25 ноября 2019 года в Военном инновационном технополисе «ЭРА» (г. Анапа) проведена конференция на тему «Состояние и перспективы развития современной науки по направлению «Технологии энергообеспечения. Аппараты и машины жизнеобеспечения».

Цель конференции – Организация обмена информацией о новых научно-технических разработках, объединения ведущих научных школ, поиска партнёров в области разработки перспективных технологии энергетики, аппаратов и машин систем жизнеобеспечения в Вооружённых Силах Российской Федерации.

Задачи конференции:

− создание условий для эффективного взаимодействия органов военного

управления с предприятиями ОПК на площадке ВИТ «ЭРА»;

− обмен опытом в области инновационных решений по направлению

энергетики, технологий, аппаратов и машин систем жизнеобеспечения;

− обмен мнениями и уточнение приоритетных направлений развития

химмотологии топлив, масел, смазок и специальных жидкостей в интересах Вооружённых Силах Российской Федерации, разработки композитных конструкционных материалов, аппаратов и машин систем жизнеобеспечения объектов военной инфраструктуры, источников электропитания и систем распределения энергетических ресурсов;

− уточнение вопросов формирования совместных научных коллективов для эффективного проведения исследований в областях деятельности лаборатории.

В конференции приняли участие как доктора и кандидаты наук, докторанты и адъюнкты (аспиранты) образовательных учреждений и научных организаций, так и операторы научных рот.

Основные результаты работы участников конференции отражены в сборнике статей. Содержание статей представлено в авторском изложении.

Ответственный редактор
капитан-лейтенант Ржавитин В.Л.
Компьютерная верстка
Минасян М.А.
Репин Д.В.

АНАЛИЗ СТОХАСТИЧЕСКОГО ПОДХОДА К МОДЕЛИРОВАНИЮ БОЕВЫХ ДЕЙСТВИЙ

Прокофьев М.А., старший оператор 4 научной роты ФГАУ «Военный инновационный технополис «ЭРА».

Поляков Р.Г., оператор 4 научной роты ФГАУ «Военный инновационный технополис «ЭРА».

Горшков С.Н., старший оператор 4 научной роты ФГАУ «Военный инновационный технополис «ЭРА», г. Анапа, Российская Федерация, e-mail: sergik-gorshkov@mail.ru, тел.: 89097633050.

Аннотация

В данной статье представлены результаты анализа стохастического подхода к моделированию боевых действий на основе рассмотрения неоднородной и однородных моделей. Определены формулы для вычисления основных характеристики модели. На основе данных из расчета показано различие между детерминированными и стохастическими моделями боевых действий.

Ключевые слова: военный инновационный технополис «ЭРА», боевые действия, моделирование, стохастический процесс, марковский процесс

Введение

С момента публикации в 1916 году английским инженером Фредериком Ланчестером новаторской работы, в которой он описывал детерминистские подходы к моделированию боевых, было проведено множество исследований на тему применения, описанных в этой работе системы дифференциальных уравнений для описания динамики боя. В то же время, составляющему ему конкуренцию стохастическому подходу было уделено относительно мало внимания, ввиду того, что стохастические модели оказались более сложными для понимания и проведения вычислений, а также из-за некорректно сложившегося мнения ученых, посчитавших, что детерминированные модели дают такие же хорошие результаты, как и стохастические модели. Несмотря на это, в научном сообществе все же нашлись сторонники альтернативных решений [3], сумевшие доказать необходимость использования стохастических моделей боевых действий и давших толчок к их дальнейшему развитию.

В данной статье рассмотрены последние разработки в области стохастического моделирования, а также выявлены несколько нерешенных на данных момент проблем на основе простой гетерогенной (неоднородной) модели боевых действий, преобразуемой в эквивалентную гомогенную.

