

Теория вероятности, ИДЗ-1

Алексеев Дмитрий Денисович, БПИ-236

25 декабря 2024 г.

Вариант 1

Задача 1

Из карточек составляется слово "астрономия". Посчитаем, сколько раз встречается каждая из букв. А - 1 раз, С - 1 раз, Т - 1 раз, Р - 1 раз, О - 2 раза, Н - 1 раз, М - 1 раз, И - 1 раз, Я - 1 раз. Нам нужно составить слово "мотор".

Событие А - собрать слово "мотор".

Пункт а) Карточки расположены в порядке извлечения.

То, что карточки расположены в порядке извлечения, означает, что мы не можем их переставлять, поэтому нам важен порядок, в котором мы их вынимаем.

То есть какие есть вероятности. $\frac{1}{10}$ - вероятность достать карточку с буквой М, $\frac{2}{9}$ - вероятность достать карточку с буквой О (их у нас две), $\frac{1}{8}$ - вероятность достать карточку с буквой Т, $\frac{1}{7}$ - вероятность достать карточку с буквой О (теперь у нас одна буква О), $\frac{1}{6}$ - вероятность достать карточку с буквой Р. Каждый раз знаменатель становится меньше на один, потому что карточек меньше.

Перемножаем: $P(A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{6} = 0.0000661375661376$

Ответ: 0.0000661375661376

Пункт б) Вынутые карточки можно переставлять.

Так как мы можем переставлять уже вынутые карточки, то мы берём число способов выбрать каждую букву, перемножаем их и делим на число способов выбрать 5 букв из 10. C_1^1 - способов выбрать 1 букву М из одной, C_2^2 - способов выбрать 2 буквы О из двух, C_1^1 - способов выбрать 1 букву Т из одной, C_1^1 - способов выбрать 1 букву Р из одной, C_{10}^5 - способов выбрать 5 букв из 10.

C_1^1 и C_2^2 равны 1. $C_{10}^5 = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = 252$

$P(A) = \frac{C_1^1 \cdot C_2^2 \cdot C_1^1 \cdot C_1^1}{C_{10}^5} = 0.003968253968254$. Округлив, получим 0.004

Ответ: 0.004

Задача 2

В этой задаче мы используем формулу Байеса, так как здесь присутствует две гипотезы (деталь стандартная или нестандартная), а также здесь есть события, на которые накладываются условия (например, стандартная деталь прошла испытание, то есть деталь должна быть хорошей и пройти испытание).

H_1 - деталь стандартная

H_2 - деталь нестандартная

Событие А - деталь прошла две проверки.

$P(H_1) = 0,96$ - вероятность, что деталь стандартная; $P(H_2) = 0,04$ - вероятность, что деталь нестандартная.

Любая деталь подвергается двум проверкам.

$P(A|H_1) = (0,98)^2$ - вероятность, что стандартная деталь прошла две проверки.

$P(A|H_2) = (0,05)^2$ - вероятность, что нестандартная деталь прошла две проверки.

$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(A|H_2) \cdot P(H_2) = 0,98 \cdot 0,98 \cdot 0,96 + 0,05 \cdot 0,05 \cdot 0,04 = 0.922084$ - вероятность, что какая-то деталь (стандартная или нестандартная) прошла два испытания.

$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1) \cdot P(H_1)}{P(A)} = \frac{0,98 \cdot 0,98 \cdot 0,96}{0.922084} = 0.9998915500106281$ - это вероятность, что изделие, которое прошло две проверки, является стандартным. Округлив, получим 0.999.

Ответ: 0.999