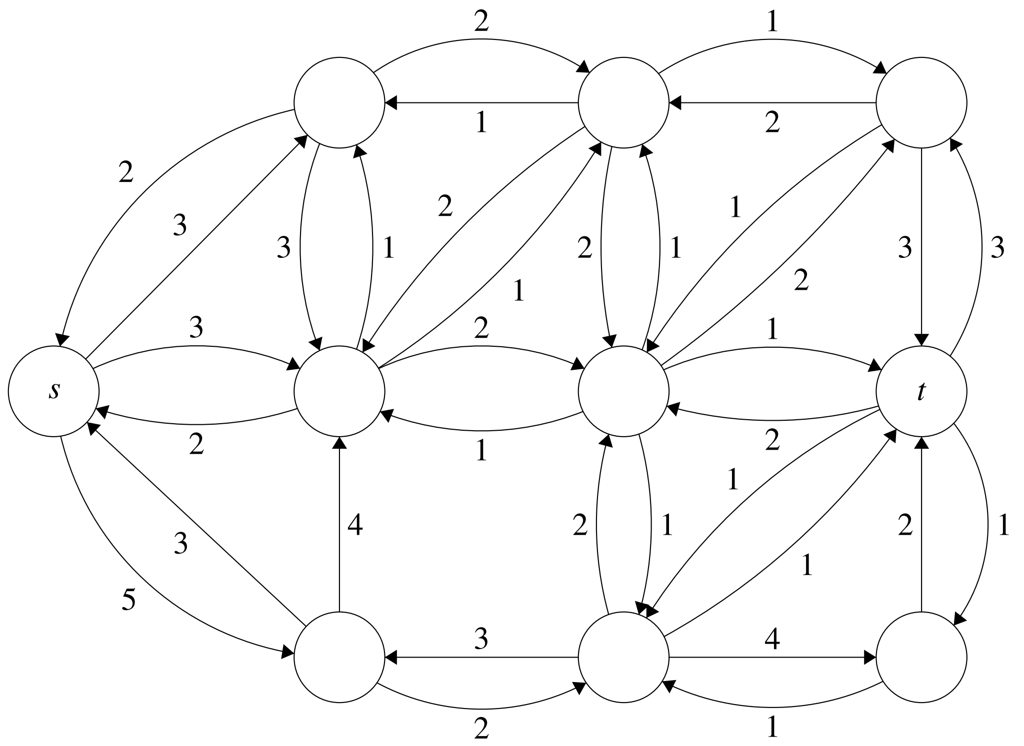
АМВ-11

Волынцев Дмитрий 676 гр.

