

Условный вывод при ограничении одновременного стохастического упорядочения

Аннотация

Тестирование стохастического упорядочения имеет большое значение при сравнении увеличения доз лечения, но в приложениях, включающих многофакторные ответы, получило намного меньше внимания. Мы предлагаем перестановочный тест для проверки многофакторного стохастического упорядочения. Этот тест не зависит от распределения и не требует предположений о зависимости между переменными. Сравнительное имитационное исследование показывает, что предложенное решение показывает хорошую общую производительность при сравнении с существующими тестами, которые могут быть применены для той же задачи.

1 Введение

В эксперименте типа доза-ответ с доз лечения распределяются по независимым группам субъектов. Пусть X это вектор ответа p факторов для i -го субъекта, случайно распределенного в дозу j , и пусть общее число наблюдений n .

Предположим, что X это n независимых одинаково распределенных случайных векторов с непрерывной функцией распределения, определенной на R^p и существует конечное математическое ожидание, также обозначим через F h -ю маргинальное распределение для F .

Распространенная структура, часто используемая при сравнении увеличения доз лечения, предполагает, что с распределений являются стохастически упорядоченными.

Вывод, основанный на стохастически упорядоченных однофакторных случайных величинах был широко исследован, в то время как стохастически упорядоченные случайные вектора получили намного меньше внимания.

с многофакторных распределений называются стохастически упорядоченными тогда и только тогда, когда "неравенство" выполняется для всех возрастающих функций таких, что математическое ожидание существует.

Мы хотим проверить нулевую гипотезу, где "равенство" означает равенство распределений, против альтернативной гипотезы.

Отметим, что когда применяется проверка гипотез, предполагается, что либо H_0 , либо H_1 выполняется, таким образом мы должны делать априорное предположение, что (1) выполняется. Из следствия 3 следует, что при (1) H_0 выполняется в том и только том случае, когда X имеют одинаковые маргинальные распределения, а именно

Как следствие, H_1 выполняется тогда и только тогда, когда "неравенство выполняется" и X не равны в распределениях, выражается как ..., при хотя бы 1 строгом неравенстве, выполняющемся для какого-то x хотя бы для какого-то h .

В составных задачах, как обсуждалось, предпочтительно смотреть на H_0 как на пересечение более простых гипотез и на H_1 как на объединение того же числа соответствующих простых альтернатив.

В непараметрической постановке, пусть F будет классом всех непрерывных функций распределения на R^p , тогда модель одновременного стохастического упорядочения случайных величин "записывается так".

Если мы предполагаем, что распределения F могут отличаться только в отношении к положению, т.е. ..., тогда предыдущая модель упрощается до гомоскедастичной модели положения ..., где $a < b$ значит

Пусть F это класс всех p -факторных нормальных распределений; нормальная гомоскедастичная модель положения соответствует Очевидно, При гомоскедастичной модели положения задача тестирования сводится к ... против

1.1 Дальнейшая декомпозиция задачи

Рассмотрим h -ю подпроблему проверки H_0 против H_1 . Непараметрическое ранговое решение этой задачи дается тестом Джонски-Тепстры. С другой стороны, 2005 предложил асимптотически тест с использованием процедуры последовательного тестирования, разработанную 1965. Эта процедура состоит в последовательном тестировании гипотез как двухвыборочного теста объединяя первые $(k - 1)$ выборки для тестирования H_0 , где "неравенство" значит "неравенство" со строгим неравенством, выполняющимся для какого-то x . Таким образом, гипотезы могут быть выражены через ... соответственно. Однако, гипотезы могут быть также

выражены, как ... , где для тестирования гипотезы мы переходим к задаче двухвыборочного тестирования объединения первые $(k - 1)$ и последние $(c - k + 1)$ выборок.

Аналогично, при гомоскедастичной модели расположения, мы можем разложить гипотезы на Таким образом, мы можем выразить нулевую гипотезу как ... и альтернативу как

2 Объединение зависимых перестановочных тестов

Теперь рассмотрим общую задачу одновременного тестирования конечного числа гипотез. Будем предполагать, что тесты для отдельной гипотезы доступны и задача заключается в том, как объединить их в одновременную тестовую процедуру.

Так как в общем рассматриваемые тесты и соответствующие p -значения положительно зависимы, не допускается использование методов объединения независимых p -значений.

Простой способ - проводить общий тест с процедурой Бонферрони, которая потенциально консервативна, т.к. она основана на неравенстве Бонферрони и т.к. она игнорирует потенциальную зависимость между отдельными выводами.

