Задача А. Проверка на простоту

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Проверьте, является ли число простым.

Формат входных данных

Вводится одно натуральное число $2 \le n \le 2 \cdot 10^9$.

Формат выходных данных

Необходимо вывести строку «prime», если число простое, или «composite», если число составное.

стандартный ввод	стандартный вывод
2	prime

Задача В. Разложение на простые++

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Требуется разложить целое число n на простые множители и вывести результат в порядке возрастания.

Формат входных данных

Программе дано число $n \ (2 \le n \le 10^9)$.

Формат выходных данных

Выведите разложение числа n аналогично формату в примерах.

стандартный ввод	стандартный вывод
2	2
1008	2^4*3^2*7

T-C 2024-2025. Теория чисел Везде, 07.12.24

Задача С. Количество делителей

Имя входного файла: **стандартный ввод** Имя выходного файла: **стандартный вывод**

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Подсчитайте количество натуральных делителей числа x (включая 1 и само число $x \leq 2 \cdot 10^9$).

Формат входных данных

Вводится натуральное число x.

Формат выходных данных

Выведите единственное число - количество делителей числа x.

стандартный ввод	стандартный вывод
32	6

T-C 2024-2025. Теория чисел Везде, 07.12.24

Задача D. Все делители

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Подсчитайте количество натуральных делителей числа x (включая 1 и само число $x \leq 2 \cdot 10^9$). Выведите все эти делители в возрастающем порядке через пробел.

Формат входных данных

Вводится натуральное число x.

Формат выходных данных

В первой строке выведите количество делителей числа x, а во второй — все эти делители по возрастанию.

стандартный ввод	стандартный вывод
32	6
	1 2 4 8 16 32

Задача Е. Алгоритм Евклида

Имя входного файла: **стандартный ввод** Имя выходного файла: **стандартный вывод**

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

По данным натуральным числам n и m найдите их наибольший общий делитель.

Формат входных данных

Программа получает на вход 2 натуральных числа $m, n \leq 10^9$.

Формат выходных данных

Программа должна вывести наибольший общий делитель двух данных чисел.

стандартный ввод	стандартный вывод
1	1
1	
26	2
44	

T-C 2024-2025. Теория чисел Везде, 07.12.24

Задача F. Расширенный алгоритм Евклида

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 0.5 секунд Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Даны натуральные числа a, b, c. Если уравнение ax + by = c имеет решения в целых числах, то выведите через пробел GCD(a,b), x и y (какое-нибудь решение). Если решения не существует, то выведите слово **Impossible**.

Формат входных данных

Входные данные — натуральные числа и не превышают по модулю 10^4 .

Формат выходных данных

Выведите ответ на задачу.

стандартный ввод	стандартный вывод
1 2 3	1 3 0
10 6 8	2 -4 8
3 3 1	Impossible

Задача G. Решето Эратосфена

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 64 мегабайта

По введенным числам A и B вывести все простые числа в интервале от A до B включительно.

Формат входных данных

В единственной строке вводятся два числа $1\leqslant A\leqslant B\leqslant 1000000$

Формат выходных данных

Вывести в одну строку все простые числа в интервале от A до B включительно

стандартный ввод	стандартный вывод
2 2	2
1 100	2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97

Задача Н. Разрезание на квадраты

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Полоска бумаги имеет размеры $A \times B$. Каждый раз от нее отрезается квадрат максимального размера до тех пор, пока не получится квадрат. Сколько квадратов получится?

Формат входных данных

Программе даны числа A и B $(1 \leqslant A, B \leqslant 10^9)$.

Формат выходных данных

Требуется вывести количество квадратов.

стандартный ввод	стандартный вывод
15 3	5
12 8	3
5 5	1

Задача І. Граница многоугольника

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Многоугольник на плоскости задан целочисленными координатами своих N вершин в декартовой системе координат. Требуется найти количество точек с целочисленными координатами, лежащих на границе многоугольника. Стороны многоугольника друг с другом не соприкасаются (за исключением соседних — в вершинах) и не пересекаются.

Ограничения: $3 \le N \le 100000$, координаты вершин целые и по модулю не превосходят 10^9 .

Формат входных данных

В первой строке содержится число N, в следующих N строках — пары чисел - координаты точек. Если соединить точки в данном порядке, а также соединить первую и последнюю точки, получится заданный многоугольник.

Формат выходных данных

Вывести одно число — количество точек с целочисленными координатами на границе много-угольника.

стандартный ввод	стандартный вывод
8	80
-5 15	
-15 5	
-15 -5	
-5 -15	
5 -15	
15 -5	
15 5	
5 15	

Задача Ј. Гипотеза Гольдбаха

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Гипотеза Гольдбаха (не доказанная до сих пор) утверждает, что любое четное число (кроме 2) можно представить в виде суммы двух простых чисел. Вам дано число n. Выведите два простых числа, которые составят в сумме n.

Несмотря на то что гипотеза еще не доказана, ответ в данной задача всегда существует.

Формат входных данных

Программа получает на вход одно натуральное четное число $n \ (3 < n < 2 \cdot 10^5)$.

Формат выходных данных

Программа должна вывести два числа, разделенные пробелом. Числа должны быть простыми и давать в сумме n.

