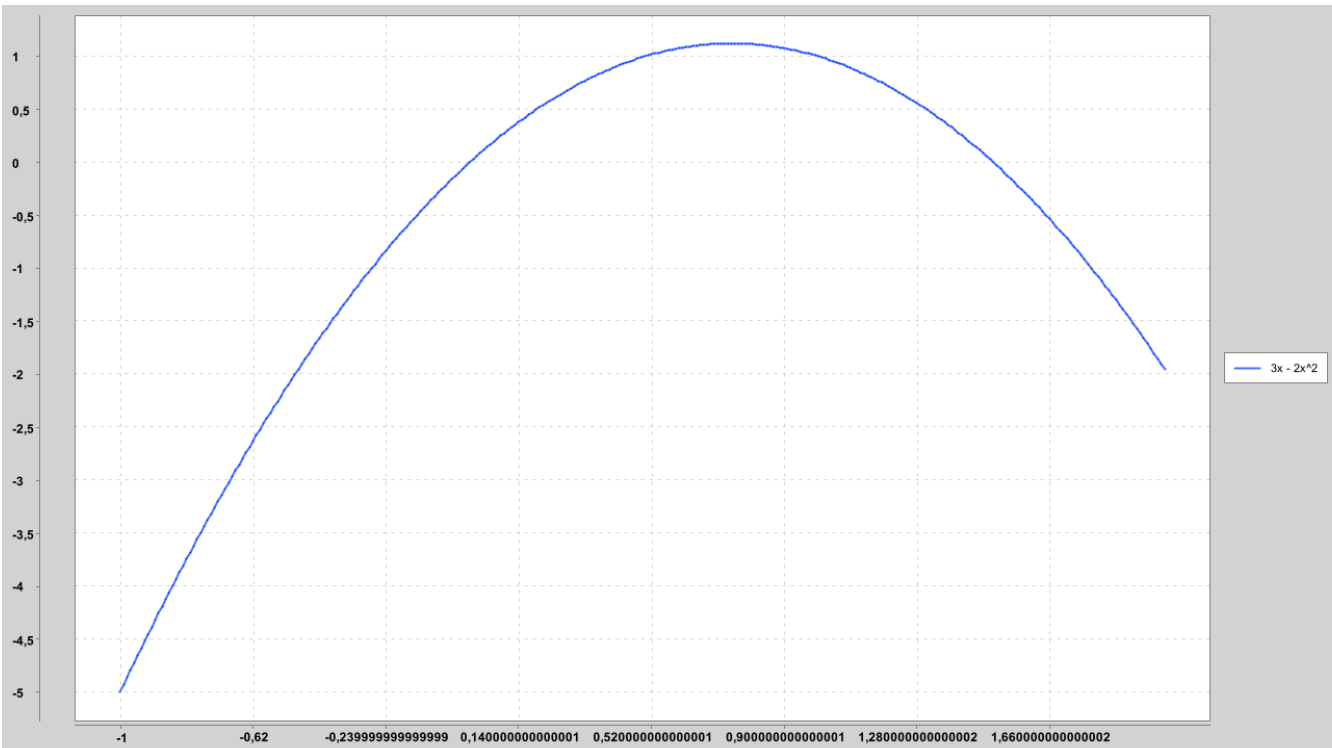
MathLab2(term 2) variant 103

Балакин Дмитрий M3135

Функция

$$f(x) = 3x - 2x^2, [-1; 2]$$



Аналитическая часть

Поскольку длинна отрезка $[-1; 2]$ - 3 и он разбит на n равных частей, то построим нижнюю и верхнюю суммы Дарбу для данной функции:

$$S_\tau = \sum_1^n M_i \frac{3}{n}, \quad M_i = \sup_{x \in \Delta_i} f$$

$$s_\tau = \sum_1^n m_i \frac{3}{n}, \quad m_i = \inf_{x \in \Delta_i} f$$

$f(x) = 3x - 2x^2$ это парабола, значит $f(x) \in C[-1; 2] \Rightarrow \forall x_0 \in [-1; 2]\ \forall \epsilon > 0\ \exists \delta > 0 \forall x \in [-1; 2]: \ |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \epsilon$, пусть $f(A_i) = M_i, \ f(a_i) = m_i$, тогда $\forall \epsilon > 0\ \exists \delta > 0: \ A_i - a_i < \delta \ \Rightarrow \ M_i - m_i < \epsilon$, а значит, так как расстояние между двумя любыми точками отрезка меньше либо равно расстоянию между его концами, то $A_i - a_i \leq \lambda(\tau) = \frac{3}{n} < \delta$ откуда сдедует критерий Дарбу, из которого следует критерий Римана.

