Формула для мощности

1. Вычисление асимптотической мощности критерия T_n

Изучим случай функций распределения $F(x)$ таких, что величина $\int_{-\infty}^{\infty} \ln(1+x^2)dF(x)$ конечна и которые отличаются друг от друга только сдвигом. Рассмотрим статистику

$$T_n = \frac{2}{n^2}\sum_{i,j=1}^{n} \ln(1+(X_i-Y_j)^2) - \frac{1}{n(n-1)}\sum_{i,j=1}^{n} \ln(1+(X_i-X_j)^2) - \frac{1}{n(n-1)}\sum_{i,j=1}^{n} \ln(1+(Y_i-Y_j)^2).$$

Пусть $n = 2K$. Обозначим

$$J_0 = \frac{1}{K(K-1)}\sum_{i,j=K+1}^{n} \ln(1+(X_i-X_j)^2),$$

$$J_1 = 2K[\frac{1}{K^2}\sum_{i,j=1}^{K} \ln(1+(X_i-Y_j)^2) - \frac{1}{K(K-1)}\sum_{i,j=K+1}^{n} \ln(1+(Y_i-Y_j)^2)].$$

Теорема 1.1 *Рассмотрим задачу проверки гипотезы $H_0 : F_1 = F(x)$ против альтернативы $H_1 : F_2 = F(x-\theta)$. Пусть $\theta = h/\sqrt{n}$. Тогда при $n \to \infty$ мощность критерия T_n и величина*

$$Pr\{Z \geq z_{1-\alpha/2} - \sqrt{\frac{3J_1}{J_0}}\} + Pr\{Z \leq -z_{1-\alpha/2} - \sqrt{\frac{3J_1)}{J_0}}\}.$$

стремятся к одному и тому же пределу, где z- случайная величина со стандартным нормальным распределением, α- уровень значимости, $Pr\{z \geq z_{1-\alpha/2}\} = \alpha/2$.