

Геометрические показатели орбит и зоны радиовидимости

Период обращения спутника, находящегося на круговой или эллиптической орбите, определяется соотношением:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} a^{3/2}$$

a – большая полуось орбиты (радиус круговой орбиты);
 μ – гравитационный параметр Земли, $\mu = GM = 3,986 \cdot 10^5$ км³/с², G , M – гравитационная постоянная и масса Земли.

Угловая скорость спутника, находящегося на орбите (орбитальная скорость), определяется соотношением:

$$\omega = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_c} - \frac{1}{a} \right)}$$

r_c – расстояние от спутника до центра Земли

Для **круговых** орбит $r_c = r = \text{const}$, где r – радиус орбиты;
 $r = R_3 + h$, где R_3 – радиус Земли, h – высота орбиты. Тогда

$$\omega = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{r} \right)} = \sqrt{\mu \left(\frac{2-1}{r} \right)} = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \quad \text{т. е.} \quad \omega = \sqrt{\frac{\mu}{r}} = \text{const}$$

Для **эллиптических** орбит $r_c = r(t) \neq \text{const}$, поэтому

$$\omega = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_c(t)} - \frac{1}{a} \right)} = \omega(t) \neq \text{const}$$

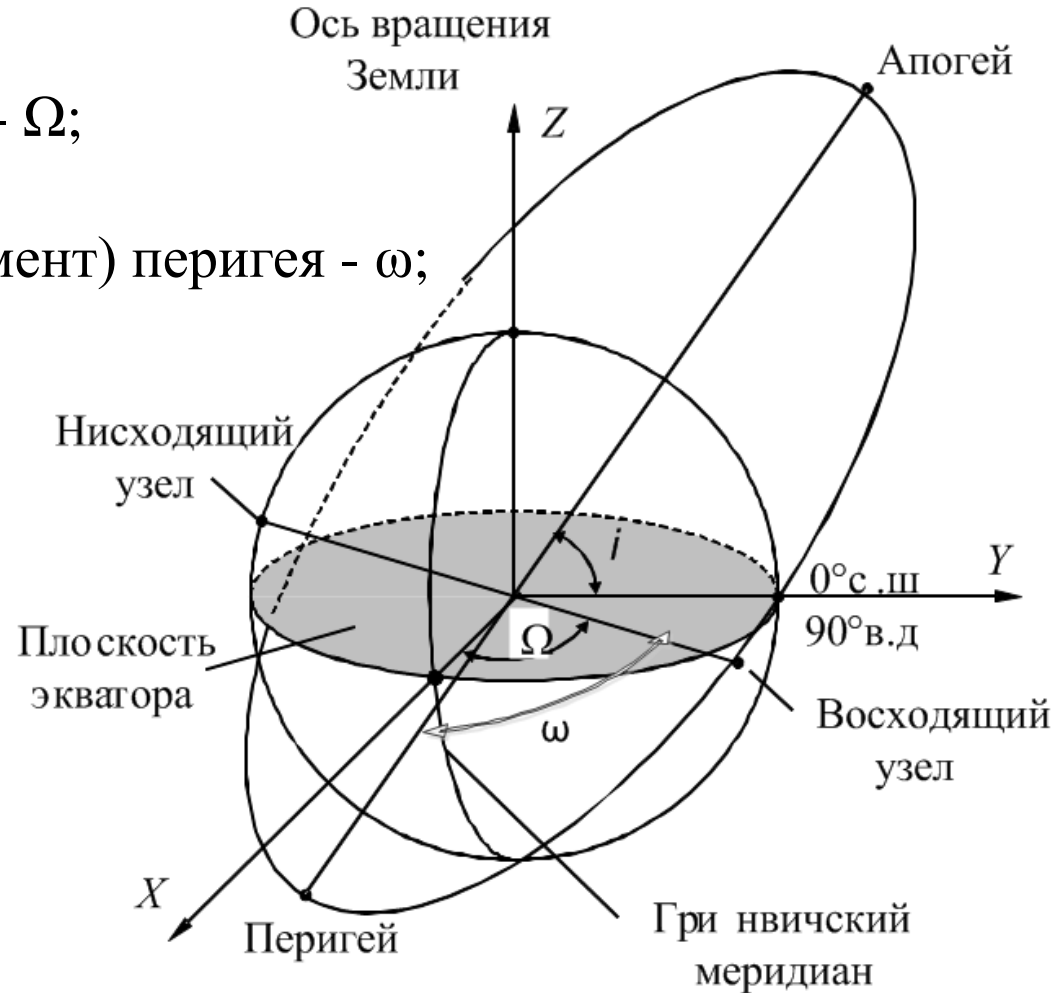
Положение орбит спутника в геоцентрической системе координат определяют шестью независимыми параметрами:

1. большой полуосью – a ;
2. эксцентриситетом – e ;
3. долготой восходящего узла – Ω ;
4. наклонением орбиты – i ;
5. угловым расстоянием (аргумент) перигея – ω ;
6. средней аномалией – M_0 .

Ось X направлена из центра Земли до пересечения Гринвичского меридиана с экватором,

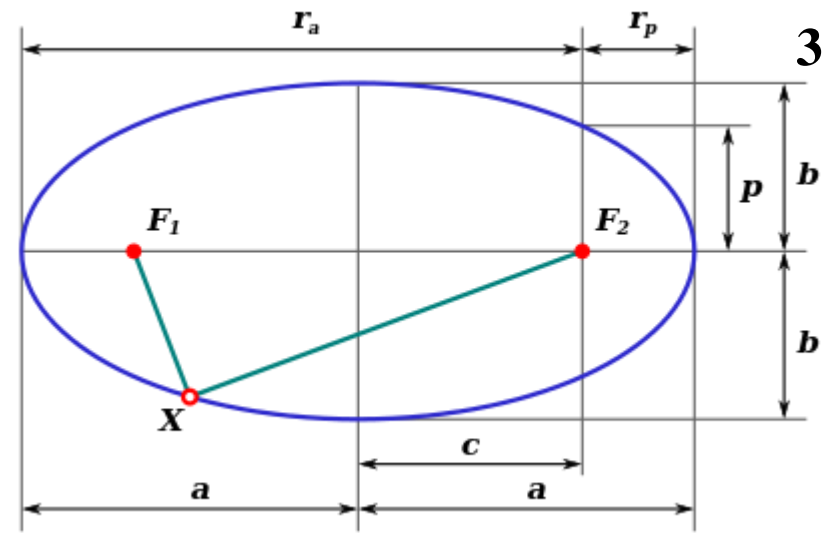
ось Y направлена в точку с координатами 0° с.ш 90° в.д,

ось Z направлена вдоль оси вращения Земли.



Эллипс — замкнутая кривая на плоскости, которая может быть получена как пересечение плоскости и кругового цилиндра.

Эллипс является геометрическим местом точек, сумма расстояний от которых до двух заданных точек F_1 и F_2 , называемых **фокусами** эллипса, есть величина постоянная. $F_1X + F_2X = 2 \cdot a$



Большая ось $2a$ — это отрезок, проходящий через фокусы эллипса, концы которого лежат на эллипсе.

Малая ось $2b$ — это отрезок, перпендикулярный большой оси эллипса и проходящий через ее центральную точку, концы которого лежат на эллипсе.

Фокальное расстояние c : $c = |F_1F_2|/2$

Большая полуось a — это отрезок, проведенный из центра эллипса к вершине на большой оси.

Эксцентриситет e : $e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ ($0 < e < 1$) характеризует степень вытянутости эллипса.

Перифокусное расстояние r_p — минимальное расстояние от фокуса до точки на эллипсе, отсчитываемое вдоль большой оси.

Апофокусное расстояние r_a — максимальное расстояние от фокуса до точки на эллипсе, отсчитываемое вдоль большой оси.

Эллиптическую орбиту, как правило, располагают таким образом, что центр масс Земли располагается в одном из фокусов эллипса.