Данная функция имеет одну точку экстремума, монотоноо ростет до нее, и монотонно убывает после. пусть m - номеротрезка, правая граница которого это данный экстремум, тогда перепишим нижнюю сумму Дарбу как: $s_\tau = \sum\limits_{i=-\frac{n}{3}}^{m} f(\frac{3i}{n})\frac{3}{n} + \sum\limits_{i=m+1}^{\frac{2n}{3}-1} f(\frac{3i}{n})\frac{3}{n} = \frac{3}{n}(\sum\limits_{i=-\frac{n}{3}}^{\frac{2n}{3}} f(\frac{3i}{n}) - f(\frac{3(m+1)}{n})) = \frac{9}{2} - \frac{3(n+1)(2n+3)}{n^2} - \frac{3}{n} f(\frac{3(m+1)}{n})$ откуда очевидно $\lim\limits_{n\to\infty} s_\tau = \frac{9}{2} - 6 = -\frac{3}{2}$, $S_\tau = \sum\limits_{i=-\frac{n}{3}}^{m} f(\frac{3(i+1)}{n})\frac{3}{n} + \sum\limits_{i=m+1}^{\frac{2n}{3}-1} f(\frac{3i}{n})\frac{3}{n} = \frac{3}{n}(\sum\limits_{i=-\frac{n}{3}}^{\frac{2n}{3}} f(\frac{3i}{n}) + f(\frac{3(m+1)}{n}) - f(\frac{3(\frac{2n}{3})}{n}))$ откуда видно, что $\lim\limits_{n\to\infty} S_\tau = -\frac{3}{2}$ так как $S_\tau = s_\tau + \frac{3}{n}f(\frac{3(m+1)}{n}) - \frac{3}{n}f(\frac{3(\frac{2n}{3})}{n})$

$$\int_{-1}^{2} 3x - 2x^2 = \frac{3x^2}{2} - \frac{2x^3}{3}\bigg|_{-1}^{2} = -\frac{3}{2}$$

Откуда получаем, что пределы сумм Дарбу совпадают с определенным интегралом, посчитанным формулой Ньютона-Лейбница.

Численный метод

Язак: Java 18.0.2 (библиотека XChart).
Программа выводит значения интегральных сумм для жанной функции с разбиением на 10 и 100 частей и с оснащением на левых, средних и правых точках каждого отрезка. Если переменная LOG = true(по умолчанию true), то будут выведены все графики интегральных сумм и график функции, если переменная SAVE = true(по умолчанию true), то эти графики будут сохранены.

Интерфейсы

1. Интерфейс Function обладает двумя функциями: функция double evaluate(double x) возвращает значение функции в точке x, функция String getName() возвращает имя данной функции.
2. Интерфейс Dot обладает двумя функциями: функция double getDotOnSegment(double left, double right) возвращает точку с отрезка [left; right], функция String equipment() возвращает строку, описывающую выбор точки на отрезке.