Неоднородная модель боевых действий

Рассмотрим бой между двумя сторонами – А и Б, каждая из которых обладает несколькими видами вооружения [1][2]. Огонь из каждого орудия одного типа осуществляется в сторону других видов вооружения на стороне противника. Пусть:

$\boldsymbol{a}$ – число видов вооружения на стороне А;

$\boldsymbol{b}$ – число видов вооружения на стороне Б;

$\boldsymbol{M_i}$ – начальная мощь орудия i-ого типа стороны А, где $i \in [1, a]$;

$\boldsymbol{N_j}$ – начальная мощь орудия i-ого типа стороны Б, где $j \in [1, b]$;

$\boldsymbol{m_i}$ – количество единиц вооружения i-ого типа стороны А в момент времени t;

$\boldsymbol{n_j}$ – количество единиц вооружения j-ого типа стороны Б в момент времени t;

$\boldsymbol{P(m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_a; n_1, n_2, \dots, n_j, \dots, n_b; t)}$ – вероятность того, что в момент времени t бой находится в состоянии $(m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_a; n_1, n_2, \dots, n_j, \dots, n_b)$

Предполагается, что в течение небольшого промежутка времени Δt изменение состояния боя происходит со следующими вероятностями:

$$\left(m_1, m_2, \dots, m_i + 1, \dots, m_a; n_1, n_2, \dots, n_j, \dots, n_b\right) \to (m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_a; n_1, n_2, \dots, n_j, \dots, n_b) \quad (1)$$

с вероятностью $\sum_j A_{ij}(m_i + 1, n_j)$

$$\left(m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_a; n_1, n_2, \dots, n_j + 1, \dots, n_b\right) \to (m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_a; n_1, n_2, \dots, n_j, \dots, n_b) \quad (2)$$

с вероятностью $\sum_j B_{ij}(m_i,\ n_j + 1)$

Пусть $W_{ij}\left(m_i, n_j\right) = A_{ij}\left(m_i, n_j\right) + B_{ij}(m_i, n_j)$. Предположим, что бой заканчивается, в тот момент, когда показатель силы стороны А m_i уменьшается до m_i' для любого $i \in [1, a]$ или стороны Б n_i уменьшается до n_j' для любого $j \in [1, b]$.

Дифференциально-разностное уравнение [3], описывающее стохастическую модель боевых действий между сторонами А и Б может быть представлено в следующем виде:

$$P'\big(m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_a; n_1, n_2, \dots, n_j, \dots, n_b; t\big) =$$
$$= \sum_i \sum_j A_{ij}\big(m_i + 1, n_j\big)\big(m_1, \dots, m_i + 1, \dots, m_a; n_1, \dots, n_j, \dots, n_b; t\big) +$$
$$+ \sum_i \sum_j B_{ij}\big(m_i, n_j + 1\big)\big(m_1, \dots, m_i, \dots, m_a; n_1, \dots, n_j + 1, \dots, n_b; t\big) -$$
$$- \sum_i \sum_j W_{ij}\big(m_i, n_j\big)\big(m_1, \dots, m_i, \dots, m_a; n_1, \dots, n_j, \dots, n_b; t\big) \tag{3}$$

$$m_i' + 1 \le \ m_i \le M_i \quad (1 \le i \le a)$$
$$n_j' + 1 \le \ n_j \le N_j \quad (1 \le j \le b)$$

с условием, что при $m_i > M_i$ или $n_j > N_j$, для $\forall\ i, j$:

$$P\big(m_1, \dots, m_i, \dots, m_a; n_1, , \dots, n_j, \dots, n_b; t\big) \to 0 \tag{4}$$

Боевые действия прекращаются, когда их состояние сводится к состоянию $\big(m_1, \dots, m_i', \dots, m_a; n_1, \dots, n_j, \dots, n_b; t\big)$ или $\big(m_1, \dots, m_i, \dots, m_a; n_1, \dots, n_j', \dots, n_b; t\big)$ называемое «финальным» и в после его достижения, оно остается постоянным с *P = 1*.

