

Волинцев Дмитрий 676 гр.

14 февраля 2017

### Задача 1

2 ленты. Обе головки стоят друг под другом, на второй ленте записано число 2 (слово из двух  $a$ ), на первой - необходимое для проверки число. Алгоритм: двигаем обе головки равномерно, когда вторая доходит до конца второй строки, она возвращается в начало, первая в это время стоит на месте. Так повторяется на всей длине слова, и если головки дошли до концов одновременно, то верхнее число делится на нижнее, иначе к числу на второй строке прибавляется единица и алгоритм повторяется. Если число на первой строке не имеет делителей кроме самого себя, то оно простое.

$$\Sigma = [a]$$

$$\Pi = [a, \sqcup]$$

$$Q = [q_0, q_1, q_2, back_1, back_2, Accept, Reject]$$

$$F = [Accept, Reject]$$

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a, a) &= (q_0, a, a, +1, +1) \\ \delta(q_0, a, \sqcup) &= (back_2, a, \sqcup, 0, -1) \\ \delta(back_2, a, a) &= (back_2, a, a, 0, -1) \\ \delta(back_2, a, \sqcup) &= (q_0, a, \sqcup, 0, +1) \\ \delta(q_0, \sqcup, a) &= (q_1, \sqcup, a, -1, +1) \\ \delta(q_1, a, a) &= (q_1, a, a, 0, +1) \\ \delta(q_1, a, \sqcup) &= (back_1, a, a, 0, -1) \\ \delta(back_1, a, a) &= (back_1, a, a, -1, -1) \\ \delta(back_1, \sqcup, a) &= (back_1, \sqcup, a, 0, -1) \\ \delta(back_1, a, \sqcup) &= (back_1, a, \sqcup, -1, 0) \\ \delta(back_1, \sqcup, \sqcup) &= (q_0, \sqcup, \sqcup, +1, +1) \\ \delta(q_0, \sqcup, \sqcup) &= (q_2, \sqcup, \sqcup, -1, -1) \\ \delta(q_2, a, a) &= (q_2, a, a, -1, -1) \\ \delta(q_2, \sqcup, \sqcup) &= (Accept, \sqcup, \sqcup, 0, 0) \\ \delta(q_2, a, \sqcup) &= (Reject, a, \sqcup, 0, 0)\end{aligned}$$

Докажем корректность для  $a^9$

Первая лента:

$$\begin{aligned}[q_0]aaaaaaaa \vdash^* aa[q_0]aaaaaaaa \vdash aa[back_1]aaaaaaaa \vdash^* aa[back_1]aaaaaaaa \vdash \\ aa[q_0]aaaaaaaa \vdash^* aaaaaaaaaa[q_0]\sqcup \vdash aaaaaaaaaa[q_1]a \vdash aaaaaaaaaa[back_2]a \vdash^* \\ [back_2]\sqcup aaaaaaaaaa \vdash [q_0]aaaaaaaaa \vdash^* aaaaaaaaaa[q_0]\sqcup \vdash aaaaaaaaaa[q_2]a \vdash^*\end{aligned}$$

$aaaaa[q_2]aaaa \vdash aaaaa[Reject]aaaa$

Вторая лента:

$[q_0]aa \vdash^* aa[q_0] \sqcup \vdash a[back_1]a \vdash^* [back_1] \sqcup aa \vdash [q_0]aa \vdash^* a[q_0]a \vdash aa[q_1] \sqcup \vdash a[back_2]aa \vdash^* [back_2] \sqcup aaa \vdash [q_0]aaa \vdash^* aaa[q_0] \sqcup \vdash aa[q_2]a \vdash^* [q_2] \sqcup aaa \vdash [Reject] \sqcup aaa$

Сложность:

Так как слово длины  $n$  и пройти его надо  $n$  раз, сложность будет:  $T_m(n) = O(n^2)$

Задача 2

Пункт 1)

1 лента. Запоминаем первый символ и проходим до конца. Если на конце стоит не такой символ, то не палиндром. Если такой, то стираем его, возвращаемся к началу, тоже стираем и повторяем алгоритм. Если все слово будет стерто, то оно - палиндром.