Функции

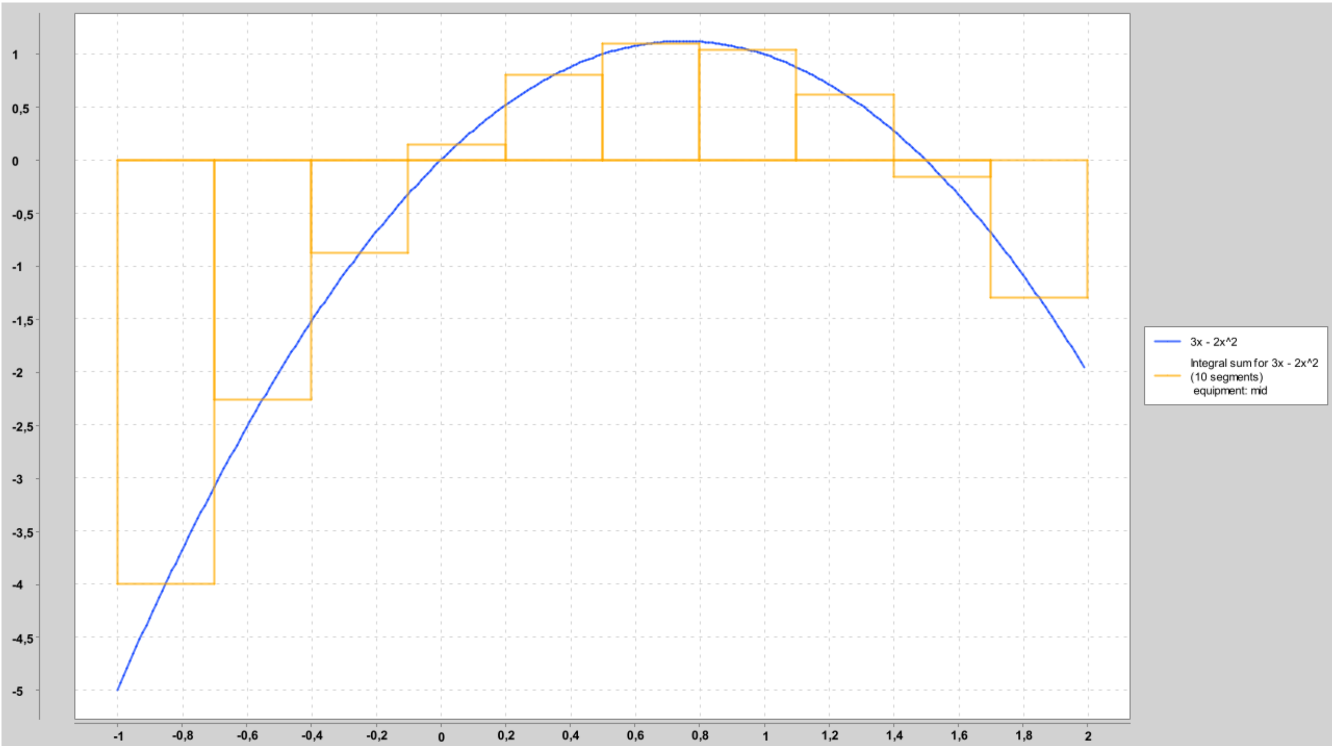
1. Функция double integralSum(Function f, double left, double right, int n, Dot dots) возвращает значение интегральной суммы для функции f на отрезке [left, right], разбитом на n равных подотрезков с оснащением, Dots. Если переменная LOG = true(по умолчанию true), то будет выведен график интегральной суммы, если переменная SAVE = true(по умолчанию true), то этот график будет сохранен.
2. saveChart(XYChart chart, String name): сохраняет chart как name.png.
3. makeFunctionGraphic(double begin, double end, double step, Function f) : возвращает XYChart - график функции f на отрезке [begin, end] с шагом step.

