения. Это различие может достигать 12%! Опыт следовало проводить меняя верхний шарик местами с другими шариками цепи, усредняя магнитный момент шарика сверху.

- 10) Рассчитаем индукцию  $B_p$  у полюсов шарика. Сравним расчётное значение  $B_p$  с измеренным.

$B_p$ , мТл	$B_p$ , мТл
$342 \pm 41$	$84,7 \pm 0,7$