Тряп-2

Волынцев Дмитрий 676 гр.

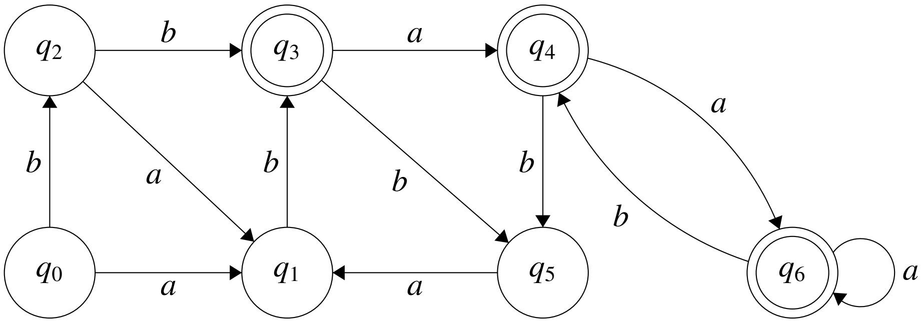
18 сентября 2017

1

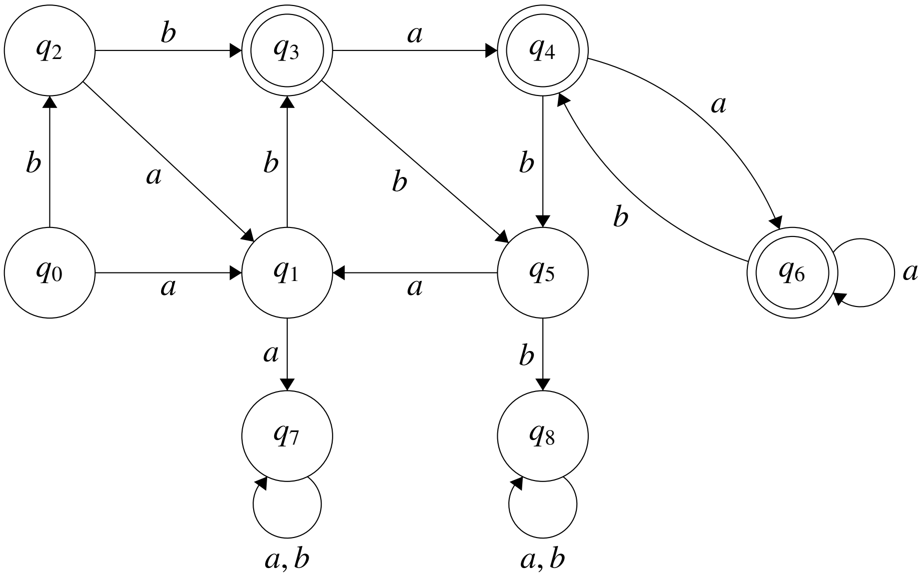
$\Sigma = \{a, b\}$
$q_0 = A$
$q_f = H$
Положим в Q множество $\{q_0\}$: $Q = \{\{q_0\}\}$
Пока Q не пусто, достанем множество состояний q_i из Q и для каждого ${q_i}^j$ из q_i и каждого σ из Σ получим ${q_i}^{res}$, которое положим в Q, если оно не встречалось раньше:

	q	a	b
q_0	$\{A\}$	$\{D\}$	$\{B, D\}$
q_1	$\{D\}$	$\emptyset$	$\{H\}$
q_2	$\{B, D\}$	$\{D\}$	$\{H\}$
q_3	$\{H\}$	$\{B, H\}$	$\{B\}$
q_4	$\{B, H\}$	$\{B, D, H\}$	$\{B\}$
q_5	$\{B\}$	$\{D\}$	$\emptyset$
q_6	$\{B, D, H\}$	$\{B, D, H\}$	$\{B, H\}$

Таким образом:
$Q^R = \{\{A\}, \{B\}, \{D\}, \{H\}, \{B, D\}, \{B, H\}, \{B, D, H\}\}$
$F^R = \{\{H\}, \{B, H\}, \{B, D, H\}\}$ (так как $q_f = H$)
Теперь строим автомат по таблице:



Минимизируем получившийся автомат. Для этого достроим автомат так, чтобы из каждого состояния существовал переход по a и по b. Для этого добавим переходы в зацикленные нетерминальные состояния (чтобы какие-либо новые слова не принимались, при этом принимались все старые) из состояний q_1 (по a) и q_5 (по b):



Получили эквивалентный автомат, который можно минимизировать. Разобьем множество состояний Q на F и $Q \backslash F$