Таблица с результатами работы программы

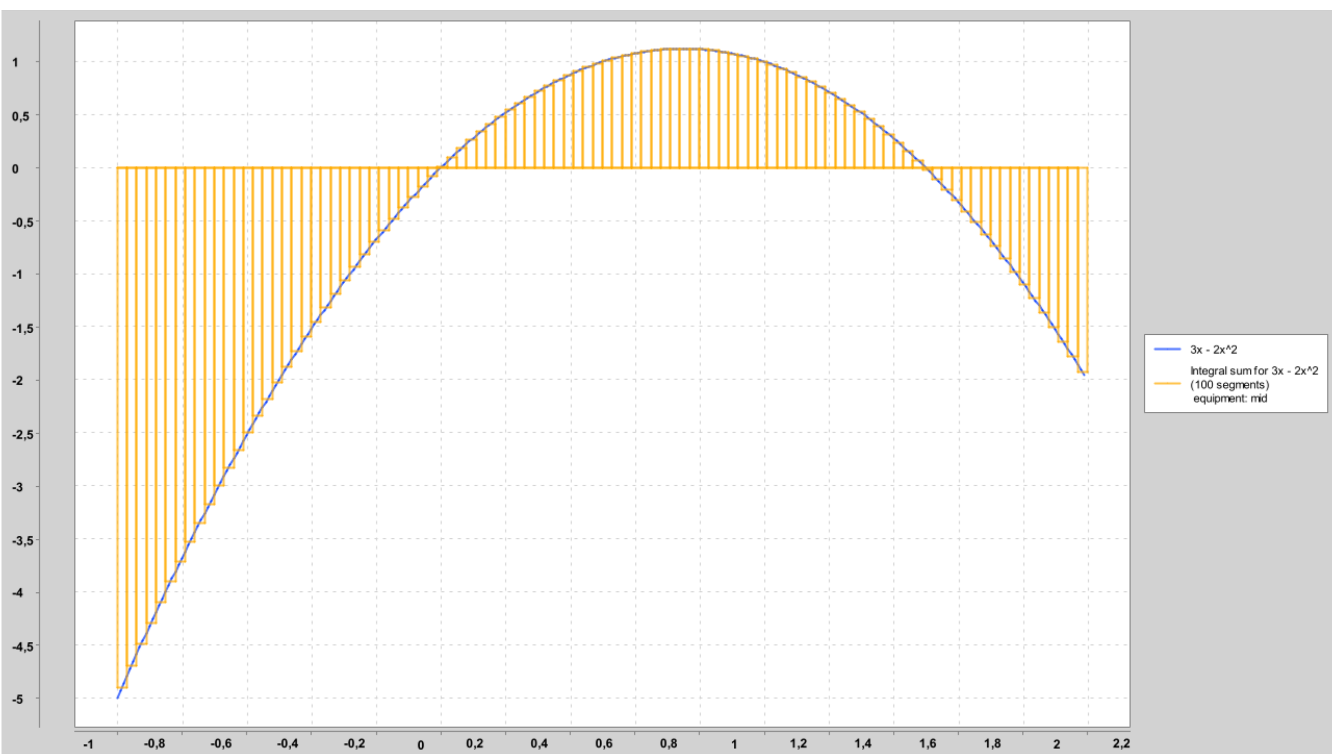
Функция	Разбиение(n)	Оснащение	Значение интегральной суммы
$3x - 2x^2$	10	средняя точка подотрезка	-1.455000000000001
$3x - 2x^2$	100	средняя точка подотрезка	-1.4995500000000026
$3x - 2x^2$	10	левая точка подотрезка	-2.0400000000000005
$3x - 2x^2$	100	левая точка подотрезка	-1.545900000000002
$3x - 2x^2$	10	правая точка подотрезка	-1.1400000000000003
$3x - 2x^2$	100	правая точка подотрезка	-1.4559000000000035

Графики

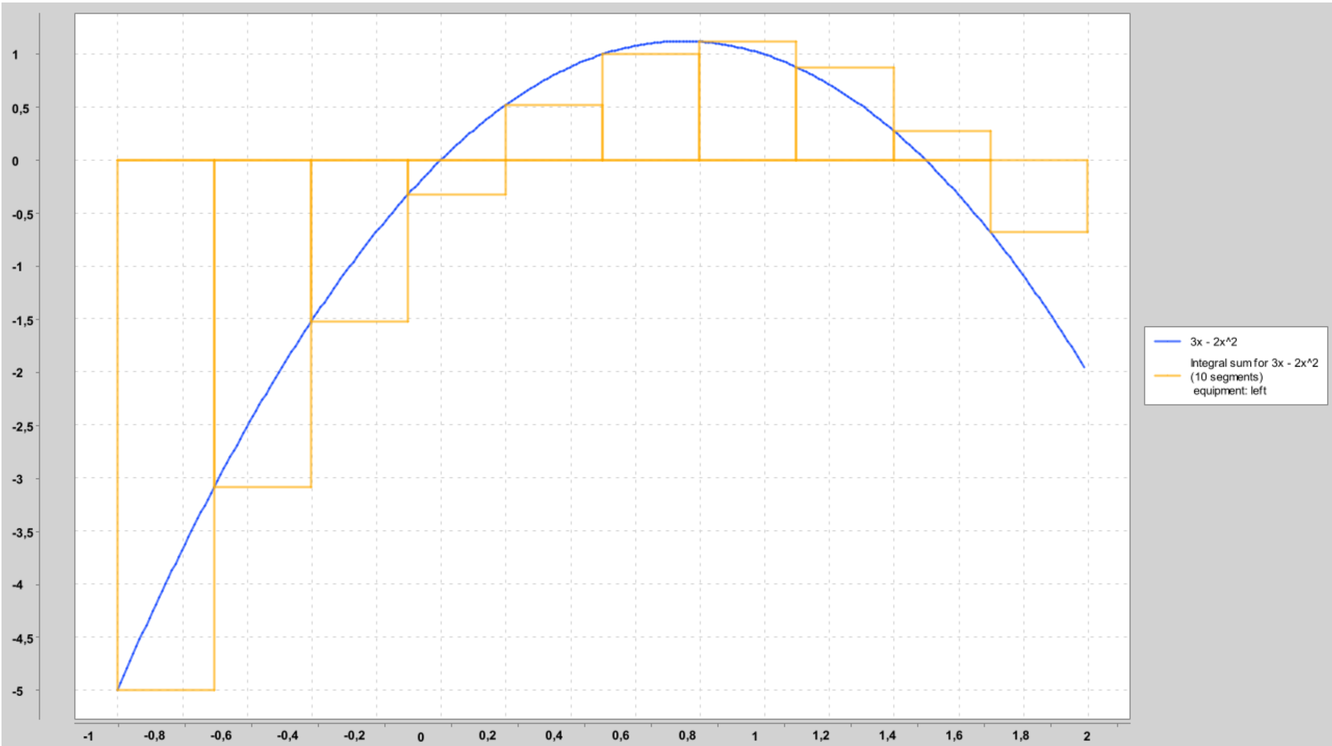
$3x - 2x^2$, разбиение на 10 равных частей, оснащение: средние точки подотрезков