Состояние $\big(m_1, \dots, m_i', \dots, m_a; n_1, \dots, n_j, \dots, n_b; t\big)$ может быть достигнуто только путем перехода из состояния $\big(m_1, \dots, m_i' + +1, \dots, m_a; n_1, \dots, n_j, \dots, n_b; t\big)$ за временной промежуток Δt, следовательно, уравнение для «финального» состояния записывается в следующем виде:

$$P\big(m_1, \dots, m_i', \dots, m_a; n_1, \dots, n_j, \dots, n_b; t\big) =$$
$$= \sum_j A_{ij}(m_i' + 1, n_j) P\big(m_1, \dots, m_i' + 1, \dots, m_a; n_1, \dots, n_j, \dots, n_b; t\big) \tag{5}$$

с граничным условием:

$$\textstyle\sum_j B_{ij}\big(m_i', n_j + 1\big) = 0, \text{ для } i \in [1, a]; j \in [1, b]; \tag{6}$$

Аналогично, можно записать:

$$P\big(m_1, \dots, m_i, \dots, m_a; n_1, \dots, n_j', \dots, n_b; t\big) =$$
$$= \sum_j A_{ij}(m_i, n_j' + 1) P\big(m_1, \dots, m_i', \dots, m_a; n_1, \dots, n_j' + 1, \dots, n_b; t\big) \tag{7}$$

с граничным условием:

$$\textstyle\sum_i A_{ij}\big(m_i + 1, n_j'\big) = 0, \text{ для } i \in [1, a]; j \in [1, b]; \tag{8}$$

Другие исследователи в своих работах получили аналогичные дифференциально-разностные уравнения, описывающие неоднородные модели боевых действий, однако стоит отметить, что их решение является задачей повышенной сложности, и в лучшем случае можно попытаться получить их численное решение. В связи с этим, возникает необходимость упрощения процесса моделирования путем сведения таких моделей к аналогичным однородным.

Упрощение неоднородной модели боевых действий

Современные боевые действия неоднородны по своей природе, так как каждая из противоборствующих сторон использует много различных видов оружия, таких как артиллерийские орудия, танки, противотанковое оружие, минометы, ракеты, винтовки, орудия малого калибра и т.д., действующих как одна комбинированная оружейная система.

Для описания такой системы был разработан индексный метод [6], способный упростить сражение между неоднородными силами, до сражения идентичными видами вооружения. В рамках этой техники для представления индекса I_A огневой мощи стороны A применяется линейная модель:

$$I_R = \sum_{i=1}^{r} S_i M_i \tag{9}$$

где S_i и M_i обозначают показатель огневой мощи и количество оружия i-го типа стороны А соответственно.

Похожая концепция ранее использовалась для модели *QJMA (Quantified Judgement Model of Analysis),* применяющей метод количественного анализа. В этой модели эксплуатационные показатели летальности каждого оружия определяются из его различных эксплуатационные характеристик и используются для определения боевого потенциала каждой стороны.

Однородная модель боевых действий

Пусть $P(m,n,t)$ – вероятность, что в момент времени t у стороны А будет m выживших боевых единиц, а у стороны Б – n соответственно. Тогда:

$$P(M,N;m,n;t) = K(M,N;m,n) \times E(M,N;m,n;t) \tag{10}$$

$$P(M,N;m,n;t) = \begin{bmatrix} P(M,N,t) \\ P(M-1,N,t) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ P(m,n,t) \end{bmatrix}$$

$$E(M,N;m,n;t) = \begin{bmatrix} e^{-(W(M.N))t} \\ e^{-(W(M-1.N))t} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ e^{-(W(m.n))t} \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$K(M,N;m,n) = \begin{bmatrix} K_{MN}^{MN} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ K_{(M-1)N}^{MN} & K_{(M-1)N}^{(M-1)N} & 0 & \dots & 0 \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ K_{mn}^{MN} & K_{mn}^{(M-1)N} & K_{mn}^{(M-2)N} & \dots & K_{mn}^{mn} \end{bmatrix} \tag{12}$$

Элемент матрицы K_{mn}^{ij} матрицы $K(M,N;m,n)$ содержит ненулевое значение, если состояние *(m, n)* достижимо из состояния *(i, j)*, и в нулевом – если недостижимо.

