№1

ТР1
Вар. 4

Станция метрополитена оборудована тремя независимо работающими эскалаторами. Вероятность безотказной работы в течение дня для первого эскалатора равна 0,9, для второго – 0,8, для третьего – 0,85. Найти вероятность того, что в течение дня произойдёт поломка не более одного эскалатора.

A_1 = {первый эскалатор работает безотказно в течение дня}

A_2 = {второй эскалатор работает безотказно в течение дня}

A_3 = {третий эскалатор работает безотказно в течение дня}

$P(A_1) = 0,9 \quad P(A_2) = 0,8 \quad P(A_3) = 0,85$

A = {произойдёт поломка не более одного эскалатора}

$$P(A) = P(A_1 A_2 A_3) + P(A_1 \bar{A}_2 A_3) + P(\bar{A}_1 A_2 A_3) +$$
$$+ P(A_1 A_2 \bar{A}_3)$$

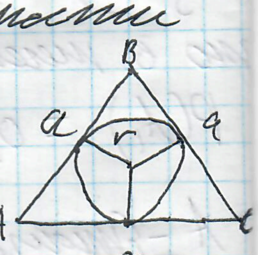
$$P(A) = 0{,}9 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}85 + 0{,}9 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}85 + 0{,}1 \cdot 0{,}8 \cdot$$
$$\cdot 0{,}85 + 0{,}9 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}15 = 0{,}941$$

№2

В равносторонний треугольник случайным бросается точка. Какова вероятность того, что эта точка окажется внутри вписанной в треугольник окружности?

Решение.

$\exists$ сторона треугольника равна a, тогда радиус вписанной окружности равен $r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$, $S_{\text{вп. окружности}} = \pi r^2$



если $r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$,

то $S_{\text{вп. окружности}} = \pi \cdot \left(\frac{a}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \pi \cdot \frac{a^2}{12}$

$S_{\text{равн. треугольника}} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, где a – сторона треугольника.

Чтобы найти вероятность попадания точки в окружность необходимо найти отношение $S_{\text{окружности}}$ к $S_{\text{равн. треугольника}}$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\pi \cdot \frac{a^2}{12}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{\pi\sqrt{3}}{9} \approx 0{,}6046$$

№3

Студент едет в университет на первом подошедшем виде транспорта. Автобус подходит первым с вероятностью 0,2, маршрутное такси – с вероятностью 0,5, для троллейбуса и трамвая эти вероятности одинаковы и равны 0,15. Вероятности застрять в пробке для них равны 0,4, 0,3, 0,4, 0,1 соответственно. Найти вероятность того, что студент не застрянет в пробке.

A = {студент не застрянет в пробке}

Гипотезы

H_1 = {студент поехал на автобусе}

H_2 = {студент поехал на маршрутном такси}

H_3 = {студент поехал на троллейбусе}

H_4 = {студент поехал на трамвае}

$P(H_1) = 0,2$ $P(H_2) = 0,5$ $P(H_3) = 0,15$

$P(H_4) = 0,15$

A = {студент не застрянет в пробке}

$P(A|H_1) = 1 - 0,4 = 0,6$

$P(A|H_2) = 1 - 0,3 = 0,7$

$P(A|H_3) = 1 - 0,4 = 0,6$

$P(A|H_4) = 1 - 0,1 = 0,9$

$$P(A) = \sum_{i=1}^{4} P(H_i) \cdot P(A|H_i)$$ к 4 вида Т.С.

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) +$$
$$+ P(H_3) \cdot P(A|H_3) + P(H_4) \cdot P(A|H_4)$$

$$P(A) = 0,2 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,7 + 0,15 \cdot 0,6 +$$
$$+ 0,15 \cdot 0,9 = 0,695$$

№ 4

Накопитель снабжает деталями 8 станков с Ч.П.У. В течение 20 минут от каждого станка может поступить заявка на деталь с вероятностью $\frac{1}{5}$. Найти вероятность того, что за 20 минут на накопитель поступит не более трех заявок.

Решение.

$A = \{$ за 20 минут на накопитель поступит не более 3 заявок $\}$

Формула Бернулли:

$$P(A) = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad q = 1 - p$$

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

$n = 8$ – число станков

$p = \frac{1}{5}$ – ~~„число уз~~ „вероятность „успеха"

$q = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ – вероятность „провала"

$$P(A) = C_8^0 \left(\frac{1}{5}\right)^{\overset{0\ \text{заказов}}{0}} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^8 + C_8^1 \left(\frac{1}{5}\right)^{\overset{1\ \text{заказ}}{1}} \left(\frac{4}{5}\right)^7 + \overset{\text{2 заказа}}{C_8^2} \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^6 + \overset{\text{3 заказа}}{C_8^3} \left(\frac{1}{5}\right)^3 \left(\frac{4}{5}\right)^5 =$$

m – число заказов на детали

$$= 0 + \frac{8!}{1!(8-1)!} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^1 \left(\frac{4}{5}\right)^7 + \frac{8!}{2!(8-2)!} \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^6 + \frac{8!}{3!(8-3)!} \left(\frac{1}{5}\right)^3 \left(\frac{4}{5}\right)^5 \approx 0,775946$$

$$= \frac{8!}{0!(8-0)!} \left(\frac{1}{5}\right)^0 \left(\frac{4}{5}\right)^8 + \frac{8!}{1!(8-1)!} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^1 \left(\frac{4}{5}\right)^7 + \frac{8!}{2!(8-2)!} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^6 + \frac{8!}{3!(8-3)!} \left(\frac{1}{5}\right)^3 \left(\frac{4}{5}\right)^5 \approx 0,945$$