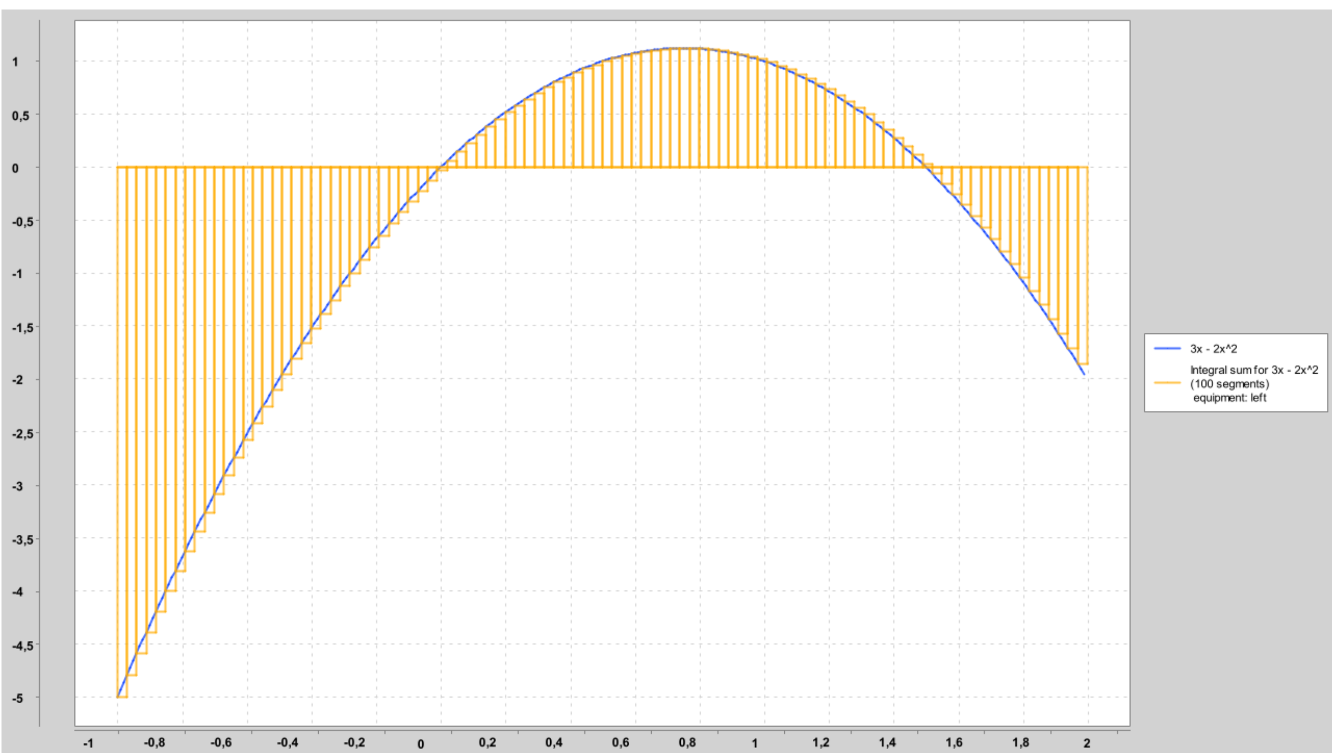
$3x - 2x^2$, разбиение на 100 равных частей, оснащение: средние точки подотрезков



