

Разрешимость, перечислимость, сводимости

Задача 1. Да Нет Пусть L — разрешимый язык алфавите Σ . Верно ли, что разрешим и язык $\{w \in \Sigma^* \mid \text{существует слово } v \in L, \text{ такое что пара слов } (w, v) \text{ отличается не более, чем в 2017 позициях}\}$ (в частности, длины должны совпадать)?

Задача 2. Да Нет Будет ли *разрешимым* язык $L = \{\langle M \rangle\}$, состоящий из описаний всех МТ со входным алфавитом $\{0, 1\}$, которые не принимают хотя бы одно слово, содержащее литерал “1”?

Задача 3. Да Нет Является ли *перечислимым* язык $L = \{\langle M \rangle\}$, состоящий из описаний всех МТ, имеющих входной алфавит $\{0, 1\}$, которые принимают только слова, содержащие литерал “1”?

Задача 4. Да Нет Является ли *разрешимым* язык $L = \{\langle M \rangle\}$, состоящий из описаний всех таких МТ, что $\langle M \rangle \in L \Leftrightarrow \exists \text{ МТ } N, \text{ принимающая тот же язык, что и МТ } M, \text{ и имеющая хотя бы одно недостижимое состояние.}$

Задача 5. Да Нет Напомним, что m -полным языком в классе языков \mathcal{C} называется такой язык $L \in \mathcal{C}$, что всякий язык из \mathcal{C} m -сводится к L . Существуют ли m -полные языки в классе разрешимых языков?

Изменится ли ваш ответ, если вместо m -сводимости будет рассматриваться тьюрингова сводимость?

Задача 6. Да Нет Верно ли, что все разрешимые языки m -сводятся друг к другу?

Оценки, рекуррентности, алгоритмы

Задача 7. Дана рекурсивная программа

функция $f(n)$

```
if  $n > 1$ 
  печать(“алгоритм”)
  печать(“алгоритм”)
  печать(“алгоритм”)
   $f(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$ 
   $f(\lfloor \frac{n}{4} \rfloor)$ 
endif
```

Пусть $g(n)$ обозначает число слов “алгоритм”, которые напечатает программа.

Задача 7. 1. Найдите Θ -асимптотику $g(n)$ в виде функции от n

Задача 7. 2. Считая n степенью двойки, вычислите $g(n)$ точно.

Задача 8. Да Нет О положительных функциях f, g известно, что $f(n) = O(n)$ и $g(n) = \Omega(n)$. Следует ли из этого, что $f(n) \cdot g(n) = \Omega(n^2)$?

Задача 9. Найдите Θ -асимптотику рекуррентности

$$T(n) = 2018 T\left(\frac{n}{2017}\right) + \log(n!).$$

Задача 10. Найдите Θ -асимптотику рекуррентности

$$T(n) = T(n-1) + n\sqrt{n}.$$

Кроме того, в тесте будут задачи на построение конкретных алгоритмов на МТ и задачи на анализ конкретных алгоритмов.