25 ноября 2019 года в Военном инновационном технополисе «ЭРА» (г. Анапа) проведена конференция на тему «Состояние и перспективы развития современной науки по направлению «Технологии энергообеспечения. Аппараты и машины жизнеобеспечения».

Цель конференции – Организация обмена информацией о новых научно-технических разработках, объединения ведущих научных школ, поиска партнёров в области разработки перспективных технологии энергетики, аппаратов и машин систем жизнеобеспечения в Вооружённых Силах Российской Федерации.

Задачи конференции:

– создание условий для эффективного взаимодействия органов военного

управления с предприятиями ОПК на площадке ВИТ «ЭРА»;

– обмен опытом в области инновационных решений по направлению

энергетики, технологий, аппаратов и машин систем жизнеобеспечения;

– обмен мнениями и уточнение приоритетных направлений развития

химмотологии топлив, масел, смазок и специальных жидкостей в интересах Вооружённых Силах Российской Федерации, разработки композитных конструкционных материалов, аппаратов и машин систем жизнеобеспечения объектов военной инфраструктуры, источников электропитания и систем распределения энергетических ресурсов;

– уточнение вопросов формирования совместных научных коллективов для эффективного проведения исследований в областях деятельности лаборатории.

В конференции приняли участие как доктора и кандидаты наук, докторанты и адъюнкты (аспиранты) образовательных учреждений и научных организаций, так и операторы научных рот.

Основные результаты работы участников конференции отражены в сборнике статей. Содержание статей представлено в авторском изложении.

Ответственный редактор
капитан-лейтенант Ржавитин В.Л.
Компьютерная верстка
Минасян М.А.
Репин Д.В.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ БОЕВЫХ ДЕЙСТВИЙ

Поляков Р.Г., оператор 4 научной роты ФГАУ «Военный инновационный технополис «ЭРА».

Горшков С.Н., старший оператор 4 научной роты ФГАУ «Военный инновационный технополис «ЭРА», г. Анапа, Российская Федерация, e-mail: sergik-gorshkov@mail.ru, тел.: 89097633050.

Прокофьев М.А., старший оператор 4 научной роты ФГАУ «Военный инновационный технополис «ЭРА».

Аннотация

Основной проблемой при разработке новых видов вооружения, а также образцов робототехнических комплексов военного назначение, оценка эффективности и применимости их в динамически меняющихся условиях эксплуатации. Для качественного анализа их применимости используют различные математические модели боевых действий, где применяют данные образцы вооружения. В данной статье проводится сравнительный анализ различных математических методов моделирования боевых действий.

Ключевые слова: методы математического моделирования боевых действий, метод моделирования на основе формулы Ланчестера, детерминистические методы моделирования, стохастические методы моделирования, метод на основе динамики средних, задача Бюффона, метод Монте-Карло, аддитивная модель, мультипликативная модель, кратные модели, смешанные или комбинированные модели, «Марковские» случайные процессы.

В современном подходе проектирования новых видов робототехнических комплексов военного назначения одной из важных задач является построение математической модели их функционирования. При разработки новых средств вооружения и военной техники необходимо оценить роль их боевой эффективности, так как она позволяет дать количественную оценку степени приспособленности образцов к решению поставленных задач. При проведении такой оценки необходимо учитывать различные виды противодействия противника. Для построения модели боевых действий, которые предоставят исчерпывающие данные по применению разрабатываемых образцов робототехнических комплексов военного назначения используют математические методы моделирования.

В 1916 году, в разгар Первой мировой войны, английский математик Фредерик Уильям Ланчестер, исследую бомбардировки позиций союзников с применением самолетов, предложил математическую модель описывающую ход боевых действий для воздушного боя. Суть данного метода состоит в построении математической модели из системы двух однородных дифференциальных уравнений. Подобная модель была предложена в 1915 году русским математиком М.П. Осиповым. Только его работа описывала математическую модель глобального вооруженного противостояния, которую практически применяют в боевых действиях при описании убыли сражающихся сторон с течением времени. Обе модели описывали одно и тоже с разных сторон. Со временем, в связи с установлением приоритетов в англоязычной литературе в дальнейшем перешли с формулировки «модель Ланчестера» на формулировку «модель Осипова-Ланчестера».

