Задача №2 из ТР (вариант 1)

1. $z = \dfrac{1+i\cdot 3\sqrt{3}}{3-i\cdot 5\cdot\sqrt{3}}$

а) z в алгебраической форме

$$z = \frac{1+i\cdot 3\sqrt{3}}{3-i\cdot 5\sqrt{3}} = \frac{(1+i\cdot 3\sqrt{3})(3+i\cdot 5\sqrt{3})}{9+25\cdot 3} =$$

$$= \frac{(3+45\cdot i^2)+5\sqrt{3}\cdot i+9\cdot\sqrt{3}\cdot i}{84} = \frac{-42+i\cdot 14\sqrt{3}}{84} =$$

$$= \underbrace{-\frac{1}{2}+i\cdot\frac{\sqrt{3}}{6}}_{\text{алгебр. форма}}$$

б) z в показательной форме

$|z| = \sqrt{x^2+y^2}$, где $x = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

$$|z| = \sqrt{\frac{1}{4}^{\cdot 3}+\frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{4}{12}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

т.к. $x<0$, а $y\geq 0$, то $\varphi = \pi - \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{|x|}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \varphi = \pi - \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2\sqrt{3}} : \frac{1}{2}\right) = \pi - \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) =$$

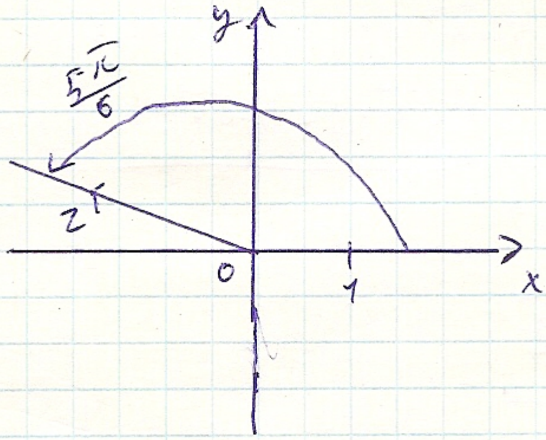
$$= \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}.$$

$$z = |z|\cdot e^{i\varphi} = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot e^{i\left(\frac{5\pi}{6}\right)}}_{\text{показат. форма}}$$

т) z в тригонометрической форме

$$z = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot e^{i\left(\frac{5\pi}{6}\right)} = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(\cos\frac{5\pi}{6} + i \cdot \sin\frac{5\pi}{6}\right)}_{\text{тригоном. форма}}$$

и)



2) $u = z^n$, где $n = (-1)^1 \cdot (1+3) = -4$

$$u = z^{-4}$$

п) $u = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot e^{i\left(\frac{5\pi}{6}\right)}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-4} \cdot e^{i\left(-\frac{20\pi}{6}\right)} =$

$$= 9 \cdot e^{i\left(-2\pi - \frac{8\pi}{6}\right)} = \underbrace{9 \cdot e^{i\left(-\frac{4\pi}{3}\right)}}_{\text{в показ. форма}}$$

т) $u = 9 \cdot e^{i \cdot \left(-\frac{4\pi}{3}\right)} = \underbrace{9 \cdot \left(\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right)\right)}_{\text{тригоном. форма}}$

a) $u = 9 \cdot e^{i\left(-\frac{4\pi}{3}\right)} = 9 \cdot \left(\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right)\right) =$

$= 9 \cdot \left(-\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \underbrace{-4{,}5 + i \cdot 4{,}5 \cdot \sqrt{3}}_{\text{алгебр. форма}}$

3) $w^m = z = \rho \cdot e^{i\varphi}$

$w_k = \sqrt[m]{\rho} \cdot e^{\frac{\varphi + 2\pi k}{m}} = \sqrt[m]{\rho} \cdot \left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{m} + \right.$

$\left. + i \cdot \sin\frac{\varphi + 2\pi k}{m}\right)$, где $m = 3$, $k = \overline{0, m-1}$

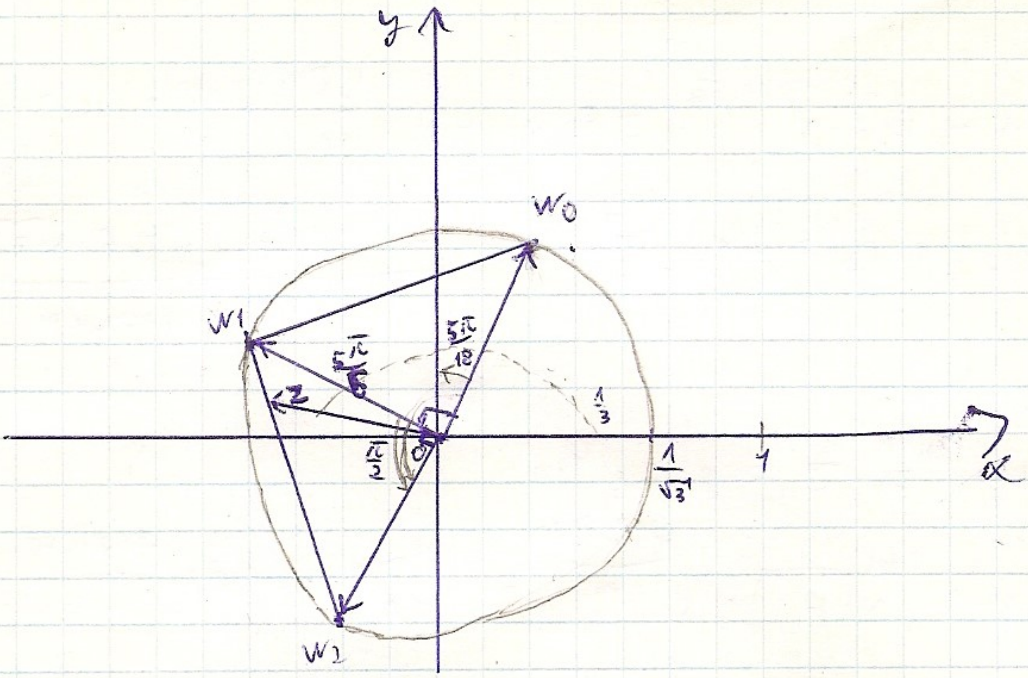
$w_k = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{3}}} \cdot \left(\cos\left(\frac{5 + 12k}{18} \cdot \pi\right) + i \cdot \sin\left(\frac{5 + 12k}{18} \cdot \pi\right)\right)$, где $k = \overline{0, m-1}$

$k = 0$, $w_0 = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{3}}} \cdot \left(\cos\left(\frac{5\pi}{18}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{18}\right)\right)$

$k = 1$, $w_1 = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{3}}} \cdot \left(\cos\left(\frac{17\pi}{18}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{17\pi}{18}\right)\right)$

$k = 2$, $w_2 = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{3}}} \cdot \left(\cos\left(\frac{29\pi}{18}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{29\pi}{18}\right)\right)$

4)



y
x
W0
W1
W2
Z
O
5π/12
5π/6
π/2
1/3
1/√3
1