$\Rightarrow$ при $\lambda \in (-\infty; -1) \cup (-1; 2) \cup (2; +\infty)$ допуск. решение с помощью обратной матрицы.

Задача №1 из ТР (вариант 1)

I. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0; \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0; \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0; \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0. \end{cases}$

$$D = (A|B) = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 4 & -3 & 0 \\ 3 & 5 & 6 & -4 & 0 \\ 4 & 5 & -2 & 3 & 0 \\ 3 & 8 & 24 & -19 & 0 \end{array}\right) \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} -3A1 + A_2 \\ -4A1 + A_3 \\ -3A1 + A_4 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & -18 & 15 & 0 \\ 0 & 2 & 12 & -10 & 0 \end{array}\right) \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} -3A_2 + A_3 \\ 2A_2 + A_4 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$\Leftrightarrow rk\, A = 2 < 4 = n \Rightarrow$ ОСАУ - неопред.

$$\Leftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 5 & 0 \end{array}\right) \Leftrightarrow \{2A_2 + A_1\} \Leftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -8 & 7 & 0 \\ 0 & -1 & -6 & 5 & 0 \end{array}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \{(-1) \cdot A_2\} \Leftrightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -8 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & -5 & 0 \end{array}\right)$$

$x_1, x_2$ – главные неизвестные.

$x_3, x_4$ – свободные неизвестные.

$$\begin{cases} x_1 = 8c_1 - 7c_2; \\ x_2 = -6c_1 + 5c_2; \\ x_3 = c_1; \\ x_4 = c_2. \end{cases} \Leftrightarrow X = \begin{pmatrix} 8c_1 - 7c_2 \\ -6c_1 + 5c_2 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

II. $\dim L_0 = n - rk(A) = 4 - 2 = 2$

$ФСР = \langle \Gamma^1, \Gamma^2 \rangle$

$$\Gamma^1 = \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Gamma^2 = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$B = \begin{pmatrix} 8 & -7 \\ -6 & 5 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad rk B = 2 \Leftrightarrow \langle \Gamma^1, \Gamma^2 \rangle \text{ – линейно независимая}$$

$$X_{00} = c_1 \cdot \Gamma^1 + c_2 \cdot \Gamma^2 = \begin{pmatrix} 8c_1 \\ -6 \cdot c_1 \\ c_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7c_2 \\ 5c_2 \\ 0 \\ c_2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 8c_1 - 7c_2 \\ -6c_1 + 5c_2 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}, \quad \forall c_1, c_2 \in \mathbb{R}^n.$$