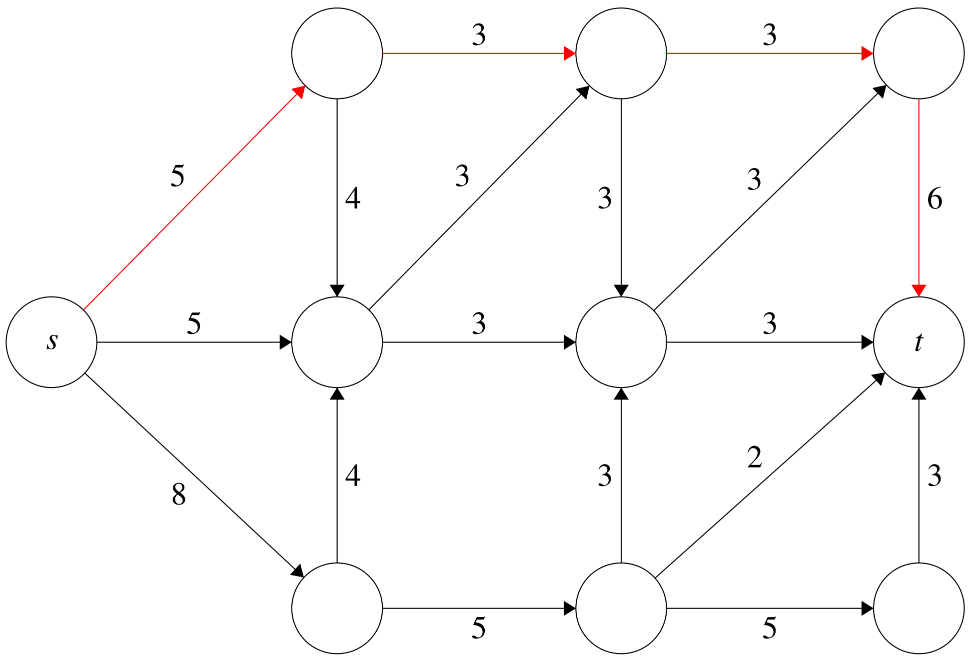
5 мая 2018

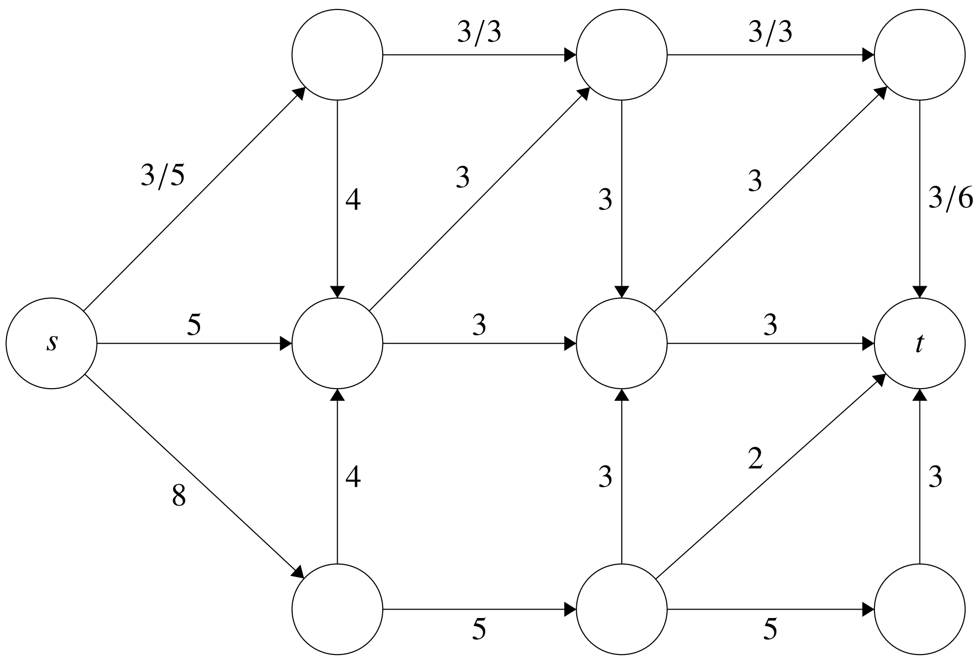
Задача 1

1) $f = 2 + 2 + 3 = 7$
2) Прямые ребра: $c - f$; обратные: $f > 0$

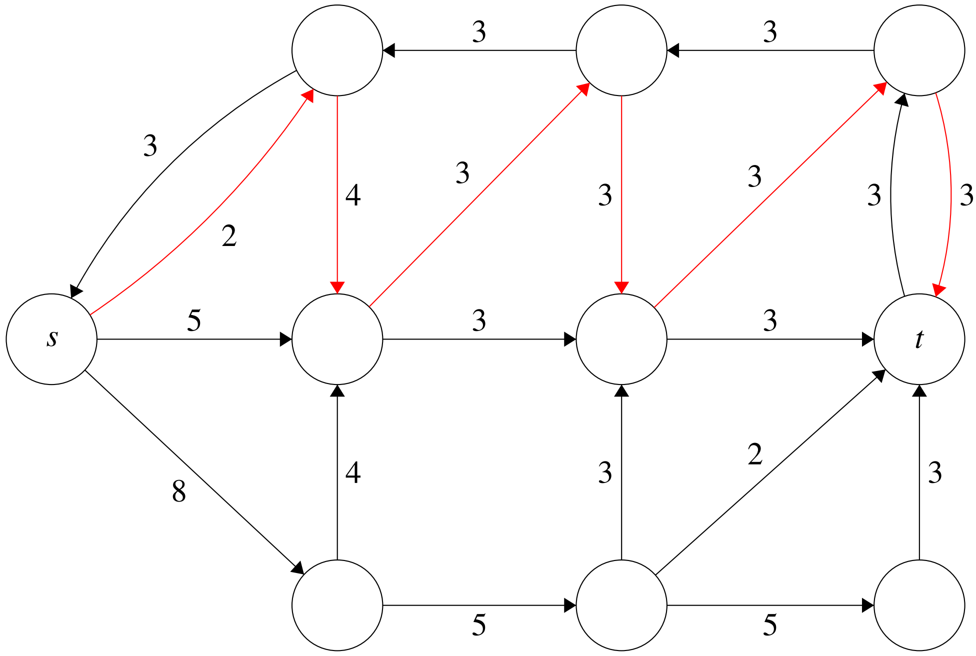


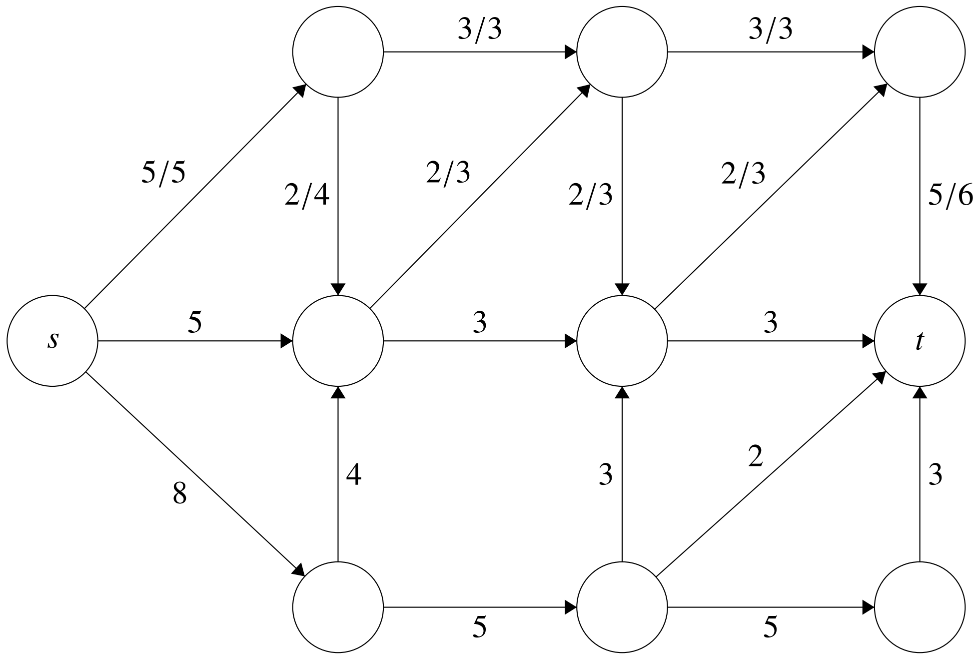
3) В остаточном графе существует увеличивающий путь, значит поток не максимален
4)
а)



