Теория вероятности, ИДЗ-4

Алексеев Дмитрий Денисович, БПИ-236

21 декабря 2024 г.

Задача 7.

Для решения данной задачи воспользуюсь следующим следствием из центральной предельной теоремы:

Следствие. Если $X_1, X_2,...,X_n$ — независимые случайные величимв, у которых существуют равные математические ожидания $M(X_i)=a$, дисперсии $D(X_i)=\sigma^2$ и абсолютные центральные моменты
мретьего порядка $M(|X_i-a_i|^3)=m_i$ (i=1,2,...,n), то закон расмределения суммы $Y_n=X_1+X_2+...+X_n$ при $n\to\infty$ неограниченно приближается к нормальному закону.

Рис. 1: Следствие из ЦПТ

ВАРИАНТ 1.

Ежедневно НИИ потребляет в среднем составляет в среднем 40 кВт.ч. электроэнергии, а значение среднеквадратического отклонения ежедневного расхода электроэнергии составляет 3 кВт.ч. Найти вероятность того, что за 100 дней НИИ израсходует более 5000 кВт.ч. электроэнергии.

 $M(X_i) = 40 \cdot 100 = 4000$. Здесь умножаем на 100, так как у нас в условии сказано, что 100 дней. Точно так же и с дисперсией:

$$D(X_i) = 3^2 \cdot 100 = 900.$$

Получается, что случайная величина подчинена нормальному закону распределения, и он выглядит следующим образом:

CB
$$X \sim N(4000; 900)$$

Таким образом, нам надо найти следующую вероятность:

$$P(x_1+x_2+\ldots+x_{100}>5000)=\Phi(\frac{\infty-4000}{30})-\Phi(\frac{5000-4000}{30})=0.5-\Phi(\frac{1000}{30})=6.352\cdot 10^{-244}.$$

Ответ: $6.352 \cdot 10^{-244}$.