Следовательно, мы будем использовать метод непараметрического объединения в рамках перестановочной парадигмы для объединения частичных тестов в общий тест. За деталями метода непараметрического комбинирования мы ссылаемся на 2001.

В перестановочном контексте обозначим набор данных в представлении 1 к 1-му, где подразумевается, что первые n_1 векторов в списке принадлежит первой выборке, следующие n_2 - ко второй и т.д. Определим перестановочное выборочное пространство как множество, содержащее все $n!$ перестановок наблюдаемого набора данных. Рассмотрим b -ю перестановку, тогда ... обозначает b -ю перестановку и ... обозначает c -ю перестановочную выборку, где

Для того, чтобы увидеть как объединить зависимые перестановочные тесты для проверки H_0 против H_1 , предположим, что частичный перестановочный тест основывается на тестовой статистике T , для которой большие значения значимы. Обозначим величину тестовой статистики, посчитанной на X как ... и ... соответственно.

(условное) частичное p -значение относящееся к тесту ..., где ... обозначает функцию-индикатор. Пусть ... перестановочное нулевое распределение выживания.

Непараметрическая комбинация реализуется в 2 стадии:

- На первом шаге для каждой компоненты переменной, комбинация составляется относительно $(c - 1)$ частичных тестов, тогда мы получаем объединенный перестановочный тест первого порядка ... , где ... является допустимой комбинативной функцией. p -значение первого порядка, относящееся к перестановочному тесту ... будет перестановочным нулевым распределением выживания.
- На втором шаге, комбинирование выполняется относительно p переменных, тогда мы получаем общий тест (второго порядка) ..., где ... - допустимая комбинативная функция, которая не обязательно совпадает с предыдущей.

Следовательно, нулевая гипотеза отвергается при уровне значимости если ..., т.к. при нулевой гипотезе все перестановки равновероятны, тогда ... удовлетворяет ... для всех ..., где

Когда мощность велика, мы можем рассматривать его как случайную выборку (с или без возвращений), тогда .. может быть оценено с желаемой степенью точности.

Еще одной особенностью этого метода является то, что когда общий анализ отвергает H_0 , можно применить множественную процедуру тестирования чтобы найти какой частичный тест (или группа тестов) наиболее ответственна в глобальном отклонении. Тогда, после поправки p -значения на множественность (например, используя метод закрытого тестирования), мы можем выделить какое подмножество переменных представляет статистически значимое упорядочение, таким образом, какие

2.1 Выбор комбинирующей функции

Некоторые хорошо известные комбинирующие функции которые рассмотрены в этой работе включают ..., предложенные, соответственно ..., где F обозначает функцию распределения стандартного нормального распределения. В дальнейшем, чтобы подчеркнуть выбор комбинирующей функции, мы используем обозначения

Конечно, p -значение комбинированного теста зависит в общем от того, какая комбинирующая функция используется, т.к. различные допустимые комб. функции имеют разные выпуклые области принятия.

Чтобы использовать что-то вроде нейтральной комб. функции, мы можем повторять комб. процедуру, применяя к одним и тем же частичным тестам более одной комб. ф-и и, затем, объединить результирующие p -значения с помощью одной комб. ф-и.

Итеративная комб. ф-я Фишера обозначается Например, ..., когда мы объединяем p частичных перест. тестов 1 порядка.

2.2 Выбор тестовой статистики

Самая очевидная деталь, с которой мы не имели дела - выбор тестовой статистики.

Предложенный подход состоит из разбивания задачи так, чтобы каждая компонента могла быть проверена используя двухвыборочную тестовую статистику для стохастически упорядоченных альтернатив; например, используя тестовые статистики Колмогорова-Смирнова или Манна-Уитни.

При нормальной гомоскедастичной модели положения, односторонний тест Стьюдента ..., где ..., явл. равномерно наиболее мощным подобным тестом проверки гипотез и он асимптотически эквивалентен соответствующему перестановочному тесту, основанному на Это наиболее мощный против нормальной альтернативы с общим дисперсией среди всех несмещенных перестановочных тестов уровня α . В более общем смысле он также несмещенный против альтернатив стохастического упорядочения для всех пар непрерывных распределений.

3 Краткий обзор литературы

Литература содержит различные тестовые статистики для тестирования средних векторов против многофакторной альтернативы упорядочения при гомоскедастичной модели положения, то есть для тестирования наших гипотез.