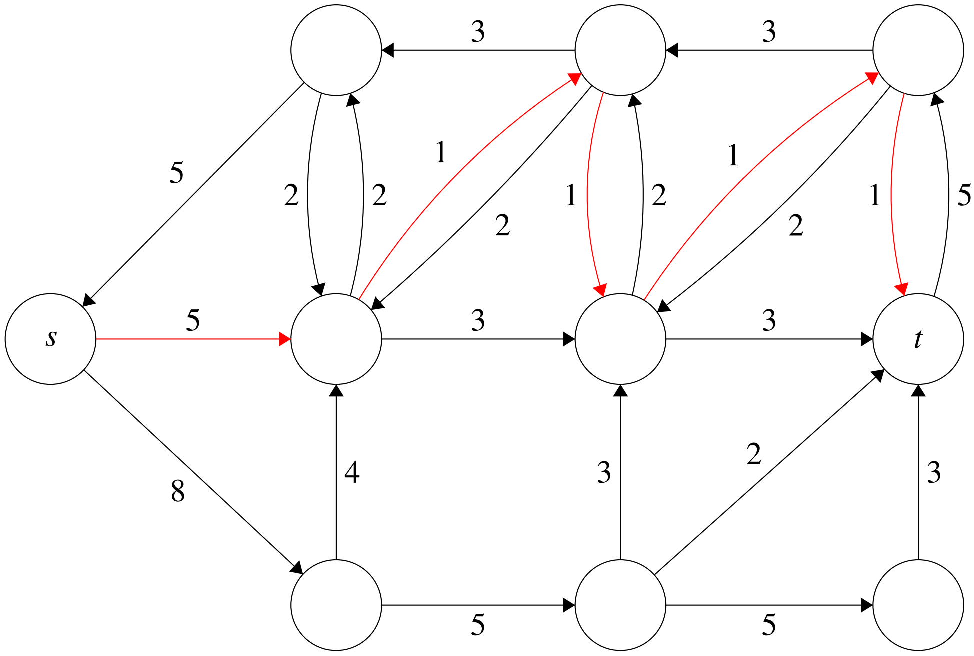


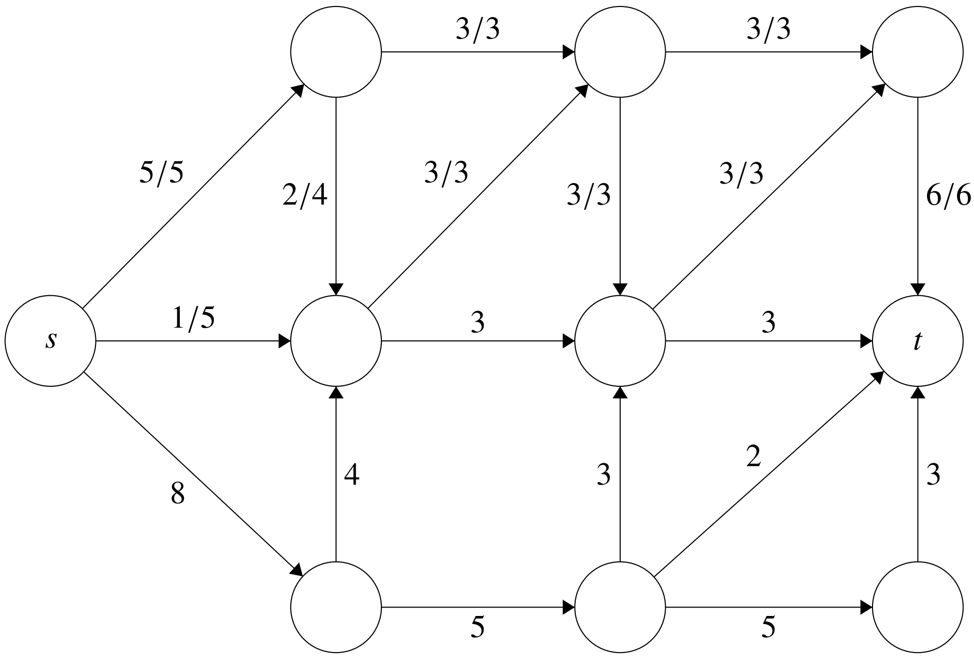
б)


s
t
3
3
3
4
2
3
3
3
3
3
5
3
3
8
4
3
2
3
5
5

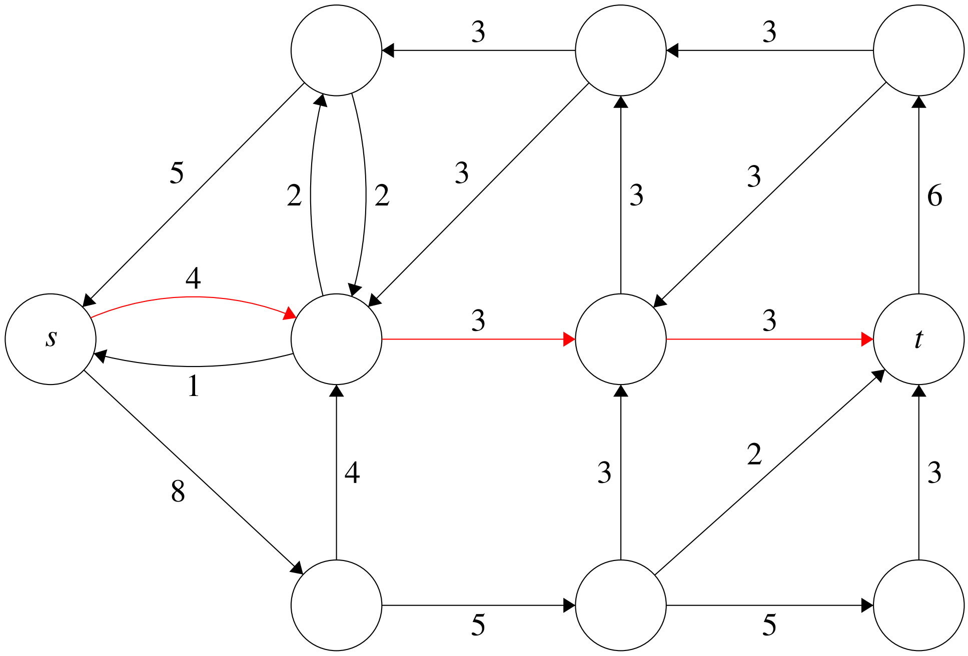

s
t
3/3
3/3
5/5
2/4
2/3
2/3
2/3
5/6
5
3
3
8
4
3
2
3
5
5

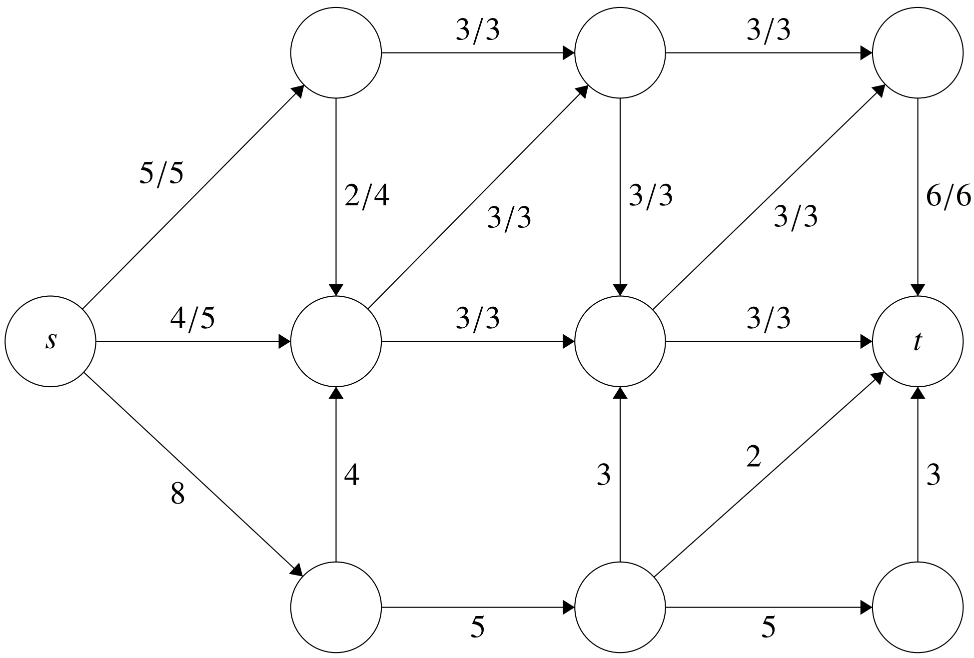
в)


