АМВ-6

Волынцев Дмитрий 676 гр.

2 апреля 2018

Задача 1

Задача 2

Задача 3

Циркулянтная матрица, порожденная $(1, 2, 3, 4)^T$:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 8 & 1 & 2 & 4 \\ 4 & 8 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

$Cx = b$, $x = C^{-1}b$

Возьмем теперь A - матрицу из собственных векторов C и B - диагональную матрицу с собственными числами на главной диагонали. Тогда выполняется $CA = AB$. Отсюда $C^{-1} = AB^{-1}A^{-1}$. Теперь, используя преобразование Фурье, найдём собственные числа и собственные векторы и

$$A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & i \end{pmatrix}$$

Чтобы получить обратную, меняем знаки у всех i на противоположные:

$$A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{pmatrix}$$

Аналогично с B:

$$B = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3-6i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3+6i \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1/15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/(-3-6i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/(-3+6i) \end{pmatrix}$$

Тогда $x = C^{-1}b = AB^{-1}A^{-1}b = (0,0,0,2)^T$

Задача 4

Задача 5