Тряп-10

Волынцев Дмитрий 676 гр.

1 декабря 2017

1

1) Пусть $L_1 = a^i b^i c^j$ и $L_2 = a^i b^j c^j$ - КС-языки, замкнутые относительно объединения(можем добавить правило $S' \to S|T$) и конкатенации(можем добавить правило $S' \to ST$). Тогда $L_1 \cap L_2 = \{a^i b^i c^i\}$. Но по лемме о накачке он не является КС-языком, а значит КС-языки не замкнуты относительно пересечения.
2) Так как L_1/L_2 это язык перечения L_1 и дополнения L_2, то по предыдущему пункту такой язык не является КС-языком, а значит КС-языки не замкнуты относительно дполнения.

2

3

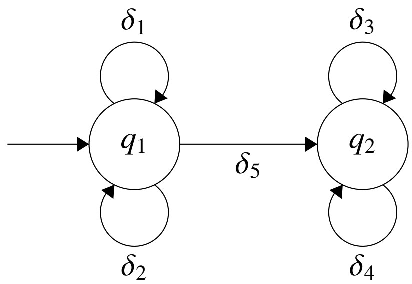
4

Пусть $L = \{wtw^R||w| = |t|\}$ - КС-язык. Тогда $L \cap A$ - КС-язык, где A - регулярный, возьмем $A = a^+b^+a^+$. Тогда их пересечние - язык $a^ib^ja^i$ (i,j отличны от нуля). Применим отрицание леммы о накачке: пусть $w = a^pb^pa^p \in L \cap A$.

$\forall w = xuyvz : |uyv| < p, |uv| > 0 \exists i \geq 0 : xu^iyv^iz = a^{p-k}b^{p-l}a^p$ либо $xu^iyv^iz = a^pb^{p-l}a^{p-k}$
Ни одно из этих слов не принадлежит языку, значит такое пересчение языков не является КС-языком, значит L - не КС-язык.

5

1) Язык $L_x = \{xy||x| < |y|\}$, где x содержит b, является КС-языком, так как для него существует МП-автомат:



$\delta_1 = \{a, Z_0/XZ_0\}, \{b, Z_0/XZ_0\}$
$\delta_2 = \{a, X/XX\}$
$\delta_3 = \{a, X/\varepsilon\}, \{b, X/\varepsilon\}$
$\delta_4 = \{a, Z_0/Z_1\}, \{b, Z_0/Z_1\}, \{a, Z_1/Z_1\}, \{b, Z_1/Z_1\}, \{\varepsilon, Z_1/\varepsilon\}$
$\delta_5 = \{b, X/XX\}$
Если в слове встретилось b, стек обнуляется. Если дошли до Z_0, но слово не кончилось, значит оно принадлежит языку, стек опустошается и автомат завершает работу. Если b встретилось во второй части, то слово не принимается.
Язык L_x не является регулярным по лемме о накачяке. Используем ее отрицание: пусть слово $w = a^kbb^{k+2}$, тогда найдется $i = k$: $xy^iz = a^{k+lm}b^{k+3}$ (при $l \geq 1$). Тогда если длина x меньше длины y, то $x = a^n$ и в нем нет b, и слово не принадлежит языку.
2) Язык $L_y = \{xy||x| < |y|\}$, где y содержит a, является регулярным языком, а значит и КС-языком, так как для него существует РВ $\Sigma^*a\Sigma^*$. Это верно, так как если слово содержит a, берем y = слову, и в то же время для любого слова, не содержащего a, оно не будет входить в язык данного РВ.

6

Рассмотрим правило $S \to bAba$. $\exists \alpha = ba : S \to_l^* wA\alpha$. Для $A \to b$ и $S \to \varepsilon$ $\mathrm{FIRST}(a\alpha) \cap \mathrm{FIRST}(\varepsilon\alpha) = b$ (для всех β, где $S \to_l^* wA\beta$). Таким образом это не $LL(1)$-грамматика по критерию.
Продукции S:
$FIRST(A) = \{a, \varepsilon\}$ $FIRST_2(aAaa) = aFIRST(Aaa) = \{aa, ab\}$ $FIRST_2(bAba) = bFIRST(Aba) = \{bb\}$ $FIRST_2(aAaa\alpha) = \{aa, ab\}$ $FIRST_2(bAba\alpha) = \{bb\}$ Пересечение $\{aa, ab\}$ и $\{bb\}$ - пустое множество.
Продукции A:
$\forall\alpha : S \to_l^* wA\alpha$ $\alpha \in \{aa, ba\}(\alpha[1, 2])$
$\forall\alpha : S \to_l^* wA\alpha$ $FIRST_2(b\alpha) = bFIRST(\alpha) = \{ba, bb\}$
$\forall\alpha : S \to_l^* wA\alpha$ $FIRST_2(\varepsilon\alpha) = FIRST(\alpha) = \{aa, ba\}$
Пересечение $\{aa, ba\}$ и $\{ba, bb\}$ - пустое множество. Таким образом это $LL(2)$-грамматика.
Тогда:
$FIRST_2(A) = FIRST_2(b) \cup FIRST_2(\varepsilon) = \{b, \varepsilon\}$
$FIRST_2(A) = FIRST_2(aAaa) \cup FIRST_2(bAba) = \{aa, ab, bb\}$
$FOLLOW_2(A) = \{aa, ba\}$
$FOLLOW_2(S) = \{\$\}$

7

$S \to ba|A$
$A \to a|Aab|Ab$
Избавимся от левой рекурсии нетерминала A согласно алгоритму. Получим грамматику:
$S \to ba|A$
$A \to aB$
$B \to abB|bB|\varepsilon$
Таблица FIRST:

Таблица FOLLOW:

Сам $LL(1)$-анализатор:

S	A	B
-	-	ε
b	a	a,b,ε
b,a	a	a,b,ε
b,a	a	a,b,ε

S	A	B
$	$	$
$	$	$

	a	b	$
S	$S \rightarrow A$	$S \rightarrow ba$	-
A	$A \rightarrow aB$	-	-
B	$B \rightarrow abB$	$B \rightarrow bB$	$B \rightarrow \varepsilon$

8