Апогей – наиболее удаленная от центра Земли точка.

Перигей – наиболее приближенная к центру Земли точка.

Восходящий узел – это точка, в которой КА переходит из южного полушария в северное.

Нисходящий узел – точка перехода КА из северного полушария в южное.

Долгота восходящего узла Ω – это угол, расположенный в экваториальной плоскости, и отсчитываемый от оси ОХ до линии, соединяющей восходящий и нисходящий узлы.

Наклонение орбиты i – это двугранный угол между плоскостью орбиты и плоскостью экватора, отсчитываемый от плоскости экватора против хода часовой стрелки для наблюдателя, находящегося в точке восходящего узла.

Аргумент перигея ω – это угловое расстояние от перигея до восходящего узла, отсчитываемое в плоскости орбиты КА в направлении его движения.

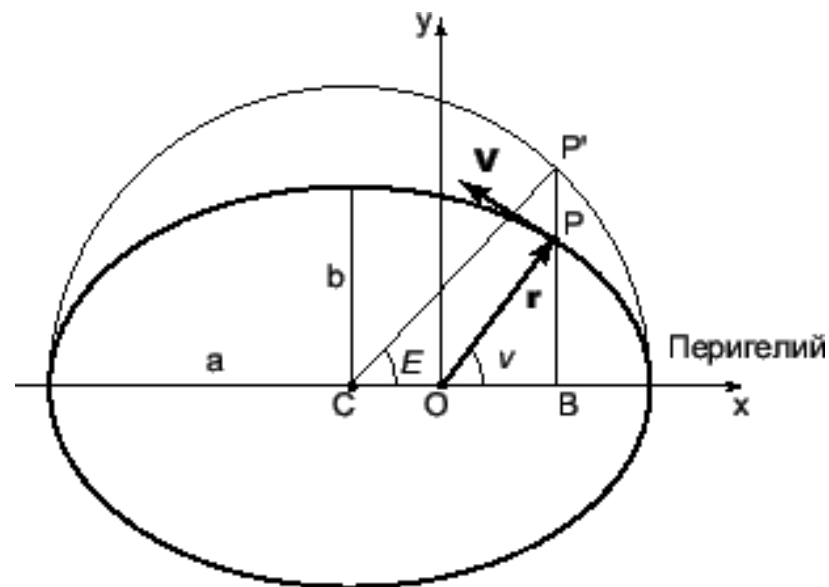
Аномалия (в небесной механике) — угол, используемый для описания движения тела по эллиптической орбите.

Истинная аномалия ν представляет собой угол между радиус вектором и направлением на перицентр (перигей).

Средняя аномалия (обычно обозначается M_0) — произведение «среднего движения» КА и интервала времени после прохождения перицентра. Таким образом, средняя аномалия — угловое расстояние от перицентра КА, движущегося с постоянной угловой скоростью, равной среднему движению.

Эксцентрическая аномалия (обозначается E) — параметр, используемый для выражения переменной длины радиус-вектора r . Уравнение, связывающее эти величины, имеет вид: $r = a(1 - e \cdot \cos(E))$

Уравнение Кеплера: $E - e \cdot \sin(E) = M$



$$t - t_0 = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} (E - e \cdot \sin(E))$$

$$\Rightarrow M = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} (t - t_0)$$

$$\sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

- среднее движение
(средняя угловая скорость движения КА)

t_0 — момент времени прохождения КА перигея.

Обозначим высоту орбиты в точке перигея h_{Π} , а в точке апогея – h_a , тогда

большая полуось орбиты: $a = R_3 + 0,5(h_{\Pi} + h_a)$

эксцентриситет орбиты:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{(h_a - h_{\Pi}) / 2}{R_3 + 0,5(h_{\Pi} + h_a)} = \frac{(h_a - h_{\Pi})}{2R_3 + (h_{\Pi} + h_a)}$$

R_3 – радиус Земли.