Положим, что вектор e_i – вектор, значение i-ого элемента которого равно 1, а все остальные равны 0. Тогда:

$$P(m,n;t) = e_{(M-m+1)(N-n+1)} \times K(M,N;m,n) \times E(M,N;m,n;t) =$$

$$= \begin{bmatrix} K_{mn}^{MN} & K_{mn}^{(M-1)N} & \dots & K_{mn}^{mn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e^{-W(M,N)t} \\ e^{-W(M-1,N)t} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ e^{-W(m,n)t} \end{bmatrix} = \sum_{j=n}^{N} \sum_{i=m}^{M} K_{mn}^{ij} e^{-W(i,j)t} \tag{13}$$

где элемент матрицы K_{mn}^{ij} вычисляется по формуле:

$$K_{mn}^{ij} = \frac{(\mathrm{A}(m+1,n)K_{(m+1)n}^{ij} + B(m,n+1)K_{m(n+1)}^{ij}}{W(m,n) - W(i.j)}$$

$$m < i < M, n < j < N \qquad K_{MN}^{MN} = 1 \tag{14}$$

Вычисление характеристик стохастической модели

Рассмотрим процесс вычисления вероятности победы каждой из двух противоборствующих сторон в зависимости от четырех ситуаций, возможных на поле боя: **A0** – победа стороны А при выживании m боевых единиц, **B0** – победа стороны Б при выживании с их стороны n боевых единиц, а также **A1** и **B1** – в случае, когда у сторон Б и А соответственно не остается боевых единиц на поле боя. Тогда вероятности могут быть вычислены по следующим формулам:

$$P(A0) = P(m) = \int_0^\infty P'(m,n',t)dt =$$

$$= B(m,n'+1)\int_0^\infty P'(m,n'+1,t)dt = \tag{15}$$

$$= B(m, n' + 1) \sum_{j=n'+1}^{N} \sum_{i=m'+1}^{M} \frac{K_{m(n'+1)}^{ij}}{W(i,j)}$$

$$P(B0) = P(N) = A(m' + 1, n) \sum_{j=m'+1}^{M} \sum_{i=n'+1}^{N} \frac{K_{n(m'+1)}^{ij}}{W(i,j)} \tag{16}$$

$$P(A1) = \sum_{m=m'+1}^{M} P(m) \qquad P(B1) = \sum_{n=n'+1}^{M} P(n)$$

Помимо вероятности выживания, одной из важнейших характеристик модели боевых действий является предполагаемое время ведения боя. При сражении сторон А и Б данное время вычисляется по следующей формуле:

$$E(C_{\text{АБ}}) = \sum_{i} \sum_{j} \int_{0}^{\infty} P(i,j,t)dt = \sum_{p=m'+1}^{M} \sum_{q=n'+1}^{N} \sum_{i=p}^{M} \sum_{j=q}^{N} \frac{K_{n(m'+1)}^{ij}}{W(i,j)} \tag{17}$$

Стохастическая и детерминированная модель

Для определения разницы в точности моделирования боевых действий между детерминированным и стохастическим подходами был рассмотрен пример боя, предложенный британским исследователем J.N. Hagues [5]. Были проведены вычисления на основе уравнений Ланчестера с различными параметрами модели, такими как количество боевых единиц со стороны А и Б (M и N соответственно), а также коэффициентами α и β, отражающими скорость, с которой противники уничтожают эти боевые единицы (коэффициент убыли). В ходе моделирования были использованы линейные и квадратичные стохастические и детерминированные законы.

Результаты моделирования при параметрах M = N = 15, α = β = 0.5 представлены на рис. 1.

