

РАЗДЕЛ 3, ЗАДАНИЕ 1

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ

В этом задании требуется построить оценку по методу максимального правдоподобия или по методу моментов, и применить полученную оценку для предоставляемых выборочных данных. По вопросам построения оценок максимального правдоподобия и оценок по методу моментов см. [1], задания 13–14, с. 84–89, и [2], ч. 2, §3–§4, с. 196–218. Свойства оценок см. в [1], п. 4.

У задания присутствуют несколько вариантов, список см. ниже.

1 ЧТО НУЖНО СДЕЛАТЬ

Для заданной модели (заданной функции плотности):

- построить оценку максимального правдоподобия или оценку по методу моментов (в зависимости от варианта) для произвольного объёма выборки n ;
- применить полученную оценку к прилагаемым к заданию данным.

2 Содержание отчёта (минимальное):

Вид оценки (для произвольного объёма выборки n) и её значение, вычисленное на прилагаемых к заданию данных. В зависимости от варианта, это включает:

- Для оценки максимального правдоподобия:
 1. полученная функция правдоподобия (либо логарифм функции правдоподобия) для выборки объёма n ;
 2. полученная оценка для параметра;
 3. значение оценки, вычисленное на прилагаемых данных.
- Для оценки по методу моментов:
 1. система уравнений моментов, исходя из которой находятся оценки по методу моментов;
 2. полученная оценка для параметра;
 3. значение оценки, вычисленное на прилагаемых данных.

3 Варианты

Во всех вариантах подразумевается, что ξ — это исследуемая случайная величина. Сокращения: МП — максимальное правдоподобие, ММ — метод моментов.

Вариант MLE 1

В ходе эксперимента была n раз подброшена монета, и было подсчитано число выпадений орла. Предполагается, что вероятность выпадения орла p у монеты имеет значение 0.4, 0.5 или 0.6. Найдите оценку МП для p .

Вариант MLE 2

Пусть дана выборка объёма n из дискретного распределения с параметром θ ($\theta = 0$ или $\theta = 1$), заданное таблицей вероятностей:

	$\xi = 0$	$\xi = 1$	$\xi = 2$	$\xi = 3$
$\theta = 0$	0.1	0.3	0.3	0.3
$\theta = 1$	0.2	0.4	0.3	0.1

Найдите оценку МП для θ .

Вариант MLE 3

Пусть дана выборка объёма n из распределения с функцией плотности

$$f(x|\alpha) = (2\alpha + 1)x^{2\alpha}, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

где $\alpha > -0.5$ — параметр распределения. Найдите оценку МП для α .

Вариант MLE 4

Пусть дана выборка объёма n из дискретного распределения с функцией плотности

$$f(x|\theta) = \theta(1 - \theta)^{x-1}, \quad x = 1, 2, 3, \dots$$

где $0 < \theta < 1$ — параметр распределения. Найдите оценку МП для θ .

Вариант MLE 5

Пусть дана выборка объёма n из дискретного распределения с параметром θ ($0 \leq \theta \leq 1$), заданного таблицей вероятностей:

ξ	0	1	2	3
\mathbb{P}	$2\theta/3$	$\theta/3$	$2(1 - \theta)/3$	$(1 - \theta)/3$

Найдите оценку МП для θ .

Вариант MLE 6

Пусть дана выборка объёма n из непрерывного распределения с функцией плотности

$$f(x|\sigma) = \frac{1}{2\sigma} \exp\left(-\frac{|x|}{\sigma}\right),$$

где $\sigma > 0$ — параметр распределения. Найдите оценку МП для σ .

Вариант MLE 7

Пусть дана выборка объёма n из непрерывного распределения с функцией плотности

$$f(x|\lambda) = \lambda^2 x e^{-\lambda x}, \quad 0 \leq x < \infty,$$

где $\lambda > 0$ — параметр распределения. Найдите оценку МП для λ .

Вариант MLE 8

Пусть дана выборка объёма n из непрерывного распределения с функцией плотности

$$f(x|\theta) = e^{\theta-x}, \quad x \geq \theta,$$

где θ — параметр распределения. Найдите оценку МП для θ .

Вариант МОМЕ 1

Пусть дана выборка объёма n из дискретного распределения с параметром θ ($0 \leq \theta \leq 1$), заданного таблицей вероятностей:

ξ	0	1	2	3
\mathbb{P}	$2\theta/3$	$\theta/3$	$2(1-\theta)/3$	$(1-\theta)/3$

Найдите оценку по ММ для θ .

Вариант МОМЕ 2

Пусть дана выборка объёма n из непрерывного распределения с функцией плотности

$$f(x|\sigma) = \frac{1}{2\sigma} \exp\left(-\frac{|x|}{\sigma}\right),$$

где $\sigma > 0$ — параметр распределения. Найдите оценку по ММ для σ .

Вариант МОМЕ 3

Пусть дана выборка объёма n из непрерывного распределения с функцией плотности

$$f(x|x_0, \theta) = \theta x_0^\theta x^{-\theta-1}, \quad x \geq x_0,$$

где $x_0 > 0$, $\theta > 2$ — параметры распределения. Найдите оценку по ММ для x_0 и θ .

Вариант МОМЕ 4

Пусть дана выборка объёма n из непрерывного распределения с функцией плотности

$$f(x|\theta) = \frac{2}{\theta^2}(\theta - x), \quad 0 \leq x \leq \theta,$$

где $\theta > 0$ — параметр распределения. Найдите оценку по ММ для θ .

Вариант МОМЕ 5

Пусть дана выборка объёма n из непрерывного распределения с функцией плотности

$$f(t|\alpha) = \frac{1}{2\pi}(1 + \alpha \cos t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi,$$

где $\alpha \in [-1/3, 1/3]$ — параметр распределения. Найдите оценку по ММ для α .

Вариант МОМЕ 6

Пусть дана выборка объёма n из непрерывного распределения с функцией плотности

$$f(t|a, h) = \frac{1}{h}, \quad x \in [a, a+h],$$

где a и $h > 0$ — параметры распределения. Найдите оценку по ММ для пары a и h .

Вариант МОМЕ 7

Пусть дана выборка объёма n из непрерывного распределения с функцией плотности

$$f(x|\theta) = (\theta + 1)x^\theta, \quad 0 < x < 1,$$

где $\theta > -1$ — параметры распределения. Найдите оценку по ММ для θ .

4 Литература:

1. Симушкин С.В и др. Теоретические основы выполнения курсовой работы по математической статистике. - Казань: 2019. (п. 4; задания 13–14)
2. Володин И.Н. Лекции по теории вероятностей и математической статистике. - Казань: 2006.