Точка пересечения с поверхностью Земли радиуса-вектора, проведенного в данную точку орбиты из центра Земли, называется **подспутниковой точкой**. Из этой точки КА виден точно в зените, т.е. ось луча антенны при наведении ее на спутник должна быть *перпендикулярна поверхности Земли*. В любой другой точке земной поверхности положение луча антенны земной станции (ЗС) отличается от зенита и характеризуется двумя углами – **азимут** и **углом места**.

Координаты подспутниковой точки (широта и долгота):

$$\varphi_{\text{шс}} = \arcsin(\sin(i) \cdot \sin(\omega + v(t - t_0)))$$

$$\theta_{\text{дс}} = \Omega_0 \frac{2\pi}{T_{\text{зв}}} (t - t_0) + \arctg(\cos(i) \cdot \tg(\omega + v(t - t_0)))$$

$T_{\text{зв}}$ – длительность звездных суток, равная интервалу времени, за который Земля совершает один оборот вокруг своей оси относительно звезд ($T_{\text{зв}} = 23$ ч 56 мин 04 с).

Широта подспутниковой точки характеризует угол между радиус-вектором, проведенным из центра Земли, и плоскостью экватора.

Долгота подспутниковой точки характеризует угол между плоскостью Гринвичского меридиана и плоскостью меридиана, проходящего через подспутниковую точку.

Для КА, находящегося на экваториальной геостационарной орбите, период обращения которого точно равен звездным суткам, **азимут (А)** и **угол места (Υ)** земной станции (ЗС) можно вычислить согласно выражениям:

$$A \approx \arctg \frac{\sin(\theta_{\text{дс}} - \theta_{\text{зс}})}{-\sin(\varphi_{\text{зс}}) \cdot \cos(\theta_{\text{дс}} - \theta_{\text{зс}})} + k\pi$$

$$\gamma \approx \arcsin \frac{H \cos(\varphi_{\text{зс}}) \cos(\theta_{\text{дс}} - \theta_{\text{зс}}) - R_3}{\sqrt{H^2 + R_3^2 - 2HR_3 \cos(\varphi_{\text{зс}}) \cos(\theta_{\text{дс}} - \theta_{\text{зс}})}}$$

$\varphi_{\text{зс}}, \theta_{\text{зс}}$, - широта и долгота точки размещения ЗС;

$k=0$ при $\varphi_{\text{зс}} < 0, \theta_{\text{дс}} > \theta_{\text{зс}}$, $k=2$ при $\varphi_{\text{зс}} < 0, \theta_{\text{дс}} < \theta_{\text{зс}}$, $k=1$ при $\varphi_{\text{зс}} > 0$;

$H=42170$ км – высота орбиты относительно центра Земли.

Период обращения спутника обычно выбирают равным $T_0 = T_{\text{зв}}/N$, где N – число обращений спутника вокруг Земли за сутки. При таком T_0 спутник появляется над одними и теми же районами Земли в одинаковые моменты времени.

Зоной радиовидимости ЗС называют часть земной поверхности, откуда КА виден под углами от δ_{\min} до δ_{\max} относительно горизонта, где δ_{\min} – минимальный угол возвышения антенны, начиная с которого ЗС может принимать сигналы спутника (угол между направлением на КА и плоскостью, касательной к поверхности Земли), а δ_{\max} – максимальный угол возвышения антенны, при котором связь пропадает.

Для границы зоны радиовидимости можно записать в каждый момент времени следующие соотношения:

$$\alpha + \delta_{\min} + \varphi_0 = 90^\circ$$

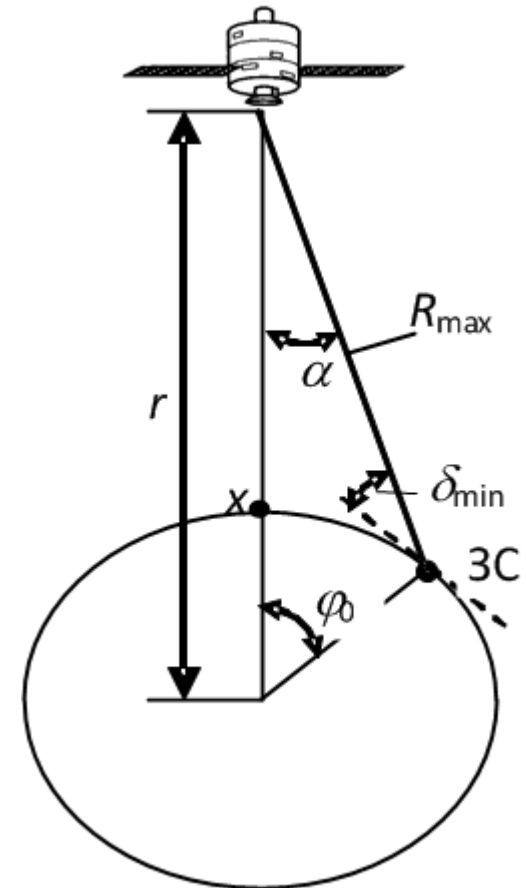
$$R_{\max}^2 = r^2 + R_3^2 \alpha - 2R_3 r \cos(\varphi_0)$$

$$R_{\max} = R_3 \frac{\sin(\varphi_0)}{\sin(\alpha)} = r \frac{\sin(\varphi_0)}{\cos(\delta_{\min})}$$

φ_0 – угловое расстояние границы зоны радиовидимости от подспутниковой точки x;

R_{\max} – максимальная наклонная дальность;

r – радиус-вектор спутника.



Границы зоны радиовидимости определяют следующим образом:

9

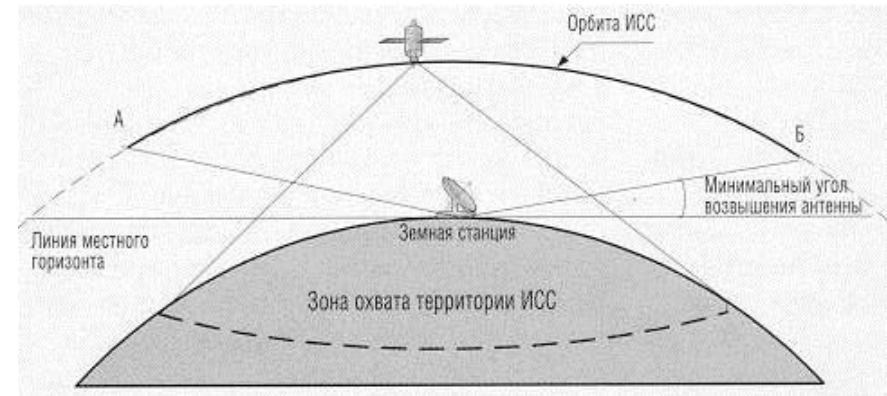
1. задают:

- момент времени,
- параметры орбиты,
- координаты подспутниковой точки,
- значение радиус-вектора спутника,
- минимальное возвышение антенн;

2. рассчитывают углы α и φ_0 :

$$\sin(\alpha) = (R_3 \cos(\delta_{\min})) / r$$

$$\varphi_0 = 90^\circ - \delta_{\min} - \arcsin((R_3 \cos(\delta_{\min})) / r)$$



Географические координаты границы зоны радиовидимости $\varphi_{\text{шгр}}$ и $\theta_{\text{дгр}}$ связаны с координатами подспутниковой точки соотношением:

$$\cos(\varphi_0) = \sin(\varphi_{\text{шс}}) \sin(\varphi_{\text{шгр}}) + \cos(\varphi_{\text{шс}}) \cos(\varphi_{\text{шгр}}) \cos(\theta_{\text{дс}} - \theta_{\text{дгр}})$$

Поэтому если последовательно задавать значения угла $\varphi_{\text{шгр}}$ в пределах $\varphi_{\text{шс}} + \varphi_0$, то можно найти значения $\theta_{\text{дгр}}$ и по этим данным построить зону радиовидимости.