3
3
5
2
2
1
2
1
2
1
2
1
5
s
5
3
3
t
8
4
3
2
3
5
5

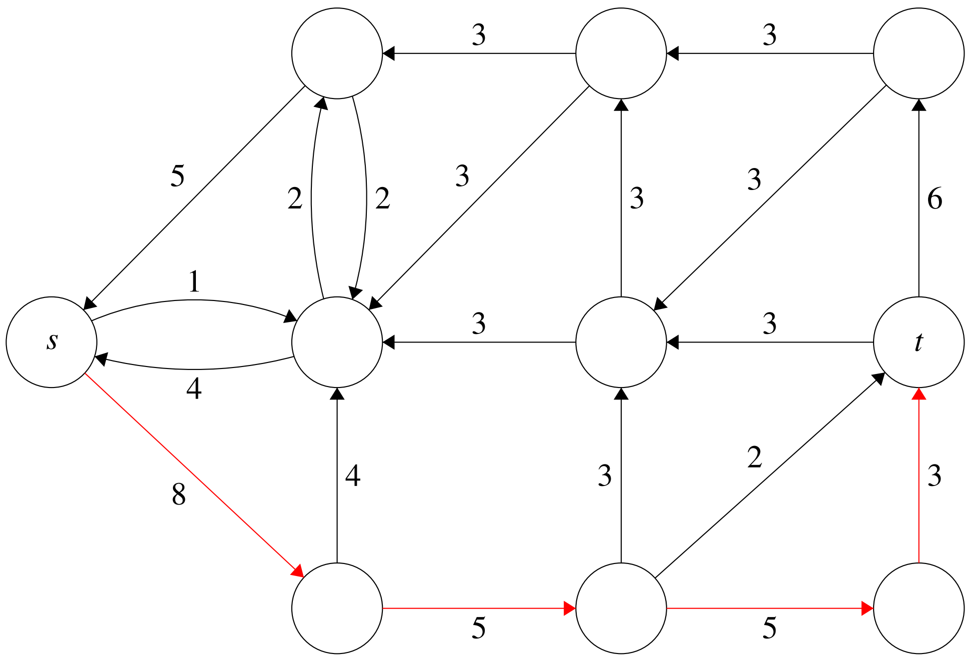

3/3
3/3
5/5
2/4
3/3
3/3
3/3
6/6
s
1/5
3
3
t
8
4
3
2
3
5
5

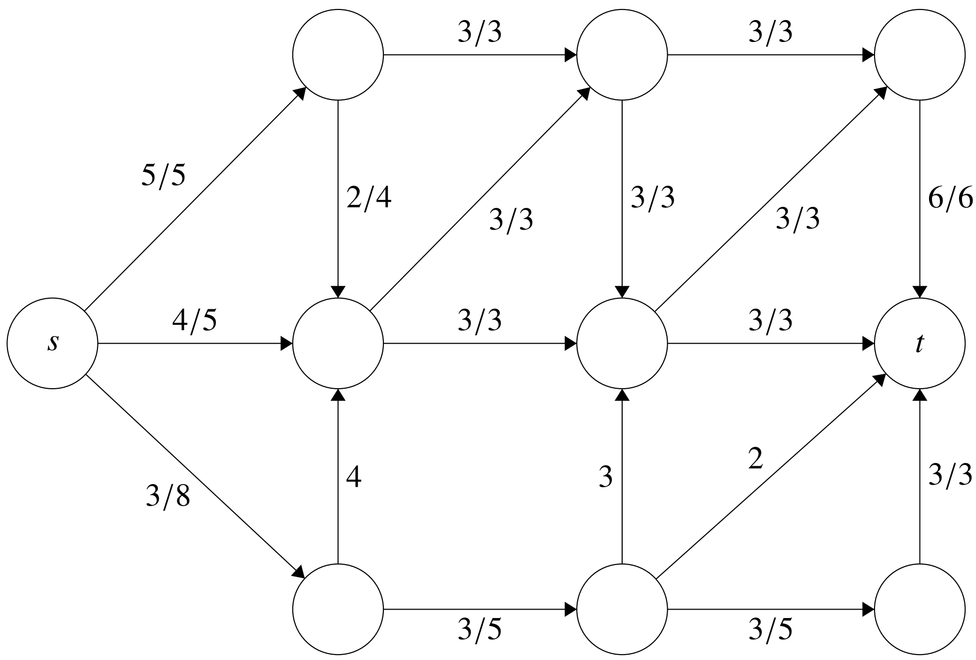
г)


