

Задача №3 из ТР (вариант 1)

1) Найти все корни многочлена $p(z)$, Записать каждый корень в алгебраической форме, указать его алгебраическую кратность.

2) Разложить многочлен $p(z)$ на неприводимые множители!

2а) над \mathbb{C}

2б) над \mathbb{R}

Дан многочлен $p(z) = 3z^4 - z^3 - 7z^2 - 5z - 2$.

1) $p(z) \in \mathbb{Z}[z]$ - многочлен с целыми коэффициентами, Найдём его целочисленные корни.

Если многочлен с целыми коэффициентами имеет целочисленный корень, то этот корень является делителем свободного члена многочлена.

Свободный член $p(z)$: -2

Его делители: $\pm 1; \pm 2$

	3	-1	-7	-5	-2
--	---	----	----	----	----

1	3	2	-5	-10	-12
---	---	---	----	-----	-----

-1	3	-4	-3	-2	0
----	---	----	----	----	---

Проверим, является ли какой-либо из них корнем $p(z)$, с помощью схемы Горнера.

$\Rightarrow -1$ является корнем $p(z) \Rightarrow$

$$\Rightarrow p(z) = (z+1)(3z^3 - 4z^2 - 3z - 2) =$$

$$= (z+1) \cdot q(z) \text{ (из следствия теоремы Безу)}$$

$q(z) \in \mathbb{Z}[z]$. Найдём целочисленные корни $q(z)$.

Свободный член $q(z)$: -2 .

Делители свободного члена: $\pm 1, \pm 2$.

Проверим является ли какой-либо из них корнем $q(z)$; с помощью схемы Горнера.

Число 1 проверять не надо, т.к. оно не является корнем $p(z)$, а если z_0 - корень $q(z)$, то z_0 - корень и $p(z)$.

	3	-4	-3	-2
-1	3	-7	4	-6
2	3	2	1	0

$\Rightarrow 2$ является корнем $q(z)$ и

$$q(z) = (z-2)(3z^2 + 2z + 1)$$

Рассмотрим квадратный трёхчлен $3z^2 + 2z + 1$ и найдём его корни.

$$3z^2 + 2z + 1 = 0;$$

$$D = 4 - 12 = -8 < 0$$

$$z = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2} \cdot i}{6} = -\frac{1}{3} \pm 2\sqrt{2} \cdot i$$

$z = -1$ - корень кратности 1,

$z = 2$ - корень кратности 1

$z = -\frac{1}{3} + 2\sqrt{2} \cdot i$ - корень кратности 1

$z = -\frac{1}{3} - 2\sqrt{2} \cdot i$ - корень кратности 1

2) б) $p(z) = (z+1)(z-2)(3z^2+2z+1)$ - разложение $p(z)$

на неприводимые множители над \mathbb{R} , поскольку

это разложение на множители первой степени

и второй степени с отрицательным дискриминантом.

а) $p(z) = (z+1)(z-2)\left(z + \frac{1}{3} + 2\sqrt{2} \cdot i\right)\left(z + \frac{1}{3} - 2\sqrt{2} \cdot i\right)$ -

(z) - разложение $p(z)$ на неприводимые множители

над \mathbb{C} , поскольку это разложение на множители первой степени.