Область применения метода на основе уравнения Ланчестера, за почти сто лет своего применения, заметно расширилась. Теперь, помимо математического моделирования боевых действий она применяется, как от описания взаимодействия этнос, проживающих на одной территории, так и до моделирования конкурентного взаимодействия двух фирм [1].

Законы Ланчестера представляют собой математические формулы для расчета относительных сил пары сражающихся сторон – подразделений вооруженных сил. Самыми известными из них называются Ланчестеровскими моделями. Они используют аппарат дифференциальных уравнений для описания динамики численности сил участников военных конфликтов как функции времени. Среди уравнений выделяют, так называемые, «Линейные законы Ланчестера» первого рода, которые используются для описания рукопашного боя, или боя с применением неприцельного огня. И также выделяют «Квадратичные законы Ланчестера», которые применяют для войн начиная с XX века с применением прицельного огня, дальнобойных орудий и огнестрельного оружия.

Зачастую в исследуемых системах передача, обработка и преобразование информации об интересующих исследователей характеристиках осуществляется в дискретные моменты времени. Однако соответствующих дискретных аналогов указанной модели существует относительно мало.

Основная задача для которой используется «модель Ланчестера» при моделировании боя это достижения нужной численности армий противоборствующих сторон к концу известного периода, которое решается через построение оптимального программного управляющего воздействия, которое по-своему смыл отражает направляемые в армии противника подкрепления.

При рассмотрении дискретной линейной «модели Ланчестера», для описания боевых действий двух армий, главной характеристикой соперников является численность сторон, $x_1(k) \geq 0$, $x_2(k) \geq 0$.

В случае боевых действий между регулярными частями динамика их численности определяется следующими факторами:

1. Скоростью уменьшения a_i (i=1,2) состава по причине, не связанными с боевыми действиями, например, болезни или дезертирство.

2. Темпом потерь, который обусловлен ведением боевых действий противоборствующей стороны β_i (i=1,2), которые определяются качеством ее стратегии, тактики и вооружением.

3. Скорость поступления подкреплений, которые именуются также как управляющее воздействие, $\gamma_i(k)$, (i=1,2).

В итоге, получается система первых разностей для $x_1(k)$, $x_2(k)$ (1):

$$\begin{cases} x_1(k+1) - x_1(k) = -a_1 x_1(k) - \beta_2 x_2(k) + \gamma_1(k); \\ x_2(k+1) - x_2(k) = -a_2 x_2(k) + \beta_1 x_1(k) + \gamma_2(k). \end{cases} \quad (1)$$

где k – дискретные периоды времени

a_i и β_i – постоянные величины

Используя вышеописанный метод, можно находить значения численности подкреплений для того, чтобы выяснить при каких условиях возможно поражение каждой из сторон одновременно. Так же стоит отметить что, на сегодняшний день существует большое множество модификаций задач оптимизации распределения сил обороны и нападения в рамках «Модели Ланчестера».

Перед построением математических моделей боевых действий необходимо провести доскональное изучение предмета изучения, а также провести его описание компактно и всесторонне. Помимо этого, необходимо выявить и изучить взаимосвязь влияние различных факторов на исследуемую систему, их влияние на поведение друг друга.

Для этой задачи прибегают к помощи факторного анализа, который помогает выявить необходимые факторы, отвечающие за наличие линейных статических связей корреляций между наблюдаемыми переменными.

Для выявления наиболее значимых факторов и факторной структуры, наиболее лучшим решением является метод главных компонентов. Основой данного метода состоит в замене коррелированных компонентов некоррелированными факторами. Еще одной важной характеристикой данного метода является возможность ограничиться наиболее информативными главными компонентами, исключить остальные из анализа.

В факторном анализе выделяют детерминированные модели и стохастические. Детерминированные факторные модели используются для исследования функциональных связей между результативными показателями, или функциями, и факторами [2].