3
3
5
2
2
3
3
3
6
4
s
3
3
t
1
4
8
3
2
3
5
5

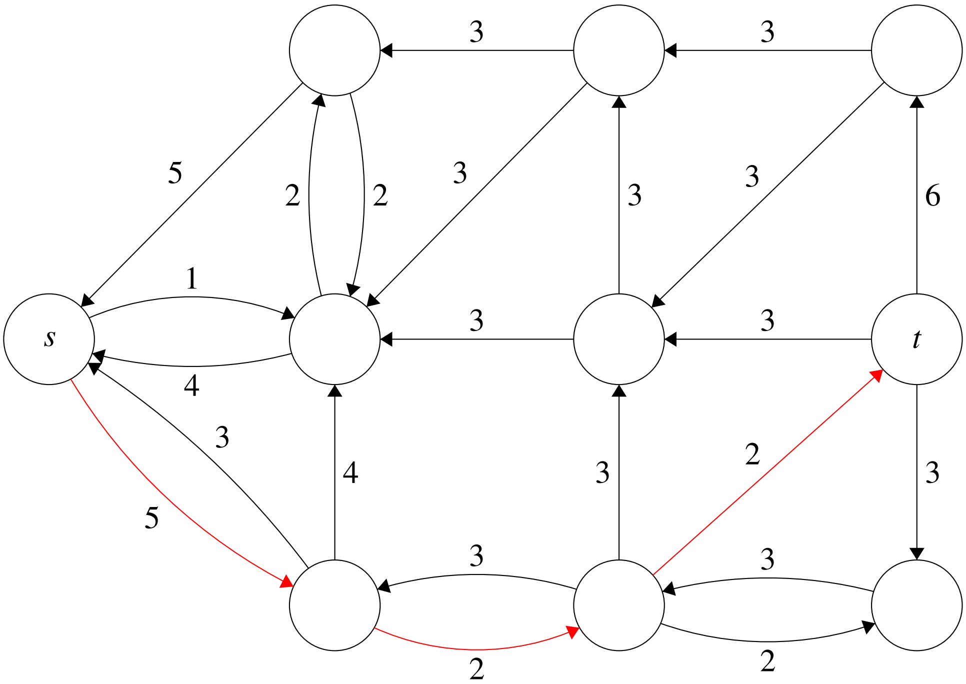

3/3
3/3
5/5
2/4
3/3
3/3
3/3
6/6
s
4/5
3/3
3/3
t
4
8
3
2
3
5
5

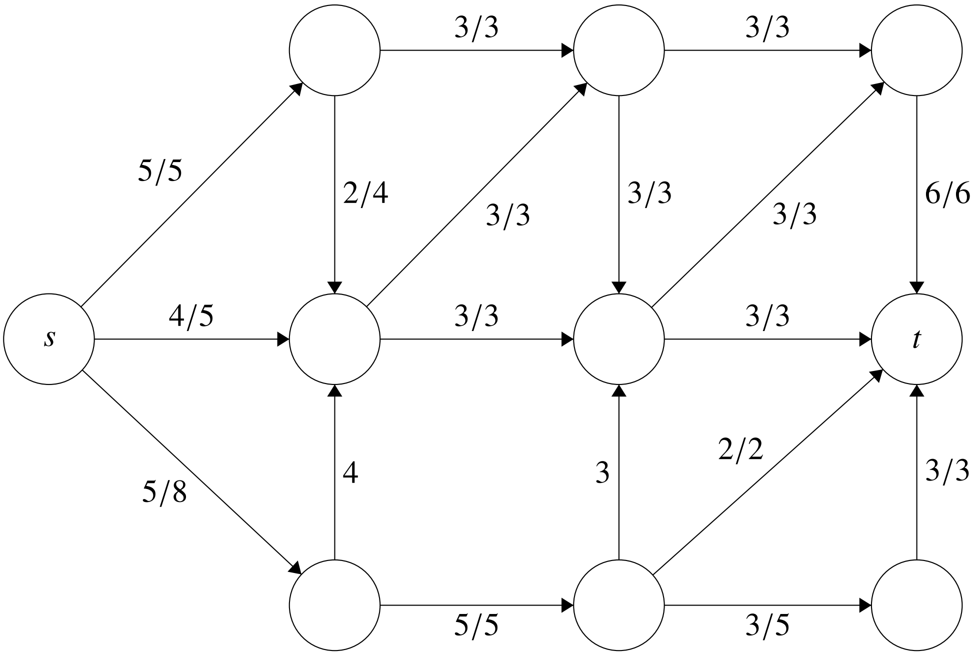
д)


3
3
5
2
2
3
3
3
6
1
s
3
3
t
4
8
4
3
2
3
5
5

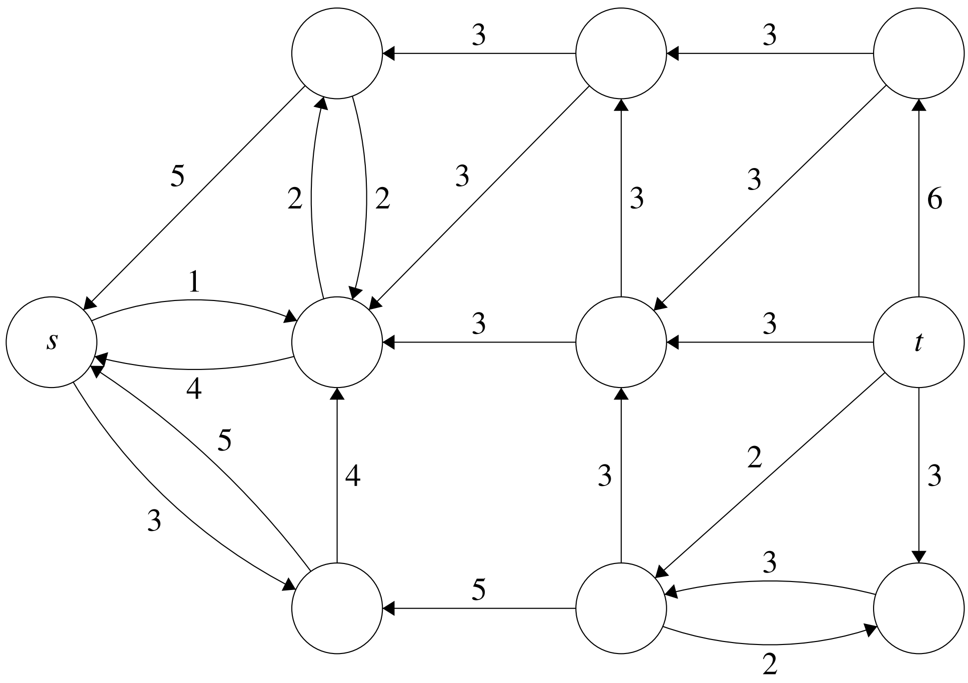

3/3
3/3
5/5
2/4
3/3
3/3
3/3
6/6
s
4/5
3/3
3/3
t
3/8
4
3
2
3/3
3/5
3/5

e)