1989 предложил тест, асимптотически не зависящий от распределения, который обобщает тест Джонски-Тепстры в многофакторном случае, который основан на ..., где ..., ... - статистика Дж-Т вычисленная на переменной, и ковариационная матрица имеет диагональные и внедиагональные элементы соответственно для Асимптотическое нулевое распределение std. нормальное.

Используя максимин критерий обобщим контрастный тест, разработанный ..., на многофакторный случай, при предположении что ковар. матрица известна. Тест отвергает H_0 при больших значениях ..., где ... - коэфф. контраста, полученные 1966, где Когда лежащее в основе распр-е явл. многомерным нормальным, нулевое распределение ... явл. std. норм.

Можно переписать гипотезы перепараметризацией, тогда задача преобразуется в одновыборочную: ... с хотя бы 1 строгим неравенством для какой-то пары. Отметим, что размерность задачи сейчас равна Критерий отношения правдоподобия, основанный на одном наблюдении из многомерного нормального распр-я, когда ... предполагается известным, имеет нулевое распр-е хи-квадрат, т.о. ..., где ... - центральные величины хи-квадрат с h степенями свободы, и веса, которые могут быть явно выражены вплоть до 4.

Чтобы сохранить размерность более управляемой в случае s -выборочной многомерной постановки, 2004 предложили критерий отношения правдоподобия используя контрастные коэфф, полученные 1966, которые основаны на ..., где b даны в (12), Когда ... предполагается известной, LR в (13) имеет нулевое распр-е ...

4 сравнительное имитационное исследование

2004 рассматривают эмпирическое исследование мощности при нормальной гомоскедастичной модели положения, относительно 3 выборок из двумерных нормальных величин с корреляцией ..., где среднее первой выборки 0, а для 2 и 3 выборки добавляется ... соотв. Мы повторим это исследование при ... и 1000 Монте-Карло симуляций и 1000 выборок из пространства перестановочных выборок, с одинаковыми размерами выборок и ..., но мы умножим ..., чтобы уменьшить сдвиг когда есть корреляция между двумя величинами.

Как в 2004, мы рассмотрим LR тест и L тест, но когда ... оценивается из данных ..., т.к. знание ... может быть предположено редко.

В таблицах 1-3 мы показываем к-во отклонений из 1000 тестов для ..., выбирая ... как частичную тест. стат-ку и

- когда ...
- когда ... когда обе альтернативы верны или ... когда только одна из них верна

2004 обнаружили, что мощность L выше, чем у LR когда ... в направлении, тогда как она меньше LR когда ... вдоль оси y , в частности когда ... близко к 1. Это поведение сохраняется таким же, когда ... оценивается ..., кроме случая, когда ...; в данном случае L имеет большую мощность, чем LR . Выводы, которые можно сделать из имитационного исследования, заключаются в том, что мощности рассматриваемых тестов могут сильно различаться в зависимости от рассматриваемого случая. Кроме случая ... мощность ... очень часто явл. наибольшей.

5 Пример из литературы

Этот пример взят из 1989. Группа из 10 крыс муж. пола получала ингаляционное воздействие одной из 4 дозировок винилиденфторида, вещества, подозреваемого в причинении вреда печени. Среди величин ответа, измеренных на крысах, были 2 сывороточных энзима: Увеличение уровня этих энзимов часто связывается с уроном печени. Представляет интерес проверить увеличивается ли стохастически уровень каждого энзима с увеличением доз винилиденфторида. Данные показаны в табл. 4.

Для тестирования гипотез ... основанный на 10000 выборок из перестановочного выборочного пр-ва отклоняет ... с Если мы проведем 2 скорректированных Бонферрони одновыборочных Дж-Т теста, мы получим ..., таким образом только SDH значим при

Если мы предположим норм. гомоскед. модель положения, для проверки гипотез ..., J статистика равна, значима при ..., L стат-ка равна ..., значима при ..., и LR -стат-ка равна

6 Заключение

При тестировании альтернатив многомерного упорядочения, где многомерная нормальность и знание ... не могут предполагаться, может быть невозможно получить оптимальный тест. Предложенное решение, без предположений знания

- лежащего в основе распр-я
- модели с фиксированным эффектом для ответов
- любых форм зависимости m/y величинами

удобно использовать в этом сложном случае, т.к. он разбивает общую задачу на конечное число компонент, которые более управляемы со статистической точки зрения. Заключение, возникающее из имитационного иссл-я сост. в том, что мощности рассм. тестов могут сильно изменяться в зависимости от рассматриваемого случая, однако предложенный перест. тест показывает хорошую производительность в наиболее благоприятных условиях для конкурирующих тестов.