

Задача №3 из ТР(вариант 1)

1) Найти все корни многочлена  $p(z)$ , записав кратные корни в алгебраической форме, указав их алгебраическую кратность.

2) Разложить многочлен  $p(z)$  на неприводимые множители:

2a) на  $\mathbb{C}$

2б) на  $\mathbb{R}$

Дан многочлен  $p(z) = 3z^4 - z^3 - 7z^2 - 5z - 2$ .

1)  $p(z) \in \mathbb{Z}[z]$  - многочлен с целыми коэффициентами, найти его целочисленные корни.

Если многочлен с целыми коэффициентами имеет целочисленный корень, то этот корень является делителем свободного члена многочлена.

Свободный член  $p(z)$ : -2

Его делители:  $\pm 1; \pm 2$

3	-1	-7	-5	-2		Проверим, является ли какой-либо из них корнем $p(z)$ , с помощью схемы Горнера,
1	3	2	-5	-10	-12	
-1	3	-4	-3	-2	0	$\Rightarrow -1$ является корнем $p(z) \Rightarrow$

$$\Rightarrow p(z) = (z+1)(3z^3 - 4z^2 - 3z - 2) = \\ = (z+1) \cdot q(z) \quad (\text{из следующего теоремы Dезе})$$

$q(z) \in \mathbb{Z}[z]$ . Наибольшее целочисленные корни  $q(z)$ .

Свободный член  $q(z)$ :  $-2$ .

Делим член свободного члена:  $\pm 1, \pm 2$ .

Проверим является ли какой-либо из них корнем  $q(z)$ ; с помощью алгоритма Горнера.

Число 1 проверяет не  $q(z)$ , т.к. оно не является корнем  $p(z)$ , а если  $z_0$  — корень  $q(z)$  то  $z_0$  — корень и  $p(z)$

$$\begin{array}{c|cccc} 3 & -4 & -3 & -2 \\ \hline -1 & 3 & -7 & 4 & -6 \\ \hline 2 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$q(z) = (z-2)(3z^2 + 2z + 1)$$

Рассмотрим квадратичный трехчлен  $3z^2 + 2z + 1$  и наибольшие корни.

$$3z^2 + 2z + 1 = 0$$

$$p = 4 - 12 = -8 < 0$$

$$z = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}i}{6} = -\frac{1}{3} \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}i$$

$z = -1$  - корень кратности 1.

$z = 2$  - корень кратности 1

$z = -\frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3}i$  - корень кратности 1

$z = -\frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}i$  - корень кратности 1

2)

$$\text{f) } p(z) = (z+1)(z-2)(3z^2+2z+1) - \text{разложение } p(z)$$

на неприводимые множители. как  $\mathbb{R}$ , поскольку

это разложение на множители первой степени

и второй степени с отрицательными дискриминантами.

$$\text{a) } p(z) = (z+1)(z-2)\left(z + \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3}i\right)\left(z + \frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}i\right) -$$

$(z)$  - разложение  $p(z)$  на неприводимые множители

на  $\mathbb{C}$ , поскольку это разложение на множители первой степени.