

Национальный исследовательский университет ИТМО

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной  
техники

**Информатика**  
**Лабораторная работа №2**  
**Синтез помехоустойчивого кода**  
**Вариант №60 (ИСУ - 466402)**

Выполнил:  
Кузьмин Дмитрий Анатольевич

Группа:  
Р3109

Преподаватель:  
Рыбаков Степан Дмитриевич

# Содержание

1	Задание	2
2	Основные этапы вычисления	3
3	Доп задание	5
4	Заключение	6
5	Список литературы	6

# 1 Задание

1. Определить свой вариант задания с помощью номера в ISU (он же номер студенческого билета). Вариантом является комбинация 3-й и 5-й цифр. Т.е. если номер в ISU = 123456, то вариант = 35.
2. На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.
3. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.
4. Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
5. На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода.
6. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.
7. Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
8. Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.
9. Дополнительное задание №1 (позволяет набрать от 86 до 100 процентов от максимального числа баллов БаРС за данную лабораторную). Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

## 2 Основные этапы вычисления

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$S$
1	X		X		X		X	$s_1$
2		X	X			X	X	$s_2$
4				X	X	X	X	$s_3$

Рис. 1: Схема декодирования классического кода Хэмминга (7;4)

### 1. Сообщение номер 45

	1	2	3	4	5	6	7	
Сообщение	0	0	1	0	0	1	1	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$S$
1	X		X		X		X	$s_1$
2		X	X			X	X	$s_2$
4				X	X	X	X	$s_3$

Рис. 2: Схема декодирования для сообщения 1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

Синдром  $S = 010$ , ошибка в  $r_2$

**Правильное сообщение:** 1011, ошибки в информационных битах не было

### 2. Сообщение номер 77

	1	2	3	4	5	6	7	
Сообщение	0	1	1	1	1	0	1	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$S$
1	X		X		X		X	$s_1$
2		X	X			X	X	$s_2$
4				X	X	X	X	$s_3$

Рис. 3: Схема декодирования для сообщения 2

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

Синдром  $S = 111$ , ошибка в  $i_4$

**Правильное сообщение:** 1100

### 3. Сообщение номер 109

	1	2	3	4	5	6	7	
Сообщение	1	0	1	1	1	1	1	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$S$
1	X		X		X		X	$s_1$
2		X	X			X	X	$s_2$
4				X	X	X	X	$s_3$

Рис. 4: Схема декодирования для сообщения 3

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

Синдром  $S = 010$ , ошибка в  $r_2$

**Правильное сообщение:** 1111, ошибки в информационных битах не было

### 4. Сообщение номер 29

	1	2	3	4	5	6	7	
Сообщение	0	0	0	0	0	1	0	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$S$
1	X		X		X		X	$s_1$
2		X	X			X	X	$s_2$
4				X	X	X	X	$s_3$

Рис. 5: Схема декодирования для сообщения 4

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

Синдром  $S = 011$ , ошибка в  $i_3$

**Правильное сообщение:** 0000

Схема декодирования классического кода Хэмминга (15;11)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$r_4$	$i_5$	$i_6$	$i_7$	$i_8$	$i_9$	$i_{10}$	$i_{11}$	S
1	X		X		X		X		X		X		X		X	$s_1$
2		X	X			X	X			X	X			X	X	$s_2$
4				X	X	X	X					X	X	X	X	$s_3$
8								X	X	X	X	X	X	X	X	$s_4$

Рис. 6: Схема декодирования классического кода Хэмминга (15;11)

Сообщение номер **110**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
Сообщение	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$r_4$	$i_5$	$i_6$	$i_7$	$i_8$	$i_9$	$i_{10}$	$i_{11}$	S
1	X		X		X		X		X		X		X		X	$s_1$
2		X	X			X	X			X	X			X	X	$s_2$
4				X	X	X	X					X	X	X	X	$s_3$
8								X	X	X	X	X	X	X	X	$s_4$

Рис. 7: Схема декодирования для сообщения 5

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

Синдром  $S = 1111$ , ошибка в  $i_{11}$

**Правильное сообщение:** 01101100111

$(45 + 77 + 109 + 29 + 110) * 4 = 1480$  - число информационных разрядов

Минимальное число контрольных разрядов определяется по формуле:

$$2^r \geq r + i + 1$$

$$2^r \geq r + 1480 + 1 \Rightarrow 2^r - r \geq 1481$$

Методом подбора легко определить, что минимально необходимое число проверочных разрядов равно 11

Коэффициент избыточности определяется по формуле  $\frac{r}{r+i}$

$$\frac{11}{11+1481} \approx 0,00737265$$

### 3 Доп задание

Программа на питоне, принимающая на вход сообщение, определяющая, в каком бите ошибка и исправляющая его:

```

def correct_message(message):
    rez = {
        '000': 'correct',
        '001': 'r3',
        '010': 'r2',
        '100': 'r1',
        '110': 'i1',
        '011': 'i3',
        '101': 'i2',
        '111': 'i4'
    }
    s1 = (int(message[0]) + int(message[2]) + int(message[4]) + int(message[6])) % 2
    s2 = (int(message[1]) + int(message[2]) + int(message[5]) + int(message[6])) % 2
    s3 = (int(message[3]) + int(message[4]) + int(message[5]) + int(message[6])) % 2
    s = str(s1) + str(s2) + str(s3)
    print(rez[s])
    f.write(rez[s])

f = open('result.txt', 'r+')
message = input('Введите сообщение, состоящее из 7 цифр 0 или 1: ')
while (len(message) != 7) or (message[0] not in '01') or (message[1] not in '01') or (message[2] not in '01') or \
(message[3] not in '01') or (message[4] not in '01') or (message[5] not in '01') or \
(message[6] not in '01'):
    print('error')
    message = input('Введите сообщение, состоящее из 7 цифр 0 или 1: ')
correct_message(message)
f.close()

```

Рис. 8: Листинг 1 - Моя программа

## 4 Заключение

Во время выполнения лабораторной работы я разобрался в том, как работает код Хэмминга, научился с его помощью определять, есть ли ошибка в сообщении и при необходимости исправлять ее. Так же я реализовал данный алгоритм в программе.

## 5 Список литературы

- Код Хэмминга. Пример работы алгоритма - URL: <https://habr.com/ru/articles/140611/> (дата обращения: 30.09.2024)
- Простой код Хэмминга. Практика. - URL: <https://www.boyardkirk.ru/?go=all/prostoy-kod-hemminga-praktika/> (дата обращения: 30.09.2024)