Область покрытия несколько отличается от зоны радиовидимости, поскольку она устанавливается с учетом минимального порогового уровня мощности бортового ретранслятора (обычно это на 3 дБ меньше, чем в направлении максимума).

Зависит от таких параметров ССС как **связность** и **кратность покрытия**.

Связность – возможность соединения абонентов, расположенных в одной или разных зонах обслуживания. Связность обеспечивается при наличии между абонентами непрерывного или квазинепрерывного канала связи. Непрерывная связность обеспечивается, если в зоне радиовидимости обоих абонентов находится, как минимум, один КА.

Кратность покрытия n – это нахождение нескольких КА одновременно в зоне радиовидимости абонентов. Для расчета числа КА, обеспечивающих глобальное покрытие земной поверхности, можно записать выражение:

$$N = \left\lceil \frac{4\sqrt{3}}{9} \left(\frac{\pi}{\gamma} \right)^2 \right\rceil = q \cdot p$$

γ – угол места ЗС на границе зоны радиовидимости,

$$\gamma = \arccos \left(\frac{\cos(\delta)}{1 + h/R_3} \right) - \delta$$

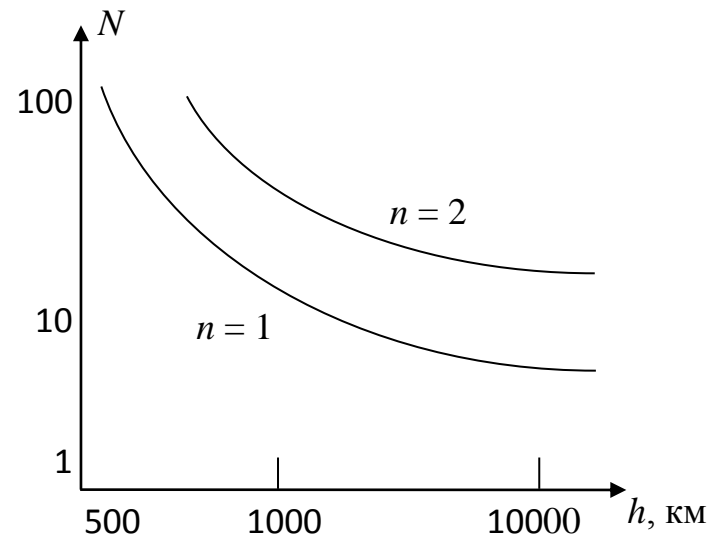
h – высота орбиты КА

$$q = \left\lceil 2\pi / (\sqrt{3}\gamma) \right\rceil$$

– количество КА, расположенных в одной орбитальной плоскости;

$$p = \left\lceil 2\pi / (3\gamma) \right\rceil$$

– количество орбитальных плоскостей;



Многokратная связность обеспечивается, если в зоне радиовидимости абонентов находится несколько КА в течение заданного времени. 11

Вероятность одновременного нахождения в зоне радиовидимости n спутников можно определить из уравнения:

$$P = 1 - \left(1 - \frac{\Delta T}{T} \right)^n$$

ΔT – доля периода, в течение которой КА в среднем находится в зоне радиовидимости ЗС.

Время пребывания КА в зоне радиовидимости зависит от параметров орбиты и угла места ЗС. Чем выше орбита, тем больше время пребывания КА в пределах прямой видимости ЗС.

