Тряп-5

Волынцев Дмитрий 676 гр.

9 октября 2017

1

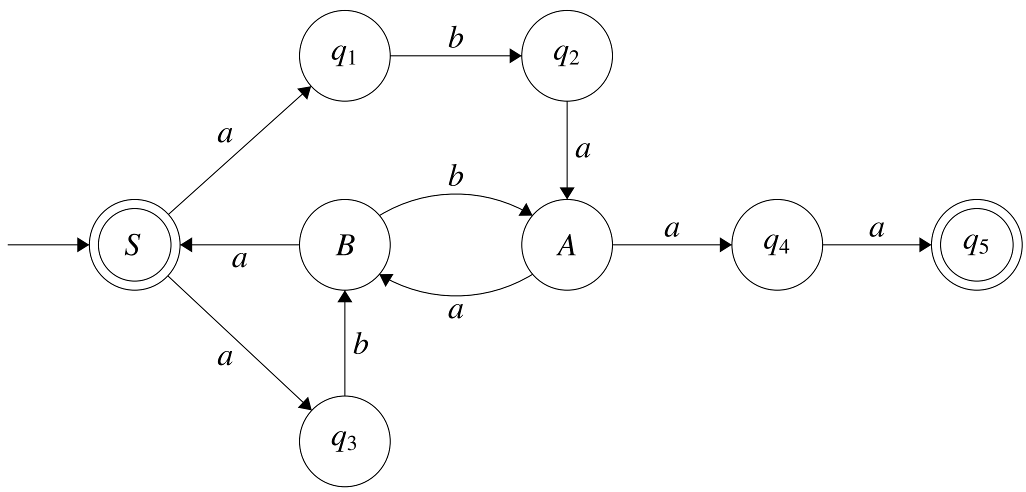
Построим грамматику по данному автомату согласно алгоритму, приведенному в учебнике Серебрякова, где доказана и его корректность. Состояниями автомата будут нетерминалы, переходы осуществляются по терминалам. Начальным состоянием будет S. Если из A есть переход по символу x в B, то правило перехода $A \to xB$. Если из A есть переход по символу ε в B, то правило перехода $A \to B$. Если A - конечное, то правило перехода $A \to \varepsilon$.

Таким образом, задаем G следующим образом:
$q_0 \to q_1 | aq_3$
$q_1 \to aq_2 | bq_3$
$q_2 \to aq_3 | \varepsilon$
$q_3 \to bq_4$
$q_4 \to aq_0 | q_0 | \varepsilon$

2

Грамматика G:
$S \to abaA$
$S \to abB$
$S \to \varepsilon$
$A \to aB$
$A \to aa$

$B \to bA$
$B \to aS$
Построим автомат по алгоритму из Серебрякова для праволинейной грамматики. Состояниями автомата будут нетерминалы. Кроме них добавим необходимые для переходов по правилам грамматики промежуточные состояния. Начальным состоянием будет S. Конечными состояниями будут S ($S \to \varepsilon$) и побочное q_5 ($A \to aa$). Переходы осуществляются посимвольно (если больше одного терминала перед нетерминалом, добавляем соответствующее побочное состояние) по стрелкам в соответствии с алгоритмом из Серебрякова.



3

Грамматика G задана следующим образом:
$S \to abaA|abB|\varepsilon,\ A \to aB|aa,\ B \to bA|aS$

Теперь рассмотрим слово $abaaa$. Его можно вывести двумя способами:
1) $S \to abaA \to abaaa$ (использовали $A \to aa$)
2) $S \to abaA \to abaaB \to abaaaS \to abaaa\varepsilon = abaaa$

Таким образом, грамматика не является однозначной по определению.

4

1) Язык задан следующим образом:
$S \to aSa|aSb|bSa|bSb|a$
Это значит, что все слова языка будут иметь нечетное количество символов,где символ a будет посередине (появляется как последний символ при использовании $S \to a$), т.е. вид $(a+b)^n a(a+b)^n$, где $(a+b)^n$ означает любую последовательность символов a и b длиной n. Таким образом, слово $b^c ab^c$ также будет принадлежать языку. Используем лемму о накачке. Представим это слово в виде xyz, где $|xy| \le c$. Тогда $y = b^i$, где $i \le c$. Тогда слово $xyyz$ не будет принадлежать языку (т.к. справа и слева равное количество симолов b). Таким образом, слово $b^c ab^c \in L$ не удовлетворяет лемме о накачке, а значит язык L не является регулярным.
2) Предположим, что дополнение L - регулярный язык. Тогда для него можно построить автомат, принимающий этот язык. А значит, заменив терминальный состояния на нетерминальный и наоборот, можно построить и автомат для дополнения дополнения L, то есть самого языка L, который не является регулярным. Получили противоречие. Значит дополнение L тоже не является регулярным.

5

$L = \{a^n b^m | n \le m \le 2n\}$ Пусть грамматика G следующая:
$S \to aSb$
$S \to aSbb$
$S \to \varepsilon$

1) Сначала докажем, что L содержит $L(G)$. Доказательство проведем по индукции. ε содержится в обоих языках. Пусть все слова длины k и меньше принадлежат $L(G)$. Эти слова получаются посредством последовательного выполнения нескольких правил из G. Пусть на шаге n длина слова $\le k$, а на следующем $> k$. Каждым таким шагом ($S \to \varepsilon$ не считаем за шаг) мы прибавляем к слову символ a и либо 1, либо 2 символа b. Значит на шаге $n+1$ слово также удовлетворяет языку L. Таким образом, на любом шаге слово, удовлетворяющее $L(G)$, удовлетворяет L.
2) Теперь докажем, что $L(G)$ содержит L. Доказательство проведем по

индукции. ε содержится в обоих языках. Пусть слово вида $a^x b^x$ длины $\leq n$ принадлежит L. Рассмотрим слово $a^s b^t \in L$. Если $t > s$, то можно представить его в виде $avbb$, где $v \in L$. И пока степень a будет больше степени b, будем продолжать так представлять слово, пока для некоторого $v_i = a^z b^z$ общие степени символов a и b не будут равняться соответственно s и t. Тогда начнем представлять v_i в виде $av_{i+1}b$, пока длина v_i не станет $\leq n$. В итоге получим слово $a^c v_{i+k} b^c$, причем v_{i+k} принадлежит L по предположению индукции. Тогда, применяя соответствующие правила из G, получим из него v_i, а затем из v_i получим v. Это доказывает, что L содержится в $L(G)$.