Для выявления

В процессе моделирования детерминированных факторных систем необходимо выполнять ряд требований, а именно:

1. факторы, которые включаются в модель, должны иметь определенным образом выраженный характер, быть реально существуемыми;

2. факторы, которые входят в систему, должны быть не только необходимыми элементами формулы, а также состоять в причинно-следственной связи с изучаемыми показателями. Таким образом, построенная факторная детерминистическая система должна будет иметь познавательную ценность;

3. все показатели факторной детерминистической модели должны быть количественно измеримыми;

4. факторная детерминистическая модель должна иметь возможность для обеспечения изменения влияния ряда отдельных факторов.

Из основных детерминистических факторных моделей в детерминированном анализе выделяют:

1. Аддитивная модель (2):

$$Y = \sum_{i=1}^{n} X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n \tag{2}$$

Данная модель имеет место для применения в случае, если результативный показатель представляет собой алгебраическую сумму из нескольких факторных показателей.

2. Мультипликативная модель (3):

$$Y = \prod_{i=1}^{n} X_i = X_2 \times X_2 \times \ldots \times X_n \tag{3}$$

Данная детерминистическая факторная модель применяется в том случае, когда результативный показатель представляет собой произведение нескольких факторов.

3.Кратные модели (4):

$$Y = \frac{X_1}{X_2} \tag{4}$$

Применять данные детерминированные факторные модели следует в том случае, если результативный показатель получают делением одного факторного показателя на величину другого.

4. Смешанные или комбинированные модели (5):

$$Y = \frac{a+b}{c}; Y = \frac{a}{b+c}; Y = \frac{a \times b}{c}; Y = (a+b)c; \ \ldots \tag{5}$$

Данная модель представляет собой различные комбинации из предыдущих моделей.

При математическом моделировании динамики функционирования сложных систем традиционно нашли широкое применение «Марковские» случайные процессы.

Однако стоит заметить, если рассматривать поведение сложных систем, особенно такие как системы управления оружием или войсками, системы передачи или извлечения информации, то будет иметь место во время их выполнения случайный процесс смены состояния. Если вероятностные переходы из одного состояния к другому будут зависеть только от настоящего состояния и не зависеть от развития процесса смены состояния в прошлом, то для моделирования таких систем использование математического аппарата «Марковских» случайных процессов как ни стать лучше всего подойдет.

Стоит отметить, что при увеличении количества элементов в системе, резко увеличивается число ее возможных состояний и с этим увеличивается количество дифференциальных и алгебраических уравнений в математической модели.

Для подобных систем с большим набором состояний применяется метод динамики средних. Он позволяет определять не вероятность состояний, а характеристики случайных процессов, протекающих в изучаемых системах, таких как среднее количество элементов, в одинаковом состоянии. На практике, изучение систем с большим количеством состояний моделирование по методу динамики средних часто производится для определения математического ожидания m_j и дисперсии D_j численности элементов системы, которое находится в j состоянии [3].

При выводе аналитических зависимостей для метода динамики средних учитываются следующие ограничения:

1. В моделируемой системе протекает «Марковский» случайный процесс.
2. Каждый элемент изменяет свои состояния независимо от других.
3. Элементы системы предполагаются однородными.

Формулировка задачи, для которой применяет метод динамики средних, имеет следующий вид. Имеется системы S, которая состоит из N элементов, каждый из которых может находиться в любом из состояний $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$. Число элементов системы S, находящиеся в момент времени t в состояние S_j обозначаются как $x_j = x_j(t)$. Для данной случайной функции требуется определить: математическое ожидание $m_j = m_j(t)$ и дисперсию $D_j = D_j(t)$.

Для определения искомых характеристик случайной величины $x_j(t)$ устанавливается зависимость (6) численности состояния S_j от состояния каждого l – го элемента.

$$x_j = \sum_{l=1}^{N} x_j^l \tag{6}$$

где $x_j^l = 1$, если l-й элемент находится в состоянии S_j и $x_j^l = 0$ – в противном случае.