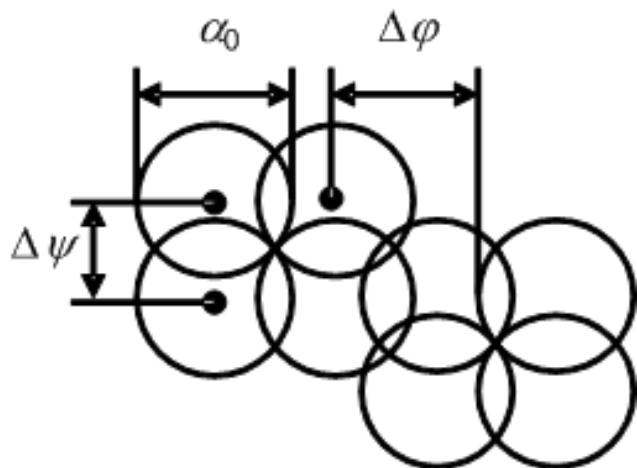
Особенности построения МЕО и LEO систем

При построении МЕО и LEO орбитальных спутниковых группировок используют круговые орбиты одинаковой высоты и наклона с равномерным распределением n_{π} плоскостей в пространстве и n_c спутников в каждой плоскости. При этом *угол между смежными плоскостями* составляет $\Delta\phi = 180^\circ / n_{\pi}$, а *угловое расстояние между спутниками в каждой плоскости*: $\Delta\psi = 360^\circ / n_c$. При использовании полярных орбит область наибольшего разрежения спутников находится в экваториальном поясе, а наибольшего скопления – в приполярных областях.

Фазирование орбитальных плоскостей

случайное

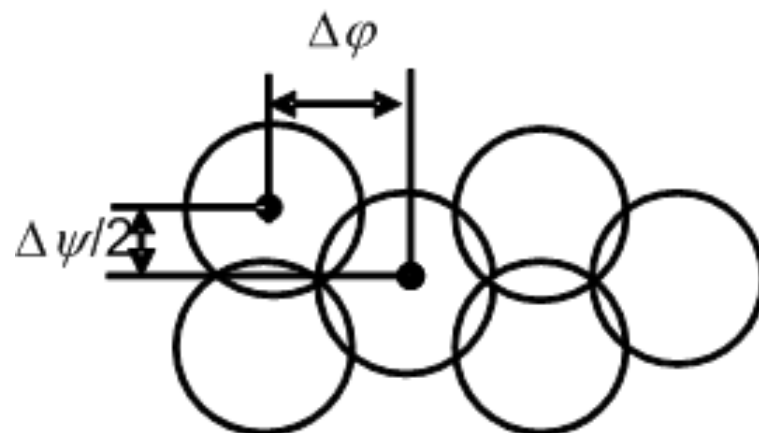
смещение спутников в разных орбитальных плоскостях на случайную величину $\Delta\psi_\psi$



упрощает процесс разворачивания и эксплуатации орбитальной группировки, особенно в случае использования КА с небольшой массой, энергопотреблением и точностью ориентации

фиксированное

смещение спутников в смежных орбитальных плоскостях на величину $\Delta\psi_\psi = \Delta\psi/2$



позволяет минимизировать общее количество КА для полного покрытия земной поверхности при обеспечении заданных вероятностно-временных характеристик информационного обмена

Угловой размер зоны обслуживания α_0 для систем со случайным фазированием орбитальных плоскостей:

$$\alpha_0 = \arccos\left(\cos^2(2\pi/n_{\Pi}) \cdot (\cos(2\pi/n_{\Pi}) - \sin^2(2\pi/n_{\Pi}))\right)$$

а для систем с фиксированным фазированием:

$$\alpha_0 = 2 \left(\Delta\varphi - \arccos \left(\frac{\sin(\Delta\varphi)}{\sqrt{1 + \cos(\Delta\psi/2)(\cos(\Delta\psi/2) - 2\cos(\Delta\psi))}} \right) \right)$$

От углового размера зоны обслуживания зависит максимальное время пребывания абонента в зоне обслуживания:

$$T_{\max} = T_0 \alpha_0 / 360$$

T_0 – период (в минутах) обращения спутника; для круговой орбиты

$$T_0 \approx 1,65 \cdot 10^{-4} \sqrt{(R_3 + h)^3}$$

Очевидно, что с уменьшением высоты орбиты существенно возрастает угловая скорость обращения КА. При этом увеличивается скорость «скольжения» зон обслуживания, равная $v_c = 120\pi R_3 / T_0$ км/ч. В результате уменьшается длительность сеанса связи и становится более ощутимым влияние эффекта Доплера.

######