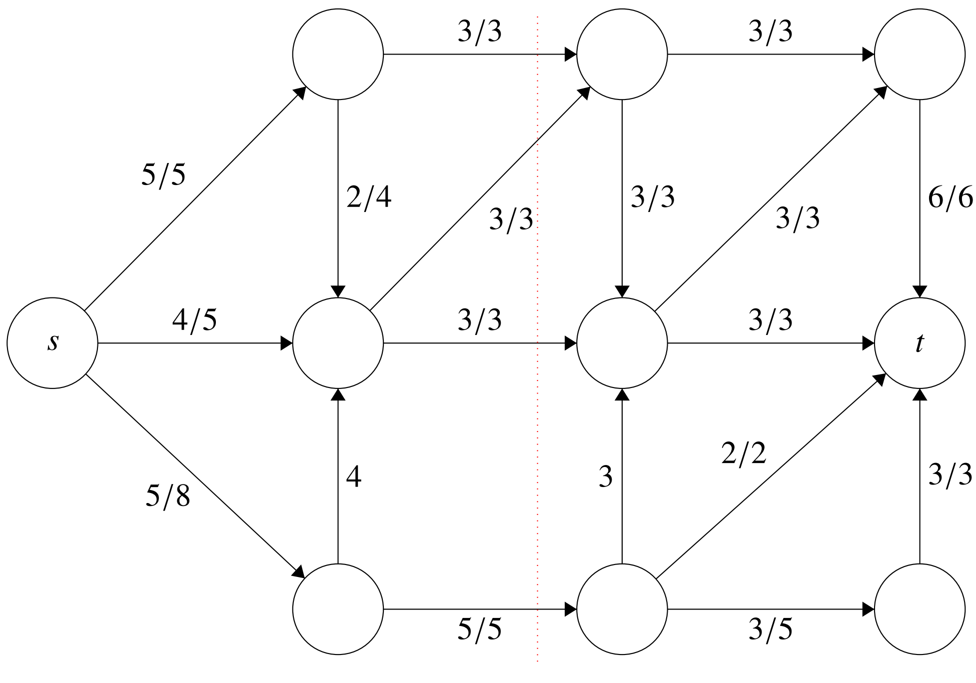

3
3
5
2
2
3
3
3
6
1
s
3
3
t
4
3
4
3
2
3
5
3
3
2
2


3/3
3/3
5/5
2/4
3/3
3/3
3/3
6/6
4/5
3/3
3/3
s
t
5/8
4
3
2/2
3/3
5/5
3/5

ж)



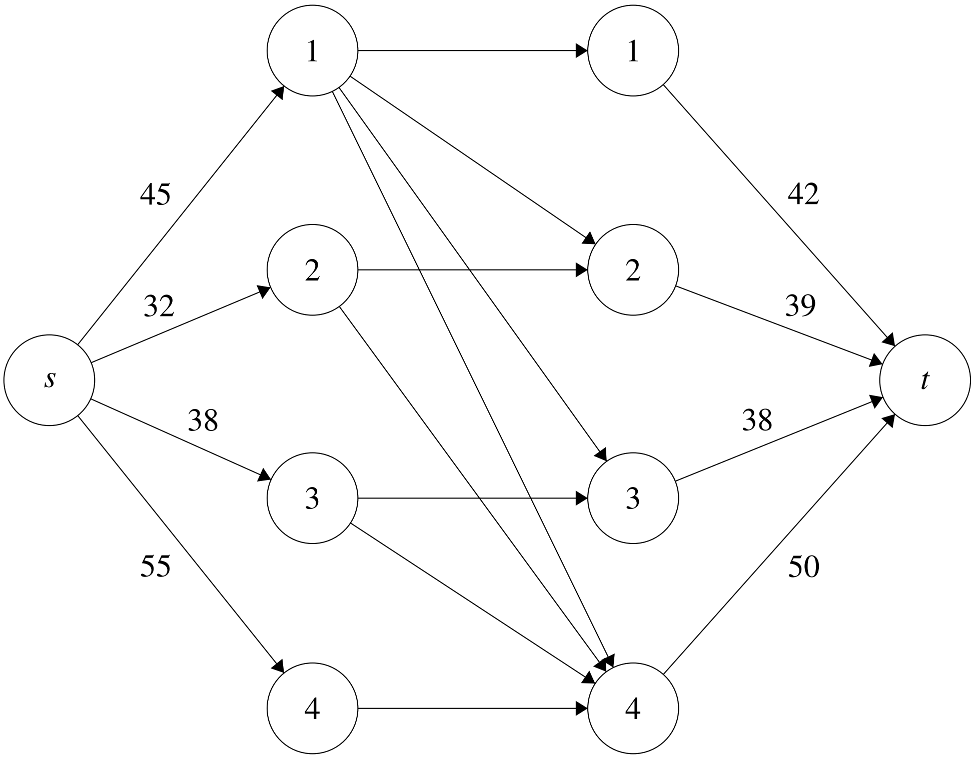
Увеличивающих путей не осталось, максимальный поток $f = 14$
5) Величина максимального потока равна пропускной способности минимального среза, так что ответ 14:



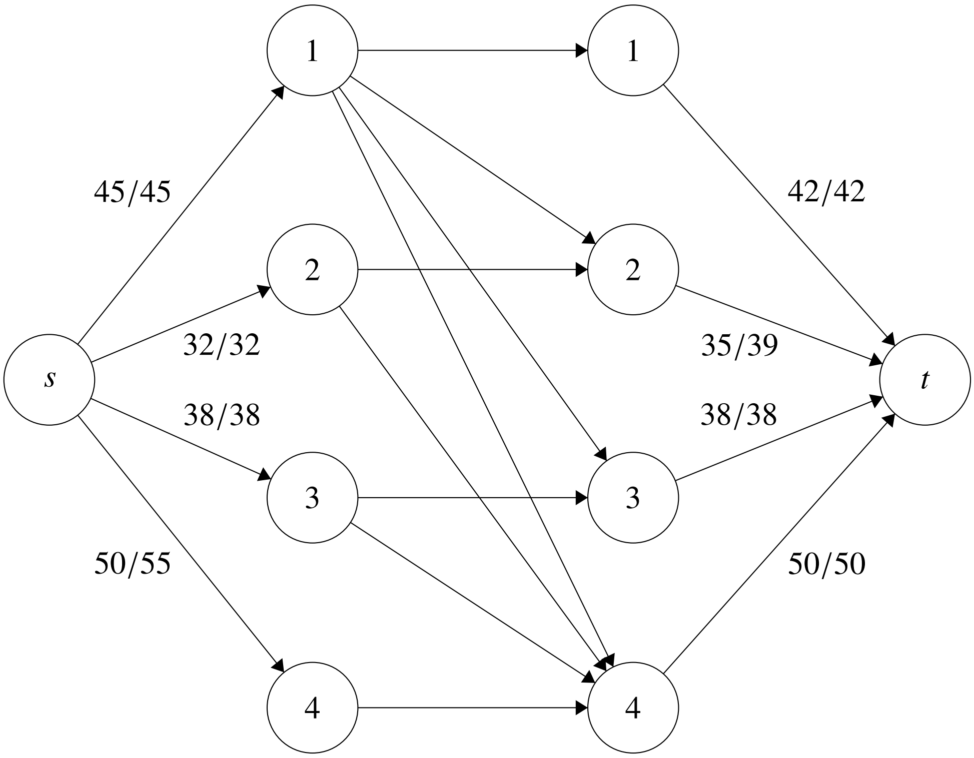
Как видно, 3+3+3+5=14

Задача 2

1)