Вероятность пребывания каждого элемента в состоянии S_j в любой момент времени *t* будет иметь вид: $P\{x_j^l = 1\} = p_j^l$. А так как они одинаковы, поэтому $p_j^l = p_j$. Очевидно, что $M[x_j^l] = p$, а $D[x_j^l] = p_j(1 - p_j)$ в силу предполагаемой зависимости случайных величин x_j^l имеем (7) и (8) :

$$m_j = \sum_{l=1}^{N} M[x_j^l] = Np_j, \tag{7}$$

$$D_j = \sum_{l=1}^{N} D[x_j^l] = Np_j(1 - p_j). \tag{8}$$

Отсюда, в частности, следует, что для получения уравнений для нахождения $m_j(t)$ нужно записать систему уравнений Колмогорова для вероятностей состояний $p_j(t)$, умножить обе части каждого из уравнений на *N* и заменить Np_j на m_j.

Систему уравнений динамики средних относительно m_j необходимо решать при следующих начальных условиях (9):

$$m_1(0) = N, m(0) = m_3(0) = \ldots = m_n(0) = 0. \tag{9}$$

Таким образом, уравнение динамики средних является моделью с большим количеством элементов.

При разработки математической модели боевых действий имеют место для изучения, протекающие в момент боя случайные процессы. Для изучения их влияния на систему, а также взаимосвязь процессов между собой применяют стохастические методы моделирования.

Одним из распространенных приближенных методов решения задач вычислительной математики является случайный метод, называемый метод Монте-Карло.

Сущность метода заключается в том, что для решения какой-либо математической задачи, связанной с вычислением числа I, строится некоторая случайная величина ξ, такая, что математическое ожидание этой случайной величины E(ξ) является значением искомого решения. Проведя серию вычислительных экспериментов со случайной величиной ξ, мы можем найти приближенное решение как среднее значение результатов эксперимента [4].

С помощью этого метода можно найти площадь любой фигуры G, которая имеет сложный контур, который сложно описать аналитически или сложно проинтегрировать. Нужно вписать эту фигуру в фигуру известной площади, скажем в прямоугольник со сторонами a b и бросать точку на эту фигуру. Вероятность попадания точки в G будет равна отношению площадей.

Задача Бюффона. Также с помощью случайного метода можно вычислить число π.

Для этого необходимо решить задачу Бюффона. Французский математик Бюффон (XYIII в.) определил, что если на поле, разграфленное параллельными прямыми, расстояние между которыми L, бросается наугад игла длиной l, то вероятность того, что игла пересечет хотя бы одну прямую, определяется формулой (10):

$$p = \frac{2l}{\pi L} \tag{10}$$

Таким образом, автором было вычислено 200 знаков после запятой числа π. Точность получаемого решения зависит от количества проведенных экспериментов.

Каждый из рассмотренных методов моделирования боевых действий рассматривает и описывает влияние процессов и факторов на изменение состояния системы по-разному. Так в детерминистических методах рассматриваются методы, которые оперируют данными из уже полученных до этого источников и практически не работают со случайными величинами, а работают с факторами, которые уже подтверждены.

В свою очередь стохастические методы имеют место, как раз в тех случаях, когда протекают случайные процессы. Они опираются на законы их появления и предугадывают следующие действия.

Также необходимо сказать про методы на основе уравнения Ланчестера и метод динамики средних. Данные методы используют комбинированные методы стохастического и детерминистического моделирования в той или ной пропорции. Помимо этого, в методе динамики средних используются «Марковские» случайные процессы [5].

Как следствие из выше сказанного, при построении собственной математической модели боевых действий необходимо использовать различные комбинации методов, основанных на стохастическом и детерминистическом моделировании, а также различные методы при исследовании случайных процессов.

Литература

1. Вентцель Е. С. Исследование операций. – М.: Советское радио, 1972. – 552 с.
2. Решмин Б. И. Имитационное моделирование и системы управления. – Инфра-Инженерия, 2016. – 74 с.
3. Морз Ф.М., Кимбел Д.Е. Методы исследования операций. М.: Советское радио, 1956. – 307с.

4. Овчаров Л. А. Прикладные задачи теории массового обслуживания. –М.: Советское радио, 1969. – 324 с.

5. Саати Т.Л. Математические методы исследования операций. – Воениздат, 1961. – 396 с.