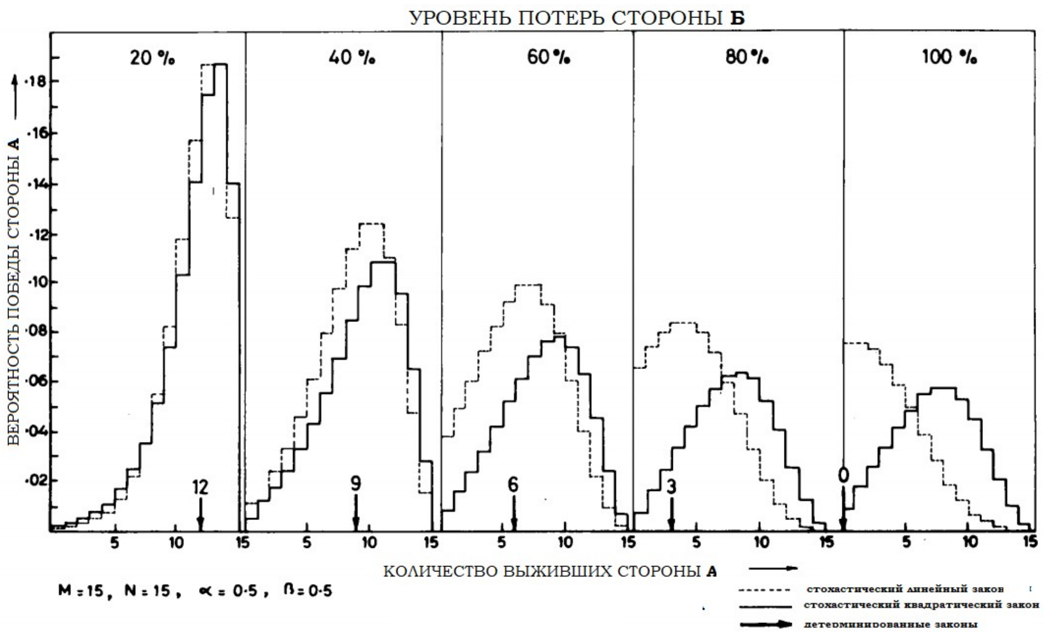

Рисунок 2. Результаты моделирования боевых действий

Исходя из полученных результатов, для стохастических законов на основе уравнений Ланчестера (как для линейного, так и для квадратичного) модель боевых действий показала выживаемость в 12, 9, 6, 3 и 0 боевых единиц стороны А при 20%, 40%, 60%, 80% и 100% уровне потерь на стороне Б. Судя по графику, можно сделать вывод о том, что с ростом уровня потерь на стороне Б, разница между стохастическим распределением и детерминированным результатом возрастает только в случае использования квадратичных законов, а в линейном остается примерно на том же уровне. Такая зависимость свидетельствует о том, что применение стохастических моделей является более актуальным в случае усложнения процесса проведения боевых действий, в частности современных сражений, где боевые единицы сторон удалены друг от друга и ведут прицельный огонь с нескольких направлений по нескольким целям. В случае же простых сражений, таких как рукопашный бой, применение детерминированных моделей является более оправданным, ввиду меньших трудозатрат на проведение математических расчетов.

Выводы

В данной работе были рассмотрены стохастические модели боевых действий и проведено сравнение с их детерминированными аналогами. На основе анализа и проведенных расчетов было определено, что в современных реалиях использование стохастических подходов является более эффективным решением, ввиду того, что получаемые в ходе моделирования результаты больше соответствуют реальным, несмотря на повышенные требования к вычислительным мощностям.

Стоит отметить, что в стохастических моделях боевых действий, использование систем вспомогательного огня со стороны противоборствующих сторон может быть легко включено в расчеты путем модификации вероятностных функций расчета коэффициента убыли с добавлением дополнительного фактора, влияющего на результат вычисления.

В дальнейшем работы по улучшению стохастической модели могут быть продолжены в области оптимизации как ее статической части (т.е. определения оптимальных параметров, не меняющихся со временем, например, начальной мощи вооружения сторон), так и динамической части (параметров, изменяющихся с течением времени). Примером такой оптимизации может являтся учет разницы в потерях войск, коэффициент потерь и многие другие факторы, способные отразить процесс проведения боевых действий.

Список литературы

1. **Ткаченко П.Н.** Математические модели боевых действий. М.: Советское радио, 1969. 240 с.
2. **Чуев В.Ю., Дубограй И.В**. Модели динамики средних двухсторонних боевых действий многочисленных группировок. Саарбрюккен: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. 80 с.
3. **Чуев В.Ю., Дубограй И.В**. Стохастизм и детерминизм при моделировании двухсторонних боевых действий. МГТУ им Н.Э. Баумана, 2017
4. **R.H. Brown**. Theory of combat: The probability of winning, Oper. Res. 11(1963)418
5. **J.N. Hagues.** STOCHADE, a highly aggregated and stochastic model, in: Systems Analysis and Modelling in Defense (Plenum Press, New York, 1984).
6. **J.G. Taylor,** Lanchester-type aggregated force model, Naval Res. Log. Quart. 30(1983).