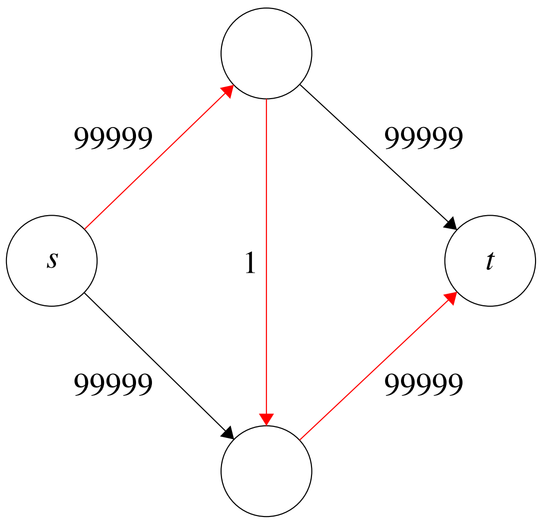
Восользуемя алгоритмом Форда-Фалкерсона, получим:



Так как максимальный поток равен 165, это наибольшее количество пациентов, получивших дозу, то есть 4 человека не получили дозу крови.
2) Всех пациентов не получится обслужить. Для пациентов 1 группы нужна кровь только 1 группы, значит мы потратим 42 дозы, 3 остаентся про запас для других групп. Для обслуживания пациентов 2 группы мы потратим все 32 дозы в наличии и еще для 3 человек можем предложить кровь 1 группы. Тем не менее этого не хватит для обслуживания 39 человек, и 4 человека с кровью этой группы не получат дозу, а использовать кровь 3 и 4 групп для них нельзя.

Задача 3

Для этого нужно сделать граф с большим весом ребер, тогда алгоритм даже при малом количсетве ребер будет работать очень долго. Например в этом случае каждая итерация будет добавлять 1, а максимальный поток при этом 99999 + 99999



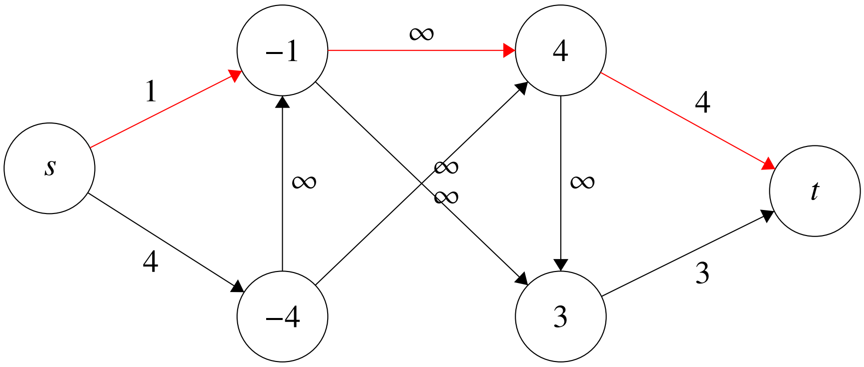
Задача 4

Задача 5

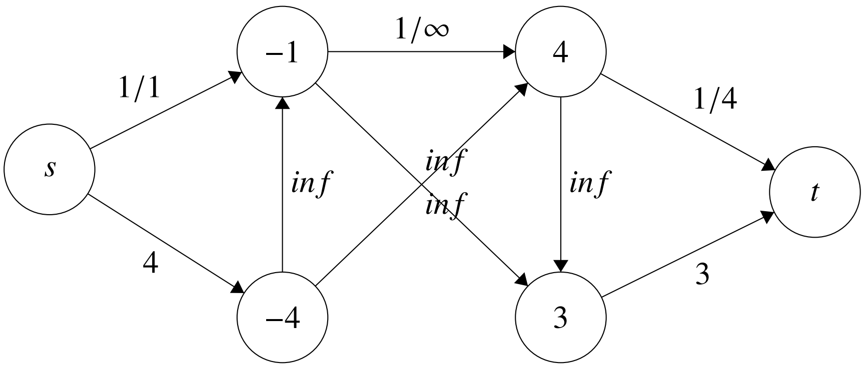
(идея взята у другой группы)
Разобьем каждую вершину v на v_1 и v_2 так, чтобы ребра, входившие в v - входили в v_1, а выходившие из v - выходили из v_2. При этом пропускные способности (v_1, v_2) и (v_2, s), где между s и v существует ребро, будут равны пропускной способности вершины. Далее ищем максимальный поток в сети.

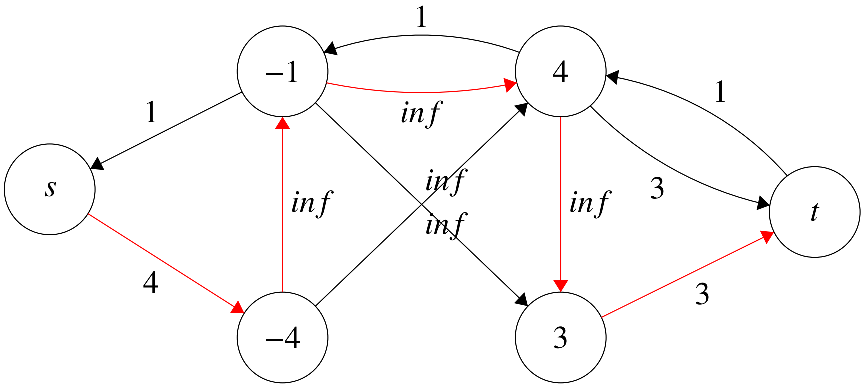
Задача 6

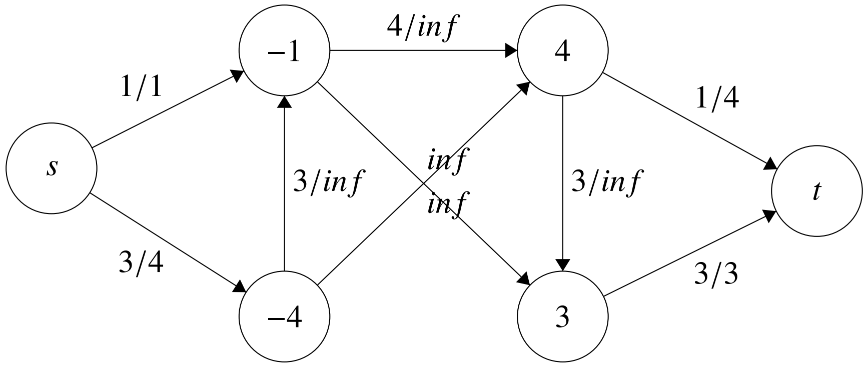
Дополним граф веришинами s и t, укажем пропускные способности и увеличивающий путь:

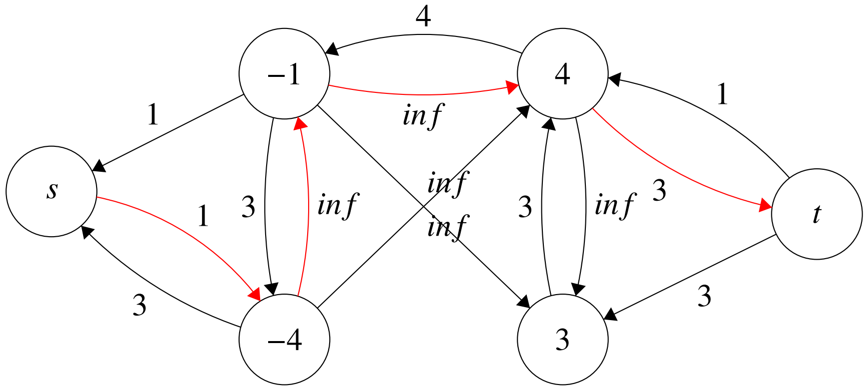


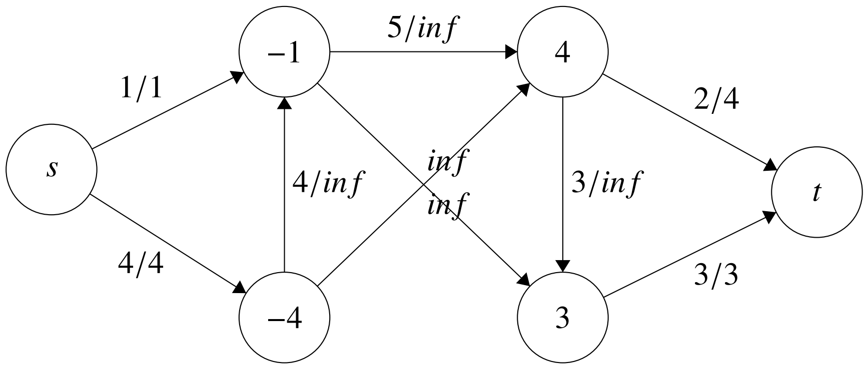
Далее по алгоритму:

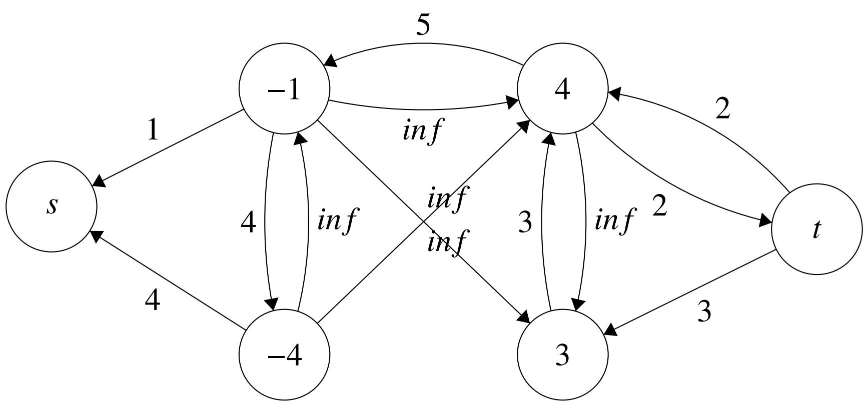




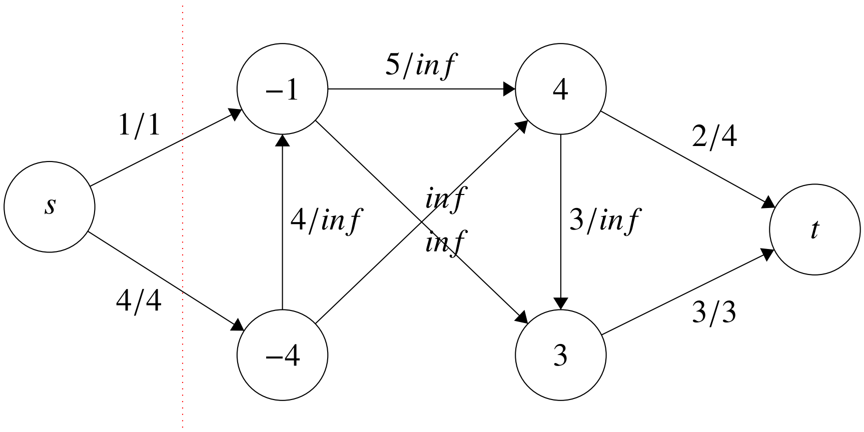

4/inf
−1
4
1/1
1/4
s
3/inf
inf
inf
3/inf
t
3/4
3/3
−4
3


4
−1
4
1
inf
1
s
1
3
inf
inf
inf
3
inf
3
t
3
3
−4
3


5/inf
−1
4
1/1
2/4
s
4/inf
inf
inf
3/inf
t
4/4
3/3
−4
3


5
−1
4
inf
2
1
s
4
inf
inf
inf
3
inf
2
t
4
3
−4
3

Больше увеличивающих путей нет. Таким образом, максимальный поток равен 5, это же пропускная способность минимального разреза. Сам минимальный разрез ниже:



Задача 7

Уравнение прямой: $ax + by + c = 0$. Тогда, подставляя поочередно $x = 0$ и $y = 0$, получим ограничения $0 \le -\frac{c}{b} \le 3$ и $-2 \le -\frac{c}{a} \le 1$
$\sum_{i=1}^{7}(ax_i + by_i + c) = 36a + 64b + 7c \to min$
Кроме того $-\frac{a}{b} \ge 0$

Задача 8

Система координат - (x_1, x_2, x_3). Стартуем в $(0, 0, 0)$.
$(0, 0, 0) \to (0, x_2, 0) \to (x_1, x_2, 0) \to (x_1, 0, 0) \to (x_1, 0, x_3) \to (x_1, x_2, x_3) \to (0, x_2, x_3) \to (0, 0, x_3)$
Таким образом прошли по всем вершинам.

Задача 9

(идея взята у А.Станкевича)
1) Пусть вторая система совместна. Тогда $p^T Ay = 0$. В то же время совместность первой системы дает условие $p^T Ay < 0$ - противоречие.
2) Пусть первая система совместна, тогда существует вектор $a : A^T p + a =$

0, а значит $y^T A^T p + y^T a = 0$. Если $Ay = 0$ совместна, то $y^T a = 0$ и $y = 0$ - противоречие.