стандартный ввод	стандартный вывод
6	3 3
8	3 5

Задача К. Кинотеатр

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Марья Ивановна с Марьей Михайловной привели школьников в кинотеатр. Чтобы не было никаких обид, Марья Ивановна построила всех школьников по алфавиту и рассадила их: сначала в первый ряд слева направо, затем во второй слева направо и т.д., заполнив весь зал из n рядов по m кресел. Тут пришла Марья Михайловна и сказала, что ребята сели неправильно — надо пересесть. Она предложила сначала заполнить все первые места от первого ряда к последнему, затем все вторые места и т. д.

Определите, сколько школьников после такой пересадки останется на своем месте.

Например, если n=3 и m=3, то в первом случае дети сядут так:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

а во втором — так:

1 4 7 2 5 8 3 6 9

Формат входных данных

Вводятся два целых числа n и m ($1 \le n, m \le 10^9$).

Формат выходных данных

Выведите количество школьников, которые останутся на своих местах.

стандартный ввод	стандартный вывод
3 3	3

Задача L. Шоу

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Главный режиссер шоу, посвященного открытию ACM Programming Contest, хочет, чтобы участники шоу могли выстраиваться в различное число колонн ровно N способами. Причем при любом перестроении количество людей в каждой из колонн должно быть одинаковым. Требуется сообщить режиссеру, какое минимальное число человек ему для этого понадобится. Так, при N=3 потребуется пригласить всего =4 человек, которые могут выстроиться в 1, 2 и 4 колонны. Если же при некотором N для шоу потребуется более 10^9 человек, то режиссеру можно сообщить, что подходящее число людей собрать невозможно.

Формат входных данных

Программа запрашивает натуральное число $N \leqslant 1000$

Формат выходных данных

Если для введенного N минимальное число людей для шоу не превосходит 10^9 , то выдать это число , в противном случае число 0.

стандартный ввод	стандартный вывод
5	16
6	12
24	360

Задача М. Марсианские факториалы

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

В 3141 году очередная экспедиция на Марс обнаружила в одной из пещер таинственные знаки. Они однозначно доказывали существование на Марсе разумных существ. Однако смысл этих таинственных знаков долгое время оставался неизвестным. Недавно один из ученых, профессор Очень-Умный, заметил один интересный факт: всего в надписях, составленных из этих знаков, встречается ровно K различных символов. Более того, все надписи заканчиваются на длинную последовательность одних и тех же символов.

Вывод, который сделал из своих наблюдений профессор, потряс всех ученых Земли. Он предположил, что эти надписи являются записями факториалов различных натуральных чисел в системе счисления с основанием K. А символы в конце — это, конечно же, нули — ведь, как известно, факториалы больших чисел заканчиваются большим количеством нулей. Например, в нашей десятичной системе счисления факториалы заканчиваются на нули, начиная с $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$. А у числа 100! в конце следует 24 нуля в десятичной системе счисления и 48 нулей в системе счисления с основанием 6 — так что у предположения профессора есть разумные основания!

Теперь учёным срочно нужна программа, которая по заданным числам N и K найдет количество нулей в конце записи в системе счисления с основанием K числа $N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot (N-1) \cdot N$, чтобы они могли проверить свою гипотезу. Вам придется написать им такую программу!

Формат входных данных

В первой строке входных данных содержатся числа N и K, разделенные пробелом, $(1 \le N \le 10^9, 2 \le K \le 1000)$.

Формат выходных данных

Выведите число X — количество нулей в конце записи числа N! в системе счисления с основанием K.

стандартный ввод	стандартный вывод
5 10	1
1 2	0

Задача N. Степень

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Для заданного натурального a найдите минимальное натуральное n, такое что n в степени n (n, умноженное на себя n раз) делится на a.

Формат входных данных

Дано целое число $a\ (1\leqslant a\leqslant 10^9).$

Формат выходных данных

Выведите число n.

стандартный ввод	стандартный вывод
1	1
4	2

Задача О. Обратное по простому модулю

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Даны два натуральных числа — a и простое p (0 < a < p).

Нужно найти такое целое x, что $ax \equiv 1 \mod p$

Формат входных данных

На первой строке даны два целых числа — $a, p \ (0 < a < p \leqslant 2 \cdot 10^9)$. Гарантируется, что p является простым числом.

Формат выходных данных

Выведите одно натуральное число 0 < x < p.

стандартный ввод	стандартный вывод
7 31	9
179 821	344

Задача Р. Лемурьи вечеринки

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 512 мегабайт

В подчинении у короля лемуров Джулиана есть ровно $2 \cdot k$ лемуров — по 2 лемура каждого из k видов. Джулиан обожает вечеринки, поэтому каждый вечер он устраивает тусовку, однако в VIP-зоне, к сожалению, хватает мест только для него и еще n других лемуров.

Поскольку Джулиан не любит устраивать «одинаковые» вечеринки, то ему каждый день приходится выбирать кого звать в VIP-зону, чтобы наборы лемуров из VIP-зоны никогда не повторялись. Два лемура одного вида считаются неразличимыми. Наборы считаются одинаковыми, если они совпадают как мультимножества видов лемуров.

Помогите Джулиану определить, сколько дней он сможет проводить различные вечеринки. Так как ответ может быть большим, выведите его по модулю 1000 000 007.

Формат входных данных

В единственной строке даны два целых числа k и n — количество видов лемуров и количество мест в VIP-зоне $(1\leqslant k\leqslant 500\,000,\,0\leqslant n\leqslant 2\cdot k).$

Формат выходных данных

Выведите единственное число — ответ на задачу по модулю 1 000 000 007.

стандартный ввод	стандартный вывод
3 3	7
4 3	16