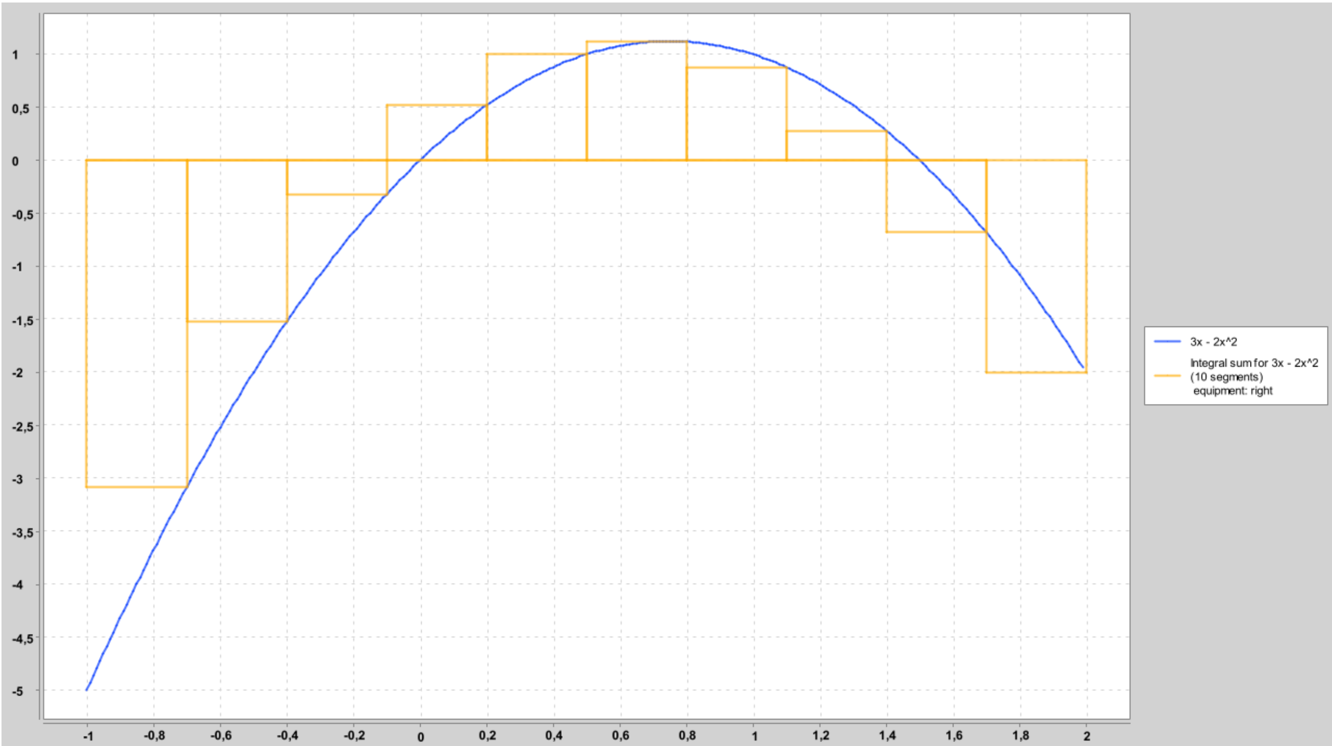
$3x - 2x^2$, разбиение на 10 равных частей, оснащение: левые точки подотрезков



$3x - 2x^2$, разбиение на 100 равных частей, оснащение: левые точки подотрезков



$3x - 2x^2$, **разбиение на 10 равных частей, оснащение: правые точки подотрезков**



$3x - 2x^2$, **разбиение на 100 равных частей, оснащение: правые точки подотрезков**