Тогда разбиение $\Pi = \{q_3, q_4, q_6\}, \{q_0, q_1, q_2, q_5, q_7, q_8\}$

Теперь разобьем каждое Q_i из Π, если

$\exists q_1, q_2 \in Q_i, \sigma \in \Sigma \hookrightarrow \exists Q_1, Q_2 \in \Pi : Q_1 \neq Q_2 \delta(q_1, \sigma) \in Q_1, \delta(q_2, \sigma) \in Q_2$

Тогда:

$A = \{q_6\}$ (из F, оба перехода в терминальные состояния)

$B = \{q_3, q_4\}$ (из F, по одному переходу (по a) в терминальное состояние)

$C = \{q_1, q_2\}$ (из $Q \backslash F$, по одному переходу (по b) в терминальное состояние)

$D = \{q_0, q_5, q_7, q_8\}$ (из $Q \backslash F$, нет переходов в терминальные состояния)
Заметим, что по алгоритму мы должны разбить эти множества еще раз:
$A = \{q_6\}$ (остался без изменений)
$B_1 = \{q_4\}$ (переход в A)
$B_2 = \{q_3\}$ (переход в B_1)
$C_1 = \{q_1\}$ (переход в D)
$C_2 = \{q_2\}$ (переход в C_1)
Следом изменятся и остальные множества:
$D_1 = \{q_0\}$ (переход в C_2)
$D_2 = \{q_5\}$ (переход в D_3)
$D_3 = \{q_7, q_8\}$ (остались в одном множестве, т.к. из них нет переходов)
Как видно, у такого автомата будет $8 - 1 = 7$ состояний (т.к. в конце мы должны убрать "мертвое"состояние D_3). У изначального автомата также было 7 состояний, а это значит, что он не нуждается в минимализации.

2

$((ab)^*|c)^*(b^*a|(bc)^*)$

3

1) Рассмотрим состояния q и p ($q \neq p$) в ДКА. Пусть левые языки этих состояний пересекаются, то есть $L_l(q) \cap L_l(p) = \{v\}$. После принятия v автоматом мы оказываемся либо в состоянии q или p. Значит из какого-то состояния на пути в терминальное существует несколько различных переходов по одному из символов v, следовательно автомат недетерминированный - противоречие.
2)
3) Пусть автомат $\mathcal{A}$ недетерминированный. Тогда детерминированный автомат $d(\mathcal{A})$ определяется следующим образом:
а) Детерминированному состоянию соответствует множество недетерминированных состояний: для каждого $q' \in Q'$ имеем $q' \subseteq Q$
б) Начальное состояние в $d(\mathcal{A})$ — множество начальных состояний автомата $\mathcal{A}$, Состояние в детерминированном автомате является терми-

нальным тогда и только тогда, когда оно содержится хотя бы в одном недетерминированном состоянии. Пусть q' — состояние детерминированного автомата и $a \in \Sigma$. Если переход из q' по символу a определен, тогда по построению: $\delta'(q', a) = \bigcup\limits_{q \in q'} \delta(q, a)$.

4

Построим автомат C по таким правилам:
Состояниями автомата C будут пары состояний автоматов A и B

$Q_C = Q_A \times Q_B$
$q_{0C} = (q_{0A}, q_{0B})$
$F_C = F_A \times F_B$

Если $q_C = (q_A, q_B)$, то $\delta(q_C, a) = (\delta(q_A, a), \delta(q_B, a))$

При $F = \{(q, p) | q \in F_A$ или $p \in F_B\}$ автомат распознает язык $L = L_A \cap L_B$. Для любых 2-х состояний (q, p) и (q', p') автомата C и любого входного слова v это слово переводит (q, p) в (q', p') тогда и только тогда, когда оно переводит q в q' в автомате A и p в p' в автомате B.

5

1) aa^*b^*
Т.к. у первого множителя стоит условие $n > 0$, то в язык не может входить пустое слово ε, значит мы обязаны иметь как минимум 1 букву a в начале. В то же время n неограничен, следовательно конкатенируем с a^*. У второго множителя стоит условие $n \geq 0$, значит он представляет из себя любую комбинацию b^*, включая ε. Что же касается декартова произведения, то это все пары из a и b. Значит мы можем конкатенировать aa^* и b^* и получим требуемое регулярное выражение.
2)
$a^* \in \{a^{5n+1} | n \geq 0\}^*$ (т.к. при $n = 0$ левая и правая части совпадают)
$\{a^{3n} | n > 0\} \in a^*$ (т.к. на месте a^* может стоять a^{3n})

$$\Rightarrow \{a^{3n} | n > 0\} \cap \{a^{5n+1} | n \geq 0\}^* = \{a^{3n} | n > 0\}$$