$$\Sigma = [a, b]$$

$$\Pi = [a, b]$$

$$Q = [q_0, q_a, q_b, back, remove_a, remove_b, Accept, Reject]$$

$$F = [Accept, Reject]$$

$$\begin{aligned} \delta(q_0, a) &= (q_1, \sqcup, +1) \\ \delta(q_1, a) &= (q_1, a, +1) \\ \delta(q_1, b) &= (q_1, b, +1) \\ \delta(q_1, \sqcup) &= (remove_a, \sqcup, -1) \\ \delta(remove_a, a) &= (back, \sqcup, -1) \\ \delta(remove_a, b) &= (Reject, \sqcup, 0) \\ \delta(back, b) &= (back, b, -1) \\ \delta(back, a) &= (back, a, -1) \\ \delta(back, \sqcup) &= (q_0, \sqcup, +1) \\ \delta(q_0, b) &= (q_2, \sqcup, +1) \\ \delta(q_2, a) &= (q_2, a, +1) \\ \delta(q_2, b) &= (q_2, b, +1) \\ \delta(q_2, \sqcup) &= (remove_b, \sqcup, -1) \\ \delta(remove_b, b) &= (back, \sqcup, -1) \\ \delta(remove_b, a) &= (Reject, b, \sqcup) \\ \delta(q_0, \sqcup) &= (Accept, \sqcup, 0) \end{aligned}$$

Докажем корректность - удаление одинаковых символов (a) и возврат в начало (с b аналогично):

$$[q_0]ava \vdash [q_1]va \vdash^* va[q_1] \vdash v[remove_a]a \vdash v[back] \vdash [q_0]v$$

Если слово - палиндром, то все символы будут удалены (Accept)

Предположим, что на некотором шаге оказалось, что слово не палиндром:

$$[q_0]avb \vdash [q_1]vb \vdash^* vb[q_1] \vdash v[remove_a]b \vdash v[Reject]$$

Сложность:

Всего шагов:

$$(n + (n - 2) + (n - 4) + \dots) + (n + (n - 2) + (n - 4) + \dots) = \frac{n+1}{2} * n + \frac{n+1}{2} * n = (n + 1)n = n^2 + n$$

$$T_m(n) = O(n^2)$$

Пункт 2)

2 ленты. Копируем на вторую слово, причем головка на первой ленте останется в начале слова, а головка на второй ленте - в конце слова. Далее будем двигать первую головку направо, вторую - налево. Таким образом мы сравним исходное слово и слово, записанное наоборот.

$$\Sigma = [a, b]$$

$$\Pi = [a, b]$$

$$Q = [q_0, q_1, q_2, Accept, Reject]$$

$$F = [Accept, Reject]$$

$$\begin{aligned} \delta(q_0, a, \sqcup) &= (q_0, a, a, +1, +1) \\ \delta(q_0, b, \sqcup) &= (q_0, b, b, +1, +1) \\ \delta(q_0, \sqcup, \sqcup) &= (q_1, \sqcup, \sqcup, -1, -1) \\ \delta(q_1, a, a) &= (q_1, a, a, -1, 0) \\ \delta(q_1, b, b) &= (q_1, b, b, -1, 0) \\ \delta(q_1, \sqcup, a) &= (q_2, \sqcup, a, +1, 0) \\ \delta(q_1, \sqcup, b) &= (q_2, \sqcup, b, +1, 0) \\ \delta(q_2, a, b) &= (Reject, a, b, 0, 0) \\ \delta(q_2, b, a) &= (Reject, b, a, 0, 0) \\ \delta(q_2, a, a) &= (q_2, a, a, +1, -1) \\ \delta(q_2, b, b) &= (q_2, b, b, +1, -1) \\ \delta(q_2, \sqcup, \sqcup) &= (Accept, \sqcup, \sqcup, 0, 0) \end{aligned}$$

Докажем корректность:

Копируем слово на вторую ленту и ставим головку на первом символе для первой ленты и на последнем символе для второй ленты:

Первая лента  $[q_0]v \vdash^* v[q_1] \vdash^* [q_2]v$   
 Вторая лента  $[q_0] \vdash^* v[q_1] \vdash^* v[q_2]$

Если палиндром:

Первая лента  $[q_2]v \vdash a[q_2]u \vdash^* v[q_2] \vdash v[Accept]$   
 Вторая лента  $v[q_2] \vdash u[q_2]a \vdash^* [q_2]v \vdash [Accept]v$

Если не палиндром:

Первая лента  $[q_2]v \vdash^* ua[q_2]m \vdash ua[Reject]m$   
 Вторая лента  $v[q_2] \vdash^* m[q_2]bu \vdash m[Reject]bu$

(Слева и справа от  $u$  - разные символы)

Сложность:

Так как слово длины  $n$  и пройти его надо 3 раза, сложность будет:  
 $T_m(n) = O(n)$

Задача 3

1) Нет, неверно. Чтобы получить эквивалентную МТ, необходимо скопировать слово, чего мы сделать не можем, так как количество состояний должно быть конечно. А в этом случае мы можем взять слово большей длины, а значит чтобы его запомнить, придется изменить это слово

2) Да, верно. Мы сможем посимвольно скопировать слово с первой ленты на вторую. При этом данная МТ не может быть представлена в виде одноленточной, т.к. для этого необходимо менять исходное слово, чтобы показать направление головки.